КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

ВАРИАНТ № 1

1.Вычислить : $\int\limits_L (x-y)\ \mathrm{dl}$, где L – окружность $x^2+y^2=a^2$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y=\ln\cos x \quad$ *от* $x=0$ *до* $x=\frac{\pi}{3}$,

б) $x=8\ at^3,\quad y=3a(2t^2-t^4),\quad y\ge 0.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1 ; 2), B(4 ; -1), C(-3; -2), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\frac{2}{3}$x + 4y.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\ \mathrm{dx}-(y^2+x)\ \mathrm{dy}$, где L – дуга кривой $y=2x-x^2$, расположенная выше оси OX.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,0)}^{(1,1)}(x+y)\cdot(dx+dy)$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L 2\cdot(x^2+y^2)\ \mathrm{dx}+(x+y)^2\ \mathrm{dy}$, где L – контур треугольника с вершинами A (1; 1) , B (2; 2) , C (1; 3).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x=2$, y = x, x = 2y.

ВАРИАНТ № 2

1.Вычислить : $\int\limits_L \sqrt{2\mathrm{y}}\ \mathrm{dl}$, где L – первая арка циклоиды $\begin{cases} x=a\cdot(t-\sin t) \\ y=a\cdot(1-\cos t) \end{cases}$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $x=\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{2}\ln y \quad$ *от* $y=1$ *до* $y=2$,

б) $x=\ a\cdot\cos^5 t,\quad y=a\cdot\sin^5 t,\quad 0\le t\le 2\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2 ; 3), B(4 ; -3), C(7; -1), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\frac{4}{5}$x + $\frac{1}{2}$y.

4. Вычислить : $\int\limits_L 2\mathrm{x}\ \mathrm{dy}-3y\ \mathrm{dx}$, , где L – контур треугольника с вершинами A(1; 2) , B (3; 1) , C (2; 5).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,2)}^{(2,1)}\frac{y\,dx-x\,dy}{\mathrm{y}^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L -x^2y\ \mathrm{dx}+\mathrm{xy}^2\ \mathrm{dy}$, где L – окружность $x^2+y^2=R^2$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y=0$, y = x, $\mathrm{x}+\mathrm{y}=\frac{\pi}{2}$.

ВАРИАНТ № 3

1. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)$ dl , где L – окружность $\begin{cases} x = a\cdot\cos t \\ y = a\cdot\sin t \end{cases}$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = 2\sqrt{x}$ $\quad от \quad x = 0 \quad до \;\; x = 1$,

б) $x = \sin^4 t, \quad y = \cos^2 t, \quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(5; -1), B(8; 4), C(3; -3), если его плотность в точке М (x ; y) равна μ (x ; y) = $7x + \dfrac{5}{8}y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\,dx - \left(y+x^2\right)dy$, где L – дуга кривой $y = 2x - x^2$, расположенная выше оси OX.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}^{(4,2)} \dfrac{dx+dy}{x+y}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L 2\cdot\left(x+y\right)dx - \left(x-y\right)dy$,

где L – часть параболы $y = x^2$ и хорда, проходящая через точки A(-1; 1), B(1; 1).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $xy = 4$, $x + y = 5$.

ВАРИАНТ № 4

1. Вычислить : $\int\limits_L y\;dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 2px$, отсеченная параболой $x^2 = 2py$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln\sin x$ $\quad от \quad x = \dfrac{\pi}{3} \quad до \;\; x = \dfrac{\pi}{2}$,

б) $x = \dfrac{t^3}{3} - t, \quad y = t^2 + 2, \quad от \;\; t = 0 \quad до \;\; t = 3.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(3; -2), B(6; -2), C(4; 3) если его плотность в точке М (x ; y) равна μ (x ; y) = $\dfrac{2}{3}x + 4y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(x-y\right)^2 dx + \left(x+y\right)^2 dy$, где L – ломаная OAB: O (0; 0) , A (2; 0) , B (4; 2).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(-2,-1)}^{(3,0)} \left(x^4+4xy^3\right)dx + \left(6x^2y^2-5y^4\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \dfrac{dx-dy}{x+y}$,где L – квадрат с вершинами A (1; 1) , B (3; 1) , C (3; 3), Д (1; 3).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x + y = 1$, $x + 3y = 1$, $x = 0$.

