

Министерство путей сообщения Российской Федерации
Дальневосточный государственный университет путей сообщения

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Сборник задач в 3-х частях

Часть 2

КИНЕМАТИКА

Под редакцией В.И. Доронина

Издание пятое

Рекомендовано
Дальневосточным региональным
учебно-методическим центром (УМО)
в качестве учебного пособия для студентов
технических вузов региона

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2002

УДК 531(075.8)
ББК В 234
Т 338

Рецензенты:

Член-корреспондент Академии транспорта России,
доктор технических наук, заведующий кафедрой «Теоретическая
механика» Дальневосточного государственного технического
университета, профессор
И.С. Лукьянов

Кафедра «Теоретическая механика»
Хабаровского государственного технического университета
(доктор физико-математических наук, заведующий
кафедрой, профессор
Б.С. Задохин)

Теоретическая механика: Сборник задач в 3-х частях.
Т 338 Часть 2: Кинематика. – 5-е изд. / Под ред. В.И. Доронина. –
Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2002. – 87 с.: ил.

ISBN 5-262-00117-3

Пособие содержит 27 задач по кинематике, каждая задача имеет 30 вариантов. Это позволяет преподавателю выдать каждому студенту в группе индивидуальное задание на курсовую работу. Задачи, включенные в пособие, имеют простые расчетные схемы, решение их не требует каких-либо искусственных приемов и сложных математических преобразований.

Пособие составлено с целью рациональной организации самостоятельной работы студентов высших технических учебных заведений при освоении ими методики решения задач по разделу “Кинематика” курса теоретической механики. Некоторые задачи пособия могут быть использованы преподавателями для тестового контроля знаний студентов.

УДК 531(075.8)
ББК В 234

ISBN 5-262-00117-3 © Издательство Дальневосточного государственного
университета путей сообщения (ДВГУПС), 2002
© Доронин В.И., 1995
© Доронин В.И., 5-е изд., 2002

ВВЕДЕНИЕ

Для решения сложных задач кинематики студент должен ознакомиться с основными приемами исследования простых видов движения объектов, научиться определять по различным исходным данным траекторию выбранной точки движущегося тела, находить положение этой точки на траектории в заданный момент времени, определять скорость и ускорение точки.

Для приобретения опыта выполнения указанных операций студент должен самостоятельно решить определенное число простых задач, не требующих каких-либо искусственных приемов и сложных математических преобразований. Такие задачи и составляют содержание предлагаемого пособия.

Первое издание сборника задач было осуществлено в 1958 году; составителями задач, помещенных в нем, были В.И. Доронин, Н.И. Кораблев, Е.А. Савенок, Б.Н. Тюляков, Г.К. Федоров. Применение первого сборника в учебном процессе позволило улучшить организацию самостоятельной работы студентов по теоретической механике. Во втором и третьем изданиях сборника задач были отредактированы условия некоторых задач, устранены замеченные опечатки и ошибки. В этой работе принимали участие Н.Н. Бобылева, В.И. Бондаренко, В.И. Доронин, В.Ю. Иванченко, Т.П. Кустова, Т.В. Львова, Н.М. Рачек, Э.В. Соколова, Г.К. Федоров. В четвертом издании уменьшено число задач по сравнению с предыдущими изданиями (27 вместо 33), устранены замеченные опечатки и ошибки. В его подготовке к изданию приняли участие В.И. Доронин, В.Ю. Иванченко, Е.А. Кравченко, Н.М. Рачек, Э.В. Соколова, А.А. Чибуркин.

Пятое издание печатается без изменений по сравнению с четвертым.

В приведенной ниже таблице указаны номера задач первых трех изданий и соответствующие им номера задач из четвертого и пятого издания.

1–3 изд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4–5 изд.	–	1	2	3	–	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

1–3 изд.	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
4–5 изд.	–	16	17	18	19	–	20	21	22	23	24	25	26	27	–	–

1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

ЗАДАЧА № 1. Варианты 1–30

Даны уравнения движения точки (табл. 1.1).

1. Определить уравнение траектории и построить ее.
2. Определить начальное положение точки на траектории.
3. Указать моменты времени, когда точка пересекает оси координат.
4. Найти закон движения точки по траектории $s = \varphi(t)$, принимая за начало отсчета расстояний начальное положение точки.
5. Построить график движения точки.

Таблица 1.1

№ вар.	Дано			Ответ s , см
	x , см;	y , см;	t , с.	
1	$x = 3\sin \frac{\pi}{6}t - 1.5;$	$y = 4 - 4\sin \frac{\pi}{6}t$		$s = \sin \frac{\pi}{6}t$
2	$x = 6\sin \frac{\pi}{4}t - 3;$	$y = 4 - 8\sin \frac{\pi}{4}t$		$s = 10\sin \frac{\pi}{4}t$
3	$x = \frac{3}{2}\sin \frac{\pi}{6}t + 2;$	$y = 2\sin \frac{\pi}{6}t - 1$		$s = 2,5\sin \frac{\pi}{6}t$
4	$x = 6\sin \frac{\pi}{6}t - 8;$	$y = 10 - 8\sin \frac{\pi}{6}t$		$s = 10\sin \frac{\pi}{6}t$
5	$x = 3\sin \frac{\pi}{6}t - 3;$	$y = 5 + 4\sin \frac{\pi}{6}t$		$s = 5\sin \frac{\pi}{6}t$
6	$x = 4\sin \frac{\pi}{6}t - 2;$	$y = 3\sin \frac{\pi}{6}t - 3$		$s = 5\sin \frac{\pi}{6}t$
7	$x = 8\sin \frac{\pi}{4}t - 4;$	$y = 6\sin \frac{\pi}{4}t + 3$		$s = 10\sin \frac{\pi}{4}t$
8	$x = 5\sin \frac{\pi}{2}t + \frac{5}{2}\sqrt{2};$	$y = 12\sin \frac{\pi}{2}t + 6\sqrt{2}$		$s = 13\sin \frac{\pi}{2}t$
9	$x = 3\cos \frac{\pi}{6}t - 4;$	$y = 2 - 4\cos \frac{\pi}{6}t$		$s = 10\sin^2 \frac{\pi}{12}t$
10	$x = \frac{3}{2} - 3\cos \frac{\pi}{6}t;$	$y = 4\cos \frac{\pi}{6}t - 8$		$s = 10\sin^2 \frac{\pi}{12}t$
11	$x = 6\cos \frac{\pi}{6}t + 3;$	$y = 8 - 8\cos \frac{\pi}{6}t$		$s = 20\sin^2 \frac{\pi}{12}t$
12	$x = 3\cos \frac{\pi}{6}t - 1,5;$	$y = 4 - 4\cos \frac{\pi}{3}t$		$s = 10\sin^2 \frac{\pi}{12}t$

Окончание табл. 1.1

№ вар.	Дано $x, \text{ см};$ $y, \text{ см};$ $t, \text{ с.}$	Ответ $S, \text{ см}$
13	$x = 6 - 12\cos\frac{\pi}{2}t;$ $y = 5\cos\frac{\pi}{2}t + 5$	$s = 26\sin^2\frac{\pi}{4}t$
14	$x = 5\cos\frac{\pi}{2}t + 20;$ $y = 12 - 12\cos\frac{\pi}{2}t$	$s = 26\sin^2\frac{\pi}{4}t$
15	$x = 10\cos\frac{\pi}{2}t - 5;$ $y = 28 - 24\cos\frac{\pi}{2}t$	$s = 52\sin^2\frac{\pi}{4}t$
16	$x = 18 - 12\cos\frac{\pi}{2}t;$ $y = 5\cos\frac{\pi}{2}t + 7$	$s = 26\sin^2\frac{\pi}{4}t$
17	$x = 4\sin^2\frac{\pi}{4}t - 3;$ $y = 1,5 - 3\sin^2\frac{\pi}{4}t$	$s = 5\sin^2\frac{\pi}{4}t$
18	$x = 8\sin^2\frac{\pi}{4}t - 4;$ $y = 3 - 6\sin^2\frac{\pi}{4}t$	$s = 10\sin^2\frac{\pi}{4}t$
19	$x = 6\sin^2\frac{\pi}{6}t - 3;$ $y = 8\sin^2\frac{\pi}{6}t - 12$	$s = 10\sin^2\frac{\pi}{6}t$
20	$x = 12\sin^2\frac{\pi}{3}t - 9;$ $y = 5\sin^2\frac{\pi}{3}t - 2,5$	$s = 13\sin^2\frac{\pi}{3}t$
21	$x = 2\sin^2\frac{\pi}{2}t - 1;$ $y = 4 - 1,5\sin^2\frac{\pi}{2}t$	$s = 2,5\sin^2\frac{\pi}{2}t$
22	$x = 12\sin^2\frac{\pi}{2}t - 9;$ $y = 5\sin^2\frac{\pi}{2}t + 8$	$s = 13\sin^2\frac{\pi}{2}t$
23	$x = 3 - 4\sin^2\frac{3}{2}\pi t;$ $y = 3\sin^2\frac{3}{2}\pi t - 1,5$	$s = 5\sin^2\frac{3}{2}\pi t$
24	$x = 6 + 5\sin^2\frac{\pi}{4}t;$ $y = 12\sin^2\frac{\pi}{4}t - 6$	$s = 13\sin^2\frac{\pi}{4}t$
25	$x = 3 - 4\cos^2\frac{\pi}{6}t;$ $y = 3\cos^2\frac{\pi}{6}t - 1,5$	$s = 5\sin^2\frac{\pi}{6}t$
26	$x = 3\cos^2\frac{\pi}{6}t - 8;$ $y = 4\cos^2\frac{\pi}{6}t - 2$	$s = 5\sin^2\frac{\pi}{6}t$
27	$x = 12\cos^2\frac{\pi}{4}t - 3;$ $y = 5 - 5\cos^2\frac{\pi}{4}t$	$s = 13\sin^2\frac{\pi}{4}t$
28	$x = 5\cos^2\frac{\pi}{6}t - 8;$ $y = 12\cos^2\frac{\pi}{6}t - 9$	$s = 13\sin^2\frac{\pi}{6}t$
29	$x = 3\cos^2\frac{\pi}{3}t + 4;$ $y = 4\cos^2\frac{\pi}{3}t + 3$	$s = 5\sin^2\frac{\pi}{3}t$
30	$x = 8\cos^2\frac{\pi}{3}t + 6;$ $y = 6\cos^2\frac{\pi}{3}t + 3$	$s = 10\sin^2\frac{\pi}{3}t$

ЗАДАЧА № 2. Варианты 1–30

Даны уравнения движения точки (табл. 1.2).

1. Определить уравнение траектории и построить ее.
2. Определить начальное положение точки на траектории.
3. Указать моменты времени, когда точка пересекает оси координат.
4. Найти закон движения точки по траектории $s = f(t)$, принимая за начало отсчета расстояний начальное положение точки.
5. Определить время T , в течение которого точка пройдет полную окружность.

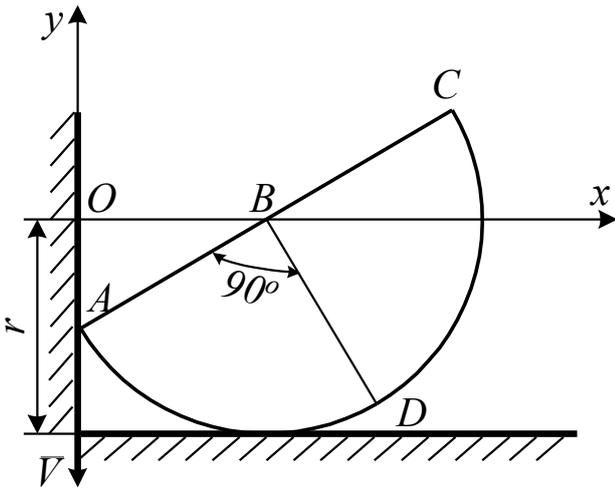
Таблица 1.2

№ вар.	Дано			Ответ	
	$x, \text{ см};$	$y, \text{ см};$	$t, \text{ с.}$	$s, \text{ см}$	$T, \text{ с}$
1	$x = 2 - 2\sin \frac{\pi}{6}t;$	$y = 1 - 2\cos \frac{\pi}{6}t$		$s = \frac{\pi}{3}t$	12
2	$x = 4 - 4\sin \frac{\pi}{6}t;$	$y = 2 - 4\cos \frac{\pi}{6}t$		$s = \frac{2}{3}\pi t$	12
3	$x = 6 - 6\sin \frac{\pi}{4}t;$	$y = 3 - 6\cos \frac{\pi}{4}t$		$s = \frac{3}{2}\pi t$	8
4	$x = 8 - 8\sin \frac{\pi}{2}t;$	$y = 4 - 8\cos \frac{\pi}{2}t$		$s = 4\pi t$	4
5	$x = 10 - 10\sin \frac{3}{2}\pi t;$	$y = 5 - 10\cos \frac{3}{2}\pi t$		$s = 15\pi t$	$\frac{4}{3}$
6	$x = 2\sin \frac{\pi}{6}t - 1;$	$y = 2\cos \frac{\pi}{6}t - 1$		$s = \frac{\pi}{3}t$	12
7	$x = 4\sin \frac{\pi}{3}t - 2;$	$y = 4\cos \frac{\pi}{3}t + 2$		$s = \frac{4}{3}\pi t$	6
8	$x = 6\sin \frac{\pi}{4}t - 3;$	$y = 6\cos \frac{\pi}{4}t - 3$		$s = \frac{3}{2}\pi t$	8
9	$x = 8\sin \frac{\pi}{2}t - 4;$	$y = 8\cos \frac{\pi}{2}t + 4$		$s = 4\pi t$	4
10	$x = 10\sin \frac{3}{2}\pi t - 5;$	$y = 10\cos \frac{3}{2}\pi t - 5$		$s = 15\pi t$	$\frac{4}{3}$
11	$x = \sin \frac{\pi}{6}t - 1;$	$y = \cos \frac{\pi}{6}t$		$s = \frac{\pi}{6}t$	12
12	$x = 2\sin \frac{\pi}{4}t - 2;$	$y = 2\cos \frac{\pi}{4}t$		$s = \frac{\pi}{2}t$	8
13	$x = 5\sin \frac{\pi}{2}t - 5;$	$y = 5\cos \frac{\pi}{2}t$		$s = 2,5\pi t$	4

Окончание табл. 1.2

№ вар.	Дано			Ответ	
	$x, \text{ см};$	$y, \text{ см};$	$t, \text{ с.}$	$s, \text{ см}$	$T, \text{ с}$
14	$x = 4\sin \frac{\pi}{3}t - 4;$	$y = 4\cos \frac{\pi}{3}t$		$s = \frac{4}{3}\pi t$	6
15	$x = 7\sin \frac{3}{2}\pi t - 7;$	$y = 7\cos \frac{3}{2}\pi t$		$s = 10,5\pi t$	$\frac{4}{3}$
16	$x = 1 + 2\sin \frac{3}{2}\pi t;$	$y = 1 + 2\cos \frac{3}{2}\pi t$		$s = 3\pi t$	$\frac{4}{3}$
17	$x = 2 + 4\sin \frac{\pi}{2}t;$	$y = 2 + 4\cos \frac{\pi}{2}t$		$s = 2\pi t$	4
18	$x = 3 + 3\sin \frac{\pi}{3}t;$	$y = 3\cos \frac{\pi}{3}t - 3$		$s = \pi t$	6
19	$x = 4 + 4\sin \frac{\pi}{4}t;$	$y = 4 + 4\cos \frac{\pi}{4}t$		$s = \pi t$	8
20	$x = 5 + 5\sin \frac{\pi}{6}t;$	$y = 5\cos \frac{\pi}{6}t - 5$		$s = \frac{5}{6}\pi t$	12
21	$x = 2\cos \frac{\pi}{6}t - 1;$	$y = 2\sin \frac{\pi}{6}t + 2$		$s = \frac{\pi}{3}t$	12
22	$x = 4\cos \frac{\pi}{4}t - 2;$	$y = 4\sin \frac{\pi}{4}t + 4$		$s = \pi t$	8
23	$x = 6\cos \frac{\pi}{3}t - 3;$	$y = 6\sin \frac{\pi}{3}t + 6$		$s = 2\pi t$	6
24	$x = 8\cos \frac{\pi}{2}t - 4;$	$y = 8\sin \frac{\pi}{2}t + 8$		$s = 4\pi t$	4
25	$x = 10\cos \frac{3}{2}\pi t - 5;$	$y = 10\sin \frac{3}{2}\pi t + 10$		$s = 15\pi t$	$\frac{4}{3}$
26	$x = \cos \frac{\pi}{6}t + 2;$	$y = \sin \frac{\pi}{6}t - 1$		$s = \frac{\pi}{6}t$	12
27	$x = 2\cos \frac{\pi}{4}t - 1;$	$y = 2\sin \frac{\pi}{4}t + 2$		$s = \frac{\pi}{2}t$	8
28	$x = 3\cos \frac{\pi}{3}t - 3;$	$y = 3\sin \frac{\pi}{3}t + 8$		$s = \pi t$	6
29	$x = 4\cos \frac{\pi}{2}t + 2;$	$y = 4\sin \frac{\pi}{2}t - 4$		$s = 2\pi t$	4
30	$x = 5\cos \frac{3}{2}\pi t - 5;$	$y = 5\sin \frac{3}{2}\pi t + 5$		$s = 7,5\pi t$	$\frac{4}{3}$

ЗАДАЧА № 3. Варианты 1, 2



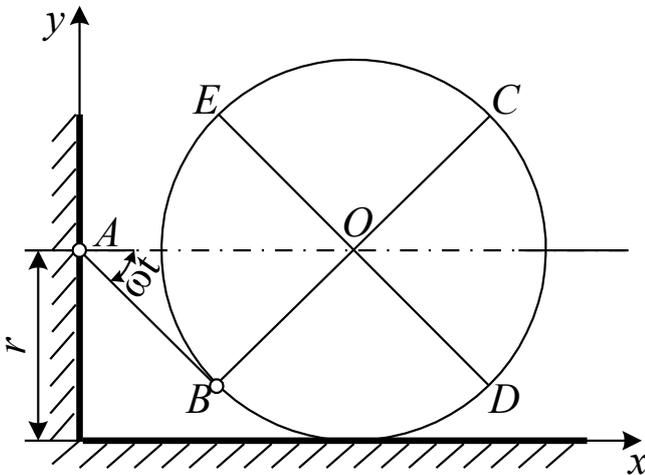
Полуцилиндр радиусом r , лежащий на горизонтальном полу, ребром A скользит по вертикальной стене с постоянной скоростью V .

В начальный момент диаметр AC был горизонтален и совпадал с осью Ox .

Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки.

№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
1	C	$x = 2\sqrt{r^2 - (Vt)^2}; y = Vt$	$x^2 + 4y^2 = 4r^2$
2	D	$x = Vt + \sqrt{r^2 - (Vt)^2}; y = -\sqrt{r^2 - (Vt)^2}$	$(x + y)^2 = r^2 - y^2$

Варианты 3–5



Стержень AB длиной r поворачивается вокруг точки A с постоянной скоростью ω . При этом он передвигает и поворачивает цилиндр радиусом r , лежащий на горизонтальном полу. В начальный момент стержень AB был горизонтален.

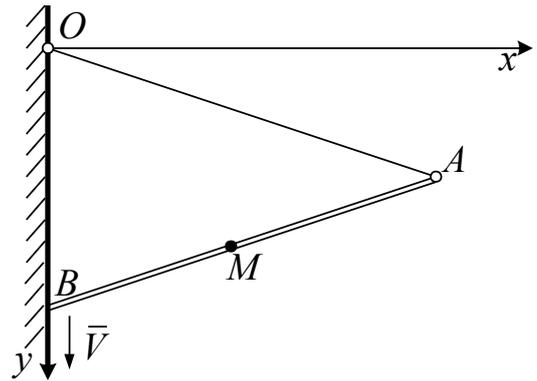
Определить уравнения движения и траекторию заданной точки.

№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
3	C	$x = 3r \cos \omega t; y = r(1 + \sin \omega t)$	$x^2 + 9(y - r)^2 = 9r^2$
4	D	$x = 2r \cos \omega t + r \sin \omega t; y = r(1 - \cos \omega t)$	$(2y + x - 2r)^2 = 2ry - y^2$
5	E	$x = 2r \cos \omega t - r \sin \omega t; y = r(1 + \cos \omega t)$	$(x + 2r - 2y)^2 = 2ry - y^2$

ЗАДАЧА № 3. Вариант 6

Стержень AB длиной ℓ скользит концом B по вертикальной стене с постоянной скоростью V , другой конец удерживается веревкой OA длиной ℓ .

Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M ($AM = \ell/2$), если в начальный момент стержень совпадал с осью Ox .

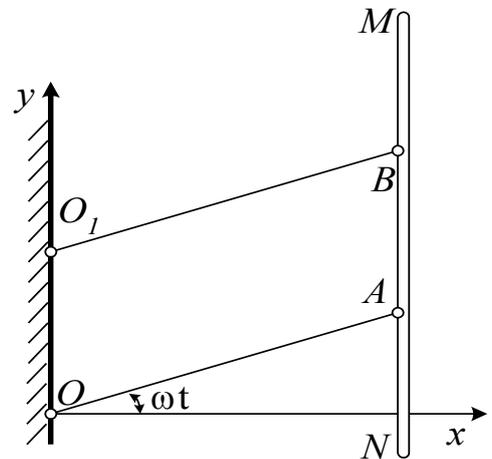


Ответ: $x = 0,25\sqrt{4\ell^2 - (Vt)^2}$, $y = 0,75 Vt$; $9x^2 + y^2 = \frac{9}{4}\ell^2$.

Варианты 7, 8

Стержень MN длиной 3ℓ шарнирно связан с кривошипами OA и O_1B длиной 2ℓ каждый. При этом $NA = AB = OO_1 = \ell$.

Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки, если кривошип OA поворачивается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω .

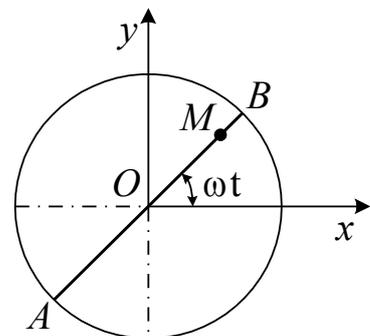


В начальный момент кривошип OA совпадает с осью Ox .

№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнения траектории
7	M	$x = 2\ell \cos \omega t$; $y = 2\ell(\sin \omega t + 1)$	$x^2 + (y - 2\ell)^2 = 4\ell^2$
8	N	$x = 2\ell \cos \omega t$; $y = \ell(2\sin \omega t - 1)$	$x^2 + (y + \ell)^2 = 4\ell^2$

Варианты 9, 10

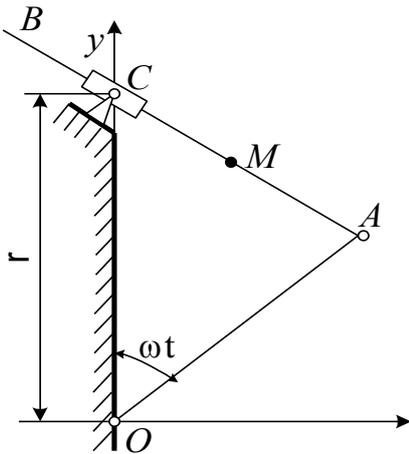
Диск радиусом r вращается в плоскости чертежа вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω . По диаметру AB диска движется точка M по закону $OM = f(t)$. Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M , если в начальный момент диаметр AB совпадал с осью Ox .



ЗАДАЧА № 3. Варианты 9, 10

№ вар.	$OM = f(t)$	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
9	$OM = r \sin \omega t$	$x = \frac{r}{2} \sin^2 \omega t; y = r \sin^2 \omega t$	$x^2 + (y - \frac{r}{2})^2 = \frac{r^2}{4}$
10	$OM = r \cos \omega t$	$x = r \cos^2 \omega t; y = \frac{r}{2} \sin^2 \omega t$	$(x - \frac{r}{2})^2 + y^2 = \frac{r^2}{4}$

Вариант 11

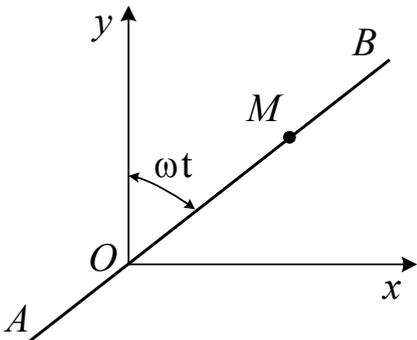


Кривошип OA длиной r поворачивается вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω и передвигает стержень AB , постоянно проходящий через точку C . По стержню AB перемещается точка M так, что всегда делит AC пополам.

Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M , если при $t = 0$ кривошип OA был вертикален.

Ответ: $x = \frac{r}{2} \sin \omega t; y = r \cos^2(\frac{1}{2} \omega t); x^2 + (y - \frac{r}{2})^2 = \frac{r^2}{4}$.

Варианты 12, 13



Прямая AB вращается в плоскости чертежа вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω . По прямой перемещается точка M по закону $OM = f(t)$.

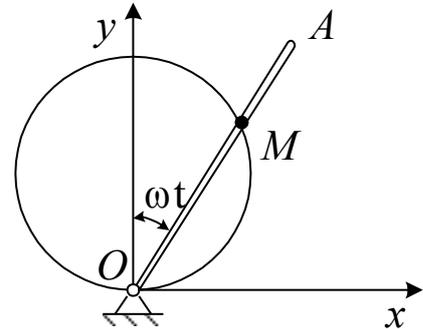
Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M , если в начальный момент прямая AB вертикальна.

№ вар.	$OM = f(t)$	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
12	$OM = l \sin \omega t$	$x = l \sin^2 \omega t; y = \frac{l}{2} \sin 2\omega t$	$(x - \frac{l}{2})^2 + y^2 = \frac{l^2}{4}$

13	$OM = \ell \cos \omega t$	$x = \frac{\ell}{2} \sin 2\omega t; y = \ell \cos^2 \omega t$	$x^2 + (y - \frac{\ell}{2})^2 = \frac{\ell^2}{4}$
----	---------------------------	---	---

ЗАДАЧА № 3. Вариант 14

На проволочной окружности радиусом r надето колечко M , через него проходит стержень OA , который поворачивается вокруг точки O с постоянной угловой скоростью.



Определить уравнения движения и уравнение траектории колечка M , если в начальный момент стержень OA был вертикален.

Ответ: $x = r \sin 2\omega t; y = 2r \cos^2 \omega t; x^2 + (y - r)^2 = r^2$.

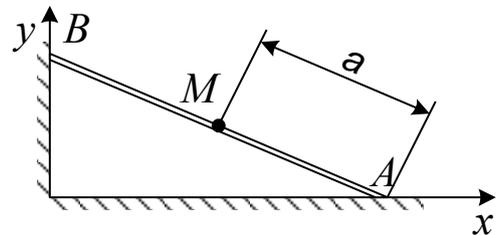
Вариант 15

В условиях варианта 14 определить уравнения движения и уравнение траектории точки K , перемещающейся по стержню OA так, что всегда она делит хорду OM пополам.

Ответ: $x = \frac{r}{2} \sin 2\omega t; y = r \cos^2 \omega t; x^2 + (y - \frac{r}{2})^2 = \frac{r^2}{4}$.

Вариант 16

Стержень AB длиной ℓ скользит концом B по вертикальной стене, а концом A – по полу, при этом $V_A = V = const$.

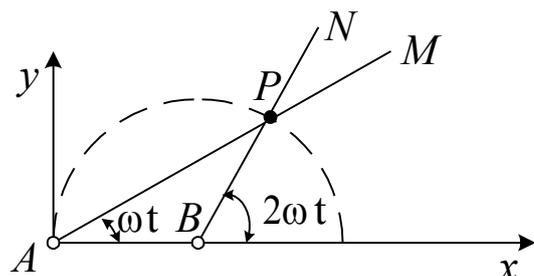


Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M , если при $t = 0$ стержень вертикален.

Ответ: $x = \frac{\ell - a}{\ell} Vt; y = \frac{a}{\ell} \sqrt{\ell^2 - (Vt)^2}; \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{(\ell - a)^2} = 1$

Вариант 17

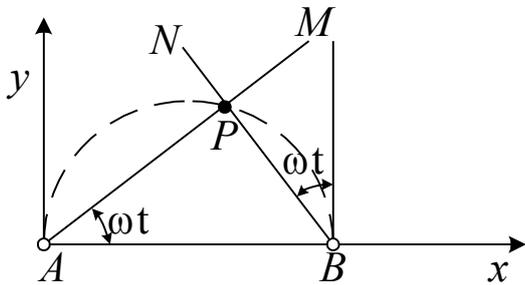
Прямые AM и BN вращаются вокруг точек A и B в одну сторону с постоянными угловыми скоростями ω и 2ω . В начальный момент обе прямые совпадают с осью x .



Определить уравнения движения и уравнение траектории точки P их пересечения. Расстояние $AB = d$.

Ответ: $x = 2d \cos^2 \omega t$; $y = d \sin 2\omega t$; $(x - d)^2 + y^2 = d^2$.

ЗАДАЧА № 3. Вариант 18



Прямые AM и BN вращаются вокруг точек A и B в одну сторону с постоянными угловыми скоростями, при этом $\omega_{AM} = \omega_{BN} = \omega$.

Определить уравнения движения и уравнение траектории точки P пересечения прямых, если в начальный момент прямая AM совпадает с осью x , а прямая BN была параллельна оси y . Расстояние $AB = d$.

Ответ: $x = d \cos^2 \omega t$; $y = \frac{d}{2} \sin 2\omega t$; $(x - \frac{d}{2})^2 + y^2 = \frac{d^2}{4}$.