ВАРИАНТ № 5

1. Вычислить : $\int\limits_L xy\ dl$, где L – контур прямоугольника с вершинами А (0; 0) , В (4; 0) , С (4; 2), Д (0; 2).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = 1 - \ln\cos x$ *от* $x = 0$ *до* $x = \dfrac{\pi}{4}$,

б) $x = \cos^4 t,\quad y = \sin^4 t,\quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами А(6; 2), В(4 ; -4), С(-3; -4), если его плотность в точке М (x ; y) равна $\mu (x ; y) = \dfrac{7}{3}x + 4y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2 - y^2\right) dx + xy\, dy$, где L – прямая, соединяющая точки А (1; 1) , В (3; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,-1)}^{(1,0)} \dfrac{x dy - y dx}{(x-y)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(1 - x^2\right) y dx + x\left(1 + y^2\right) dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = R^2$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $3x^2 = 25y$, $5y^2 = 9x$.

ВАРИАНТ № 7

1. Вычислить : $\int\limits_L y^2\ dl$, где L – первая арка циклоиды $\begin{cases} x = a\cdot(t - \cos t) \\ y = a\cdot(1 - \sin t) \end{cases}$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \dfrac{x^2}{2}$ *от* $x = 0$ *до* $x = 1$,

б) $x = a\cdot\cos^5 t,\quad y = a\cdot\sin^5 t,\quad 0 \le t \le 2\pi$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами А(5; -4), В(3 ; 2), С(2; 7), если его плотность в точке М (x ; y) равна $\mu (x ; y) = \dfrac{5}{4}x + 8y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\, dx - x\, dy$, где L – эллипс $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = в\sin t \end{cases}$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,1)}^{(2,2)} \left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + y\right) dx + \left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + x\right) dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$, где L – окружность.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = x^2 + 4x$, $x - y + 4 = 0$

ВАРИАНТ № 6

1. Вычислить : $\int\limits_L \frac{dl}{x - y}$, где L – отрезок прямой $y = \frac{1}{2}x - 2$, соединяющий точки A (0; -2) , B (4; 0).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln\frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ $\quad$ *от* $x = 0$ *до* $x = 5$,

б) $y = 9\cdot(1 - \cos t), \quad x = 9\cdot(1 - \sin t), \quad 0 \le t \le 2\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; -1), B(3; -6), C(7; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) =6 x + $\frac{9}{7}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L (2a - y)\, dx - (a - y)\, dy$, где L – первая арка циклоиды $\begin{cases} x = a\cdot(t - \sin t) \\ y = a\cdot(1 - \cos t) \end{cases}$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,1)}^{(3,1)} \frac{(x + 2y)dx + ydx}{(x + y)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$, где L – эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: xy = 6, y = 7 - x.

ВАРИАНТ № 8

1.Вычислить : $\int\limits_L xy\ dl$, где L – часть эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$, лежащая в I четверти.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln x$ $\quad$ *от* $x = \sqrt{3}$ *до* $x = \sqrt{8}$,

б) $x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t,$ *от* $t = 0$ *до* $t = \ln\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; - 4), B(6; - 2), C(1; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) =3 x + $\frac{1}{7}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$, где L – четверть астроиды $\begin{cases} x = R\cos^3 t \\ y = R\sin^3 t \end{cases}$, от точки (R; O) до точки (O; R).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,2)}^{(2,5)} (2x + 3y)\, dx + (3x - 4y)\, dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 dy$, где L – контур треугольника с вершинами A (2; 1) , B (4; 2) , C (-1; 0).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: y = 0, y = 6x - x^2.

ВАРИАНТ № 9

1. Вычислить : $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$, где L – прямая, соединяющая точки A (0; -2) , B (4; 0).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = 2x^{\frac{3}{2}}$ $\quad 0 \le x \le 11$,

б) $x = 8\sin t + 6\cos t,\quad y = 6\sin t - 8\cos t,\ \ от\ \ t = 0\ \ до\ \ t = \frac{\pi}{2}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(3; 4), B(2; -3), C(3; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 9x + 5y.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\ dx + x\ dy$, где L – I четверть окружности $\begin{cases} x = R\cos t \\ y = R\sin t \end{cases}$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,-1)}^{(3,0)} \left(3x^2 - 2xy + y^2\right)dx - \left(x^2 - 2xy + 3y^2\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L xy^2dy - x^2ydx$,где L – эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$.