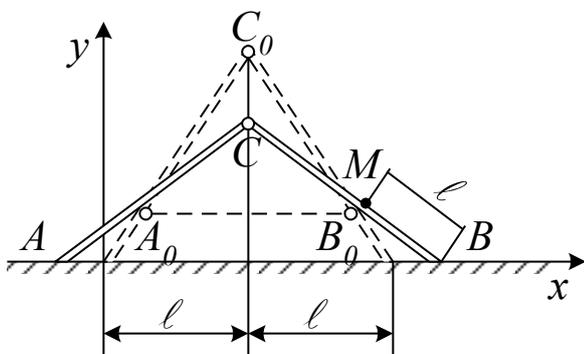
Вариант 19

В условиях варианта 18 определить уравнения движения и уравнение траектории точки P , если в начальный момент прямая AM совпадала с осью y , а прямая B – с осью x .

Обе прямые вращаются против часовой стрелки.

Ответ: $x = d \sin^2 \omega t$; $y = -\frac{d}{2} \sin 2\omega t$; $(x - \frac{d}{2})^2 + y^2 = \frac{d^2}{4}$.

Вариант 20



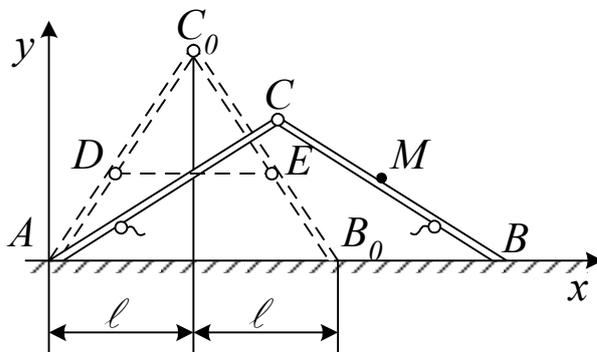
Складная лестница, стоящая на полу, в некоторый момент начинает падать вследствие разрыва веревки. При этом концы A и B лестницы скользят по полу в разных направлениях, $V_A = V_B = V = \text{const}$.

Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M . $AC = BC = 2\ell$.

Ответ: $x = \frac{3}{2}\ell + \frac{1}{2}Vt$; $y = \frac{1}{2}\sqrt{4\ell^2 - (\ell + Vt)^2}$; $(x - \ell)^2 + y^2 = \ell^2$.

ЗАДАЧА № 3. Вариант 21

Складная лестница, стоящая на полу, в некоторый момент начинает падать вследствие разрыва веревки DE ; при этом конец A лестницы остается неподвижным, а конец B скользит по полу с постоянной скоростью V .

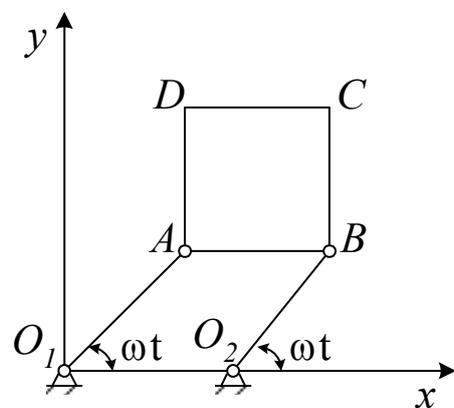


Определить уравнения движения и уравнение траектории точки M середины стороны BC , если $AC = BC = 2\ell$.

Ответ: $x = \frac{3}{2}\ell + \frac{3}{4}Vt$; $y = \frac{1}{4}\sqrt{16\ell^2 - (2\ell + Vt)^2}$; $\frac{x^2}{9\ell^2} + \frac{y^2}{\ell^2} = 1$.

Варианты 22, 23

Квадратная пластина $ABCD$ со стороной a приводится в движение двумя параллельными кривошипными O_1A и O_2B длиной a каждый. Кривошпы вращаются вокруг осей O_1 и O_2 с одинаковыми постоянными угловыми скоростями ω . При этом $O_1O_2 = a$.

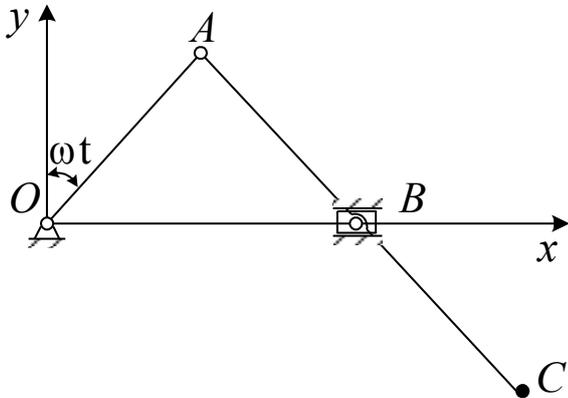


Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки, если в начальный момент сторона AB пластины совпадала с осью x .

№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
22	C	$x = a(1 + \cos \omega t); y = a(1 + \sin \omega t)$	$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$
23	D	$x = a \cos \omega t; y = a(1 + \sin \omega t)$	$x^2 + (y - a)^2 = a^2$

ЗАДАЧА № 3. Вариант 24

Кривошип OA длиной ℓ вращается вокруг оси O с постоянной



скоростью ω и приводит в движение стержень AC , точка B которого движется по горизонтали, при этом

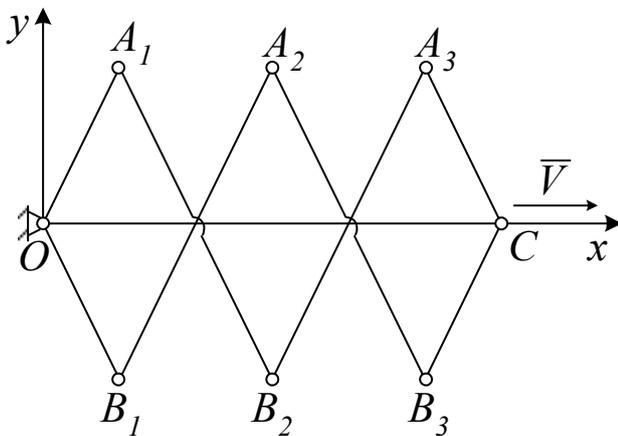
$$AB = BC = \ell.$$

Определить уравнения движения и уравнение траектории точки C , если при $t = 0$ кривошип OA был вертикален.

Ответ: $x = 3\ell \sin \omega t; y = -\ell \cos \omega t; \frac{x^2}{9\ell^2} + \frac{y^2}{\ell^2} = 1.$

Варианты 25, 26

Шарнирный механизм состоит из 4-х стержней ($OA_1; OB_1; A_3C$



и B_3C) длиной 20 см и 4-х стержней ($A_1B_2; B_1A_2; A_2B_3$ и B_2A_3) длиной 40 см. Шарнир C движется вдоль оси Ox с постоянной скоростью $V = 0,6$ м/с.

Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки, если в начальный момент расстояние $OC = 60$ см.

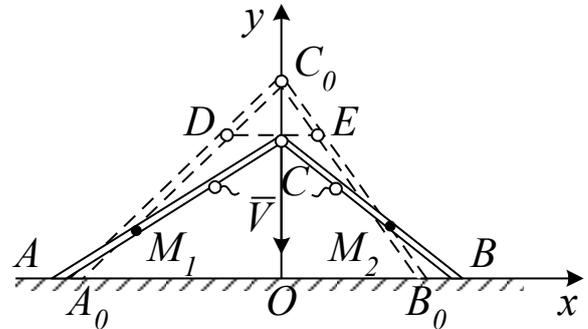
№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
25	A_2	$x = 30(1 + t); y = 10\sqrt{4 - (1 + t)^2}$	$\frac{x^2}{60^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1$

26	A_3	$x = 50(1+t); y = 10\sqrt{4-(1+t)^2}$	$\frac{x^2}{100^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1$
----	-------	---------------------------------------	--

ЗАДАЧА № 3. Варианты 27,

28

Складная лестница, стоящая на полу, в некоторый момент начинает падать вследствие разрыва веревки DE так, что шарнир C движется по оси Oy с постоянной скоростью $V = 2,4$ м/с.



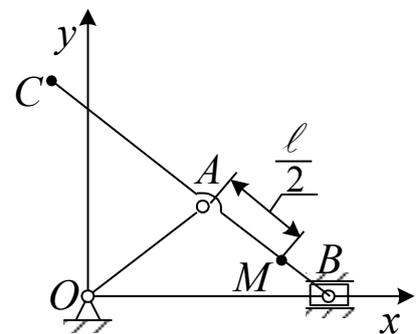
Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки, если $AC = 4$ м, $BC = 3$ м, в начальный момент угол $A_0C_0B_0 = 90^\circ$, $AM_1 = 2$ м, $BM_2 = 1,5$ м.

№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории
27	M_1	$x = -\sqrt{4 - 1,44(1-t)^2}; y = 1,2(1-t)$	$x^2 + y^2 = 4$
28	M_2	$x = 0,3\sqrt{25 - 16(1-t)^2}; y = 1,2(1-t)$	$x^2 + y^2 = 2,25$

Варианты 29, 30

Кривошип OA длиной ℓ вращается вокруг оси O с постоянной скоростью ω и приводит в движение стержень BC длиной 3ℓ , конец B которого движется по горизонтали.

Определить уравнения движения и уравнение траектории заданной точки, если в начальный момент кривошип OA совпадал с осью Ox ; $AB = \ell$.



№ вар.	Точка	Ответ	
		Уравнения движения	Уравнение траектории

29	C	$x = -\ell \cos \omega t; y = 3\ell \sin \omega t$	$\frac{x^2}{\ell^2} + \frac{y^2}{9\ell^2} = 1$
30	M	$x = \frac{3}{2}\ell \cos \omega t; y = \frac{1}{2}\ell \sin \omega t$	$\frac{x^2}{(1,5\ell)^2} + \frac{y^2}{(0,5\ell)^2} = 1$

ЗАДАЧА № 4. Варианты 1–30

Даны уравнения движения точки (табл. 1.3).

1. Определить уравнение траектории точки.
2. Определить скорость и ускорение точки при $t = 0$ и $t = 1$ с.
3. Построить траекторию и указать полученные векторы скорости и ускорения на чертеже.

Таблица 1.3

№ вар.	Дано		Ответ				
	$x = f_1(t), м$	$y = f_2(t), м$	Уравнение траектории	$V_0, м/с$	$V_1, м/с$	$a_0, м/с^2$	$a_1, м/с^2$
1	$4\sin 3\pi t^2$	$2\cos 3\pi t^2$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$	0	75,4	75,4	713
2	$5\sin \pi t^2$	$3\cos \pi t^2$	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	0	31,4	31,4	122
3	$3\sin \frac{\pi}{2}t$	$4\cos \frac{\pi}{2}t$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	4,71	6,28	9,8	7,35
4	$3t$	$2\cos \pi t$	$y = 2\cos \frac{\pi}{3}x$	3,00	3,00	19,8	19,8
5	$9\cos \frac{2}{3}\pi t$	$18\sin \frac{2}{3}\pi t$	$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{324} = 1$	37,7	24,9	39,5	71,4
6	$5+8\cos \frac{\pi}{4}t$	$4\sin \frac{\pi}{4}t$	$\frac{(x-5)^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$	3,14	4,96	4,93	3,90
7	$3+4\cos \frac{3}{4}\pi t$	$2+8\sin \frac{3}{4}\pi t$	$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{64} = 1$	18,9	14,9	22,2	35,1
8	$2+3\cos \frac{\pi}{3}t$	$3+6\sin \frac{\pi}{3}t$	$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$	6,28	4,15	3,29	5,93
9	$5-3\cos \frac{2}{3}\pi t$	$3+6\sin \frac{2}{3}\pi t$	$\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$	12,6	8,3	13,2	23,8

10	$5+2\sin\frac{\pi}{2}t$	$3-\cos\frac{\pi}{2}t$	$\frac{(x-5)^2}{4}+(y-3)^2=1$	3,14	1,57	2,46	4,93
11	$3t^2$	$2t$	$x=\frac{3}{4}y^2$	2,0	6,33	6,0	6,0
12	$5t^2$	$4t$	$x=\frac{5}{16}y^2$	4,0	10,8	10,0	10,0

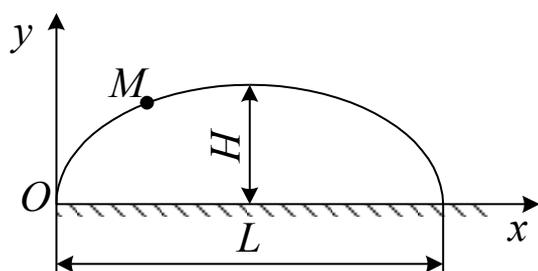
Окончание табл. 1.3

№ вар.	Дано		Ответ				
	$x = f_1(t), м$	$y = f_2(t), м$	Уравнение траектории	$V_0, м/с$	$V_1, м/с$	$a_0, м/с^2$	$a_1, м/с^2$
13	$3\sin \pi t$	$2\cos 2\pi t$	$y = 2 - \frac{4}{9}x^2$	9,41	9,41	79,0	79,0
14	$2\sin \frac{\pi}{4}t$	$3\cos \frac{\pi}{2}t$	$y = 3 - \frac{3}{2}x^2$	1,57	4,85	7,40	0,87
15	$5t$	$3t^2$	$y = \frac{3}{25}x^2$	5,0	7,8	6,0	6,0
16	$10t$	$5t^2$	$y = 0,05x^2$	10,0	14,1	10,0	10,0
17	$5t$	$3t - 5t^2$	$3x - x^2 = 5y$	5,83	8,6	10,0	10,0
18	$3t$	$4t - 3t^2$	$4x - x^2 = 3y$	5,0	3,61	6,0	6,0
19	$3t - 4t^2$	$4t$	$3y - y^2 = 4x$	5,0	6,4	8,0	8,0
20	$2t - 5t^2$	$5t$	$2y - y^2 = 5x$	5,4	9,45	10,0	10,0
21	$\cos 2\pi t$	$2\sin \pi t$	$x = 1 - \frac{1}{2}y^2$	6,28	6,28	39,5	39,5
22	$2t$	$\sin \frac{\pi}{2}t$	$y = \sin \frac{\pi}{4}x$	2,54	3,72	0	2,46
23	$4(e^t + e^{-t})$	$4(e^t - e^{-t})$	$x^2 - y^2 = 64$	8,0	15,5	8,0	15,5
24	$t + 3$	$\frac{8}{t+3}$	$xy = 8$	1,34	1,12	0,59	0,25
25	$3t + 2$	$\frac{6}{t+2}$	$(x + 4)y = 18$	3,36	3,07	1,5	0,44
26	$3(t + 2)$	$\frac{9}{t+2}$	$xy = 27$	3,75	3,16	2,25	0,67
27	$4t$	$\frac{4}{t+1}$	$(x + 4)y = 16$	5,64	4,13	8,0	1,0

28	$e^t + e^{-t}$	$e^t - e^{-t}$	$x^2 - y^2 = 4$	2,0	3,88	2,0	3,88
29	$2(e^t + e^{-t})$	$2(e^t - e^{-t})$	$x^2 - y^2 = 16$	4,0	7,76	4,0	7,76
30	$3 \cos \frac{\pi}{2} t$	t	$x = 3 \cos \frac{\pi}{2} y$	1,0	4,82	7,4	0

ЗАДАЧА № 5. Варианты 1–6

Даны уравнения движения снаряда, вылетевшего из ствола орудия.



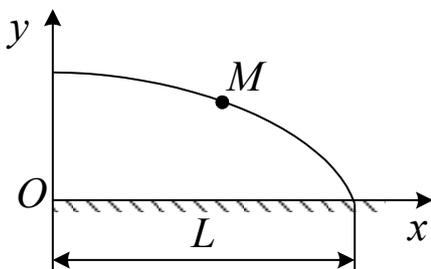
Определить:

- 1) высоту полета H и дальность обстрела L ;
- 2) скорость снаряда в момент падения;
- 3) ускорение снаряда.

№ вар.	Дано	Ответ			
	$x; y, м; t, с.$	$H, м$	$L, м$	$V, м/с$	$a, м/с^2$
1	$x = 250 t; y = 433t - 4,9 t^2$	9550	22100	500	9,8
2	$x = 605 t; y = 350t - 4,9 t^2$	6250	43200	700	9,8
3	$x = 566 t; y = 566t - 4,9 t^2$	16400	65300	800	9,8
4	$x = 450 t; y = 777t - 4,9 t^2$	30800	71200	900	9,8
5	$x = 500 t; y = 866t - 4,9 t^2$	38200	88400	1000	9,8
6	$x = 519 t; y = 300t - 4,9 t^2$	4500	31800	600	9,8

Варианты 7–12

Даны уравнения движения груза, сброшенного с самолета.



Определить:

- 1) время T и дальность L полета груза;
- 2) скорость груза в момент падения;
- 3) ускорение груза.

№ вар.	Дано	Ответ			
	$x, y, м; t, с.$	$T, с$	$L, м$	$V, м/с$	$a, м/с^2$

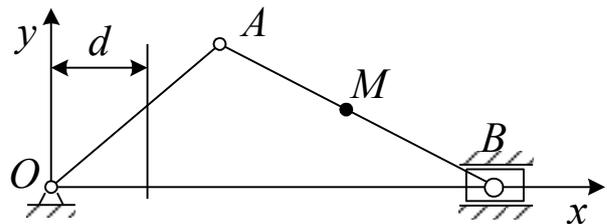
7	$x = 40t; y = 3000 - 4,9t^2$	24,8	990	245	9,8
8	$x = 50t; y = 2500 - 4,9t^2$	22,6	1150	225	9,8
9	$x = 60t; y = 2000 - 4,9t^2$	20,2	1210	207	9,8
10	$x = 70t; y = 2500 - 4,9t^2$	22,6	1575	232	9,8
11	$x = 80t; y = 2000 - 4,9t^2$	20,2	1615	214	9,8
12	$x = 90t; y = 1500 - 4,9t^2$	17,5	1570	194	9,8

ЗАДАЧА № 5. Варианты 13–18

Даны уравнения движения точки M кривошипно-шатунного механизма.

Определить:

- уравнение траектории точки;
- скорость и ускорение точки в момент, когда она пересекает прямую $x = d$.



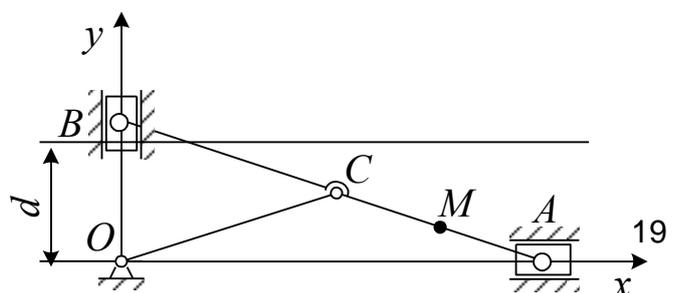
№ вар.	Дано			Ответ		
	$x = f_1(t)$, см	$y = f_2(t)$, см	d , см	Уравнение траектории	V , см/с	a , см/с ²
13	$40\sin \frac{\pi}{2}t$	$30\cos \frac{\pi}{2}t$	20	$\frac{x^2}{40^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$	59,4	80,7
14	$100\sin \frac{\pi}{4}t$	$80\cos \frac{\pi}{4}t$	50	$\frac{x^2}{100^2} + \frac{y^2}{80^2} = 1$	75,0	52,7
15	$120\sin \frac{\pi}{3}t$	$60\cos \frac{\pi}{3}t$	60	$\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{60^2} = 1$	113,3	87,0
16	$60\cos \frac{\pi}{6}t$	$30\sin \frac{\pi}{6}t$	30	$\frac{x^2}{60^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$	28,4	10,75
17	$50\cos \frac{\pi}{4}t$	$40\sin \frac{\pi}{4}t$	25	$\frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1$	37,5	26,4
18	$80\cos \frac{\pi}{2}t$	$60\sin \frac{\pi}{2}t$	40	$\frac{x^2}{80^2} + \frac{y^2}{60^2} = 1$	118,5	161,5

Варианты 19–24

Даны уравнения движения точки M линейки эллипсографа.

Определить:

- уравнение траектории точки;



2) скорость и ускорение точки B в момент, когда она пересекает прямую $y = d$.

№ вар.	Дано			Ответ		
	$x = f_1(t)$, см	$y = f_2(t)$, см	d , см	Уравнение траектории	V , см/с	a , см/с ²
19	$20\sin \frac{\pi}{2}t$	$40\cos \frac{\pi}{2}t$	20	$\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1$	56,5	65,2

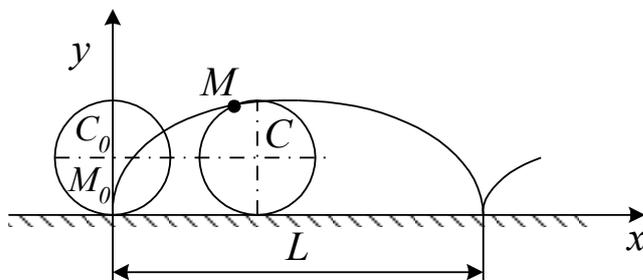
ЗАДАЧА № 5. Варианты 20–24

№ вар.	Дано			Ответ		
	$x = f_1(t)$, см	$y = f_2(t)$, см	d , см	Уравнение траектории	V , см/с	a , см/с ²
20	$30\sin \frac{\pi}{3}t$	$18\cos \frac{\pi}{3}t$	9	$\frac{x^2}{30^2} + \frac{y^2}{18^2} = 1$	22,6	30,1
21	$10\sin \frac{\pi}{4}t$	$12\cos \frac{\pi}{4}t$	6	$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1$	9,05	6,46
22	$10\cos 2\pi t$	$16\sin 2\pi t$	8	$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{16^2} = 1$	92,5	465,0
23	$30\cos \frac{\pi}{6}t$	$24\sin \frac{\pi}{6}t$	12	$\frac{x^2}{30^2} + \frac{y^2}{24^2} = 1$	13,4	7,83
24	$20\cos \frac{\pi}{4}t$	$24\sin \frac{\pi}{4}t$	12	$\frac{x^2}{20^2} + \frac{y^2}{24^2} = 1$	18,1	13,0

Варианты 25–30

Даны уравнения движения точки M колеса, катящегося без скольжения по рельсу.

Определить скорость и ускорение точки в наивысшем ее положении на траектории. Найти также расстояние L , которое пройдет центр колеса за один оборот.



№	Дано	Ответ
---	------	-------

вар.	$x, y, м; t, с$	$V, м/с$	$a, м/с^2$	$L, м$
25	$x = 20t - \sin 20t; y = 1 - \cos 20t$	40	400	6,28
26	$x = 15t - \sin 15t; y = 1 - \cos 15t$	30	225	6,28
27	$x = 30t - 1,5 \sin 20t; y = 1,5 (1 - \cos 20t)$	60	600	9,42
28	$x = 15t - 1,5 \sin 10t; y = 1,5 (1 - \cos 10t)$	30	150	9,42
29	$x = 18t - 1,8 \sin 10t; y = 1,8 (1 - \cos 10t)$	36	180	11,3
30	$x = 16t - 1,6 \sin 10t; y = 1,6 (1 - \cos 10t)$	32	160	10,05

ЗАДАЧА № 6. Варианты 1–30

Дан закон движения точки по окружности радиусом r (табл. 1.4).

Определить:

- 1) скорость и ускорение точки при $t = 0$ и $t = 10$ с;
- 2) моменты остановки точки;
- 3) путь, пройденный точкой за 10 секунд.

Таблица 1.4

№ вар.	Дано		Ответ						
	$S, см; t, с$	$R, м$	$V_0, см/с$	$a_0, см/с^2$	$V, см/с$	$a, см/с^2$	$t_1, с$	$t_2, с$	$\Pi, см$
1	$S = t^3 - 10,5t^2 + 30t + 15$	3	30	21,2	120	62,4	2	5	277
2	$S = t^3 - 7,5t^2 + 12t - 28$	4	12	15,0	162	79,6	1	4	397
3	$S = t^3 - 12t^2 + 36t - 12$	2	36	24,9	96	58,5	2	6	224
4	$S = 2t^3 - 33t^2 + 144t + 20$	1	144	218,0	84	88,9	3	8	390
5	$S = t^3 - 19,5t^2 + 120t + 40$	1	120	149,0	30	22,9	5	8	277
6	$S = 2t^3 - 27t^2 + 108t - 36$	3	108	66,5	168	115,0	3	6	434
7	$S = t^3 - 15t^2 + 72t + 20$	1	72	59,9	72	59,9	4	6	228
8	$S = t^3 - 21t^2 + 120t - 30$	2	120	83,4	0	18,0	4	10	316
9	$S = t^3 - 15t^2 + 48t - 16$	1	48	37,8	48	37,8	2	8	196
10	$S = t^3 - 9t^2 + 24t - 20$	4	24	18,1	144	66,5	2	4	348
11	$S = t^3 - 9t^2 + 15t - 15$	3	15	18,1	135	73,9	1	5	314
12	$S = t^3 - 15t^2 + 63t + 42$	1	63	49,7	63	49,7	3	7	194
13	$S = t^3 - 6t^2 + 9t - 18$	6	9	12,0	189	76,5	1	3	498

14	$S = t^3 - 18t^2 + 96t + 48$	3	96	47,3	36	24,4	4	8	224
15	$S = t^3 - 10,5t^2 + 18t - 30$	2	18	21,3	108	70,1	1	6	255
16	$S = t^3 - 12t^2 + 45t - 15$	2	45	26,0	105	65,8	3	5	258
17	$S = t^3 - 13,5t^2 + 42t - 24$	2	42	28,4	72	41,9	2	7	195
18	$S = t^3 - 19,5t^2 + 108t + 40$	3	108	55,1	18	21,3	4	9	235
19	$S = t^3 - 30t^2 + 288t - 60$	6	288	151,0	12	0,24	8	12	912

Окончание табл. 1.4

№ вар.	Дано		Ответ						
	$S, \text{ см}; t, \text{ с}$	$R, \text{ м}$	$V_0, \text{ см/с}$	$a_0, \text{ см/с}^2$	$V, \text{ см/с}$	$a, \text{ см/с}^2$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$\Pi, \text{ см}$
20	$S = t^3 - 12t^2 + 21t + 36$	2	21	24,1	81	48,7	1	7	226
21	$S = t^3 - 21t^2 + 135t - 25$	4	135	62,0	15	18,0	5	9	314
22	$S = t^3 - 27t^2 + 216t + 46$	7	216	85,7	-24	6,1	6	12	620
23	$S = t^3 - 18t^2 + 105t - 64$	3	105	51,5	45	24,9	5	7	258
24	$S = t^3 - 18t^2 + 81t + 20$	2	81	48,7	21	24,1	3	9	226
25	$S = t^3 - 13,5t^2 + 24t - 40$	1	24	28,0	54	44,1	1	8	233
26	$S = t^3 - 16,5t^2 + 84t + 30$	2	84	48,3	54	30,7	4	7	317
27	$S = t^3 - 24t^2 + 189t + 60$	7	189	70,0	9	12,0	7	9	498
28	$S = t^3 - 25,5t^2 + 180t + 45$	5	180	82,5	-30	9,2	5	12	525
29	$S = t^3 - 25,5t^2 + 210t - 25$	8	210	75,1	0	9,0	7	10	577
30	$S = t^3 - 22,5t^2 + 162t - 15$	5	162	69,3	12	15,0	6	9	397

ЗАДАЧА № 7. Варианты 1–30

Определить касательное и нормальное ускорения, радиус кривизны траектории точки для заданного момента времени (табл. 1.5).

Таблица 1.5

№ вар.	Дано		Ответ		
	$x, y, \text{ м}; t, \text{ с}$	$t, \text{ с}$	$a_\tau, \text{ м/с}^2$	$a_n, \text{ м/с}^2$	$\rho, \text{ м}$
1	$x = \ell(\sin t - \cos t); y = \ell(\sin t + \cos t)$	t	0	$\ell\sqrt{2}$	$\ell\sqrt{2}$
2	$x = 2 \cos^2 kt; y = \sin 2kt$	t	0	$4k^2$	1
3	$x = 2t; y = t^2$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$

4	$x = \sin t - \cos t; y = 2(\sin t + \cos t)$	$\frac{\pi}{4}$	0	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
5	$x = 300t; y = 400t - 5t^2$	40	0	10	9000
6	$x = 40t; y = 4,9t^2$	1	2,34	9,5	178
7	$x = 2t; y = 4t - 5t^2$	2	9,93	1,24	210
8	$x = 10t - 0,5\sin 10t; y = 1 - 0,5\cos 10t$	$\frac{\pi}{10}$	0	50	4,5
9	$x = 1 - \cos 20t; y = 20t - \sin 20t$	$\frac{\pi}{4}$	0	400	4

Окончание табл. 1.5

№ вар.	Дано		Ответ		
	$x; y, м; t, с$	$t, с$	$a_x, м/с^2$	$a_y, м/с^2$	$\rho, м$
10	$x = 3t; y = 4t; z = 2,5t^2$	t	$\frac{5t}{\sqrt{1+t^2}}$	$\frac{5t}{\sqrt{1+t^2}}$	$5\sqrt{(1+t^2)^3}$
11	$x=2(\sin \pi t + \cos \pi t); y=2(\cos \pi t - \sin \pi t)$	t	0	$2\pi^2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$
12	$x = 20t - \sin 20t; y = 1 - \cos 20t$	t	$400\cos 10t$	$400\sin 10t$	$4\sin 10t$
13	$x = 2(\sin \pi t - \cos \pi t); y=4(\sin \pi t + \cos \pi t)$	$\frac{1}{2}$	$1,2\sqrt{5}\pi^2$	$1,6\sqrt{5}\pi^2$	$2,5\sqrt{5}$
14	$x = t - 0,5\sin 2t; y = \sin^2 t$	t	$2\cos t$	$2\sin t$	$2\sin t$
15	$x = 2\sin 2t; y = 2\cos 2t; z = 4t^2$	$\sqrt{2}$	$\frac{16}{3}\sqrt{2}$	$\frac{8}{3}\sqrt{10}$	$5,4\sqrt{10}$
16	$x = \sin^3 t; y = \cos^3 t$	t	$3\cos 2t$	$1,5\sin 2t$	$\frac{3}{2}\sin 2t$
17	$x = \sin t + \sqrt{3}\cos t; y = \sqrt{3}\sin t + \cos t$	$\frac{\pi}{2}$	$\sqrt{3}$	1	4
18	$x = \sqrt{2}\cos t; y = \cos t + \sin t$	$\frac{\pi}{4}$	1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
19	$x = \sin t - \cos t; y = \sin t + \cos t; z = t$	t	0	$\sqrt{2}$	$1,5\sqrt{2}$
20	$x = \sqrt{3}\cos t - \sin t; y = \sqrt{3}\cos t + \sin t$	$\frac{\pi}{4}$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{4}{\sqrt{3}}$
21	$x = 3t^2; y = 3t - t^3$	1	6	6	6
22	$x = \cos^3 t; y = \sin^3 t$	t	$3\cos 2t$	$1,5\sin 2t$	$\frac{3}{2}\sin 2t$
23	$x = \cos t + t \sin t; y = \sin t - t \cos t$	t	1	t	t
24	$x = 2\cos t - \cos 2t; y = 2\sin t - \sin 2t$	t	$2\cos \frac{t}{2}$	$6\sin \frac{t}{2}$	$\frac{8}{3}\sin \frac{t}{2}$

25	$x = 3\sin 2t; y = 4\cos 2t$	$\frac{\pi}{2}$	0	16	2,25
26	$x = 10t - \sin 10t; y = 1 - \cos 10t$	t	$100\cos 5t$	$100\sin 5t$	$4\sin 5t$
27	$x = 6\sin t; y = 8\cos t$	$\frac{\pi}{2}$	0	6	10,66
28	$x = 4t - \sin 4t; y = 1 - \cos 4t$	t	$16\cos 2t$	$16\sin 2t$	$4\sin 2t$
29	$x = \sqrt{3} \cos t - \sin t; y = \cos t + \sqrt{3} \sin t$	t	0	2	2
30	$x = \sqrt{3} \cos t - \sin t; y = \cos t - \sqrt{3} \sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$-\sqrt{3}$	1	4

2. КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ

ЗАДАЧА № 8. Варианты 1–7

Найти закон вращения тела вокруг оси, если известны следующие данные:

- 1) характер изменения углового ускорения ε ;
- 2) начальный угол поворота φ_0 ;
- 3) начальная угловая скорость ω_0 ;
- 4) угол поворота φ_t (или угловая скорость ω_t) для заданного момента времени t .

№ вар.	Дано						Ответ $\varphi, \text{рад.}; t, c$
	$\varepsilon, 1/c^2; t, c$	$\varphi_0, \text{рад.}$	$\omega_0, 1/c$	t, c	$\varphi_t, \text{рад.}$	$\omega_t, 1/c$	
1	ε пропорционально t^2	2π	0	10	–	40π	$\varphi = 0,01\pi^4 + 2\pi$
2	ε пропорционально t	12π	80π	10	–	380π	$\varphi = \pi^3 + 80\pi + 12\pi$
3	ε пропорционально t^2	0	0	2	160	–	$\varphi = 10t^4$
4	ε пропорционально t^2	2π	0	4	258π	–	$\varphi = \pi^4 + 2\pi$
5	ε пропорционально t	0	0	10	2000	–	$\varphi = 12t^3$
6	$\varepsilon = \text{const}$	π	π	10	–	21π	$\varphi = \pi^2 + \pi + \pi$
7	ε пропорционально $(t^2 + 1)$	0	3	1	–	19	$\varphi = t^4 + 6t^2 + 3t$

Варианты 8–14

Найти закон вращения тела вокруг оси, если известны следующие данные:

- 1) закон изменения углового ускорения ε ;
- 2) начальный угол поворота φ_0 ;
- 3) угловая скорость φ_t для заданного момента времени t .

ЗАДАЧА № 8. Варианты 8–14

№ вар.	Дано				Ответ $\varphi, \text{рад.}; t, c$
	$\varepsilon, 1/c^2; t, c$	$\varphi_0, \text{рад.}$	t, c	$\omega_t, 1/c$	
8	$\varepsilon = 6t + 12$	10	0	0	$\varphi = t^3 + 6t^2 + 10$
9	$\varepsilon = 12t^2 + 6$	0	1	11	$\varphi = t^4 + t^3 + 4t$
10	$\varepsilon = 4 + 6t$	0	5	100	$\varphi = t^3 + 2t^2 + 5t$
11	$\varepsilon = 12t$	0	2	32	$\varphi = 2t^3 + 8t$
12	$\varepsilon = 4\sin 2t$	3	$\frac{\pi}{4}$	0	$\varphi = 3 - \sin 2t$
13	$\varepsilon = \pi^2 \sin \pi t$	0	2	3	$\varphi = 4\pi t - \sin \pi t$
14	$\varepsilon = \pi^2 \cos \pi t$	9	2	0	$\varphi = 10 - \cos \pi t$

Варианты 15–20

Найти закон вращения тела вокруг оси, если известны следующие данные: 1) характер изменения угловой скорости ω ; 2) начальный угол поворота φ_0 ; 3) угол поворота φ_t (или угловое ускорение ε_t) для заданного момента времени t .

№ вар.	Дано					Ответ $\varphi, \text{рад.}; t, c$
	$\omega, 1/c; t, c$	$\varphi_0, \text{рад.}$	t, c	$\varphi_t, \text{рад.}$	$\varepsilon_t, 1/c^2$	
15	ω пропорционально t^2	3	2	31	–	$\varphi = 3,5t^3 + 3$

16	ω пропорционально t	4π	10	204π	–	$\varphi = 2\pi(t^2+2)$
17	ω пропорционально t^2	0	1	–	60	$\varphi = 10t^3$
18	ω пропорционально $\sin t$	2π	0	–	-2π	$\varphi = 2\pi(1+\cos t)$
19	ω пропорционально $\cos \pi$	2	0,5	–	$-\pi^2$	$\varphi = \sin \pi + 2$
20	ω пропорционально $(t+1)$	0	10	600	–	$\varphi = 5t^2+10t$

ЗАДАЧА № 8. Варианты 21–25

Найти закон вращения тела вокруг оси, если известен закон изменения угловой скорости ω и угол поворота φ_t для заданного момента времени t .

№ вар.	Дано			Ответ
	$\omega, 1/c; t, c$	t, c	$\varphi_t, \text{рад.}$	$\varphi, \text{рад.}; t, c$
21	$\omega = 3t^2 + 4$	3	40	$\varphi = t^3 + 4t + 1$
22	$\omega = 6t^2 + 3$	2	24	$\varphi = 2t^3 + 3t + 2$
23	$\omega = 4t^3 + 3t^2 + 4$	1	5	$\varphi = t^4 + t^3 + 4t - 1$
24	$\omega = 6t^2 + 2t$	2	24	$\varphi = 2t^3 + t^2 + 4$
25	$\omega = 4\pi \sin \pi t$	4	3	$\varphi = 4 - \cos \pi t$

Варианты 26–30

Найти закон вращения тела вокруг оси, если известен характер изменения угла поворота φ и дано угловое ускорение ε_t для момента времени t .

№ вар.	Дано			Ответ
	$\varphi, 1/c; t, c$	t, c	$\varepsilon_t, 1/c^2$	$\varphi, \text{рад.}; t, c$
26	φ пропорционален t^3	10	600	$\varphi = 10t^3$

27	φ пропорционален $\cos \pi t$	1	$4\pi^2$	$\varphi = 4 \cos \pi t$
28	φ пропорционален t^4	2	48	$\varphi = t^4$
29	φ пропорционален $\sin \pi t$	0,5	$-\pi^3$	$\varphi = \pi \sin \pi t$
30	φ пропорционален $(t^3 + t^2)$	1	32	$\varphi = 4(t^3 + t^2)$

ЗАДАЧА № 9. Варианты 1–30

Колесо диаметром 60 см вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости колеса, согласно заданному уравнению (табл. 2.1).

Определить скорость и ускорение точки обода колеса в конце второй секунды.

Таблица 2.1

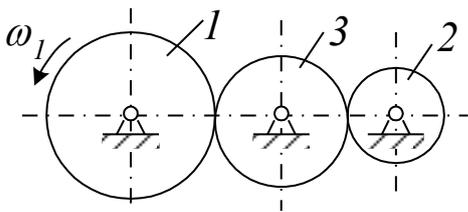
№ вар.	Дано	Ответ			№ вар.	Дано	Ответ		
	$\varphi, \text{рад}; t, \text{с}$	$V, \text{см/с}$	$a_\tau, \text{см/с}^2$	$a_n, \text{см/с}^2$		$\varphi, \text{рад}; t, \text{с}$	$V, \text{см/с}$	$a_\tau, \text{см/с}^2$	$a_n, \text{см/с}^2$
1	$\varphi = 2t^2 + 3$	240	120	1920	16	$\varphi = 2t^2 + 4t^3$	1680	1660	94080
2	$\varphi = 14 + 3t^2$	360	180	4320	17	$\varphi = 4t^2 - \frac{2}{5}t^3$	336	96	3763
3	$\varphi = 14t - 2t^2$	180	-120	1080	18	$\varphi = t^3 + t^2 + t + 1$	510	420	8670
4	$\varphi = 20 + 20t - t^3$	240	-360	1920	19	$\varphi = \frac{1}{100}t^4 + t$	39,6	14,4	52,2
5	$\varphi = 40t - 2t^4$	720	2880	17280	20	$\varphi = 2t^2 - 4t + 3$	120	120	480
6	$\varphi = 1 + 5t^2 - t^3$	240	-60	1920	21	$\varphi = 3t^3 - 2t$	1020	1080	34680
7	$\varphi = t^3 - 1$	360	360	4320	22	$\varphi = 4t^3$	1440	1440	69120
8	$\varphi = t^2 + 2t^3 - 4$	8,4	780	23520	23	$\varphi = 2t + 3t^2 - 2t^3$	-300	-540	3000
9	$\varphi = 2 + 10t - t^2$	180	-60	1080	24	$\varphi = \sin \pi t$	30π	0	$30\pi^2$
10	$\varphi = 10 \sin \frac{\pi}{4} t + t^2$	30	-184	30	25	$\varphi = \sin \left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{6} \right)$	3,05	-4,5	0,31

11	$\varphi = 20\cos\frac{\pi}{4}t + t^2$	-351	60	4110	26	$\varphi = \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{4}\right)$	-4,1	-7,95	0,75
12	$\varphi = 2\sin\frac{\pi}{8}t + 3$	16,7	-6,5	9,3	27	$\varphi = \sin\frac{\pi}{6}t + t$	37,8	-7,2	48
13	$\varphi = 20\sin\frac{\pi}{8}t$	165	-66	907	28	$\varphi = \cos\frac{\pi}{8}t + t$	21,6	-3,3	15,6
14	$\varphi = 30\cos\frac{\pi}{6}t$	408	-123	5550	29	$\varphi = \frac{40}{t} - t^2$	180	-360	1080
15	$\varphi = 3 + 4\sin\frac{\pi}{6}t$	31,5	-28,5	33	30	$\varphi = \frac{20}{t^2} - 4t$	30	-225	30

ЗАДАЧА № 10. Варианты 1–6

Определить угловую скорость зубчатого колеса 2 и указать на чертеже направление его вращения, если известна угловая скорость $\omega_1 = 10$ 1/с. Радиусы зубчатых колес указаны на чертеже.

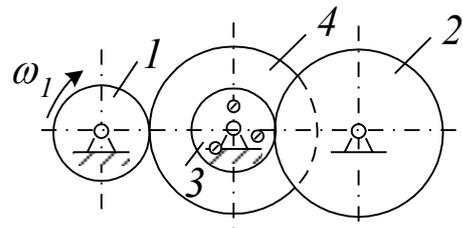
№ 10 – 1



$$r_1 = 1,4 r_2$$

Ответ: $\omega_2 = 14$ 1/с.

№ 10 – 2

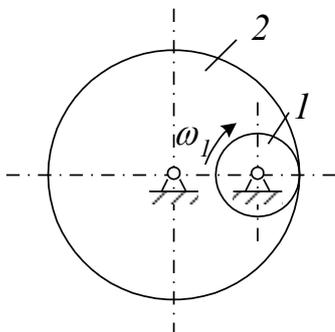


$$r_1 = 30 \text{ см}; r_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_3 = 25 \text{ см}; r_4 = 60 \text{ см}.$$

Ответ: $\omega_2 = 2,5$ 1/с.

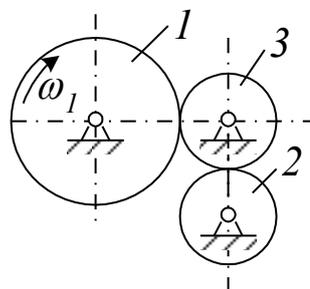
№ 10 – 3



$$r_1 = 20 \text{ см}; r_2 = 50 \text{ см}.$$

Ответ: $\omega_2 = 4$ 1/с.

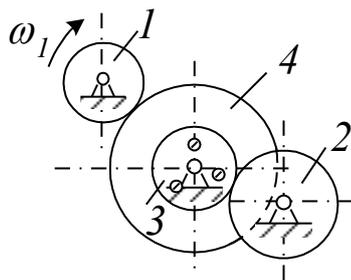
№ 10 – 4



$$r_1 = 40 \text{ см}; r_2 = 20 \text{ см}$$

Ответ: $\omega_2 = 20$ 1/с.

№ 10 – 5



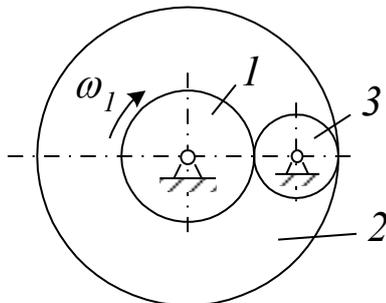
$$r_1 = 10 \text{ см}; r_2 = 14 \text{ см};$$

$$r_3 = 12 \text{ см}; r_4 = 20 \text{ см}.$$

Ответ: $\omega_2 = 4,3 \text{ 1/с}$.

ЗАДАЧА № 10. Варианты 7, 8

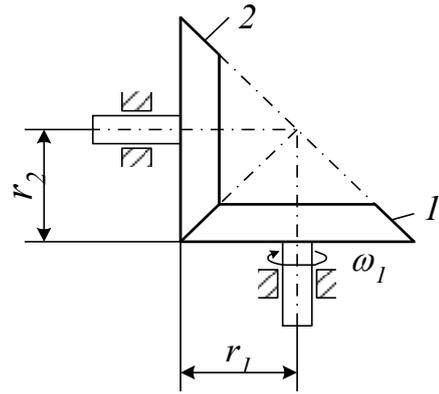
№ 10 – 7



$$r_1 = 15 \text{ см}; r_2 = 40 \text{ см}.$$

Ответ: $\omega_2 = 3,75 \text{ 1/с}$.

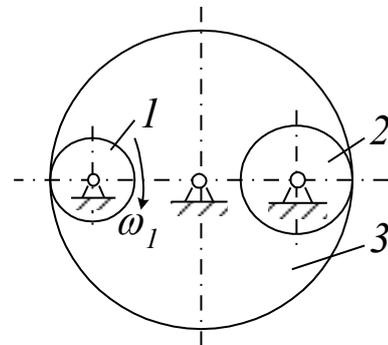
№ 10 – 6



$$r_1 = 1,1r_2$$

Ответ: $\omega_2 = 11,0 \text{ 1/с}$.

№ 10 – 8



$$r_1 = 12 \text{ см}; r_2 = 15 \text{ см}.$$

Ответ: $\omega_2 = 8 \text{ 1/с}$.

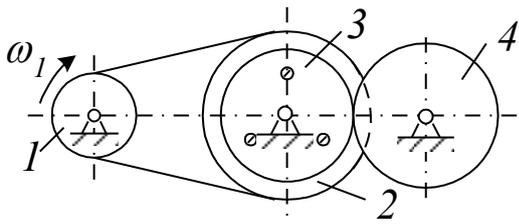
Варианты 9, 10

Колесо 3 зубчатой передачи приводится во вращение посредством ременной передачи, шкив 2 который жестко связан с колесом 3.

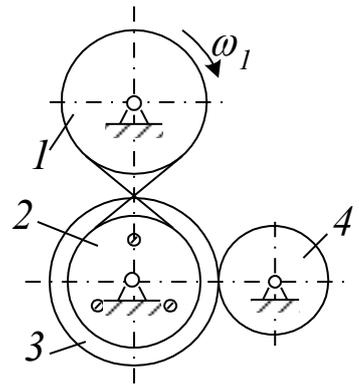
Определить угловую скорость зубчатого колеса 4, если угловая скорость шкива 1 ременной передачи равна 10 1/с .

№ 10 – 9

№ 10 – 10



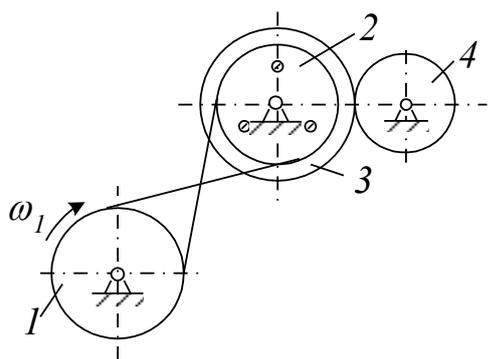
$r_1 = 20 \text{ см}; \quad r_2 = 50 \text{ см};$
 $r_3 = 25 \text{ см}; \quad r_4 = 50 \text{ см}.$
 Ответ: $\omega_4 = 2 \text{ 1/с}.$



$r_1 = 20 \text{ см}; \quad r_2 = 20 \text{ см};$
 $r_3 = 30 \text{ см}; \quad r_4 = 15 \text{ см}.$
 Ответ: $\omega_4 = 20 \text{ 1/с}.$

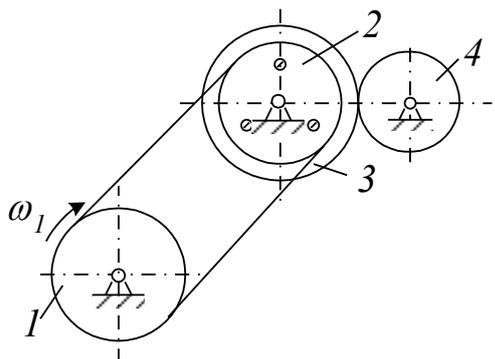
ЗАДАЧА № 10. Варианты 11–16

№ 10 – 11



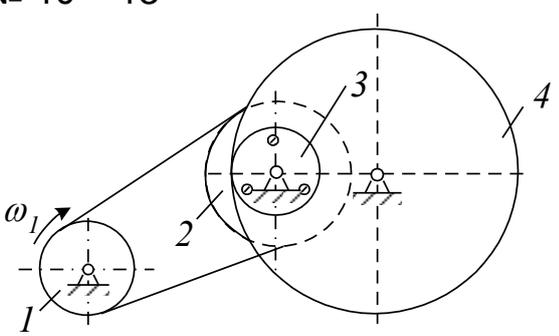
$r_1 = 30 \text{ см}; \quad r_2 = 20 \text{ см};$
 $r_3 = 40 \text{ см}; \quad r_4 = 20 \text{ см}.$
 Ответ: $\omega_4 = 30 \text{ 1/с}.$

№ 10 – 12

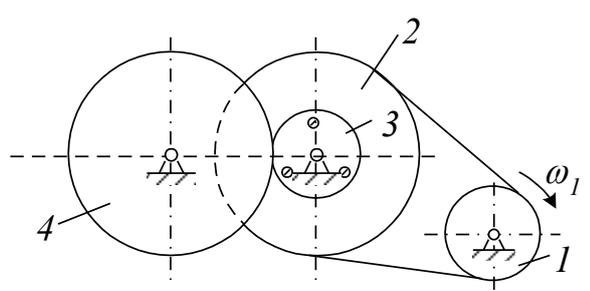


$r_1 = 20 \text{ см}; \quad r_2 = 30 \text{ см};$
 $r_3 = 40 \text{ см}; \quad r_4 = 20 \text{ см}.$
 Ответ: $\omega_4 = \frac{40}{3} \text{ 1/с}.$

№ 10 – 13



№ 10 – 14



$$r_1 = 12,5 \text{ см}; \quad r_2 = 25 \text{ см};$$

$$r_3 = 15 \text{ см}; \quad r_4 = 45 \text{ см}.$$

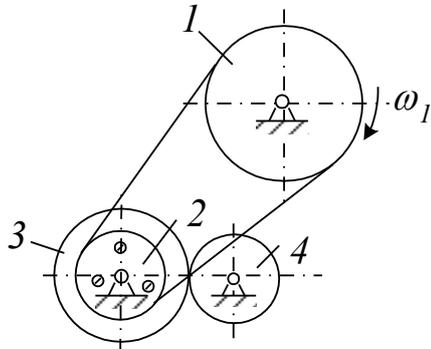
$$\text{Ответ: } \omega_4 = \frac{5}{3} \text{ 1/с.}$$

$$r_1 = 20 \text{ см}; \quad r_2 = 40 \text{ см};$$

$$r_3 = 15 \text{ см}; \quad r_4 = 45 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } \omega_4 = \frac{5}{3} \text{ 1/с.}$$

№ 10 – 15

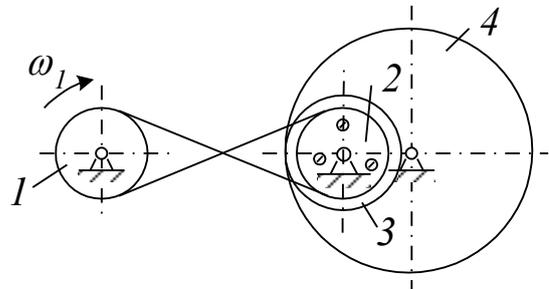


$$r_1 = r_3 = 40 \text{ см};$$

$$r_2 = r_4 = 20 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } \omega_4 = 40 \text{ 1/с.}$$

№ 10 – 16



$$r_1 = r_2 = 15 \text{ см};$$

$$r_3 = 20 \text{ см}; \quad r_4 = 50 \text{ см}.$$

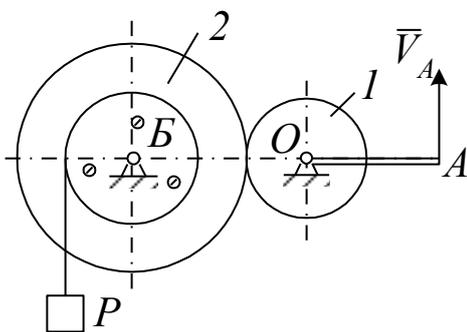
$$\text{Ответ: } \omega_4 = 4 \text{ 1/с.}$$

ЗАДАЧА № 10. Варианты 17–24

Механизм лебедки, состоящей из барабана B и зубчатой передачи, приводится в движение рукояткой OA длиной 60 см , жестко связанной с колесом 1 .

Определить скорость подъема груза P , если конец A рукоятки движется со скоростью 1 м/с . Радиусы зубчатых колес и барабана показаны на чертеже.

№ 10 – 17

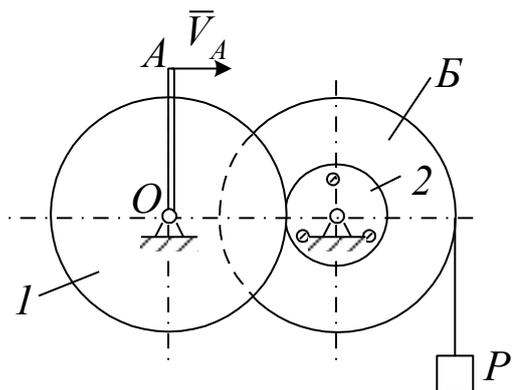


$$r_1 = 10 \text{ см}; \quad r_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_B = 30 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } V_p = 0,1 \text{ м/с.}$$

№ 10 – 18

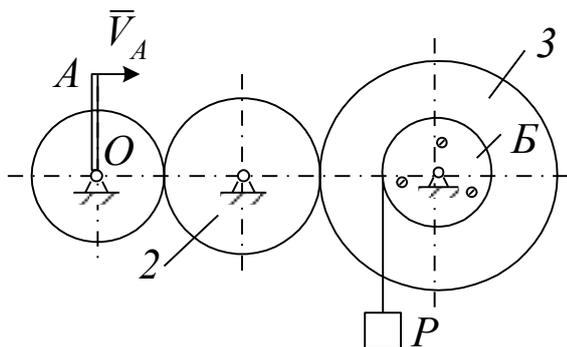


$$r_1 = 45 \text{ см}; \quad r_2 = 15 \text{ см};$$

$$r_B = 40 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } V_p = 2 \text{ м/с.}$$

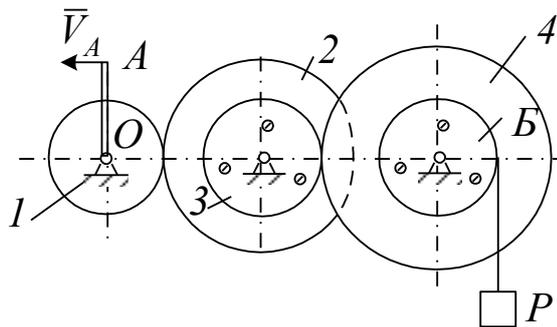
№ 10 – 19



$$r_2 = 10 \text{ см}; \quad r_3 = 50 \text{ см}; \\ r_B = 15 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 5 \text{ см/с}$.

№ 10 – 20

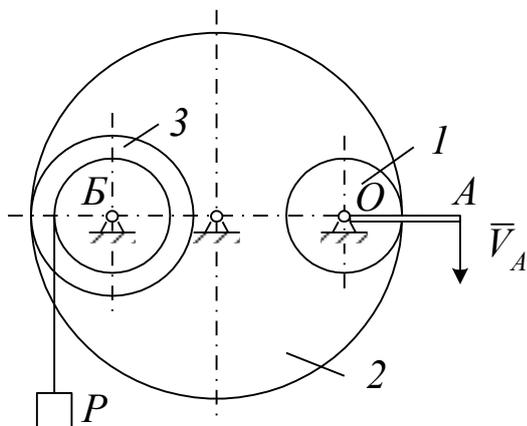


$$r_1 = 10 \text{ см}; \quad r_2 = 45 \text{ см}; \\ r_3 = 13,5 \text{ см}; \quad r_4 = 50 \text{ см}; \\ r_B = 20 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 2 \text{ см/с}$.

ЗАДАЧА № 10. Варианты 17–24

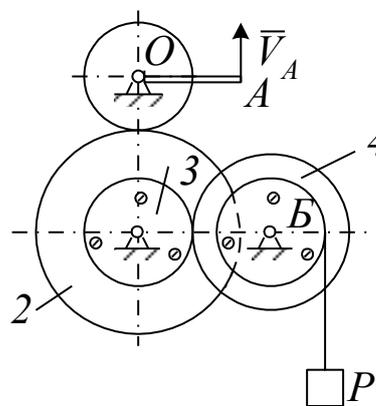
№ 10 – 21



$$r_1 = 15 \text{ см}; \quad r_3 = 20 \text{ см}; \\ r_B = 12 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 15 \text{ см/с}$.

№ 10 – 22

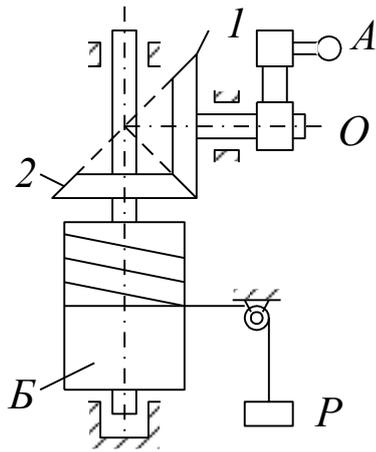


$$r_1 = 10 \text{ см}; \quad r_2 = 25 \text{ см}; \\ r_3 = 10 \text{ см}; \quad r_4 = 20 \text{ см}; \\ r_B = 15 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 5 \text{ см/с}$.

№ 10 – 23

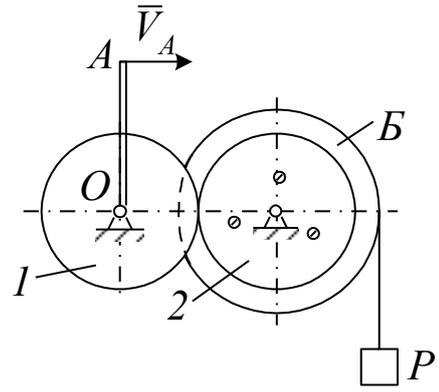
№ 10 – 24



$$r_1 = 30 \text{ см}; \quad r_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_B = 40 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 0,4 \text{ м/с}$.



$$r_1 = 30 \text{ см}; \quad r_2 = 50 \text{ см};$$

$$r_B = 60 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 0,6 \text{ м/с}$.

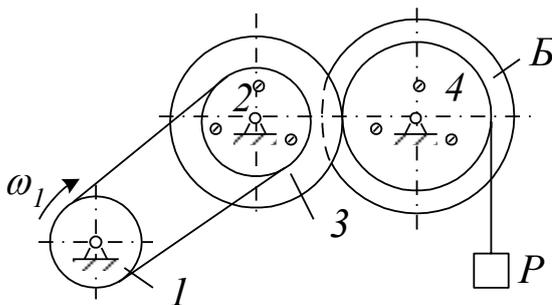
Варианты 25–30

Груз P поднимается посредством механизма, состоящего из ременной передачи (шкивы 1 и 2), зубчатой передачи (колеса 3 и 4) и барабана B .

Определить скорость подъема груза, если шкив 1 вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 2 \text{ 1/с}$. Радиус шкивов, зубчатых колес и барабана указаны на чертеже.