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

ВАРИАНТ № 10

1. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2 + y^2\right) dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = a\cdot\cos t \\ y = a\cdot\sin t \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \sqrt{2x - x^2}$ -1, $\quad \frac{1}{4} \le x \le 1$,

б) $x = a\cdot\cos^3 t,\quad y = в\cdot\sin^3 t,\quad \frac{\pi}{3} \le t \le \frac{\pi}{2}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; 1), B(6; -5), C(2; -1), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\frac{3}{4}$x + y.

4. Вычислить : $\int\limits_L 2xy\ dx - x^2\ dy$, где L – соединяет точки O (0; 0) и A (2; 1) :

а) по прямой,
б) по параболе симметрично относительно оси OX.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,1)}^{(3,1)} \frac{dx}{x+y} + \frac{dy}{x+y}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (x+y)dx - (x-y)dy$, где L – контур треугольника с вершинами A (1; 1), B (2; 2), C (1; 3).

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: $4y = 9x - x^2$, $4y = x + 7$.

ВАРИАНТ № 11

1. Вычислить : $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,$ dl , где L – дуга кривой $\begin{cases} x = a\cdot(\cos t + t\sin t) \\ y = a\cdot(\sin t - t\cos t) \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = -x^{\frac{2}{3}}$ -1, $0 \le x \le 5\sqrt{5}$,

б) $x = (t^2-2)\sin t + 2t\cdot\cos t, \quad y = (2-t^2)\cos t + 2t\cdot\sin t, \quad 0 \le t \le \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(3; -6), B(3; 4), C(1; - 4), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 5x + $\frac{1}{4}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L (x+y)$ dx – y dy , где L – контур треугольника, образованного осями координат и прямой $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(-1,2)}^{(2,3)} ydx + xdy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (1-x^2)ydx + x(1+y^2)dy$, где L–контур квадрата с вершинами в точках A (1; 0), B (0; 1), C (-1; 0) , Д (0; -1).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: x^2 = 20y, y^2 = 20x

ВАРИАНТ № 12

1. Вычислить : $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = t\cos t \\ y = t\sin t \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}}$, $0 \le x \le 9$,

б) $y = 5\cdot(t-\cos t), \quad y = 5\cdot(t - \sin t), \quad 0 \le t \le \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2; 1), B(5 ; -3), C(7; -2), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) =7x + $\frac{2}{3}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L (x^2+y^2)$ dy , где L – контур четырехугольника с вершинами A (0; 0) , B (2; 4) , C (4; 4) , D (0; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,0)}^{(2,1)} 2xydx + x^2dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (xy+x+y)dx + (xy+x-y)dy$, где L – парабола $y = x^2$ и хорда $y = 4$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: y = sin x, y = 0 , $0 \le x \le \pi$.

ВАРИАНТ № 13

1. Вычислить : $\int\limits_L \frac{y\,dl}{\sqrt{x}}$, где L – дуга кривой $y^2 = \frac{4}{9}x^3$, от точки A (3; $2\sqrt{3}$) до B (8; $\frac{32\sqrt{2}}{3}$).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \frac{x}{6}\sqrt{x+12}$, $-11 \le x \le -3$,

б) $x = 4\cdot(\cos t + t\sin t)$, $y = 4\cdot(\sin t - t\cos t)$, $0 \le t \le 2$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(3; -3), B(1; -2), C(4; -7), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = x + 5y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2 - y^2\right)\,dx$, где L – дуга кривой $y = x^2$, от точки O (0; 0) до A (2; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(3,1)}^{(5,12)} \frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L 2\left(x^2 + y^2\right)dx + \left(x + y\right)^2 dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = R^2$.

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: y = - x, y = 2x - x^2.

ВАРИАНТ № 14

1. Вычислить : $\int\limits_L \sqrt{2y}\,dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{t^2}{2}, \end{cases}$ $0 \le t \le 1$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \sqrt{\frac{x}{3}}(1 - x)$, $\frac{1}{2} \le x \le 1$,

б) $x = e^t\cdot(\cos t + \sin t)$, $y = e^t\cdot(\cos t - \sin t)$, $0 \le t \le \pi$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(-1; -1), B(3; -2), C(6; -4), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\frac{5}{9}$x + $\frac{1}{2}$y.