ЗАДАЧА № 10. Варианты 25–30

№ 10 – 25

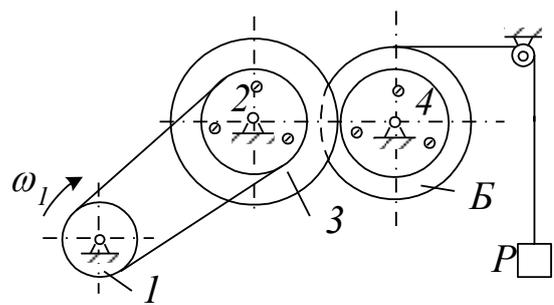


$$r_1 = 10 \text{ см}; \quad r_2 = 20 \text{ см};$$

$$r_3 = 25 \text{ см}; \quad r_4 = 10 \text{ см}; \quad r_B = 15 \text{ см}.$$

Ответ: $V_p = 37,5 \text{ см/с}$.

№ 10 – 26



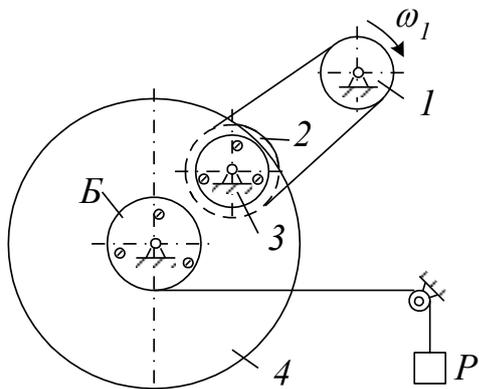
$$r_1 = 5 \text{ см}; \quad r_2 = 15 \text{ см};$$

$$r_3 = 20 \text{ см}; \quad r_4 = 10 \text{ см}; \quad r_B = 12 \text{ см}.$$

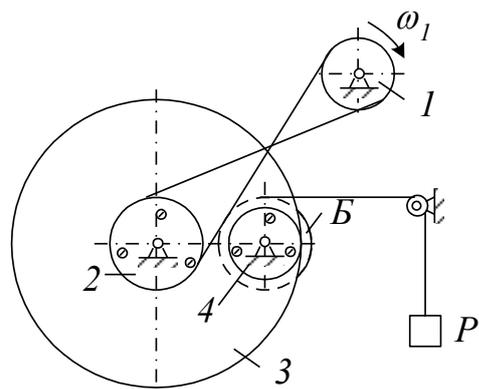
Ответ: $V_p = 16 \text{ см/с}$.

№ 10 – 27

№ 10 – 28



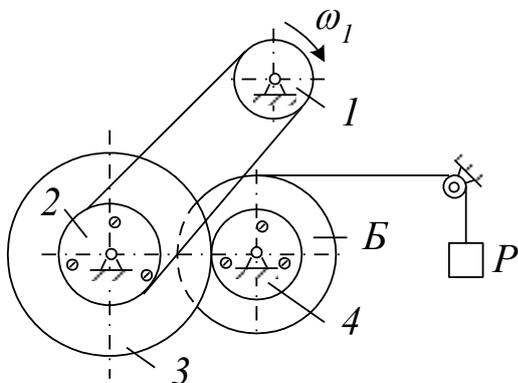
$r_1 = 5 \text{ см}; r_2 = 8 \text{ см};$
 $r_3 = 5 \text{ см}; r_4 = 20 \text{ см}; r_B = 8 \text{ см}.$
 Ответ: $V_p = 2,5 \text{ см/с}.$



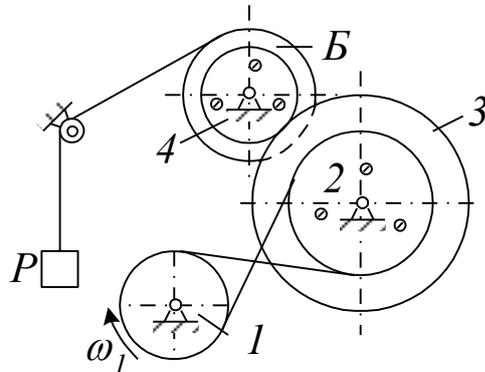
$r_1 = 8 \text{ см}; r_2 = 8 \text{ см};$
 $r_3 = 20 \text{ см}; r_4 = 5 \text{ см}; r_B = 10 \text{ см}.$
 Ответ: $V_p = 80 \text{ см/с}.$

№ 10 – 29

№ 10 – 30



$r_1 = 5 \text{ см}; r_2 = 8 \text{ см};$
 $r_3 = 18 \text{ см}; r_4 = 5 \text{ см}; r_B = 10 \text{ см}.$
 Ответ: $V_p = 45 \text{ см/с}.$



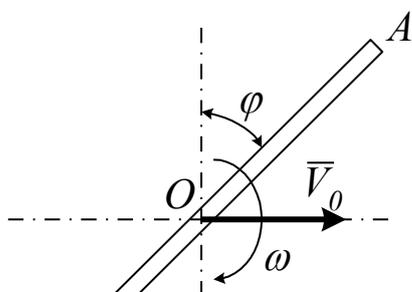
$r_1 = 8 \text{ см}; r_2 = 12 \text{ см};$
 $r_3 = 15 \text{ см}; r_4 = 5 \text{ см}; r_B = 12 \text{ см}.$
 Ответ: $V_p = 48 \text{ см/с}.$

2.2. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЗАДАЧА № 11. Варианты 1–6

Стержень AB длиной 50 см перемещается в вертикальной плоскости так, что его центр O движется по горизонтали по закону $S = 30t^2$ ($S, \text{ см}; t, \text{ с}$); одновременно с этим стержень вращается вокруг оси O , перпендикулярной к плоскости движения, с постоянной угловой скоростью $\omega = 2 \text{ 1/с}$.

Предполагая, что в начальный момент стержень AB был вертикален, определить скорости точек A и B в момент, когда он повернулся на угол φ .



№	Дано	Ответ
---	------	-------

вар.	φ , рад.	V_A , см/с	V_B , см/с
1	$\pi/6$	63,7	37,1
2	$\pi/4$	68,4	57,1
3	$\pi/3$	70,7	43,5
4	$\pi/2$	68,3	68,3
5	$\pi/3$	57,3	97,2
6	$\pi/4$	50,0	144,0

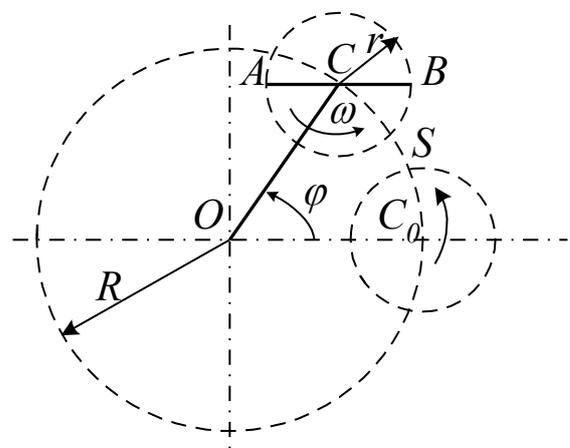
Вариант 7–12

Центр C диска радиусом $r = 25$ см описывает окружность радиусом $R = 50$ см в вертикальной плоскости, двигаясь против часовой стрелки согласно закону $S = 5t^2$ (S , см; t , с). Одновременно в этой же плоскости диск вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ 1/с вокруг центра C . Начальное положение диска показано на чертеже штриховой линией.

Определить скорость концов A и B горизонтального диаметра диска в момент, определяемый углом φ .

ЗАДАЧА № 11. Варианты 7–12

№ вар.	Дано φ , рад.	Ответ	
		V_A , см/с	V_B , см/с
7	$\pi/6$	32,3	70,0
8	$\pi/4$	36,2	71,3
9	$\pi/3$	43,6	71,0
10	$\pi/2$	63,5	63,5
11	$\pi/3$	82,5	48,0
12	$\pi/4$	90,5	37,7

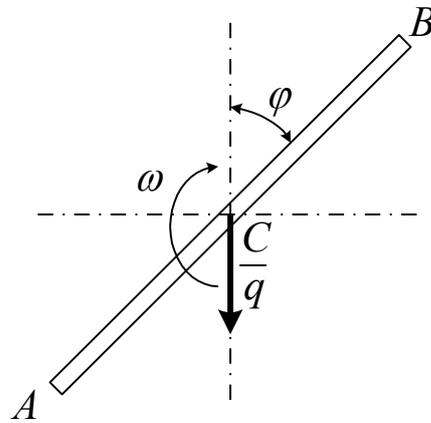


Варианты 13–18

Стержень AB длиной 50 см падает в вертикальной плоскости так, что его центр C движется по вертикали с ускорением $q = 980\text{ см/с}^2$. Одновременно в этой же плоскости стержень вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 4\text{ 1/с}$ вокруг центра C . В начальный момент стержень занимал вертикальное положение, скорость его центра C равнялась нулю.

Определить скорости точек A и B в момент, когда стержень повернулся на угол φ .

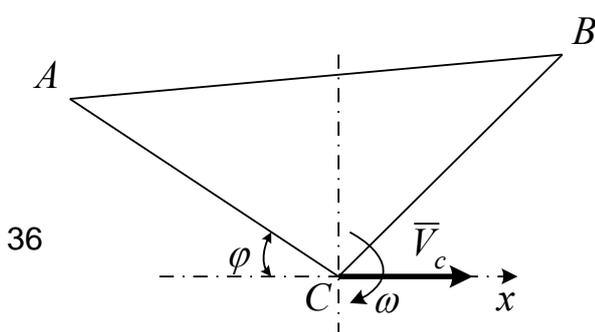
№ вар.	Дано $\varphi, \text{ рад.}$	Ответ	
		$V_A, \text{ см/с}$	$V_B, \text{ см/с}$
13	$\pi 1/6$	116,8	198,0
14	$\pi 1/4$	140,6	272,3
15	$\pi 1/3$	177,0	347,0
16	$\pi 2/3$	430,0	602,0
17	$\pi 3/4$	510,0	650,5
18	$\pi 5/6$	597,0	695,0



ЗАДАЧА № 11. Варианты 19–24

Треугольная пластинка ABC перемещается в плоскости чертежа так, что вершина C ее движется по оси x с постоянным ускорением, равным 20 см/с^2 . Одновременно в этой же плоскости пластинка вращается вокруг вершины C с постоянным угловым ускорением 2 1/с^2 .

Определить скорости вершин A и B пластинки в момент времени $t = 2\text{ с}$, считая, что в этот момент сторона AC составляет с осью x угол φ . $AC = CB = 10\text{ см}$; $\angle ACB = 90^\circ$. В начальный момент пластинка была в покое.



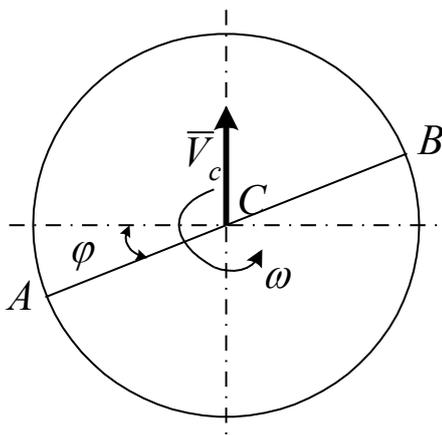
№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_A, \text{ см/с}$	$V_B, \text{ см/с}$
19	30°	69,2	77,2

20	45°	73,6	73,6
21	60°	77,0	69,2
22	210°	40,0	20,7
23	225°	30,6	30,6
24	240°	20,7	40,0

Варианты 25–30

Центр C диска радиусом 25 см начал двигаться из состояния покоя вертикально вверх с постоянным ускорением, равным 10 см/с^2 . Одновременно диск начал вращаться вокруг C в вертикальной плоскости с постоянной угловой скоростью, равной 2 1/с^2 .

Определить в момент времени $t = 5\text{ с}$ скорости точек A и B , положение которых задано углом φ .



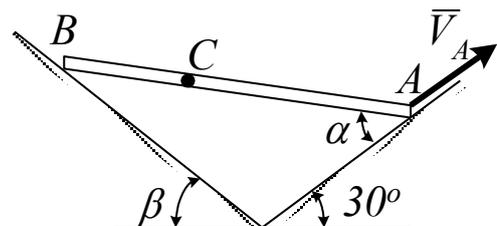
№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_A, \text{ см/с}$	$V_B, \text{ см/с}$
25	30°	25,8	96,0
26	45°	38,3	92,0
27	60°	50,0	86,6
28	120°	86,6	50,0
29	135°	92,0	38,3
30	150°	96,0	25,8

ЗАДАЧА № 12. Варианты 1–16

Стержень AB длиной 60 см скользит своими концами A и B по сторонам угла.

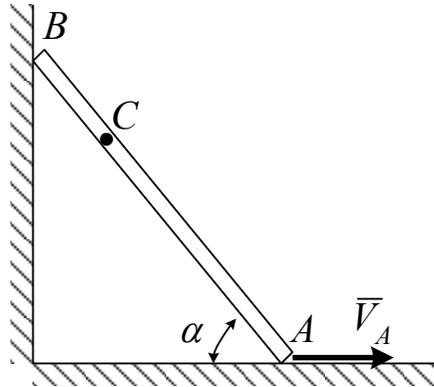
Определить скорости точек B и C , а также угловую скорость стержня, если скорость точки A равна 10 см/с .

№ вар.	Дано			Ответ		
	α	β	$AC, \text{ см}$	$V_B, \text{ см/с}$	$V_C, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$
1	60°	90°	30	10,00	5,00	0,288
2	30°	60°	15	17,30	8,66	0,333
3	45°	60°	30	10,00	7,07	0,236

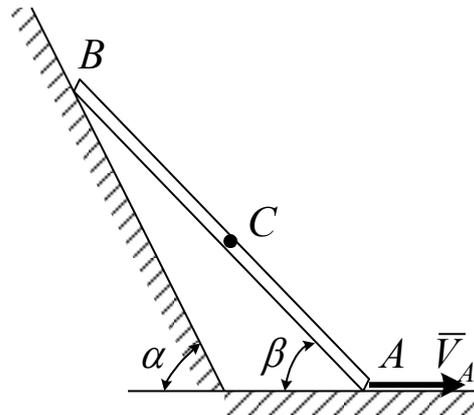


4	60°	60°	45	5,77	5,00	0,192
5	30°	30°	30	10,00	8,66	0,167

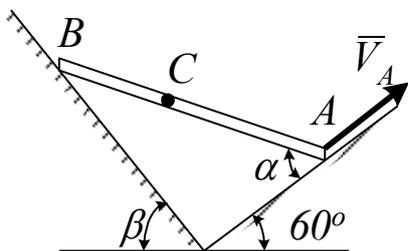
№ вар.	Дано		Ответ			
	α	$AC, \text{ см}$	$V_B, \text{ см/с}$	$V_C, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	
6	30°	15	17,30	8,67	0,333	
7	45°	30	10,00	7,07	0,236	
8	60°	45	5,77	5,05	0,193	



№ вар.	Дано			Ответ		
	α	β	$AC, \text{ см}$	$V_B, \text{ см/с}$	$V_C, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$
9	60°	30°	30	10,00	8,65	0,167
10	60°	45°	30	7,30	7,50	0,149
11	45°	30°	30	9,00	8,75	0,122



ЗАДАЧА № 12. Варианты 12–16

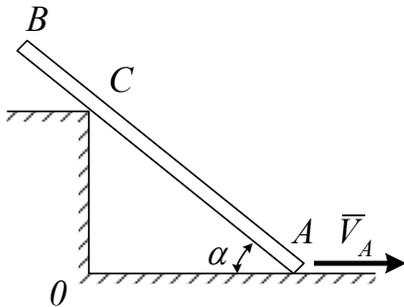


№ вар.	Дано			Ответ			
	α	β	$AC, \text{ см}$	$V_B, \text{ см/с}$	$V_C, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	
12	120°	90°	30	5,78	7,63	0,096	
13	60°	60°	30	10,00	5,00	0,288	
14	30°	30°	30	17,30	10,00	0,333	
15	60°	30°	30	5,77	5,77	0,192	
16	30°	0°	30	10,00	8,66	0,167	

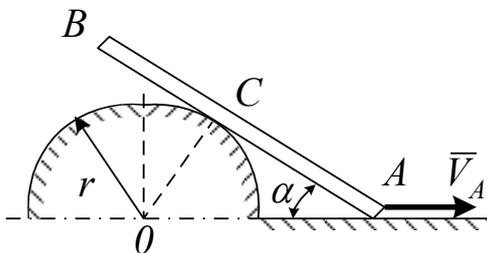
Варианты 17–30

Стержень AB длиной 60 см скользит концом A вдоль прямой, опираясь промежуточной точкой C на неподвижную опору.

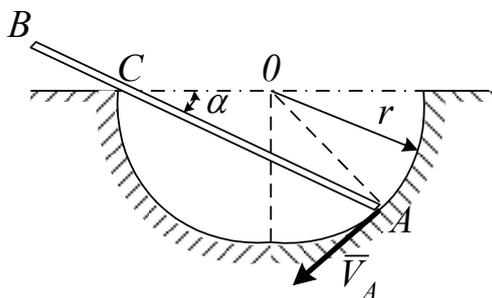
Определить угловую скорость стержня, а также скорость точек B и C , если скорость точки A стержня равна 10 см/с.



№ вар.	Дано		Ответ		
	α	OC , см	V_B , см/с	V_C , см/с	ω_{AB} , 1/с
17	30°	15	10,0	8,66	0,167
18	45°	$15\sqrt{2}$	10,0	7,07	0,236
19	60°	$15\sqrt{3}$	10,0	5,00	0,288



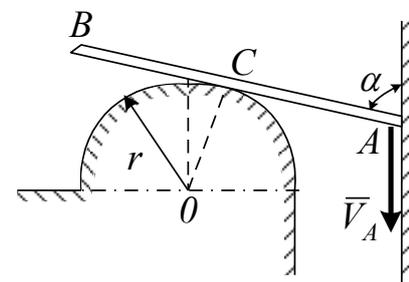
№ вар.	Дано		Ответ		
	α	r , см	V_B , см/с	V_C , см/с	ω_{AB} , 1/с
20	30°	$10\sqrt{3}$	10,0	8,66	0,167
21	45°	30	10,0	7,07	0,236
22	60°	$30\sqrt{3}$	10,0	5,00	0,288



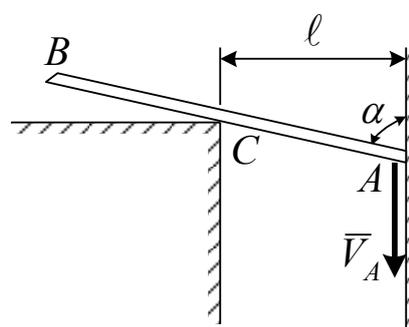
№ вар.	Дано		Ответ		
	α	r , см	V_B , см/с	V_C , см/с	ω_{AB} , 1/с
23	30°	$10\sqrt{3}$	10,0	5,00	0,288
24	45°	$15\sqrt{2}$	10,0	7,07	0,236
25	60°	30	10,0	8,66	0,167

ЗАДАЧА № 12. Варианты 17–30

№ вар.	Дано		Ответ		
	AC , см	α	V_B , см/с	V_C , см/с	ω , 1/с
26	30	60°	10,0	5,00	0,288
27	30	45°	10,0	7,07	0,236



№ вар.	Дано		Ответ		
	α	l , см	V_B , см/с	V_C , см/с	ω , 1/с



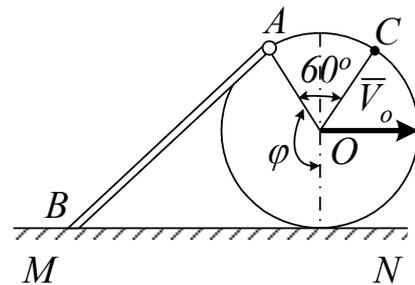
28	30°	15	10,0	8,66	0,167
29	45°	$15\sqrt{2}$	10,0	7,07	0,236
30	60°	$15\sqrt{3}$	10,0	5,00	0,288

ЗАДАЧА № 13. Варианты 1–6

Колесо радиусом R перекатывается без скольжения по горизонтальной прямой MN , скорость центра V_o постоянна. В точке A к колесу шарнирно прикреплен стержень AB длиной ℓ , конец B которого скользит слева от колеса по прямой MN .

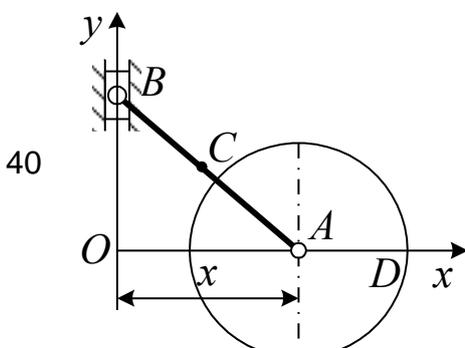
Определить угловую скорость стержня, скорость его концов A и B , а также скорость точки C колеса в положении, когда радиус OA колеса составляет с вертикалью угол φ .

№ вар.	Дано				Ответ			
	R , см	ℓ , см	V_o , см/с	φ	ω_{AB} , 1/с	V_A , см/с	V_B , см/с	V_C , см/с
1	20	50	80	60°	$\sqrt{2}$	80	54,1	$80\sqrt{3}$
2	20	60	80	90°	$\sqrt{2}$	$80\sqrt{2}$	108,2	154,4
3	20	60	90	120°	1,5	$90\sqrt{3}$	180,0	180,0
4	10	30	30	240°	1,0	$30\sqrt{3}$	30	30
5	10	30	40	270°	$\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$	25,9	20,8
6	10	25	40	300°	$\sqrt{2}$	40	12,9	0



ЗАДАЧА № 13. Варианты 7–10

Диск радиусом 10 см катится без скольжения по горизонтальной прямой так, что его центр A движется по оси Ox по закону $x = 20\sin t$ (x , см; t , с). К центру диска шарнирно прикреплен стержень AB длиной 40 см, конец B которого перемещается по оси Oy . Для заданного момента времени t определить скорости точек A , B и C стержня ($AC = CB$), а также скорость точки D диска, которая в данный момент находится на оси Ox .



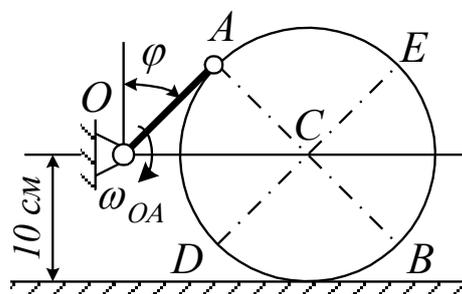
№	Дано	Ответ
---	------	-------

вар.	t, c	$V_A, \text{см/с}$	$V_B, \text{см/с}$	$V_C, \text{см/с}$	$V_D, \text{см/с}$
7	$\pi/6$	$10\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	$4\sqrt{5}$	$10\sqrt{6}$
8	$\pi/4$	$10\sqrt{2}$	5,34	7,57	20
9	$\pi/3$	10	4,80	5,54	$10\sqrt{2}$
10	$5/6 \pi$	$10\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	$4\sqrt{5}$	$10\sqrt{6}$

Варианты 11–15

Стержень OA длиной 10 см вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 1 \text{ 1/с}$; при этом он поворачивает и передвигает цилиндр радиусом 10 см , лежащий на горизонтальной плоскости и соединенный со стержнем шарниром A . Ось цилиндра C всегда остается параллельной оси O вращения стержня OA .

Определить скорости концов двух взаимно перпендикулярных диаметров AB и DE цилиндра, а также его угловую скорость в момент времени, когда стержень OA составляет с вертикалью угол φ .



№ вар.	Дано φ	Ответ			
		$V_A, \text{см/с}$	$V_B, \text{см/с}$	$V_D, \text{см/с}$	$V_E, \text{см/с}$
11	30°	10,0	26,4	24,0	15,05
12	45°	10,0	22,4	22,4	10,00
13	60°	10,0	17,3	19,3	5,20
14	120°	10,0	17,3	5,2	19,30
15	135°	10,0	22,4	10,0	22,40

ЗАДАЧА № 13. Вариант 16

Диск радиусом 50 см катится без скольжения по прямой MN ; скорость его центра O постоянна и равна 1 м/с . В точке A к диску прикреплен стержень AB длиной 100 см , середина C которого скользит по прямой, параллельной MN и проходящей через центр диска.

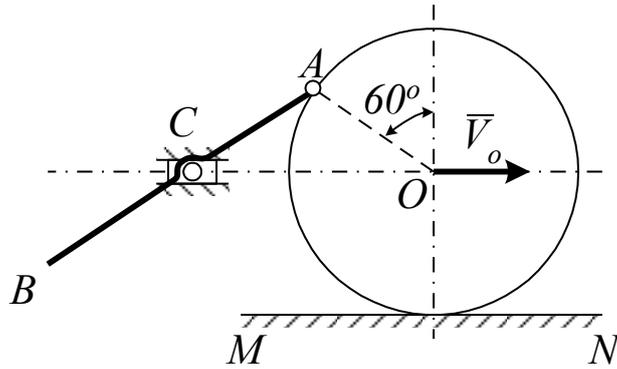
Определить скорости точек A , B и C стержня в момент, когда радиус OA диска составляет с вертикалью угол 60° .

Ответ:

$$V_C = 2 \text{ м/с};$$

$$V_B = \sqrt{7} \text{ м/с};$$

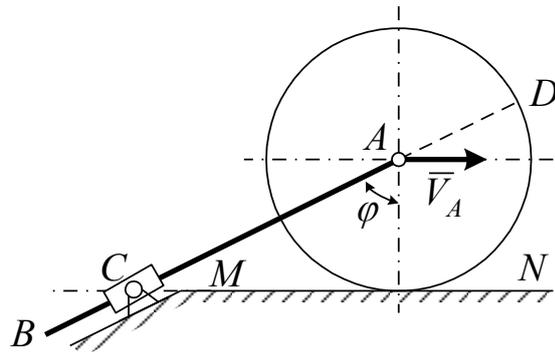
$$V_A = \sqrt{3} \text{ м/с}.$$



Варианты 17–19

Колесо радиусом r катится без скольжения по горизонтальной прямой MN , скорость его центра A постоянна и равна 10 м/с . В точке A с колесом шарнирно связан стержень AB длиной 60 см , проходящий через качающуюся муфту C . Для момента времени, определяемого углом φ , определить скорости точек B и C стержня и скорость точки D обода колеса, расположенной на продолжении стержня AB .

№ вар.	Дано		Ответ		
	φ	r , см	V_B , см/с	V_C , см/с	V_D , см/с
17	30°	$20\sqrt{3}$	6,55	5,00	19,3
18	45°	$20\sqrt{2}$	7,90	7,05	18,5
19	60°	20	8,96	8,65	17,3

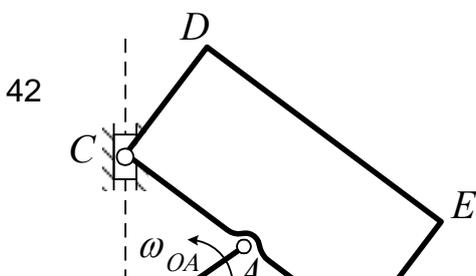


ЗАДАЧА № 13. Варианты 20–22

Линейка эллипсографа BC приводится в движение кривошипом OA , вращающимся с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 4 \text{ 1/с}$ вокруг оси O . К линейке жестко прикреплена прямоугольная пластинка $BCDE$. $OA = AB = AC = CD = 10 \text{ см}$.

Определить скорости точек B , C , D и E в момент времени, когда кривошип OA составляет с горизонталью угол φ .

№	Дано	Ответ
---	------	-------

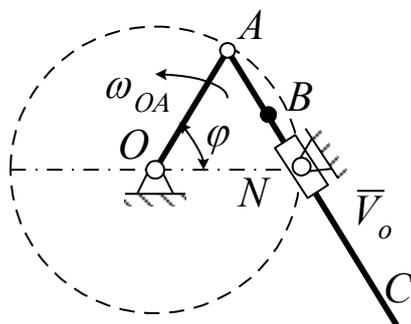


вар.	φ	$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$V_E,$ см/с
20	30°	40,0	69,3	60,2	20,7
21	45°	56,5	56,5	40,0	40,0
22	60°	69,3	40,0	20,6	60,2

Варианты 23–28

Кривошип OA длиной 10 см, вращаясь с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ 1/с вокруг оси O , приводит в движение стержень AC , который всегда проходит через точку N , лежащую на расстоянии 10 см от шарнира O .

Определить скорости точек B , C и N стержня в момент времени, когда кривошип OA составляет с прямой ON угол φ .



№ вар.	Дано			Ответ		
	φ	$AB,$ см	$AC,$ см	$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$V_N,$ см/с
23	60°	5	20	18,0	20,0	17,3
24	90°	10	$20\sqrt{2}$	14,7	20,0	14,1
25	120°	10	$20\sqrt{3}$	12,4	20,0	10,0
26	240°	10	$20\sqrt{3}$	12,4	20,0	10,0
27	270°	10	$20\sqrt{2}$	14,7	20,0	14,1
28	300°	5	20	18,0	20,0	17,3

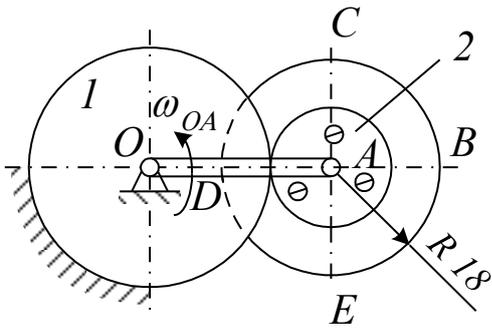
ЗАДАЧА № 13. Варианты 29, 30

Кривошип OA , вращаясь с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ 1/с вокруг оси O неподвижной шестеренки 1 радиусом $R = 24$ см, приводит в движение насаженную на его конец A шестеренку 2 радиусом 12 см.

Определить скорости точек B , C , D и E диска радиусом 18 см, жестко связанного с шестеренкой 2.

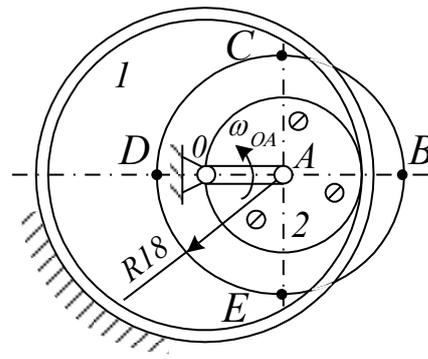
№ 13–29

№ 13–30



Ответ:

$$V_B = 180 \text{ см/с}; V_D = 36 \text{ см/с}; \\ V_C = V_E = 36 \sqrt{13} \text{ см/с}.$$



Ответ:

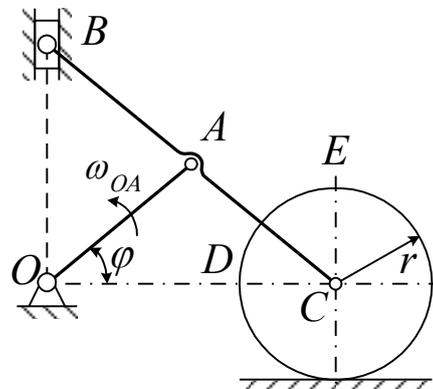
$$V_B = 12 \text{ см/с}; V_D = 60 \text{ см/с}; \\ V_C = V_E = 12 \sqrt{13} \text{ см/с}.$$

ЗАДАЧА № 14. Варианты 1–3

Кривошип OA кривошипно-шатунного механизма OAB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$. В точке C шатун BC шарнирно связан с диском радиусом $r = 20 \text{ см}$, который может катиться без скольжения по горизонтальной прямой. $OA = OB = AC = 40 \text{ см}$.

Определить в момент времени, заданный углом φ , скорости точек B и C шатуна и точек D и E диска.

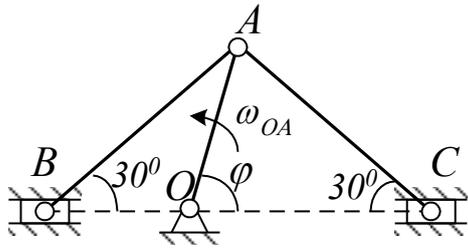
№ вар.	Дано φ	Ответ			
		$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$V_E,$ см/с
1	30°	139	80	113	160
2	45°	113	113	160	225
3	60°	80	139	196	276,8



ЗАДАЧА № 14. Варианты 4, 5

Кривошип OA кривошипно-шатунного механизма OAB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$, $OA = 20 \text{ см}$. К шарниру A прикреплен второй шатун AC , конец C которого скользит по прямой BOC .

Определить в положение, указанном на чертеже, скорости B и C и угловые скорости шатунов AC и AB .

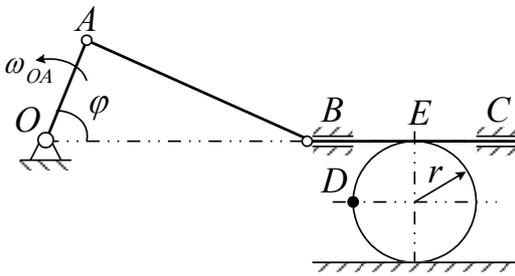


№ вар.	Дано φ	Ответ			
		$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$V_E,$ см/с
4	120°	46,30	23,15	0,67	0,67
5	60°	23,15	46,30	0,67	0,67

Варианты 6–9

Кривошип OA кривошипно-шатунного механизма OAB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$, $OA = 20 \text{ см}$, $AB = 80 \text{ см}$. К шарниру B присоединена рейка BC , которая перемещается в горизонтальных направляющих. Рейка приводит в движение колесо радиусом $r = 20 \text{ см}$, которое катится без скольжения по горизонтальной неподвижной прямой.

Определить в момент времени, заданный углом φ , угловые скорости шатуна AB и колеса, а также скорости точек D и E .



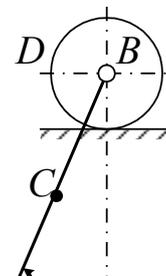
№ вар.	Дано φ	Ответ			
		$\omega_{AB},$ 1/с	$\omega_k,$ 1/с	$V_D,$ см/с	$V_E,$ см/с
6	30°	0,438	0,610	17,2	24,4
7	45°	0,360	0,834	23,6	33,4
8	60°	0,257	0,980	27,7	39,2
9	120°	0,257	0,750	21,2	30,0

ЗАДАЧА № 14. Варианты 10–12

Кривошип OA вращается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$. Шатун AB в точке A шарнирно связан с кривошипом OA , а в точке B – с колесом радиусом 10 см , которое катится без скольжения по горизонтальной прямой.

Определить скорости точек B и D колеса, а также скорость средней точки C шатуна в положении, указанном на чертеже.

№	Дано	Ответ
---	------	-------



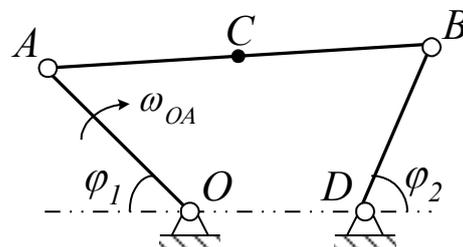
вар.	$OA,$ см	φ	α	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$V_B,$ см/с
10	40	30°	120°	105	195	138
11	40	60°	90°	80	226	160
12	$20\sqrt{3}$	30°	90°	72	119	80

Варианты 13–17

Кривошип OA длиной 10 см, вращаясь вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ 1/с, посредством шатуна AB приводит во вращение стержень DB длиной 10 см. $OD = 10$ см.

Определить скорости точек B и C ($AC = AB/2$) и угловые скорости звеньев AB и DB в момент времени, когда OA и DB образуют с горизонталью углы φ_1 и φ_2 .

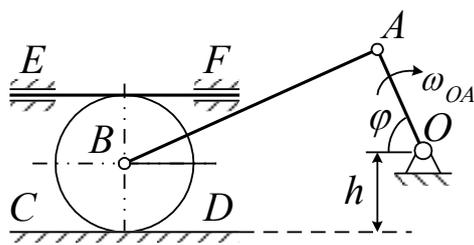
№ вар.	Дано		Ответ			
	φ_1	φ_2	$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$\omega_{AB},$ 1/с	$\omega_{DB},$ 1/с
13	0°	120°	10	$5\sqrt{7}$	1,0	1,0
14	120°	0°	40	$10\sqrt{7}$	2,0	4,0
15	60°	60°	20	$10\sqrt{3}$	1,0	2,0
16	60°	90°	18,1	19,0	0,66	1,8
17	0°	90°	10	12,3	1,0	1,0



ЗАДАЧА № 14. Варианты 18–21

Кривошип OA длиной 20 см вращается вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ 1/с и приводит в движение шатун AB длиной $20\sqrt{3}$ см, конец B которого шарнирно соединен с осью зубчатого колеса радиусом 10 см. Зубья колеса входят в зацепление с двумя параллельными зубчатыми рейками – неподвижной CD и подвижной EF .

Определить скорости точек B , скорость рейки EF , угловую скорость колеса и угловую скорость шатуна AB в момент времени, когда кривошип OA образует с горизонталью угол φ .

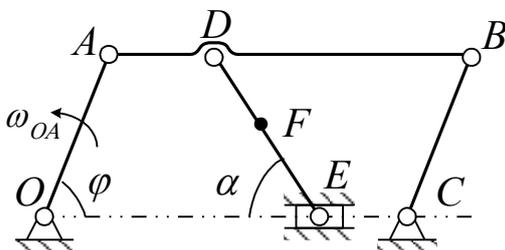


№ вар.	Дано		Ответ			
	$h, \text{ см}$	φ	$V_B, \text{ см/с}$	$V_{EF}, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	$\omega_{\kappa}, \text{ 1/с}$
18	0	0°	12,1	24,2	1,210	1,21
19	10	60°	46,2	9,2	0,667	4,62
20	10	120°	23,1	46,2	0,667	2,31
21	20	180°	12,1	24,2	1,210	1,21

Варианты 22–24

Кривошип OA длиной 30 см шарнирного параллелограмма $OABC$ вращается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$. К стержню AB в произвольной точке D шарнирно прикреплен стержень DE , конец E которого скользит по прямой OC .

Определить скорости точек D, F и E ($DF = FE$) и угловую скорость стержня DE в положении механизма, указанном на чертеже.

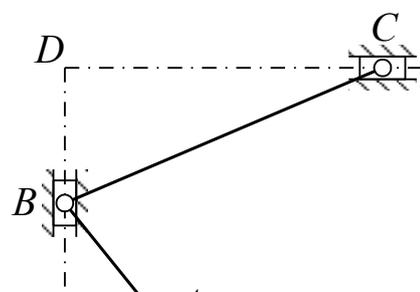


№ вар.	Дано		Ответ			
	φ	α	$V_D, \text{ см/с}$	$V_E, \text{ см/с}$	$V_F, \text{ см/с}$	$\omega_{DE}, \text{ 1/с}$
22	30°	60°	60	120,0	79,4	6,000
23	60°	30°	60	69,3	62,4	0,667
24	30°	30°	60	60,0	52,0	2,000

ЗАДАЧА № 14. Варианты 25–27

К ползуну B кривошипно-шатунного механизма OAB шарнирно прикреплен стержень BC , конец C которого скользит по направляющей, перпендикулярной линии движения ползуна B . Для момента времени, заданного углом φ , определить скорости точек B и C , а также угловые скорости звеньев, если кривошип OA поворачивается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/с}$. $OA = AB = 20 \text{ см}$; $BC = 40 \text{ см}$; $OD = 40 \text{ см}$.

№	Дано	Ответ
---	------	-------



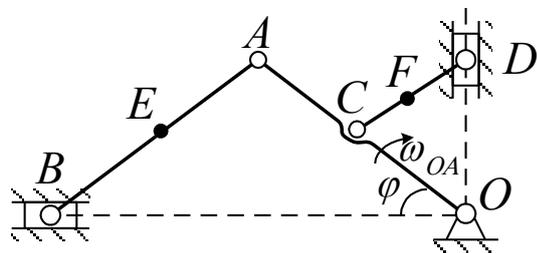
вар.	φ	$V_B,$ см/с	$V_C,$ см/с	$\omega_{AB},$ 1/с	$\omega_{BC},$ 1/с
25	30°	40,0	5,41	2	1,01
26	45°	56,6	17,7	2	1,48
27	60°	69,3	40,0	2	2,00

Варианты 28–30

Кривошип OA кривошипно-шатунного механизма OAB вращается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ 1/с. $OA = AB = 60$ см. К середине кривошипа прикреплен стержень CD длиной 30 см, конец D которого скользит по вертикальной направляющей OD .

Определить скорости точек B , D , E и F ($BE = EA$ и $CF = FD$) в положении механизма, указанном на чертеже.

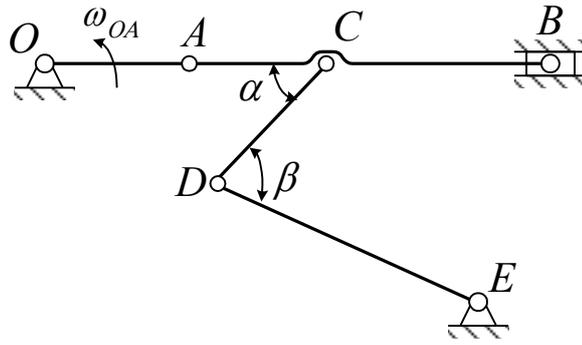
№ вар.	Дано	Ответ			
	φ	$V_B,$ см/с	$V_D,$ см/с	$V_E,$ см/с	$V_F,$ см/с
28	30°	120	104	104	79,4
29	45°	170	85	134	67,1
30	60°	208	60	159	52,0



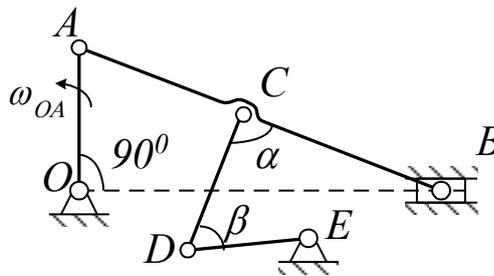
ЗАДАЧА № 15. Варианты 1–9

Шатун AB кривошипно-шатунного механизма OAB связан шарнирно со стержнем CD , а последний – со стержнем DE , который может вращаться вокруг точки E .

Определить скорость шарниров C и D , а также угловые скорости звеньев CD и DE в положении механизма, указанном на чертеже, если угловая скорость кривошипа OA постоянна и равна 10 1/с. $OA = AC = 20$ см; $AB = 40$ см. Остальные размеры даны в таблице.



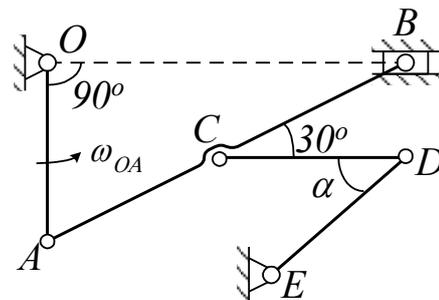
№ вар.	Дано				Ответ			
	$CD,$ см	$DE,$ см	α	β	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$\omega_{CD},$ 1/с	$\omega_{DE},$ 1/с
1	10	50	30°	90°	100	50,0	8,65	1,00
2	10	50	30°	60°	100	57,7	5,77	1,15
3	10	50	45°	90°	100	$50\sqrt{2}$	7,07	$\sqrt{2}$



№ вар.	Дано				Ответ			
	$CD,$ см	$DE,$ см	α	β	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$\omega_{CD},$ 1/с	$\omega_{DE},$ 1/с
4	40	20	90°	60°	200	115,7	5,78	5,78
5	40	20	90°	90°	200	100,0	4,33	5,00
6	60	20	90°	30°	200	200,0	5,78	10,00

ЗАДАЧА № 15. Варианты 7–9

№ вар.	Дано	Ответ			
	α	$V_C,$ см/с	$V_D,$ см/с	$\omega_{CD},$ 1/с	$\omega_{DE},$ 1/с
7	60°	200	231	3,8	7,70
8	90°	200	$100\sqrt{3}$	3,3	5,78
9	45°	200	$200\sqrt{2}$	6,7	9,40



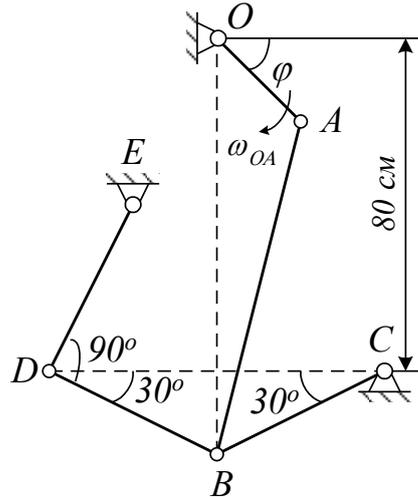
$$CD = DE = 30 \text{ см}$$

Варианты 10–17

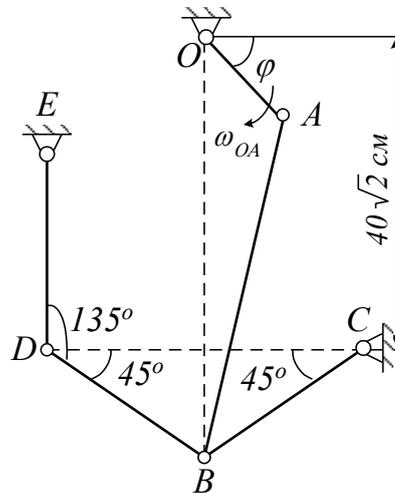
Кривошип OA длиной 10 см вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 100 \text{ 1/с}$ и с помощью стержня AB приводит в движение систему рычагов BC , BD и DE длиной 40 см каждый.

Определить угловые скорости звеньев AB , BC , BD и DE в положении механизма, указанном на чертеже.

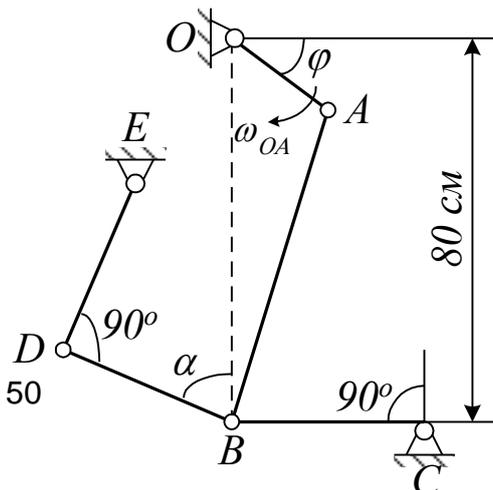
№ вар.	Дано	Ответ			
	φ	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BC}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BD}, \text{ 1/с}$	$\omega_{DE}, \text{ 1/с}$
10	0°	6,14	30,7	15,35	26,6
11	30°	11,10	27,8	13,90	24,1
12	60°	13,05	16,3	8,15	14,1



№ вар.	Дано	Ответ			
	φ	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BC}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BD}, \text{ 1/с}$	$\omega_{DE}, \text{ 1/с}$
13	0°	13,35	40,0	40,0	56,6
14	45°	20,00	30,0	30,0	42,4



ЗАДАЧА № 15. Варианты 15–17



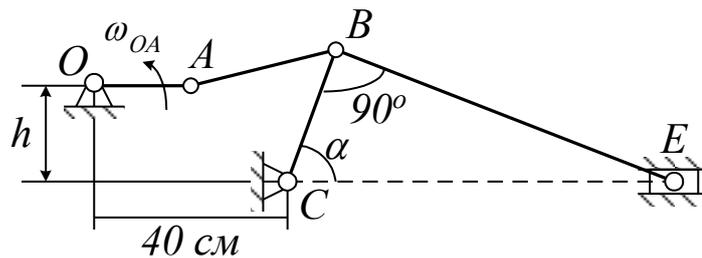
№ вар.	Дано		Ответ			
	φ	α	$\omega_{AB}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BC}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BD}, \text{ 1/с}$	$\omega_{BE}, \text{ 1/с}$
15	30°	45°	6,67	23,1	16,3	16,3
16	45°	45°	9,70	19,4	13,7	13,7

17	60°	45°	12,10	14,0	9,9	9,9
----	------------	------------	-------	------	-----	-----

Варианты 18–20

Кривошип OA механизма вращается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ 1/c}$.

Определить скорость точки E и угловые скорости звеньев AB , BC , BE в положении механизма, указанном на чертеже, когда кривошип OA параллелен прямой CE , $OA = 20 \text{ см}$.



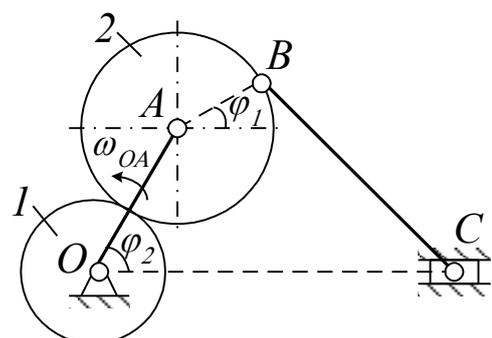
№ вар.	Дано			Ответ			
	$h, \text{ см}$	$BC, \text{ см}$	α	$V_E, \text{ см/с}$	$\omega_{AB}, \text{ 1/c}$	$\omega_{BC}, \text{ 1/c}$	$\omega_{BE}, \text{ 1/c}$
18	$20\sqrt{3}$	80	60°	46,2	1	0,5	0,167
19	20	$40\sqrt{2}$	45°	40,0	1	0,5	0,5
20	$20\sqrt{3}$	$60\sqrt{3}$	30°	34,6	0,5	0,167	0,5

Варианты 21–24

Кривошип OA длиной 30 см вращается вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 0,5 \text{ 1/c}$. Зубчатое колесо 2 радиусом 20 см катится без скольжения по неподвижному колесу 1 и приводит в движение связанный с ним шатун BC длиной l .

Определить угловую скорость шатуна BC и скорость точки C в положении механизма, когда кривошип OA и радиус AB образуют с горизонталью углы φ_1 и φ_2 .

№ вар.	Дано			Ответ	
	φ_1	φ_2	$l, \text{ см}$	$V_C, \text{ см/с}$	$\omega_{BC}, \text{ 1/c}$
21	0°	90°	$20\sqrt{26}$	18,0	0,15



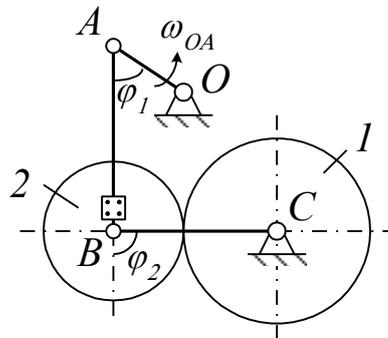
22	90°	0°	$10\sqrt{109}$	19,5	0,15
23	90°	180°	$10\sqrt{109}$	10,5	0,15
24	180°	90°	$20\sqrt{26}$	12,0	0,15

ЗАДАЧА № 15. Варианты 25–30

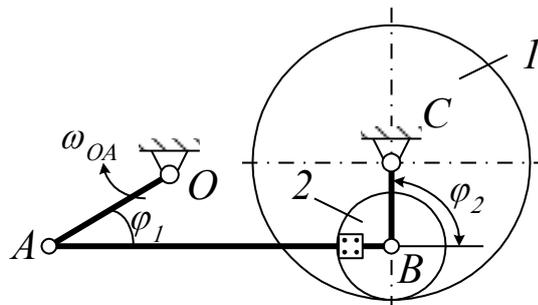
Планетарный механизм состоит из кривошипа OA длиной 10 см , приводящего в движение шатун AB длиной 100 см , стержня BC и шестеренки 1 радиусом $R = 25\text{ см}$; шатун AB оканчивается шестеренкой 2 радиусом $r = 10\text{ см}$, наглухо с ним связанной.

Определить угловую скорость стержня BC , шатуна AB и шестеренки 1 в положении механизма, указанном на чертеже, если угловая скорость кривошипа OA равна 2 1/с .

№ вар.	Дано		Ответ		
	φ_1	φ_2	$\omega_{AB},\text{ 1/с}$	$\omega_{BC},\text{ 1/с}$	$\omega_1,\text{ 1/с}$
25	60°	90°	0,10	0,50	0,65
26	45°	90°	0,14	0,40	0,51
27	30°	90°	0,17	0,27	0,32



№ вар.	Дано		Ответ		
	φ_1	φ_2	$\omega_{AB},\text{ 1/с}$	$\omega_{BC},\text{ 1/с}$	$\omega_1,\text{ 1/с}$
28	60°	90°	0,10	1,15	0,73
29	45°	90°	0,14	0,94	0,62
30	30°	90° <td>0,17</td> <td>0,66</td> <td>0,46</td>	0,17	0,66	0,46



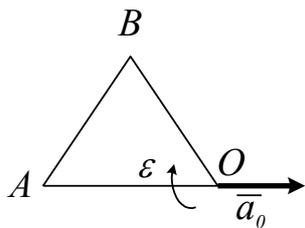
ЗАДАЧА № 16. Варианты 1–10

Равносторонний треугольник со стороной 1 м движется в плоскости чертежа.

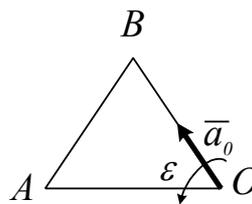
Определить ускорения точек A и B , если ускорение точки O $a_0 = 2\text{ м/с}^2$, угловая скорость $\omega = 2\text{ 1/с}$ и угловое ускорение $\varepsilon = 4\text{ 1/с}^2$.

№ 16 – 1

№ 16 – 2

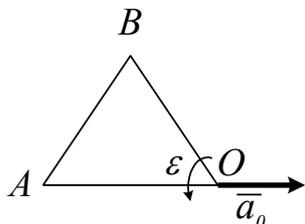


Ответ:
 $a_A = 7,21 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 7,61 \text{ м/с}^2$.



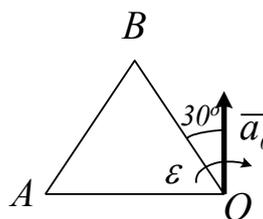
Ответ:
 $a_A = 3,76 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 4,47 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 3



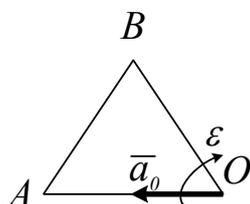
Ответ:
 $a_A = 7,21 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 5,49 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 4



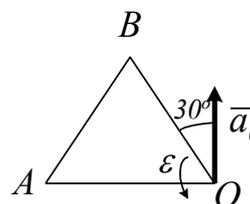
Ответ:
 $a_A = 7,21 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 5,49 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 5



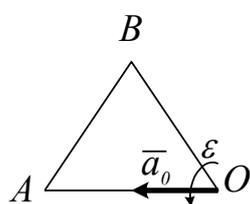
Ответ:
 $a_A = 4,47 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 3,76 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 6



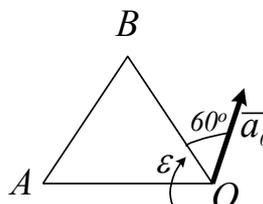
Ответ:
 $a_A = 4,47 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 3,76 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 7



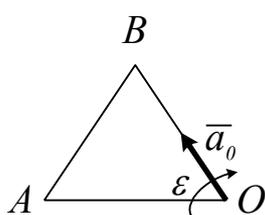
Ответ:
 $a_A = 4,47 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 6,47 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 8



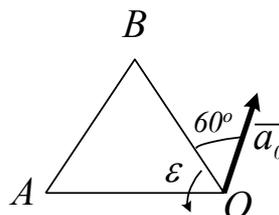
Ответ:
 $a_A = 7,61 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 6,47 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 9



Ответ:
 $a_A = 6,47 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 4,47 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 10



Ответ:
 $a_A = 5,49 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 3,76 \text{ м/с}^2$.

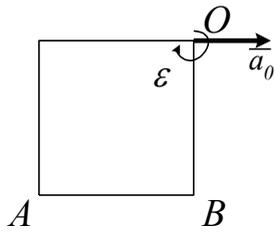
ЗАДАЧА № 16. Варианты 11–20

Квадрат со стороной 2 м движется в плоскости чертежа так, что ускорение точки O $a_0 = 4 \text{ м/с}^2$, угловая скорость $\omega = \sqrt{2} \text{ 1/с}$ и угловое ускорение $\varepsilon = 3 \text{ 1/с}^2$.

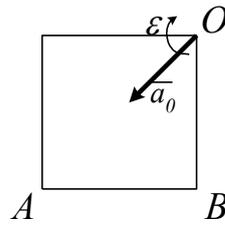
Найти ускорение вершин A и B квадрата.

№ 16 – 11

№ 16 – 12

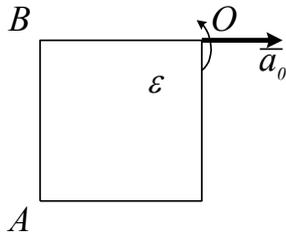


Ответ:
 $a_A = 10,2 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 4,47 \text{ м/с}^2$.



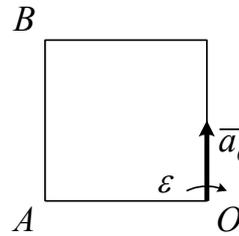
Ответ:
 $a_A = 8,64 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 8,91 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 13



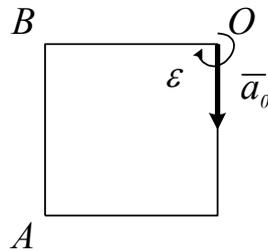
Ответ:
 $a_A = 14,1 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 10,0 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 14



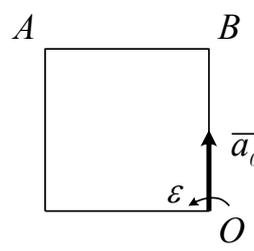
Ответ:
 $a_A = 10,8 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 11,7 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 15



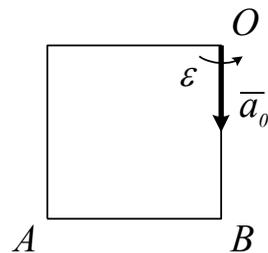
Ответ:
 $a_A = 6,32 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 4,47 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 16



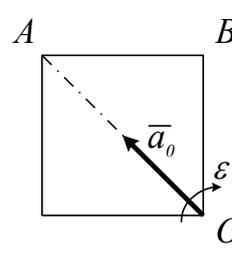
Ответ:
 $a_A = 6,32 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 6,00 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 17



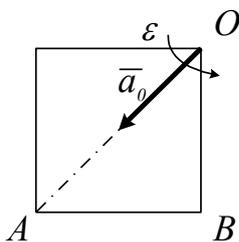
Ответ:
 $a_A = 11,7 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 6,00 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 18



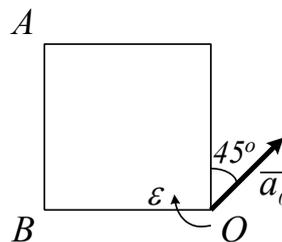
Ответ:
 $a_A = 8,64 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 3,38 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 19



Ответ:
 $a_A = 8,64 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 3,38 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 20



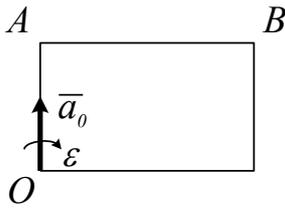
Ответ:
 $a_A = 13,7 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 11,2 \text{ м/с}^2$.