4. Вычислить : $\int\limits_L 2xy\,dx + x^2\,dy$, где L : а) прямая , соединяющая точки A (2; 1) , O (0; 0);

б) парабола, симметричная относительно осьи ОУ, проходящая через точки A и O.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,1)}^{(3,4)} x\,dx + y\,dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L xy^2dy - x^2ydx$, где L–контур треугольника с вершинами в точках A (1; -1), B (0; 1), C (-2; 3) .

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: x = -1, y = x^2, x = 2.

ВАРИАНТ № 15

1. Вычислить : $\int\limits_L (x - y)\, dl$, где L – отрезок прямой от A (0; 0) до B (4; 3).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \frac{x^2}{4}$, $0 \le x \le 2$,

б) $x = 2{,}5 \cdot (t - \sin t)$, $y = 2{,}5 \cdot (1 - \cos t)$, $\frac{\pi}{2} \le t \le \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; -1), B(-3; 2), C(-6; 4), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x ; y) = x + \frac{1}{5} y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L \frac{x\,dx + y\,dy}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$, где L – часть окружности $x^2 + y^2 = a^2$, лежащая в I четверти.

5. Убедиться, что интеграл $\int\limits_{(1,0)}^{(-1,4)} \frac{(x + 2y)dx + ydy}{(x + y)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (x + y)dx + (x - y)dy$, где L–контур прямоугольника $1 \le x \le 4$, $0 \le y \le 2$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x = 9$, $x = y^2$

ВАРИАНТ № 16

1. Вычислить : $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где L – отрезок прямой $x - 2y = 4$, соединяющий точки A (0; -2) , B (4; 0).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = 4 - \frac{x^2}{2}$, $y \ge 0$,

б) $x = 3{,}5 \cdot (2\cos t - \cos 2t)$, $y = 3{,}5 \cdot (2\sin t - \sin 2t)$, $0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(6; 7), B(4; 2), C(3; 3), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x ; y) = \frac{7}{5} x + \frac{1}{9} y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L x\, dy$, где L – контур треугольника, образованного осями координат и прямой $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,-1)}^{(0,4)} x^2 dx + y^2 dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L - x^2 y dx + x y^2 dy$, где L–эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x^2 = y$, $y = 4$.

ВАРИАНТ № 17

1. Вычислить : $\int\limits_L y^2\ dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = 2\cdot(t-\sin t) \\ y = 2\cdot(1-\cos t) \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = 4\sqrt{x-2}$, $2 \le x \le 3$,

б) $x = \dfrac{t^6}{6}$, $y = 2-\dfrac{t^4}{4}$, $0 \le t \le \sqrt[4]{8}$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2; 4), B(3; 2), C(8; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) =4 x + 7y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2-2xy\right) dx + \left(2xy+y^2\right) dy$, где L – дуга параболы $y^2 = x$ от A (1; 1) до B (2; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,-1)}^{(1,0)} \dfrac{xdy-ydx}{\left(x-y\right)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint \dfrac{dx+dy}{x-y}$, где L–контур прямоугольника $1 \le x \le 3$, $0 \le y \le 4$.

7. Найти площадь плоской фигуры ограниченной линиями: $\begin{cases} x = a\cdot(2\cos t-\cos 2t) \\ y = a\cdot(2\sin t-\sin 2t) \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

ВАРИАНТ № 18

1. Вычислить : $\int\limits_L x\ dl$, где L – окружность $x^2+y^2 = R^2$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$, $от\ x = 0\ \ до\ \ x = 5$,

б) $x = 8at^3$, $y = 3a\left(2t^2-t^4\right)$, $y \ge 0$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(0; 5), B(1; -2), C(-3; -7), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) =$\dfrac{1}{5}$ x + $\dfrac{2}{3}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(2a-y\right) dx + x\ dy$, где L – дуга первой арки циклоиды $\begin{cases} x = a\cdot(t-\sin t) \\ y = a\cdot(1-\cos t) \end{cases}$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(01,1)}^{(4,-2)} \dfrac{\left(x+2y\right)dx+ydy}{\left(x+y\right)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(xy+x+y\right)dx+\left(xy-y\right)dy$, где L–контур треугольника с вершинами в точках A (0; -1), B (4; 3), C (-1; 2) .