ЗАДАЧА № 16. Варианты 21–30

Прямоугольная пластина размером $2 \times 4 \text{ м}$ движется в плоскости чертежа так, что ускорение точки O $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$, угловая скорость $\omega = \sqrt{3} \text{ 1/с}$ и угловое ускорение $\varepsilon = 4 \text{ 1/с}^2$.

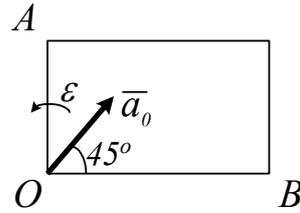
Найти ускорение вершин A и B пластинки.

№ 16 – 21



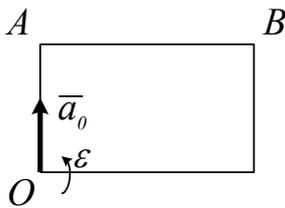
Ответ:
 $a_A = 8,06 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 17,5 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 22



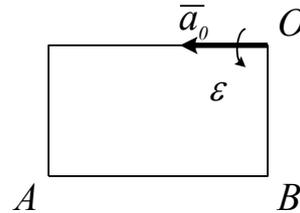
Ответ:
 $a_A = 5,10 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 21,3 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 23



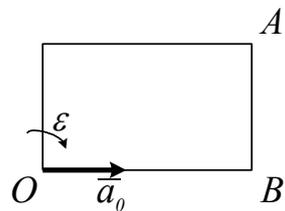
Ответ:
 $a_A = 8,06 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 25,0 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 24



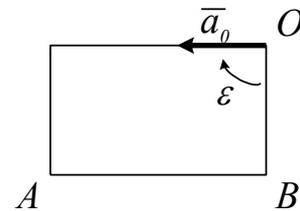
Ответ:
 $a_A = 18,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 6,11 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 25



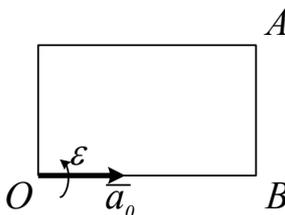
Ответ:
 $a_A = 22,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 17,5 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 26



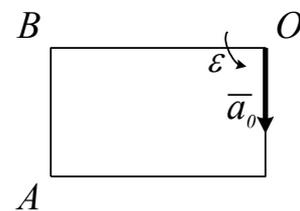
Ответ:
 $a_A = 22,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 14,3 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 27



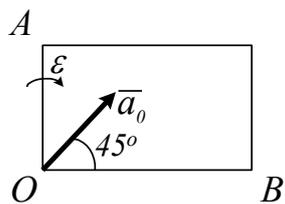
Ответ:
 $a_A = 18,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 17,5 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 28



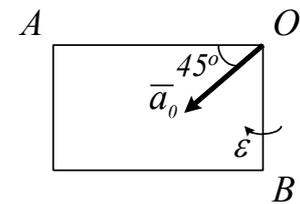
Ответ:
 $a_A = 25,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 24,2 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 29



Ответ:
 $a_A = 11,8 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 15,1 \text{ м/с}^2$.

№ 16 – 30



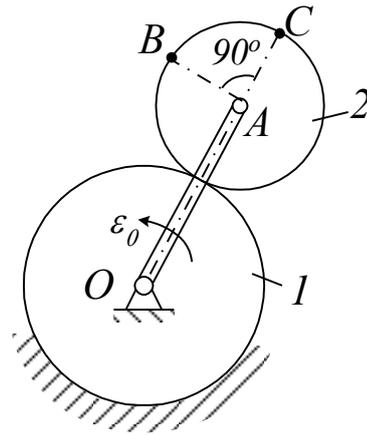
Ответ:
 $a_A = 15,0 \text{ м/с}^2$;
 $a_B = 11,8 \text{ м/с}^2$.

ЗАДАЧА № 17. Варианты 1–15

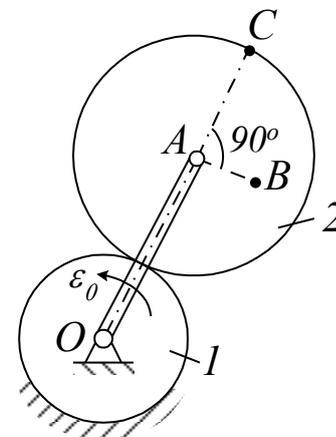
Кривошип OA , вращаясь с угловой скоростью ω_0 и угловым ускорением ε_0 вокруг оси O неподвижной шестеренки 1 радиусом R_1 , приводит в движение насаженную на его конце A шестеренку 2 радиусом R_2 .

Определить ускорения точек B и C подвижной шестеренки.

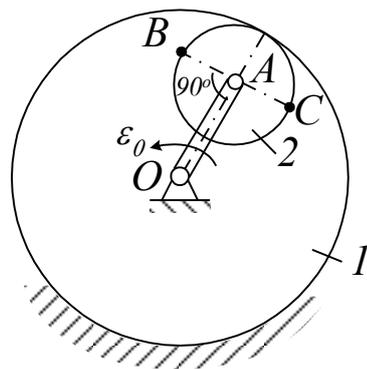
№ вар.	Дано				Ответ	
	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$\omega_0,$ 1/с	$\varepsilon_0,$ 1/с ²	$a_B,$ см/с ²	$a_C,$ см/с ²
1	10	10	1	2	60	100
2	20	10	2	12	480	865
3	2	2	3	18	108	180
4	4	2	$\sqrt{2}$	6	48	86,5
5	6	4	$\sqrt{3}$	7,5	105	183



№ вар.	Дано					Ответ	
	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$AB,$ см	$\omega_0,$ 1/с	$\varepsilon_0,$ 1/с ²	$a_B,$ см/с ²	$a_C,$ см/с ²
6	3	6	3	2	8	99,0	170
7	6	8	4	$\sqrt{2}$	4	80,5	136
8	10	10	5	3	18	540	900
9	4	16	8	$\sqrt{2}$	4	105	183,7
10	10	15	6	$\sqrt{3}$	7,5	237,5	425



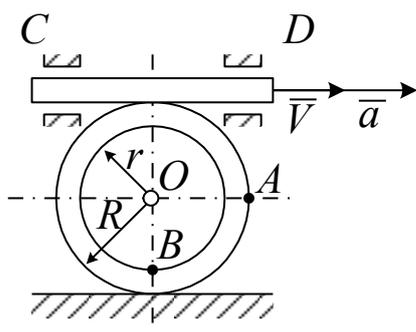
№ вар.	Дано				Ответ	
	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$\omega_0,$ 1/с	$\varepsilon_0,$ 1/с ²	$a_B,$ см/с ²	$a_C,$ см/с ²
11	60	20	$\sqrt{2}$	4	80	400
12	40	10	$\sqrt{3}$	9	180	649
13	36	12	1	2	24	120
14	24	8	3	9	144	520
15	10	4	2	6	12	93,5



ЗАДАЧА № 17. Варианты 16–20

Колесо радиусом R катится без скольжения по прямолинейному рельсу. Колесо приводится в движение рейкой CD . Рейка перемещается параллельно рельсу.

Определить ускорение точек A и B колеса, если рейка CD имеет скорость V и ускорение a .

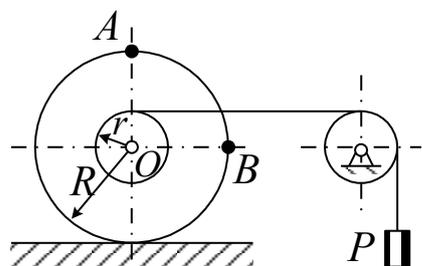


№ вар.	Дано				Ответ	
	R , см	r , см	V , см/с	a , см/с ²	a_A , см/с ²	a_B , см/с ²
16	100	60	20	2,0	1,0	0,72
17	80	60	8	0,4	0,2	0,16
18	100	40	10	0,5	0,25	0,18
19	60	30	12	1,2	0,6	0,42
20	50	40	10	1,0	0,5	0,41

Варианты 21–25

Груз P , опускаясь вниз, заставляет посредством нити катиться без скольжения колесо радиусом R по горизонтальному рельсу. Барабан радиусом r жестко связан с колесом.

Определить ускорения точек A и B колеса, если даны скорость V и ускорение a груза P .



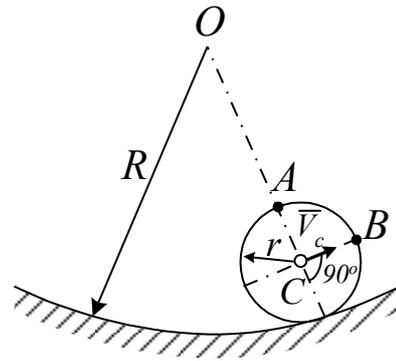
№ вар.	Дано				Ответ	
	R , см	r , см	V , см/с	a , см/с ²	a_A , см/с ²	a_B , см/с ²
21	80	20	20	4,0	7,16	3,2
22	100	50	15	1,5	2,24	1,0
23	120	40	16	1,6	2,68	1,2
24	60	20	8	0,8	1,34	0,63
25	50	10	6	0,6	1,12	0,5

ЗАДАЧА № 17. Варианты 26–30

Колесо радиусом r катится без скольжения внутри неподвижной цилиндрической опорной поверхности радиусом R . Закон изменения скорости центра колеса C задан.

Определить для момента времени $t = 1$ с ускорения точек A и B .

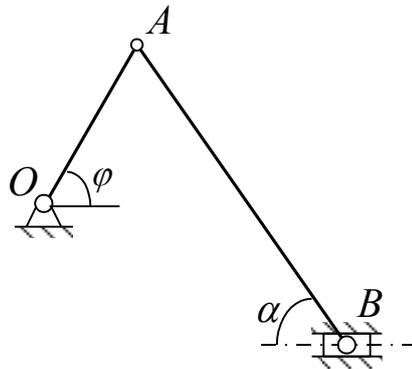
№ вар.	Дано			Ответ	
	r , см	R , см	V_C , см/с	a_A , см/с ²	a_B , см/с ²
26	12	36	24t	53,7	24
27	30	45	15t	30,9	7,5
28	40	60	40t	89,5	40
29	60	100	120t	269	269
30	12	48	36t	102	72



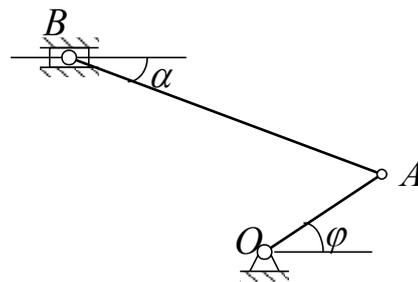
ЗАДАЧА № 18. Варианты 1–10

Найти угловое ускорение шатуна AB и ускорение ползуна B нецентрального кривошипно-шатунного механизма, если кривошип OA длиной 10 см вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_{OA} = 6$ 1/с.

№ вар.	Дано			Ответ	
	AB , см	φ	α	ε , 1/с ²	a_B , см/с ²
1	20	0°	60°	$36\sqrt{3}$	1800
2	20	30°	30°	$3\sqrt{3}$	$240\sqrt{3}$
3	$20\sqrt{2}$	0°	45°	9	720
4	20	60°	60°	$9\sqrt{3}$	0
5	20	45°	45°	9	$180\sqrt{2}$



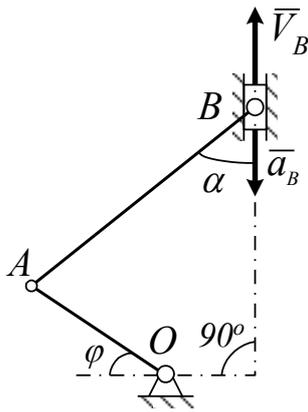
№ вар.	Дано			Ответ	
	AB , см	φ	α	ε , 1/с ²	a_B , см/с ²
6	20	30°	30°	$9\sqrt{3}$	0
7	$20\sqrt{3}$	0°	30°	$(4/3)\sqrt{3}$	200
8	$20\sqrt{3}$	0°	45°	9	0
9	20	60°	60°	$27\sqrt{3}$	720
10	20	0°	60°	$36\sqrt{3}$	1080



ЗАДАЧА № 18. Варианты 11–15

В нецентральном кривошипно-шатунном механизме ползун B имеет в заданном положении скорость V_B и ускорение a_B .

Найти угловое ускорение шатуна AB и ускорение шарнира A , если длина кривошипа OA равна 10 см.

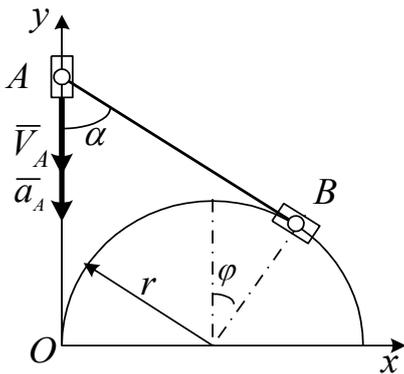


№ вар.	Дано					Ответ	
	$AB,$ $см$	φ	α	$V_B,$ $см/с$	$a_B,$ $см/с^2$	$\varepsilon_{AB},$ $1/с^2$	$a_A,$ $см/с^2$
11	$20\sqrt{3}$	30°	30°	$40\sqrt{3}$	40	$17/\sqrt{3}$	360
12	20	60°	30°	60	$240\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	360
13	$20\sqrt{3}$	60°	60°	120	$360\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	360
14	$20\sqrt{3}$	90°	30°	$20\sqrt{3}$	520	$4/\sqrt{3}$	360
15	$20\sqrt{3}$	90°	45°	60	720	9	360

Варианты 16, 17

Конец A стержня AB скользит по оси Oy , а другой его конец B – по окружности радиусом $r = 12$ см.

Определить угловое ускорение стержня и ускорение точки B в момент времени, когда угол φ равен 30° , угол α , скорость и ускорение точки A в этот момент указаны в таблице.



№ вар.	Дано			Ответ	
	α	$V_A,$ $см/с$	$a_A,$ $см/с^2$	$\varepsilon,$ $1/с^2$	$a_B,$ $см/с^2$
16	30°	36	$60\sqrt{3}$	$(2/3)\sqrt{3}$	108
17	60°	72	$216\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	108

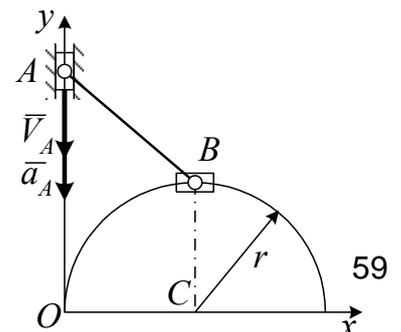
Варианты 18, 19

Конец A стержня AB , длина которого 15 см, скользит по оси Oy , а другой его конец B – по окружности радиусом r .

Определить угловое ускорение стержня и ускорение точки B в момент времени, когда $BC \perp Ox$, скорость и ускорение точки A в этот момент указаны в таблице.

ЗАДАЧА № 18. Варианты 18, 19

№ вар.	Дано			Ответ	
	$r,$ $см$	$V_A,$ $см/с$	$a_A,$ $см/с^2$	$\varepsilon,$ $1/с^2$	$a_B,$ $см/с^2$

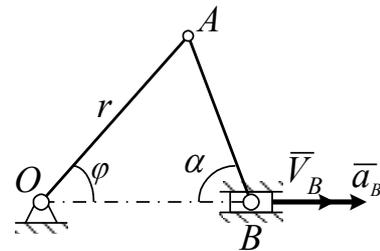


18	12	24	127	5,33	27
19	9	18	139	3	64

Варианты 20–24

Для заданного положения рычажного механизма определить угловое ускорение звена AB и ускорение точки A .

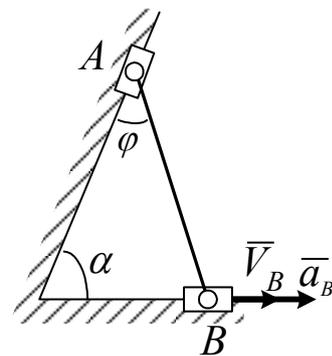
№ вар.	Дано					Ответ	
	r , см	φ	α	V_B , см/с	a_B , см/с ²	ε , 1/с ²	a_A , см/с ²
20	10	30°	30°	10	$10\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$5\sqrt{52}$
21	10	45°	45°	20	$20\sqrt{2}$	4	$20\sqrt{5}$
22	10	60°	60°	30	30	$2\sqrt{3}$	$10\sqrt{21}$
23	$15\sqrt{3}$	30°	60°	60	40	$\frac{8}{3}\sqrt{3}$	$20\sqrt{103}$
24	10	60°	30°	60	60	$10\sqrt{3}$	$30\sqrt{93}$



Варианты 25–30

Стержень AB длиной ℓ скользит своими концами по двум прямым направляющим. Для заданного положения стержня определить его угловое ускорение и ускорение точки A .

№ вар.	Дано				Ответ		
	ℓ , см	α	φ	V_B , см/с	a_B , см/с ²	ε , 1/с ²	a_A , см/с ²
25	60	60°	60°	60	60	$4\sqrt{3}$	420
26	60	30°	120°	60	$60\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	300
27	$60\sqrt{3}$	120°	30°	60	60	$\frac{4}{9}\sqrt{3}$	100
28	60	90°	60°	60	$60\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	660
29	60	90°	30°	$60\sqrt{3}$	60	$2\sqrt{3}$	$180\sqrt{3}$
30	60	30°	30°	60	180	$\frac{10}{9}\sqrt{3}$	$\frac{140}{3}\sqrt{3}$

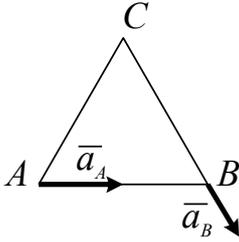


ЗАДАЧА № 19. Варианты 1–10

Равносторонний треугольник ABC , сторона которого равна l м, движется плоскопараллельно. В данный момент времени известны ускорения двух его вершин A и B : $a_A = a_B = 2$ м/с².

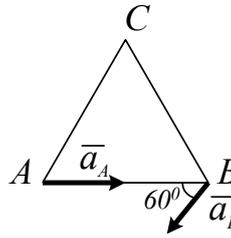
Определить ускорение третьей вершины C и положение мгновенного центра ускорений Q треугольника.

№ 19 – 1



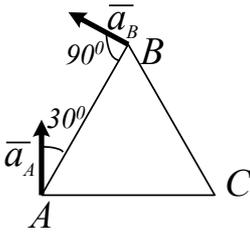
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{3} \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 60^\circ$;
 $AQ = 1 \text{ м}$.

№ 19 – 2



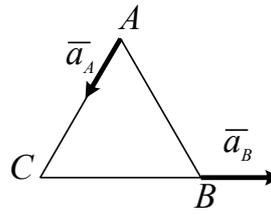
Ответ:
 $a_C = 4 \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 30^\circ$;
 $AQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ м}$.

№ 19 – 3



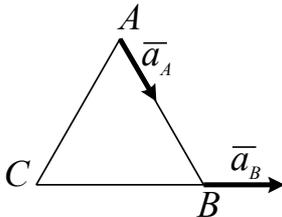
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{3} \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 30^\circ$;
 $AQ = 1 \text{ м}$.

№ 19 – 4



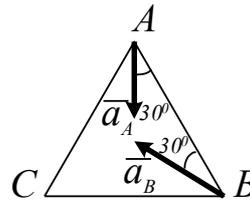
Ответ:
 $a_C = 4 \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ м}$.

№ 19 – 5



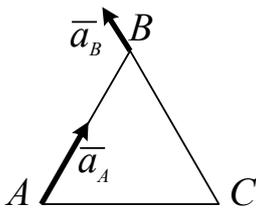
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{3} \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 60^\circ$;
 $AQ = 1 \text{ м}$.

№ 19 – 6



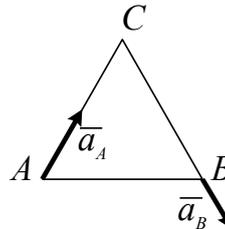
Ответ:
 $a_C = 2 \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 0^\circ$;
 $AQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ м}$.

№ 19 – 7



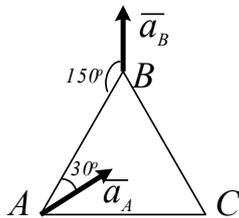
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{3} \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 60^\circ$;
 $AQ = 1 \text{ м}$.

№ 19 – 8



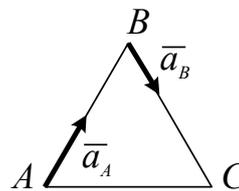
Ответ:
 $a_C = 4 \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = \sqrt{3} \text{ м}$.

№ 19 – 9



Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{3} \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = 1 \text{ м}$.

№ 19 – 10



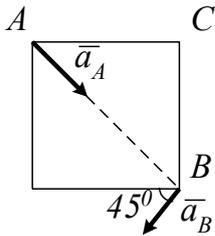
Ответ:
 $a_C = 2 \text{ м/с}^2$;
 $\mu = 30^\circ$;
 $AQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ м}$.

ЗАДАЧА № 19. Варианты 11–20

Квадрат, сторона которого равна 1 м , движется плоскопараллельно. В данный момент времени известны ускорения двух его вершин A и B : $a_A = a_B = 2 \text{ м/с}^2$.

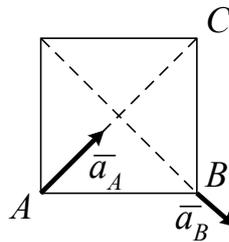
Определить ускорение вершины C и положение мгновенного центра ускорений Q квадрата.

№ 19 – 11



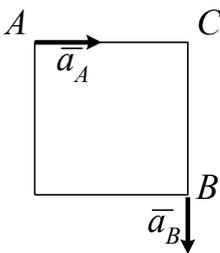
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{2} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 45^\circ;$
 $AQ = 1 \text{ м.}$

№ 19 – 12



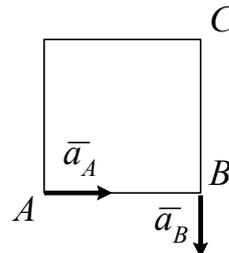
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 90^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

№ 19 – 13



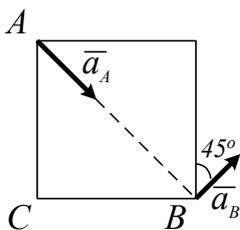
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{2} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 90^\circ;$
 $AQ = 1 \text{ м.}$

№ 19 – 14



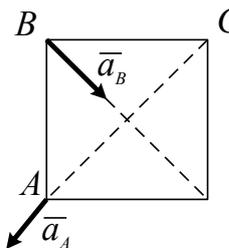
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 45^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

№ 19 – 15



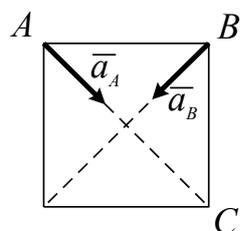
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{2} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 45^\circ;$
 $AQ = 1 \text{ м.}$

№ 19 – 16



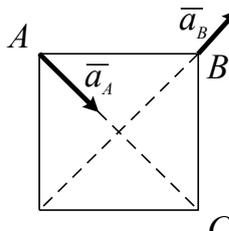
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 90^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

№ 19 – 17



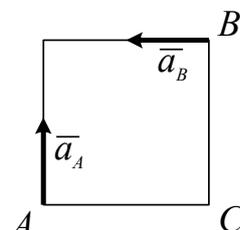
Ответ:
 $a_C = 2 \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 0^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

№ 19 – 18



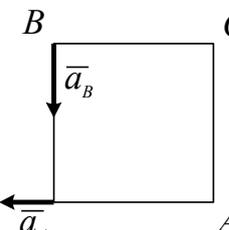
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 90^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

№ 19 – 19



Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{2} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 0^\circ;$
 $AQ = 1 \text{ м.}$

№ 19 – 20



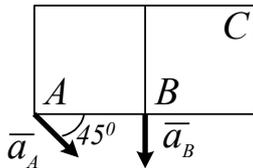
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5} \text{ м/с}^2;$
 $\mu = 45^\circ;$
 $AQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ м.}$

ЗАДАЧА № 19. Варианты 21–30

Прямоугольник, составленный из двух квадратов со стороной 1 м каждый, движется плоскопараллельно. В данный момент времени известны ускорения двух его точек A и B : $a_A = 2\text{ м/с}^2$; $a_B = 2\sqrt{2}\text{ м/с}^2$.

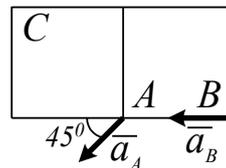
Определить ускорение точки C и положение мгновенного центра ускорений Q прямоугольника.

№ 19 – 21



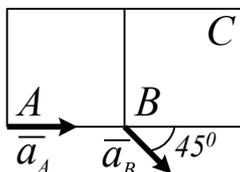
Ответ:
 $a_C = 4\sqrt{2}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 45^\circ$;
 $AQ = 1\text{ м}$.

№ 19 – 22



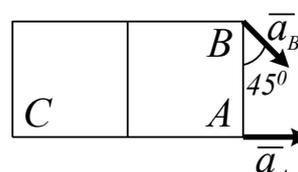
Ответ:
 $a_C = 2\sqrt{5}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 45^\circ$;
 $AQ = 1\text{ м}$.

№ 19 – 23



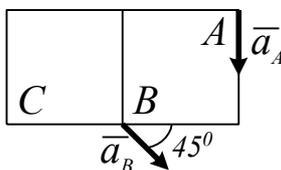
Ответ:
 $a_C = 4\sqrt{2}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = 1\text{ м}$.

№ 19 – 24



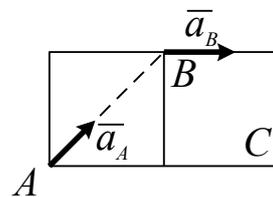
Ответ:
 $a_C = 6\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 0^\circ$;
 $AQ = 1\text{ м}$.

№ 19 – 25



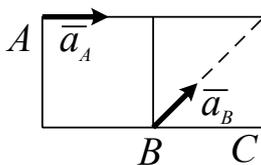
Ответ:
 $a_C = 3\sqrt{2}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 45^\circ$;
 $AQ = \sqrt{2}\text{ м}$.

№ 19 – 26



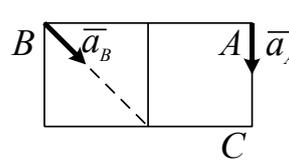
Ответ:
 $a_C = 2\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = \sqrt{2}\text{ м}$.

№ 19 – 27



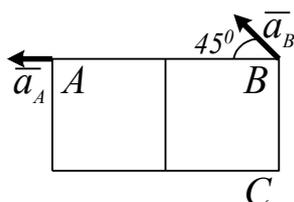
Ответ:
 $a_C = 10\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 45^\circ$;
 $AQ = \sqrt{2}\text{ м}$.

№ 19 – 28



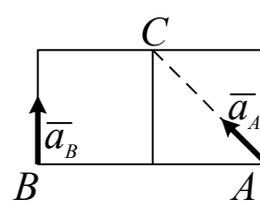
Ответ:
 $a_C = 1\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 0^\circ$;
 $AQ = 2\text{ м}$.

№ 19 – 29



Ответ:
 $a_C = \sqrt{5}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 90^\circ$;
 $AQ = 2\text{ м}$.

№ 19 – 30



Ответ:
 $a_C = \sqrt{2}\text{ м/с}^2$;
 $\mu = 45^\circ$;
 $AQ = 2\text{ м}$.

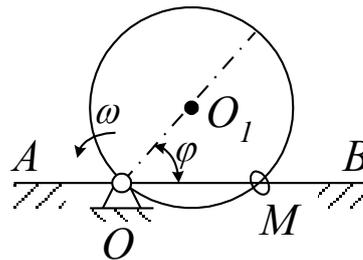
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

ЗАДАЧА № 20. Варианты 1–6

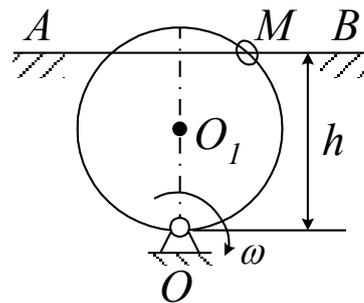
Проволочная окружность радиусом $R = 20$ см вращается в своей плоскости вокруг точки O с угловой скоростью $\omega = 3$ 1/с. На окружность надето колечко M , которое может скользить по неподвижному стержню AB .

Найти абсолютную скорость колечка M и его скорость относительно окружности в заданном положении.

№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
1	30°	60	120
2	45°	$60\sqrt{2}$	120
3	60°	$60\sqrt{3}$	120



№ вар.	Дано $h, \text{ см}$	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
4	10	60	60
5	20	60	60
6	30	60	60

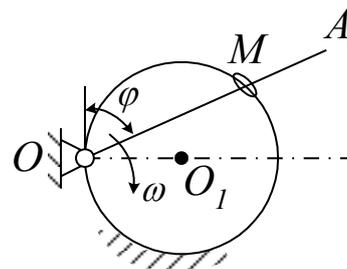


Варианты 7–9

Стержень OA вращается вокруг точки O с угловой скоростью $\omega = 2$ 1/с. На стержень надето колечко M , которое может скользить по неподвижной проволочной окружности радиусом $R = 12$ см.

Найти абсолютную скорость колечка M и его скорость относительно стержня в момент, определяемый углом φ .

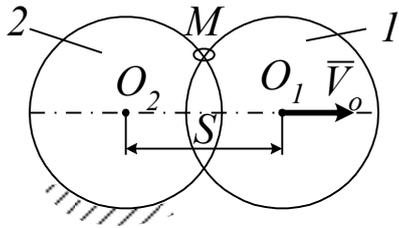
№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
7	30°	48	$24\sqrt{3}$
8	45°	48	$24\sqrt{2}$
9	60°	48	24



ЗАДАЧА № 20. Варианты 10–12

Окружность 1 радиусом r , которая в начальный момент совмещается с другой неподвижной окружностью 2 того же радиуса, движется в своей плоскости поступательно со скоростью $V_o = 60 \text{ см/с}$, перемещая колечко M по неподвижной окружности.