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = x^2$, y = 1

ВАРИАНТ № 19

1. Вычислить : $\int_L x\,dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \le t \le \pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln x$, $2\sqrt{2} \le x \le 2\sqrt{6}$,

б) $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $0 \le t \le \ln \pi$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2; 2), B(5; -1), C(2; -2), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x;y) = \frac{3}{5}x + y$.

4. Вычислить : $\int_L 2xy\,dx - x^2\,dy$, где L – от точки A (0; 0) до B (2; 1):

а) по прямой, их соединяющей; б) по параболе с осью симметрии ОУ.

5. Убедиться , что интеграл $\int_{(1,-1)}^{(2,1)} 4\left(x^2 - y^2\right)\left(xdx - ydy\right)$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint_L 2\left(x^2 + y^2\right)dx + \left(x + y\right)^2 dy$, где L–контур прямоугольника $0 \le x \le 5$, $1 \le y \le 3$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной астроидой: $\begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases}$.

ВАРИАНТ № 20

1. Вычислить : $\int_L y\,dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \le t \le \pi$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = e^x$, $0 \le x \le \ln 7$,

б) $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $0 \le t \le \frac{\pi}{4}$.

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(3; 3), B(1; -4), C(6; 2), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x;y) = x + \frac{1}{2}y$.

4. Вычислить : $\int_L \cos y\,dx - \sin x\,dy$, где L – прямая $y = -x$, соединяющая точку A с абсциссой 2 и точку B с ординатой 2.

5. Убедиться , что интеграл $\int_{(-1,2)}^{(2,3)} ydx + xdy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, где L–контур прямоугольника $0 \le x \le 2$, $1 \le y \le 5$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x^2 = y$, $y^2 = x$.

ВАРИАНТ № 21

1. Вычислить : $\int\limits_L (y - x)\ dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \le x \le 5$,

б) $x = 6\cos^3 t, \quad y = 6\sin^3 t, \quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{3}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2; 2), B(4; 4), C(6; 9), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 2,5x + 7,2y.

4. Вычислить : $\int\limits_L 2y\,dx - (y^2 + x)\,dy$, где L – дуга кривой $y = 2x - x^2$, расположенная выше оси OX.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,0)}^{(2,2)} (x + y)(dx + dy)$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 dy$, где L–треугольника с вершинами в точках A (1; 1), B (2; 2), C (1; 3) .

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x = 2y$, $y = x$, $x = 2$.

ВАРИАНТ № 22

1. Вычислить : $\int\limits_L \sqrt{2y}\ dl$, где L – первая арка циклоиды $\begin{cases} x = a\cdot(t - \sin t) \\ y = a\cdot(1 - \cos t) \end{cases}$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln\sin x, \quad \dfrac{\pi}{3} \le x \le \dfrac{2\pi}{3}$,

б) $x = e^t(\cos t + \sin t), \quad y = e^t(\cos t - \sin t), \quad \dfrac{\pi}{6} \le t \le \dfrac{\pi}{4}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(5; -3), B(2; -2), C(3; -1), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 4,8x +9,2 y.

4. Вычислить : $\int\limits_L 2x\,dy - 3y^2 dx$, где L – контур треугольника с вершинами A (1; 2) , B (3; 1), C (2; 5).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,2)}^{(2,1)} \dfrac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L xy^2 dy - x^2 y dx$, где L–окружность $x^2 + y^2 = 9$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = x$, $y = 0$, $x + y = \dfrac{\pi}{2}$.

ВАРИАНТ № 23

1. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)\ dl$, где L – окружность $\begin{cases} x = 2\cdot\cos t \\ y = 2\cdot\sin t\end{cases}$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y=\dfrac{x^2}{4},\quad 0\le x\le 2$,

б) $x=2\cos^3 t,\quad y=2\sin^3 t,\quad 0\le t\le\dfrac{\pi}{4}.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; 1), B(4; -6), C(2; -2), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\dfrac{1}{2}$x + $\dfrac{6}{7}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\ dx-\left(y+x^2\right)dy$, где L – дуга кривой $y=4x-x^2$, расположенная выше оси OX.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}^{(4,2)}\dfrac{dx+dy}{x+y}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (x+y)dx-(x-y)dy$, где L – контур треугольника с вершинами A (1; 0), B (2; 3), C(4; 2).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $xy = 4$, $y + x = 5$.

ВАРИАНТ № 24

1. Вычислить : $\int\limits_L y\ dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 2px$, отсеченная параболой $x^2 = 2py$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{\ln x}{4},\quad 1\le x\le 3$,

б) $y=5(1-\cos t),\quad x=5(t-\sin t),\quad 0\le t\le\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(;), B(;), C(;), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = x + y.

4. Вычислить : $\int\limits_L (x-y)^2\ dx+(x+y)^2\ dy$, где L – ломаная OAB; O (0; 0) , A (2; 0) , B (4; 2).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(-2,-1)}^{(3,0)}\left(x^4+4xy^3\right)dx+\left(6x^2y^2-5y^4\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L\dfrac{dx-dy}{x+y}$, где L– квадрата с вершинами в точках A (1; 0), B (0; 1), C (-1; 0) , Д (0; -1).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $x + y = 1$, x + 3y = 1.

ВАРИАНТ № 25

1. Вычислить : $\int\limits_L xy\ dl$, где L – контур прямоугольника с вершинами A (0; 0), B (4; 0), C (4; 2), D (0; 2).

2. Найти длину дуги кривой : а) $x = \ln\cos y, \quad 0 \le y \le \dfrac{\pi}{3}$,

б) $x = 4\cdot(\cos t + t\sin t), \quad y = 4\cdot(\sin t - t\cos t), \quad 0 \le t \le 2.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(2; 1), B(4; 2), C(-1; 0), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 3,5x + y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \left(x^2 - y^2\right) dx + xy\, dy$, где L – прямая, соединяющая точки A (1; 1), B (3; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,-1)}^{(1,0)} \dfrac{xdy - ydx}{(x-y)^2}$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(1 - x^2\right) ydx + x\left(1 + y^2\right)dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 16$.

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $3x^2 = 25y$, $5y^2 = 9x$.

ВАРИАНТ № 26

1. Вычислить : $\int\limits_L \dfrac{dl}{x - y}$, где L – отрезок AB, A (0; - 2), B (4; 0).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = -x^{\frac{2}{3}} - 1, \quad 0 \le x \le 5\sqrt{5}$,

б) $x = \left(t^2 - 2\right)\sin t + 2t\cos t, \quad y = \left(2 - t^2\right)\cos t + 2t\sin t, \quad 0 \le t \le \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(0; 1), B(5; 2), C(-1; -7), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 3x + $\dfrac{1}{2}$y.

4. Вычислить : $\int\limits_L (2 - y)\, dx + x\, dy$, где L – $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad 0 \le t \le 2\pi$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(-1,-2)}^{(1,0)} (2x - y)dx + (3y - x)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(x^2 - y^2\right)dx + 2xydy$, где L – контур треугольника с вершинами A(1; 1), B(3; 1), C(3; 3).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = x^2$, y = 4 .

ВАРИАНТ № 27

1. Вычислить : $\int\limits_L xy\ dl$, где L – контур квадрата, ограниченного линиями $x \pm y = 1, \quad x \pm y = -1$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln x, \quad 2\sqrt{2} \le x \le 2\sqrt{6}$,

б) $x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad 0 \le t \le \ln \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(6; -1), B(1; 2), C(0; 0), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x ; y) = \frac{1}{2}x + \frac{4}{3}y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L \frac{ydx+xdy}{1+x^2y^2}$, где L – есть отрезок AB, A (0; 0), B (1; 1).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,1)}^{(1,0)} \left(3x^2 - 2xy + y^2\right)dx - \left(x^2 - 2xy\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L xydx + 2xy^2dy$, где L – контур треугольника с вершинами A(1; 0), B(0; 1), C(0; 0).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = x^3, \ y = 1, \ x = 0$.

ВАРИАНТ № 28

1. Вычислить : $\int\limits_L xy\ dl$, где L – $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}, \quad t \in [0;\ 2\pi]$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \sqrt{\frac{x}{3}}(1 - x), \quad \frac{1}{2} \le y \le 1$,

б) $x = a \cdot \cos^5 t, \quad y = a \sin^5 t, \quad 0 \le t \le 2\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(8; 1), B(4; -1), C(5; 0), если его плотность в точке M (x ; y) равна $\mu(x ; y) = 6x + \frac{1}{2}y$.