Найти абсолютную скорость колечка M и его скорость относительно подвижной окружности 1 в момент, определяемый расстоянием S .

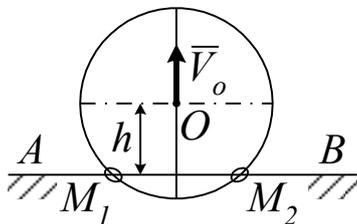


№ вар.	Дано S	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
10	$S = r$	$20\sqrt{3}$	$20\sqrt{3}$
11	$S = r\sqrt{2}$	$30\sqrt{2}$	$30\sqrt{2}$
12	$S = r\sqrt{3}$	60	60

Варианты 13–15

Окружность радиусом 30 см перемещается в своей плоскости поступательно со скоростью $V_o = 60 \text{ см/с}$, передвигая колечки M_1 и M_2 по неподвижному стержню AB .

Найти абсолютную скорость колечек и их скорость относительно окружности в момент, определяемый расстоянием h .

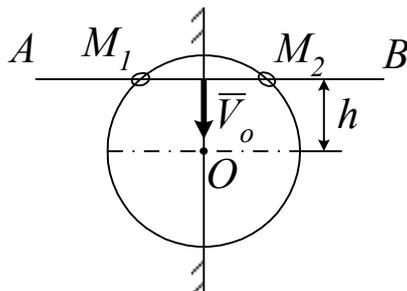


№ вар.	Дано $h, \text{ см}$	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
13	$15\sqrt{3}$	$60\sqrt{3}$	120
14	$15\sqrt{2}$	60	$60\sqrt{2}$
15	15	$20\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$

Варианты 16–18

Стержень AB движется поступательно со скоростью $V_o = 24 \text{ см/с}$, перемещая колечки M_1 и M_2 по неподвижной окружности радиусом 60 см .

Найти абсолютную скорость колечек и их скорость относительно стержня в момент, определяемый расстоянием h .



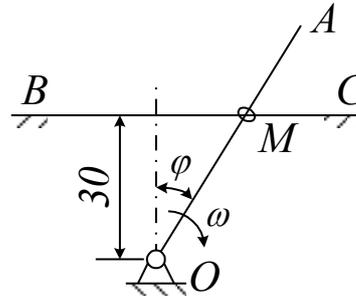
№ вар.	Дано $h, \text{ см}$	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
16	$30\sqrt{3}$	48	$24\sqrt{3}$
17	$30\sqrt{2}$	$24\sqrt{2}$	24
18	30	$16\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$

ЗАДАЧА № 20. Варианты 19–21

Стержень OA , вращающийся вокруг точки O с угловой скоростью ω , передвигает колечко M по неподвижной прямой BC , отстоящей от точки O на расстоянии 30 см.

Найти абсолютную скорость колечка и его скорость относительно стержня OA в момент, определяемый углом φ .

№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	$\omega, 1/c$	$V_a, \text{см}/c$	$V_r, \text{см}/c$
19	30°	2	80	40
20	45°	$\sqrt{2}$	$60\sqrt{2}$	60
21	60°	1	120	$60\sqrt{3}$

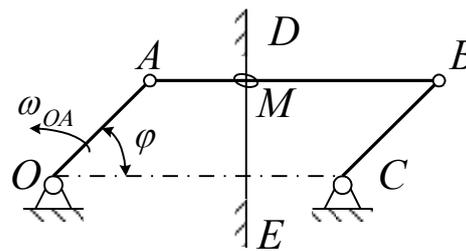


Варианты 22–24

Кривошип OA длиной 12 см шарнирного параллелограмма $OABC$ вращается вокруг точки O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 4 1/c$. Стержень AB передвигает колечко M по неподвижной вертикальной прямой DE .

Найти абсолютную скорость колечка M и его скорость относительно стержня AB в момент, определяемый углом φ .

№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_a, \text{см}/c$	$V_r, \text{см}/c$
22	30°	$24\sqrt{3}$	24
23	45°	$24\sqrt{2}$	$24\sqrt{2}$
24	60°	24	$24\sqrt{3}$

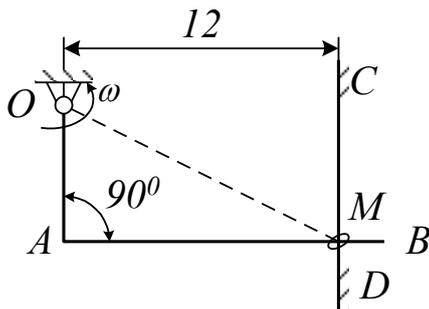


Варианты 25–27

Ломанный рычаг OAB вращается с угловой скоростью $\omega = 3 1/c$ вокруг точки O и передвигает колечко M по неподвижной прямой CD , отстоящей от точки O на расстоянии 12 см.

Найти абсолютную скорость колечка и его скорость относительно стержня AB в момент, когда $AB \perp CD$.

ЗАДАЧА № 20. Варианты 25–27

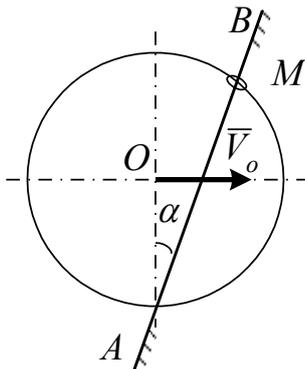


№ вар.	Дано $OA, \text{ см}$	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
25	$12\sqrt{3}$	36	$36\sqrt{3}$
26	12	36	36
27	$4\sqrt{3}$	36	$12\sqrt{3}$

Варианты 28–30

Окружность движется в своей плоскости поступательно с горизонтальной скоростью $V_o = 30 \text{ см/с}$ и перемещает кольцо M по неподвижной прямой AB , наклоненной под углом α к вертикали.

Найти абсолютную скорость кольца M и его скорость относительно окружности в положении, указанном на чертеже.

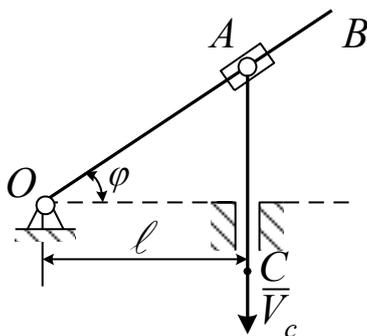


№ вар.	Дано α	Ответ	
		$V_a, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
28	30°	30	30
29	45°	$30\sqrt{2}$	30
30	60°	$30\sqrt{3}$	30

ЗАДАЧА № 21. Варианты 1–3

Стержень AC кулисного механизма перемещается в вертикальных направляющих со скоростью $V_c = 60 \text{ см/с}$; $\ell = 30 \text{ см}$.

Найти угловую скорость кулисы OB и скорость ползуна A относительно кулисы в положении механизма, определяемом углом φ .



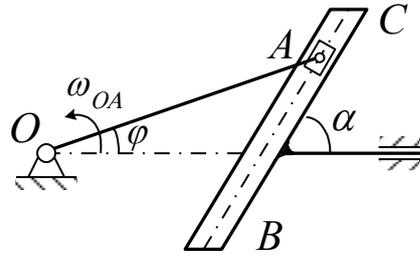
№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$\omega_{OB}, \text{ 1/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
1	30°	1,5	30
2	45°	1	$30\sqrt{2}$
3	60°	0,5	$30\sqrt{3}$

ЗАДАЧА № 21. Варианты 4–11

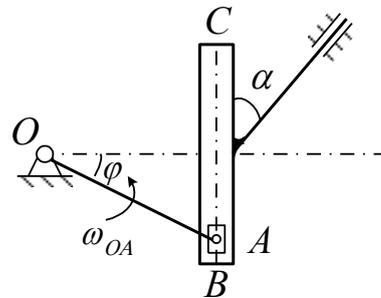
Стержень OA длиной 20 см поворачивается вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 3$ 1/с и с помощью ползуна A перемещает кулису BC , которая движется поступательно.

Найти скорость кулисы и скорость ползуна A относительно кулисы в положении, указанном на чертеже.

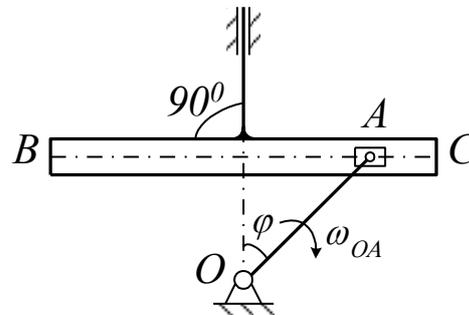
№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	$V_{BC},$ см/с	$V_r,$ см/с
4	30°	60°	60	60
5	0°	60°	$20\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$
6	0°	45°	60	$60\sqrt{2}$



№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	$V_{BC},$ см/с	$V_r,$ см/с
7	60°	30°	$60\sqrt{3}$	60
8	30°	60°	$20\sqrt{3}$	$20\sqrt{3}$



№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_{BC},$ см/с	$V_r,$ см/с
9	30°	30	$30\sqrt{3}$
10	45°	$30\sqrt{2}$	$30\sqrt{2}$
11	60°	$30\sqrt{3}$	30

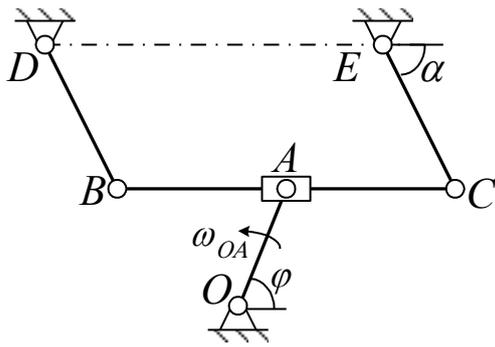


Варианты 12–16

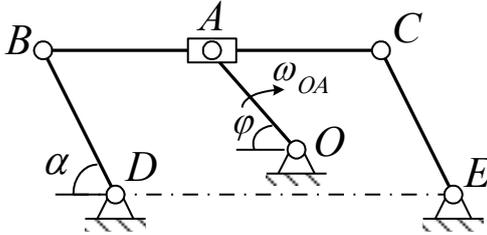
Стержень OA длиной 20 см поворачивается вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 3$ 1/с и при помощи ползуна A приводит в движение шатун BC шарнирного параллелограмма $BCDE$ ($BC = DE$; $BD = CE = 20$ см)

Определить угловую скорость стержня CE и скорость ползуна A относительно шатуна BC в положении механизма, определяемом углами φ и α .

ЗАДАЧА № 21. Варианты 12–16



№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	ω_{CE}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
12	30°	30°	3	60
13	45°	45°	3	$60\sqrt{2}$
14	60°	60°	3	$60\sqrt{3}$

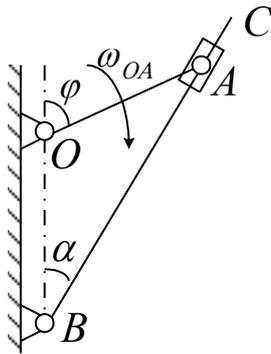


№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	ω_{CE}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
15	30°	60°	$3\sqrt{3}$	60
16	60°	30°	$\sqrt{3}$	$20\sqrt{3}$

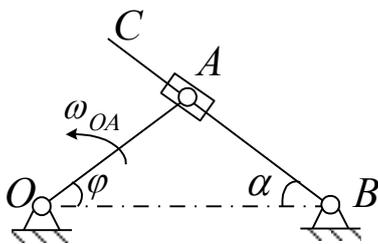
Варианты 17–24

Кривошип OA кривошипно-кулисного механизма вращается с угловой скоростью $\omega_{OA} = 3 \text{ 1/с}$. Длина кривошипа равна 20 см .

Определить угловую скорость кулисы BC и скорость ползуна A относительно кулисы в положении механизма, определяемом углами φ и α .



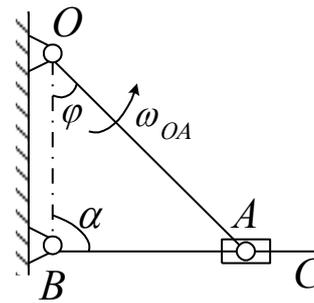
№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	ω_{BC}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
17	45°	30°	2,05	15,5
18	60°	30°	1,55	30
19	60°	45°	2,35	15,5



№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	ω_{BC}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
20	30°	30°	1,5	$30\sqrt{3}$
21	60°	60°	1,5	$30\sqrt{3}$

ЗАДАЧА № 21. Варианты 17–24

№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	ω_{BC}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
22	30°	90°	3	$30\sqrt{3}$
23	45°	90°	3	$30\sqrt{2}$
24	60°	90°	3	30

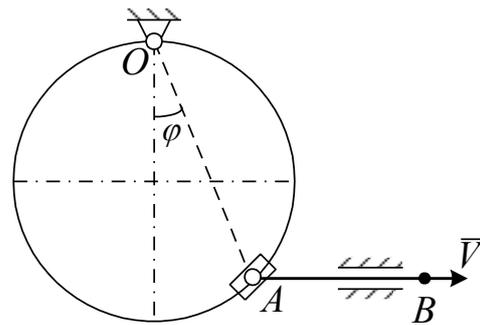


Варианты 25–27

Стержень AB , перемещаясь в направляющих со скоростью $V = 60 \text{ см/с}$, с помощью ползуна A приводит в движение проволочную окружность радиусом 30 см , которая может поворачиваться вокруг оси O .

Найти угловую скорость этой окружности и скорость ползуна A относительно окружности в положении, определяемом углом φ .

№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$\omega, l/c$	$V_r, cm/c$
25	30°	2	60
26	45°	2	60
27	60°	2	60

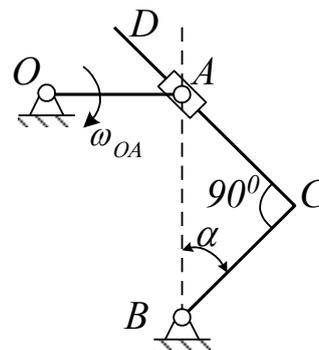


Варианты 28–30

Кривошип OA приводит в движение кулису BCD , представляющую собой ломанный рычаг. $OA = 30 \text{ см}$, $BC = 30 \text{ см}$. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OA} = 2 c^{-1}$.

Определить угловую скорость кулисы и скорость ползуна A относительно кулисы в положении механизма, определяемом углом α .

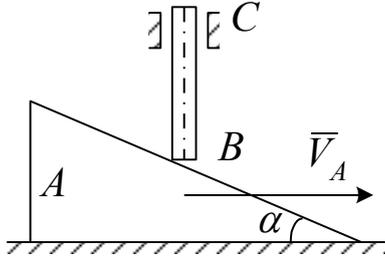
№ вар.	Дано α	Ответ	
		ω_{BC}, c^{-1}	$V_r, cm/c$
28	60°	0,577	$40\sqrt{3}$
29	45°	$\sqrt{2}$	$60\sqrt{2}$
30	30°	3	120



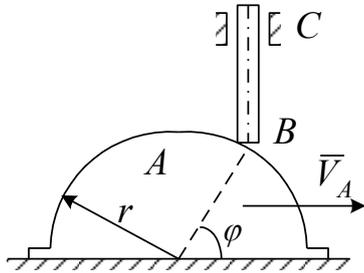
ЗАДАЧА № 22. Варианты 1–6

Кулак A , перемещающийся поступательно по горизонтальной плоскости со скоростью 30 см/с , приводит в движение толкатель BC , скользящий в вертикальных направляющих.

Определить абсолютную скорость толкателя и скорость его точки B относительно кулака в положении, изображенном на чертеже.



№ вар.	Дано α	Ответ	
		$V_{BC}, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
1	30°	$10\sqrt{3}$	$20\sqrt{3}$
2	45°	30	$30\sqrt{2}$
3	60°	$30\sqrt{3}$	60

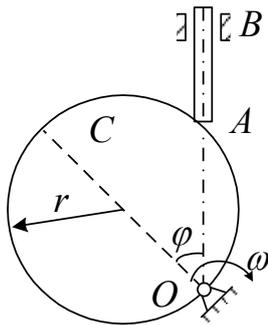


№ вар.	Дано α	Ответ	
		$V_{BC}, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
4	30°	$30\sqrt{3}$	60
5	45°	30	$30\sqrt{2}$
6	60°	$10\sqrt{3}$	$20\sqrt{3}$

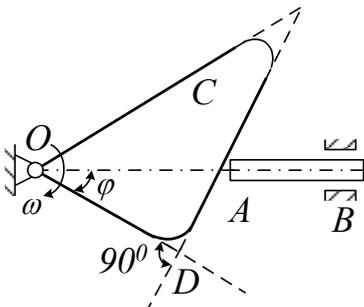
Варианты 7–12

Толкатель AB приводится в движение кулачком C , вращающимся вокруг оси O с угловой скоростью $\omega = 6 \text{ 1/с}$.

Найти абсолютную скорость толкателя AB и скорость его точки A относительно кулачка в положении, изображенном на чертеже.



№ вар.	Дано		Ответ	
	$r, \text{ см}$	φ	$V_{AB}, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
7	10	30°	60	120
8	10	45°	$60\sqrt{2}$	120
9	10	60°	$60\sqrt{3}$	120



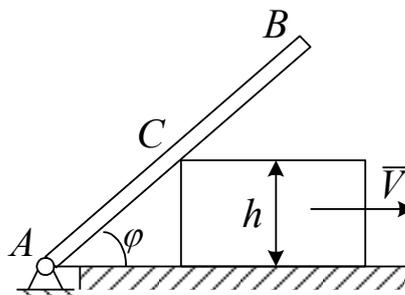
№ вар.	Дано		Ответ	
	$OD, \text{ см}$	φ	$V_{AB}, \text{ см/с}$	$V_r, \text{ см/с}$
10	6	30°	24	48
11	6	45°	$36\sqrt{2}$	72
12	6	60°	$72\sqrt{3}$	144

ЗАДАЧА № 22. Варианты 13–15

Стержень AB , имеющий ось вращения A , опирается в точке C на прямоугольный брус высотой $h = 30 \text{ см}$, который перемещается по горизонтальной плоскости со скоростью $V = 60 \text{ см/с}$.

Определить угловую скорость стержня AB и скорость точки C бруса относительно стержня в положении, определяемом углом φ .

№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$\omega, 1/\text{с}$	$V_r, \text{см/с}$
13	30°	0,5	$30\sqrt{3}$
14	45°	1,0	$30\sqrt{2}$
15	60°	1,5	30

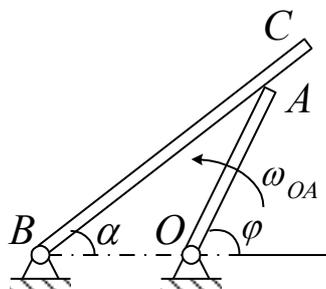


Варианты 16–18

Кривошип OA длиной 20 см , вращающийся вокруг точки O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 3 \text{ 1/с}$, поворачивает вокруг точки B стержень BC .

Определить угловую скорость стержня BC и скорость конца A кривошипа относительно этого стержня в положении, указанном на чертеже.

№ вар.	Дано		Ответ	
	φ	α	$\omega_{BC}, \text{с}^{-1}$	$V_r, \text{см/с}$
16	60°	30°	1,5	30
17	90°	30°	0,75	$30\sqrt{3}$
18	90°	45°	1,5	$30\sqrt{2}$

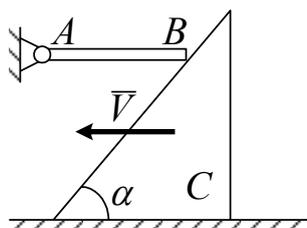


Варианты 19–24

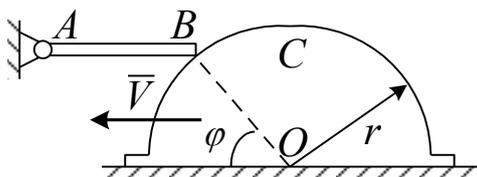
Кулак C , движущийся поступательно по горизонтальной плоскости со скоростью $V = 60 \text{ см/с}$, поворачивает вокруг точки A стержень AB длиной 20 см .

Определить угловую скорость стержня AB и скорость его точки B относительно кулака в момент, когда стержень горизонтален.

ЗАДАЧА № 22. Варианты 19–24



№ вар.	Дано α	Ответ	
		ω, c^{-1}	$V_r, cm/c$
19	30°	$\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$
20	45°	3	$60\sqrt{2}$
21	60°	$3\sqrt{3}$	120

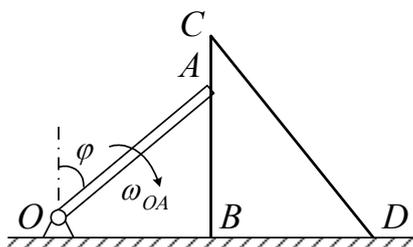


№ вар.	Дано α	Ответ	
		ω, c^{-1}	$V_r, cm/c$
22	30°	$3\sqrt{3}$	120
23	45°	3	$60\sqrt{2}$
24	60°	$\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$

Варианты 25–27

Стержень OA длиной 30 см, вращающийся вокруг оси O с угловой скоростью $\omega = 2$ 1/с, передвигает по горизонтальной плоскости призму BCD , ребро BC которой вертикально.

Определить скорость призмы и скорость конца A стержня относительно призмы в положении, определяемом углом φ .

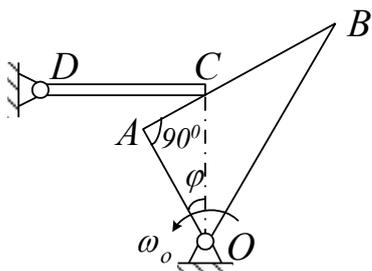


№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$V_{BC}, cm/c$	$V_r, cm/c$
25	30°	$30\sqrt{3}$	30
26	45°	$30\sqrt{2}$	$30\sqrt{2}$
27	60°	30	$30\sqrt{3}$

Варианты 26–30

Треугольная пластинка OAB , вращаясь вокруг оси O с угловой скоростью $\omega_0 = 3$ 1/с, поворачивает вокруг точки D стержень CD длиной 12 см. $OA = 12$ см.

Найти угловую скорость стержня CD и скорость его конца C относительно пластинки в момент, когда стержень горизонтален, а точки O и C лежат на одной вертикали.

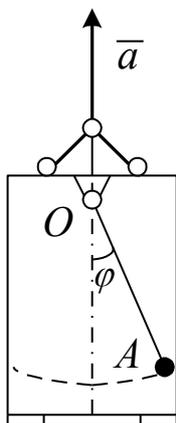


№ вар.	Дано φ	Ответ	
		$\omega_{CD}, cm/c$	$V_r, cm/c$
28	30°	2	48
29	45°	$3\sqrt{2}$	72
30	60°	$6\sqrt{3}$	144

ЗАДАЧА № 23. Варианты 1–5

В кабине, поднимающейся с ускорением a , совершает колебательное движение стержень OA согласно закону $\varphi = f(t)$.

Найти для заданного момента времени t абсолютное ускорение точки A стержня.

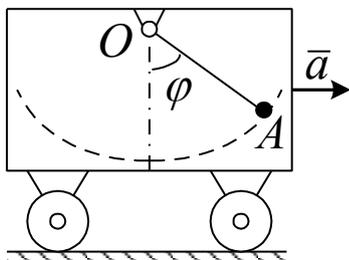


№ вар.	Дано				Ответ $a_A, \text{см/с}^2$
	$\varphi, \text{рад}$	$t, \text{с}$	$OA, \text{см}$	$a, \text{см/с}^2$	
1	$\frac{\pi}{6} \sin \frac{1}{4}t$	2π	96	$\frac{\pi}{2}$	$0,5\sqrt{3}\pi$
2	$\frac{\pi}{4} \cos 2t$	π	$20\sqrt{2}$	20π	20π
3	$\frac{\pi}{3} \cos 3t$	π	$20\sqrt{3}$	90π	$30\sqrt{3}\pi$
4	$\frac{\pi}{4} \sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$16\sqrt{2}$	π	5π
5	$\frac{\pi}{3} \sin 3t$	$\frac{3}{2}\pi$	20	30π	$30\sqrt{3}\pi$

Варианты 6–10

В вагоне, движущемся по прямолинейному участку пути рельсу с ускорением a , подвешен стержень OA , который совершает колебательное движение по закону $\varphi = f(t)$ в вертикальной плоскости вокруг оси O , перпендикулярной к направлению движения вагона.

Определить для указанного момента времени t абсолютное ускорение точки A стержня.



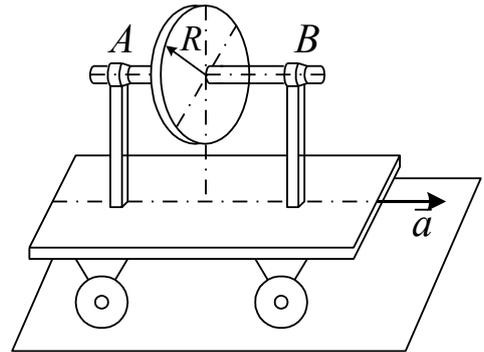
№ вар.	Дано				Ответ $a_A, \text{см/с}^2$
	$\varphi, \text{рад}$	$t, \text{с}$	$OA, \text{см}$	$a, \text{см/с}^2$	
6	$\frac{\pi}{4} \sin \frac{1}{2}t$	π	$32\sqrt{2}$	2π	2π
7	$\frac{\pi}{6} \cos \frac{1}{2}t$	2π	48	$\pi\sqrt{3}$	$\pi\sqrt{13}$
8	$\frac{\pi}{3} \sin \frac{1}{4}t$	2π	96	π	$\pi\sqrt{3}$
9	$\sin \pi t$	2	30	$40\pi^2$	$50\pi^2$
10	$2 \cos \frac{\pi}{2}t$	1	40	$30\pi^2$	$50\pi^2$

ЗАДАЧА № 23. Варианты 11–15

Тележка движется по прямолинейному участку пути с ускорением a . На продольном валу тележки находится маховичок радиусом $R = 0,5$ м, который вращается согласно уравнению $\varphi = f(t)$.

Определить абсолютное ускорение точки обода маховика для заданного момента времени t .

№ вар.	Дано			Ответ $a_a, \text{м/с}^2$
	$a, \text{м/с}^2$	$\varphi, \text{рад}$	$t, \text{с}$	
11	3	$4t^2 - 6t$	1	5,4
12	2	$2t^2 - 4t$	2	8,48
13	4	$4t^2 - 20t$	3	9,8
14	5	$8t - 4t^2$	0,5	10,2
15	3	$20t - 4t^2$	3	9,45

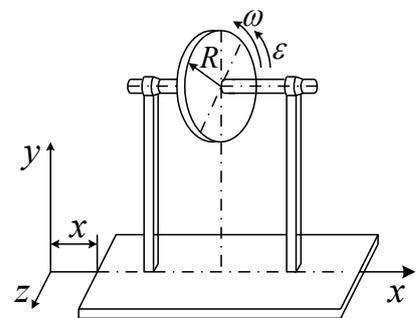


Варианты 16–20

На площадке, совершающей прямолинейное колебательное движение по закону $x = f(t)$, установлен маховичок радиусом R , ось вращения которого параллельна оси x .

Определить абсолютное ускорение точки на ободу маховичка, если последний имеет в данный момент времени t угловую скорость ω и угловое ускорение ε .

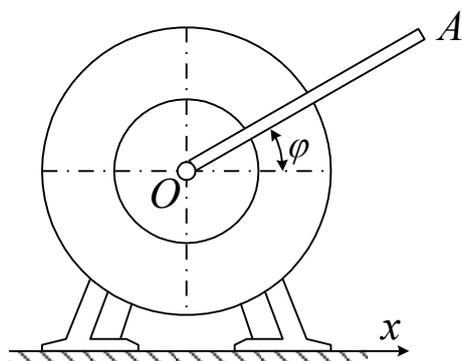
№ вар.	Дано					Ответ $a_a, \text{см/с}^2$
	$x, \text{см}$	$R, \text{см}$	$\omega, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	$t, \text{с}$	
16	$10 \sin \pi t$	5	π	$2\pi^2$	2,5	$15\pi^2$
17	$80 \cos \frac{\pi}{2} t$	10	2π	$4\pi^2$	4	$60\pi^2$
18	$16 \sin \frac{3}{2} \pi t$	18	2π	$4\pi^2$	3	$108\pi^2$
19	$15 \cos 2t$	30	1	2	$\pi/2$	90
20	$10 \sin 3t$	20	3	9	$\pi/2$	270



ЗАДАЧА № 23. Варианты 21–25

К валу электрического двигателя, вращающегося согласно уравнению $\varphi = \omega t$ (φ , рад; t , с), прикреплен под прямым углом стержень OA длиной $\ell = 20$ см. Двигатель совершает горизонтальные колебания на фундаменте по закону $x = 20 \sin \omega t$ (x , см; t , с).

Определить для заданного момента времени t абсолютное ускорение точки A стержня.

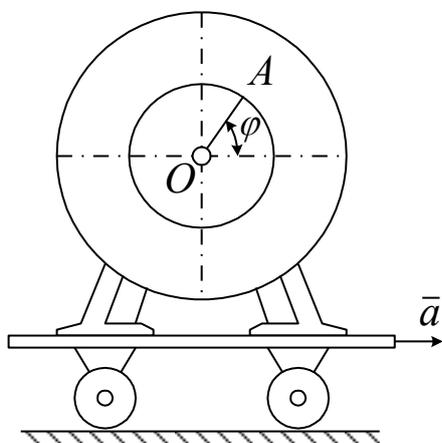


№ вар.	Дано		Ответ $a_a, \text{см/с}^2$
	$\omega, 1/\text{с}$	$t, \text{с}$	
21	$\frac{1}{6}\pi$	1	7,96
22	$\frac{1}{8}\pi$	2	4,88
23	$\frac{1}{3}\pi$	1	36,2
24	3	$\frac{1}{4}\pi$	127,0
25	2	$\frac{1}{3}\pi$	75,2

Варианты 26–30

На тележке, движущейся по горизонтальной плоскости вправо с ускорением a , установлен электрический двигатель, ротор которого вращается согласно уравнению $\varphi = f(t)$.