4. Вычислить : $\int\limits_L (-x^2 ydx + xy^2\ dy)$, где L – окружность $x^2 + y^2 = r^2$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,1)}^{(2,3)} 2x\left(y^2 - 2\right)dx + 2y\left(x^2 + 1\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(x - y\right)^2 dx + \left(x + y\right)^2 dy$,где L – контур треугольника ABC, A(0; 0), B(2; 2), C(4; 1).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = \frac{x^2}{3}$, y = 3 .

ВАРИАНТ № 29

1. Вычислить : $\int\limits_L \left(4x^2 - y^2\right)\ dl$, где L – $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$, $t \in [0;\ 2\pi]$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \ln\cos x,\quad от\ \ x = 0\quad до\ \ x = \dfrac{\pi}{3}$,

б) $x = 9\cdot(t - \sin t),\quad y = 9\cdot(1 - \cos t),\quad 0 \le t \le 2\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(0; 0), B(7; 2), C(3; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = 2x + 8,5y.

4. Вычислить : $\int\limits_L y\,dx - \left(y + x^2\right)dy$, где L – дуга параболы $y = 2x - x^2$ от точки A (2; 0) до точки B (0; 0).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(0,0)}^{(1,1)} x\left(1 + 6y^2\right)dx + y\left(1 + 6x^2\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L x^3y^3dx + \left(x - y\right)^2 dy$, где L –контур треугольника ABC, A(2; 1), B(0; 3), C(-2; 1) .

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y = \sin x,\ y = \cos x,\ \ y = 0,\ \ 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$.

ВАРИАНТ № 30

1. Вычислить : $\int\limits_L y\ \ dl$, где L – есть дуга параболы $y^2 = 2x$ от точки A (2; -2) до точки B (8; 4).

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = \dfrac{x^2}{4},\quad 0 \le x \le 2$,

б) $x = e^t\cos t,\quad y = e^t\sin t,\quad 0 \le t \le \ln\pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(1; 2), B(3; 1), C(2; 5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\dfrac{1}{6}$x + y.

4. Вычислить : $\int\limits_{\mathrm{L}} 2\mathrm{y}\ \mathrm{dx} + x\ \mathrm{dy}$, где L – контур, составленный линиями $y = 0,\ \ y = x,\ \ y = \sqrt{1 - x^2}$.

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(1,1)}^{(2,3)} \left(2xy + y^2\right)dx + \left(x^2 + 2xy\right)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L \left(x^2 - y^2\right)dx + 2xydy$, где L – контур четырехугольника с вершинами A(0; 0), B(2; 1), C(1; 3), Д(-1; 1).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y=2x,\ \ y=\dfrac{x}{2},\ \ x=2$.

ВАРИАНТ № 31

1. Вычислить: $\int\limits_L xy\ \ dl$, где L – есть контур квадрата, ограниченного линиями $x \pm y = 2,\ \ x \pm y = -2$.

2. Найти длину дуги кривой : а) $y = -x^{\frac{2}{3}}$ -1, $\quad 0 \le y \le 5\sqrt{5}$,

б) $x = 5 \cdot (t - \sin t),\quad y = 5 \cdot (1 - \cos t),\quad 0 \le t \le \pi.$

3. Найти массу контура треугольника с вершинами A(0; 0), B(1; 2), C(-1; -5), если его плотность в точке M (x ; y) равна μ (x ; y) = $\frac{1}{8}$x + $\frac{5}{2}$ y.

4. Вычислить : $\int\limits_L \frac{ydx+xdy}{1+x^2y^2}$, где L – есть отрезок AB, A (1; 1), B (4; 4).

5. Убедиться , что интеграл $\int\limits_{(-1,1)}^{(1,1)} xy^2dx + yx^2dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

6. Вычислить непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_L (x-y)^2\,dx + (x+y)^2\,dy$, где L – контур треугольника с вершинами A(1; 1), B(3; 2), C(2; 4).

7. Найти площадь плоской фигуры , ограниченной линиями: $y=x^2,\ y^2=x$.