Определить абсолютное ускорение точки A ротора через 1 с после начала движения, если радиус $OA = 20$ см.



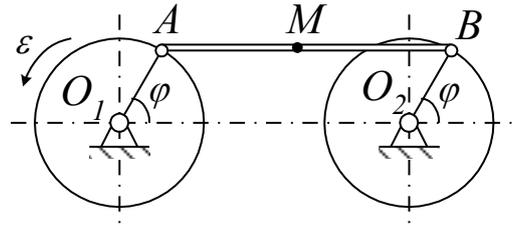
№ вар.	Дано		Ответ $a_a, \text{см/с}^2$
	$\varphi, \text{рад.}$	$a, \text{см/с}^2$	
26	$\frac{1}{3}\pi t$	20	21,3
27	$\frac{2}{3}\pi t$	100	163,0
28	πt	200	397,0
29	$\frac{1}{2}\pi t$	50	70,1
30	$\frac{3}{2}\pi t$	300	535,0

ЗАДАЧА № 24. Варианты 1–5

Стержень AB с помощью шарниров присоединен своими концами к двум дискам одинакового радиуса $R = 20$ см, вращающимся вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 так, что $AB \parallel O_1O_2$. По стержню от A к B перемещается точка M с относительным ускорением a_r .

Найти абсолютное ускорение точки M , если диски вращаются с угловым ускорением ε , имея в данный момент угловую скорость $\omega = 3$ 1/с.

№ вар.	Дано			Ответ $a_a,$ см/с ²
	φ	$\varepsilon,$ 1/с ²	$a_r,$ см/с ²	
1	30°	$3\sqrt{3}$	$150\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$
2	45°	9	$80\sqrt{2}$	$100\sqrt{2}$
3	60°	$4\sqrt{3}$	360	$100\sqrt{3}$
4	90°	8	400	300
5	120°	$6\sqrt{3}$	240	300

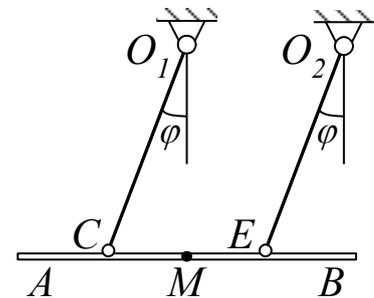


Варианты 6–10

Стержень AB , подвешенный с помощью двух нитей O_1C и O_2E одинаковой длины ℓ , совершает колебательное движение в вертикальной плоскости согласно закону $\varphi = f_1(t)$. Вдоль стержня от A и B движется точка M с относительной скоростью $V_r = f_2(t)$.

Определить для заданного момента времени t абсолютное ускорение точки M .

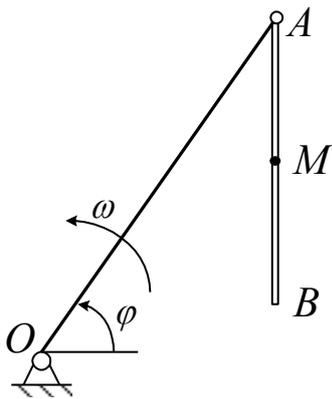
№ вар.	Дано				Ответ $a,$ см/с ²
	$\varphi, \text{рад}$	$t, \text{с}$	$\ell,$ см	$V_r,$ см/с	
6	$\frac{1}{6}\pi \sin \frac{1}{2}t$	π	24	πt	6,06
7	$\frac{1}{4}\pi \cos \frac{1}{3}t$	6π	36	πt	5,8
8	$\frac{1}{3}\pi \sin 2t$	$\frac{1}{4}\pi$	30	$40\pi t$	$40\pi\sqrt{3}$
9	$\sin \pi t$	2	40	$30\pi^2 t$	$50\pi^2$
10	$\cos \frac{\pi}{2}t$	1	60	$20\pi^2 t$	$25\pi^2$



ЗАДАЧА № 24. Варианты 11–15

Стержень OA длиной 10 см вращается равномерно вокруг горизонтальной оси O с угловой скоростью ω . К концу A шарнирно присоединен стержень AB , который при перемещении сохраняет вертикальное положение. По стержню AB движется вниз точка M с относительной скоростью V_r .

Найти абсолютное ускорение точки M в момент, когда стержень OA образует с горизонталью заданный угол φ .

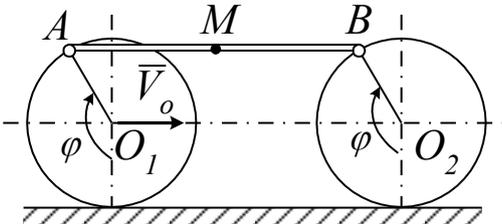


№ вар.	Дано			Ответ $a, \text{см/с}^2$
	φ	$\omega, 1/\text{с}$	$V_r, \text{см/с}$	
11	0°	4	$160t$	$160\sqrt{2}$
12	30°	5	$250t$	$250\sqrt{3}$
13	45°	10	$800t$	1675
14	60°	2	$30t$	67,7
15	150°	3	$100t$	164,5

Варианты 16–20

Спарник AB шарнирно присоединен своими концами к двум колесам одинакового радиуса $R = 1$ м. По спарнику в направлении от A к B движется точка M с относительным ускорением a_r .

Определить в положении, заданном углом φ , абсолютное ускорение точки M , если колеса катятся по рельсам без скольжения, а их центры имеют постоянную скорость V_o .



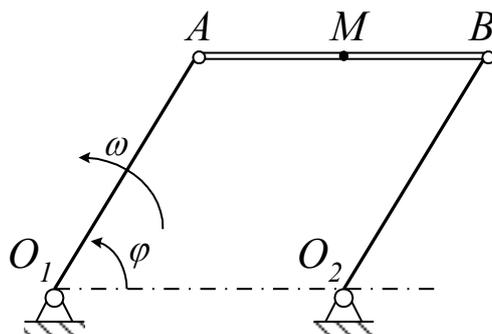
№ вар.	Дано			Ответ $a, \text{см/с}^2$
	φ	$V_o, 1/\text{с}$	$a_r, \text{см/с}^2$	
16	135°	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
17	30°	2	3	6,08
18	180°	0,4	0,12	0,2
19	150°	0,6	0,18	0,476
20	210°	3	9	9

ЗАДАЧА № 24. Варианты 21–25

Шарнирно-стержневой четырехугольник O_1ABO_2 представляет собой параллелограмм. Известен закон изменения угловой скорости кривошипа O_1A : $\omega = f(t)$. Длина кривошипа O_1A равна 30 см. По стержню AB от A к B движется точка M с заданным относительным ускорением a_r .

Определить в момент времени $t = 2$ с абсолютное ускорение точки M , если в этот момент кривошип образует с горизонталью заданный угол φ .

№ вар.	Дано			Ответ $a, \text{см/с}^2$
	φ	$\omega, 1/\text{с}$	$a_r, \text{см/с}^2$	
21	90°	$0,5 t^2$	150	150
22	45°	$0,5 t^2 - 2t$	$360\sqrt{2}$	$240\sqrt{2}$
23	135°	$t^2 - 2$	$120\sqrt{2}$	240
24	30°	$2 \sin \frac{\pi}{4} t$	$60\sqrt{3}$	60
25	60°	$4 \cos \pi t$	240	$240\sqrt{3}$

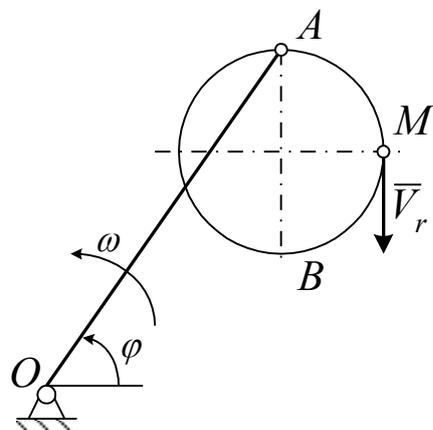


Варианты 26–30

Стержень OA длиной 60 см вращается равномерно с угловой скоростью ω вокруг горизонтальной оси O . К концу A стержня шарнирно прикреплен круглый диск радиусом r , диаметр AB которого при перемещении сохраняет вертикальное положение. По ободу диска движется точка M с постоянной относительной скоростью V_r .

Найти абсолютное ускорение точки M в момент, когда она проходит через правый конец горизонтального диаметра диска, стержень OA в этот момент образует с горизонталью заданный угол φ .

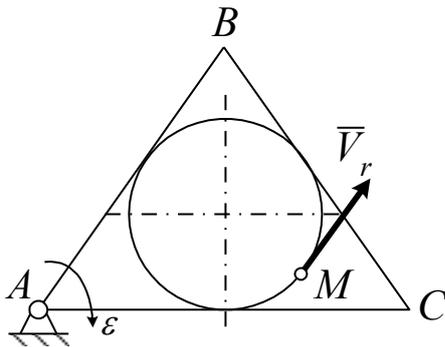
№ вар.	Дано				Ответ $a, \text{м/с}^2$
	φ	$\omega, 1/\text{с}$	$r, \text{см}$	$V_r, \text{см/с}$	
26	30°	1	$20\sqrt{3}$	60	1,59
27	45°	5	$20\sqrt{2}$	100	17,6
28	60°	4	10	100	17,0
29	90°	$\sqrt{6}$	30	120	6,0
30	120°	$\sqrt{2}$	40	80	1,44



ЗАДАЧА № 25. Варианты 1–3

Равносторонний треугольник ABC , сторона которого равна 60 см, вращается в своей плоскости вокруг вершины A , имея в данный момент времени угловое ускорение $\varepsilon = 3$ $1/c^2$ и угловую скорость $\omega = \sqrt{3}$ $1/c$. По окружности, вписанной в этот треугольник, движется против часовой стрелки точка M , имеющая постоянную относительную скорость $V_r = 60$ см/с.

Определить абсолютное ускорение точки M в момент, когда она касается какой-либо стороны треугольника.

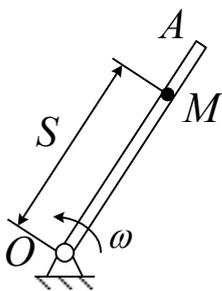


№ вар.	Точка M касается стороны	Ответ a , см/с ²
1	AB	$90\sqrt{2}$
2	BC	$90\sqrt{6}$
3	AC	$90\sqrt{2}$

Варианты 4–6

Стержень OA вращается вокруг точки O с угловой скоростью $\omega = f_1(t)$. Вдоль стержня движется точка M , положение которой определяется заданным расстоянием $S = f_2(t)$.

Найти абсолютное ускорение точки M в момент времени $t = 2$ с.



№ вар.	Дано		Ответ a , см/с ²
	ω , $1/c$	S , см	
4	$t^2 - t$	$12t^2 - 42t + 42$	42
5	$2t^2 - 3t$	$30t^2 - 105t + 105$	135
6	$6 - t^2$	$12t^2 - 36t + 36$	24

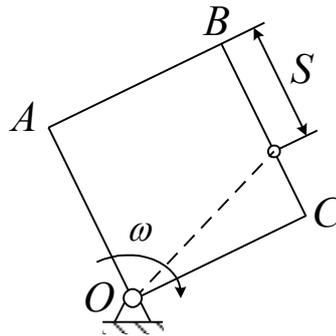
Варианты 7–12

Квадрат $OABC$, сторона которого равна 24 см, вращается в своей плоскости с постоянной угловой скоростью $\omega = 1$ $1/c$ вокруг вершины O . В некоторый момент времени из вершины B по стороне BC начинает двигаться точка M по закону $S = 4t^2$ см.

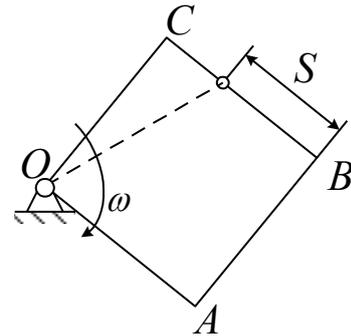
ЗАДАЧА № 25. Варианты 7–12

Найти абсолютное ускорение точки M в заданный момент времени.

№ вар.	Дано t, c	Ответ $a, cm/c^2$
7	1	48,8
8	1,5	53,2
9	2	58,2



№ вар.	Дано t, c	Ответ $a, cm/c^2$
10	1	29,1
11	1,5	23,0
12	2	17,9

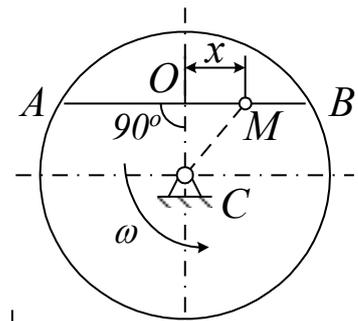


Варианты 13–18

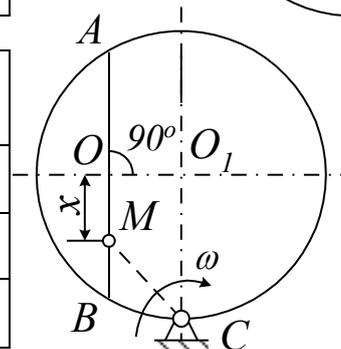
Диск радиусом r вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi$ 1/c вокруг оси C , перпендикулярной к плоскости диска. По хорде AB относительно ее середины O колеблется точка M по закону $x = b \sin \pi t$ ($x, cm; t, c$).

Найти абсолютное ускорение точки M в данный момент времени t .

№ вар.	Дано		Ответ $a, cm/c^2$
	OC, cm	t, c	
13	$6\sqrt{3}$	$1/6$	$6\pi^2$
14	$6\sqrt{2}$	$1/4$	$6\sqrt{2} \pi^2$
15	6	$1/3$	$6\sqrt{3} \pi^2$



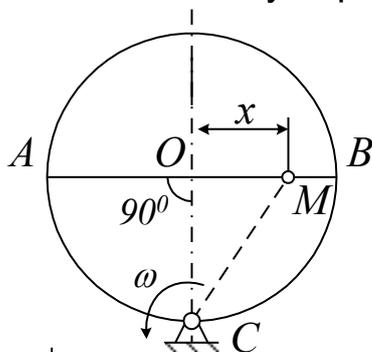
№ вар.	Дано			Ответ $a, cm/c^2$
	r, cm	OO_1, cm	t, c	
16	$6\sqrt{3}$	3	$1/3$	$6\pi^2$
17	$6\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$1/4$	$6\sqrt{2} \pi^2$
18	12	$6\sqrt{3}$	$1/6$	$6\sqrt{3} \pi^2$



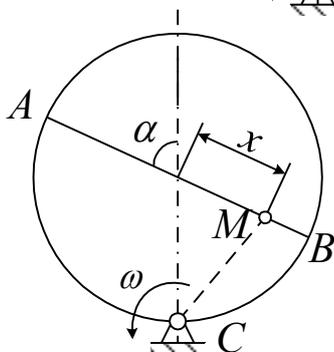
ЗАДАЧА № 25. Варианты 19–24

Диск радиусом $r = 24$ см вращается с угловой скоростью $\omega = const$ вокруг оси C , перпендикулярной плоскости диска. По диаметру AB относительно центра O диска колеблется точка M по закону $x = 24 \sin \pi t$ ($x, c; t, c$).

Найти абсолютное ускорение точки M в заданный момент времени.



№ вар.	Дано		Ответ $a, \text{см/с}^2$
	$\omega, 1/\text{с}$	$t, \text{с}$	
19	$\pi \sqrt{2}$	$1/4$	$36\pi^2 \sqrt{2}$
20	π	$1/3$	$24\pi^2 \sqrt{3}$
21	$\pi \sqrt{3}$	$1/6$	$48 \pi^2$

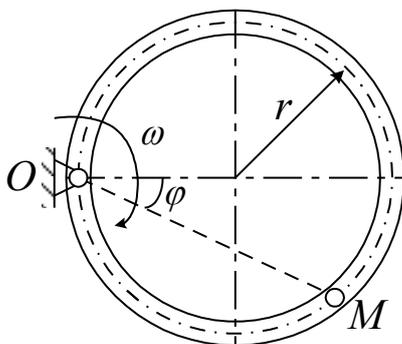


№ вар.	Дано			Ответ $a, \text{см/с}^2$
	α	$\omega, 1/\text{с}$	$t, \text{с}$	
22	60°	π	$1/6$	$24\pi^2$
23	45°	$0,5\pi$	$1/4$	$15\sqrt{2} \pi^2$
24	30°	π	$2/3$	$24\sqrt{3} \pi^2$

Варианты 25–30

Полое кольцо радиусом $r = 20$ см вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 3$ 1/с вокруг оси O , перпендикулярной плоскости кольца. Внутри кольца движется жидкость против часовой стрелки с постоянной относительной скоростью $V_r = 60$ см/с.

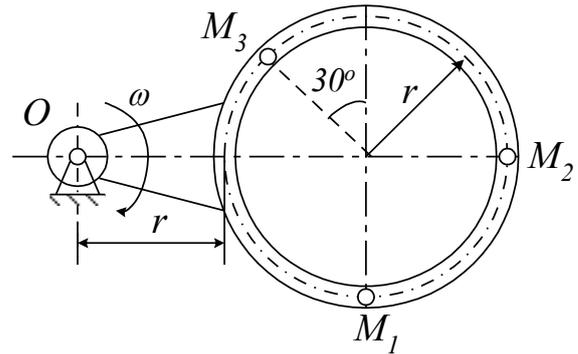
Найти абсолютное ускорение частицы жидкости, расположенной в заданной точке M кольца.



№ вар.	Дано φ	Ответ $a, \text{см/с}^2$
25	30°	180
26	45°	180
27	60°	180

ЗАДАЧА № 25. Варианты 25–30

№ вар.	Положение частицы воды	Ответ $a, \text{см}/\text{с}^2$
28	в точке M_1	360
29	в точке M_2	360
30	в точке M_3	360

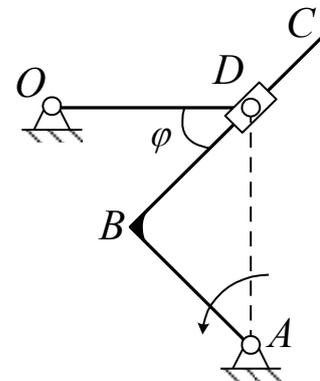


ЗАДАЧА № 26. Варианты 1–6

Кулиса ABC вращается вокруг оси A , перпендикулярной к плоскости кулисы, с заданными угловой скоростью ω_{BC} и угловым ускорением ε_{BC} и посредством ползуна D , перемещающегося по направляющей BC , приводит в движение кривошип OD .

Найти угловое ускорение кривошипа OD и ускорение ползуна D относительно направляющей BC в момент, когда $\angle ODA = 90^\circ$ и $OD = AD$.

№ вар.	Дано				Ответ	
	φ	$OD, \text{см}$	$\omega_{BC}, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_{BC}, \text{с}^{-2}$	$\varepsilon_{OD}, \text{с}^{-2}$	$a_r, \text{см}/\text{с}^2$
1	30°	10	$\sqrt{3}$	1	5	40
2	30°	20	3	3	15	240
3	45°	10	$\sqrt{3}$	-3	3	0
4	45°	20	3	3	21	$240\sqrt{2}$
5	45°	30	2	-2	6	$60\sqrt{2}$

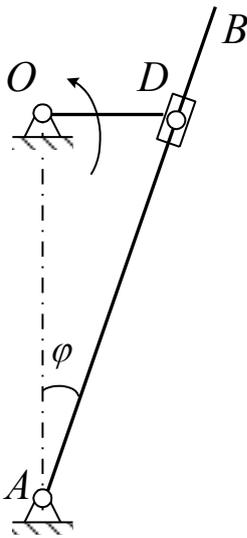


Варианты 6–13

Кулиса AB приводится в движение посредством кривошипа OD и ползуна D , шарнирно соединенного с кривошипом и скользящего вдоль кулисы. Кривошип вращается вокруг оси O с заданными угловой скоростью ω_{OD} и угловым ускорением ε_{OD} .

Определить угловое ускорение кулисы AB и ускорение ползуна D относительно кулисы в момент, когда $\angle AOD = 90^\circ$.

ЗАДАЧА № 26. Варианты 6–13

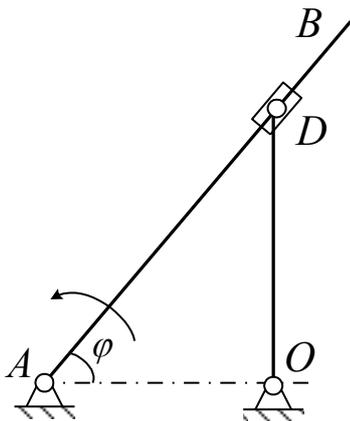


№ вар.	Дано				Ответ	
	φ	$OD, \text{ см}$	$\omega_{OD}, \text{ с}^{-1}$	$\varepsilon_{OD}, \text{ с}^{-2}$	$\varepsilon_{AB}, \text{ с}^{-2}$	$a_r, \text{ см/с}^2$
6	60°	10	1	$0,5\sqrt{3}$	$0,25\sqrt{3}$	$1,25\sqrt{3}$
7	60°	20	2	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}$
8	45°	40	3	9	4,5	$90\sqrt{2}$
9	45°	30	$\sqrt{3}$	1,5	0,75	0
10	30°	20	10	$50\sqrt{3}$	$25\sqrt{3}$	750
11	30°	10	6	$18\sqrt{3}$	$9\sqrt{3}$	135
12	45°	20	2	4	2	$20\sqrt{2}$
13	45°	20	2	-4	2	$60\sqrt{2}$

Варианты 14–22

Кулиса AB вращается вокруг оси A с заданными угловой скоростью ω_{AB} и угловым ускорением ε_{AB} . Вдоль кулисы движется ползун D , шарнирно прикрепленный к концу кривошипа OD .

Определить угловое ускорение кривошипа OD и ускорение ползуна D относительно кулисы в момент, когда $\angle AOD = 90^\circ$.



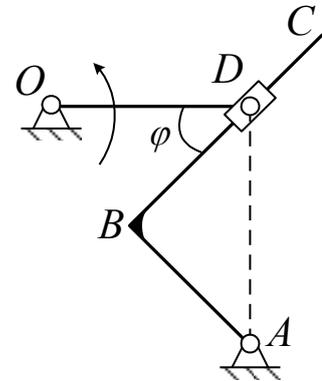
№ вар.	Дано				Ответ	
	φ	$OD, \text{ см}$	$\omega_{AB}, \text{ с}^{-1}$	$\varepsilon_{AB}, \text{ с}^{-2}$	$\varepsilon_{OD}, \text{ с}^{-2}$	$a_r, \text{ см/с}^2$
14	30°	10	1	$0,5\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}$	210
15	30°	30	$\sqrt{3}$	$-3\sqrt{3}$	$12\sqrt{3}$	1080
16	45°	20	2	4	8	$160\sqrt{2}$
17	45°	40	2	-4	8	0
18	60°	20	3	$2\sqrt{3}$	0	$40\sqrt{3}$
19	60°	40	6	$-16\sqrt{3}$	$32\sqrt{3}$	$320\sqrt{3}$
20	45°	30	10	50	100	$4500\sqrt{2}$
21	30°	10	2	$2\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$	840
22	60°	20	3	$-4\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$	$40\sqrt{3}$

ЗАДАЧА № 26. Варианты 23–30

Кулиса ABC приводится в движение вокруг оси A , перпендикулярной к ее плоскости, кривошипом OD и ползуном D , шарнирно связанным с кривошипом и скользящим вдоль направляющей BC кулисы. Кривошип вращается вокруг оси O с заданными угловой скоростью ω_{OD} и угловым ускорением ε_{OD} .

Определить угловое ускорение кулисы и ускорение ползуна D относительно направляющей BC в момент, когда $\angle ODA = 90^\circ$ и $OD = DA$.

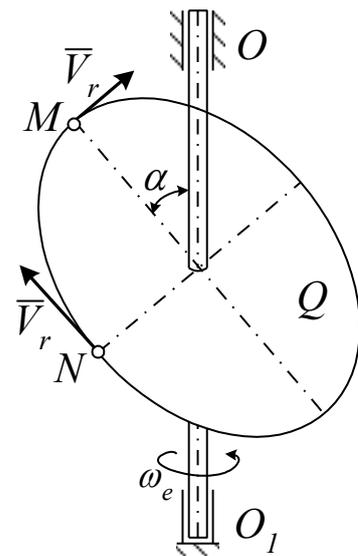
№ вар.	Дано				Ответ	
	φ	$OD, \text{ см}$	$\omega_{OD}, \text{ с}^{-1}$	$\varepsilon_{OD}, \text{ с}^{-2}$	$\varepsilon_{AB}, \text{ с}^{-2}$	$a_r, \text{ см/с}^2$
23	45°	20	3	-9	27	$360\sqrt{2}$
24	45°	30	2	8	0	$120\sqrt{2}$
25	45°	40	2	-8	16	$480\sqrt{2}$
26	60°	10	3	21	9	$120\sqrt{3}$
27	60°	20	$\sqrt{3}$	7	3	$80\sqrt{3}$
28	30°	10	1	5	1	40
29	30°	20	$\sqrt{3}$	15	3	240
30	30°	30	2	20	4	480



ЗАДАЧА № 27. Варианты 1–6

Диск Q жестко связан с вертикальным валом OO_1 и вращается вместе с этим валом с заданной угловой скоростью ω_e . Плоскость диска составляет с осью вращения диска угол α . По ободу диска движется точка M (варианты 1–4) или точка N (варианты 5, 6).

Найти абсолютные скорость и ускорение этой точки в момент времени t , если скорость V_r ее движения по диску известна, а положение точки M (или N) в этот момент указано на чертеже.



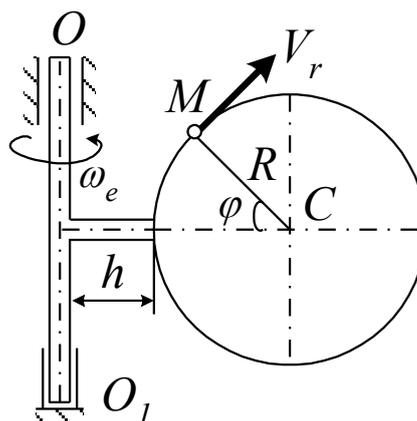
ЗАДАЧА № 27. Варианты 1–6

№ вар.	Дано					Ответ	
	$R, \text{см}$	α	$t, \text{с}$	$V_r, \text{см/с}$	$\omega_e, \text{с}^{-1}$	$V_a, \text{см/с}$	$a_a, \text{см/с}^2$
1	$2\sqrt{3}$	60°	2	$12t - 12$	$t^2 - 2t + 2$	$V_M = 6$	$a_M = 21,6$
2	$10\sqrt{2}$	45°	2	$8t^2 - 2t - 8$	$1/2 t^2$	$V_M = 0$	$a_M = 30$
3	$10\sqrt{2}$	45°	3	$30t - 70$	$t^2 - 6$	$V_M = 10$	$a_M = 37,4$
4	8	30°	3	$t^2 - 2t + 5$	$t^2 - 7$	$V_M = 0$	$a_M = 24,3$
5	6	30°	2	$3t^2$	$t^2 - 2t + 2$	$V_N = 12$	$a_N = 26,8$
6	8	45°	2	$8t$	$1/2 t^2$	$V_N = 12$	$a_N = 22,2$

Варианты 7–10

Диск, расположенный в вертикальной плоскости, вращается вокруг вертикальной оси OO_1 с угловой скоростью ω_e . Точка M движется по ободу диска со скоростью V_r .

Определить абсолютные скорость и ускорение точки M в момент времени t , если в этот момент радиус CM образует с горизонтальным диаметром диска угол φ . Расстояние от центра C диска до оси OO_1 равно $h + R$.



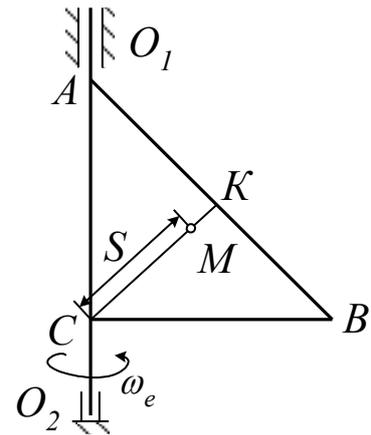
№ вар.	Дано						Ответ	
	$h, \text{см}$	$R, \text{см}$	$t, \text{с}$	φ	$\omega_e, \text{с}^{-1}$	$V_r, \text{см/с}$	$a_a, \text{см/с}^2$	$V_a, \text{см/с}$
7	3	12	3	270°	$8t - 20$	$20t^2 - 120$	591	84,8
8	1	10	1	120°	$t^3 + 1$	$35t - 12$	139,6	37,8
9	2	12	2	240°	$5t^2 - 15$	$15t^3 + 20t - 100$	846	116,4
10	2	8	3	90°	$2t - 4$	$4t^2 - 20$	91,5	25,6

ЗАДАЧА № 27. Вариант 11–15

Прямоугольный равнобедренный треугольник ABC , расположенный в вертикальной плоскости, вращается вокруг вертикальной оси O_1O_2 с угловой скоростью ω_e . По высоте CK треугольника движется точка M от C к K по закону $S = f(t)$.

Найти абсолютные скорость и ускорение точки M в момент времени t .

№ вар.	Дано			Ответ	
	t, c	ω_e, c^{-1}	S, cm	$V_a, cm/c$	$a_a, cm/c^2$
11	2	$1/2 t^3$	$12t^2 - 36t + 30$	20,8	107,8
12	2	$1/2 t^2$	t^3	16,5	48,2
13	3	$1/3 t$	$6t^2 - 24t + 36$	17,5	23,2
14	1	$5 t^2$	$10t^2 - 12t + 6$	16,3	103
15	2	$2 t$	$8t^2 - 12t$	30,4	148

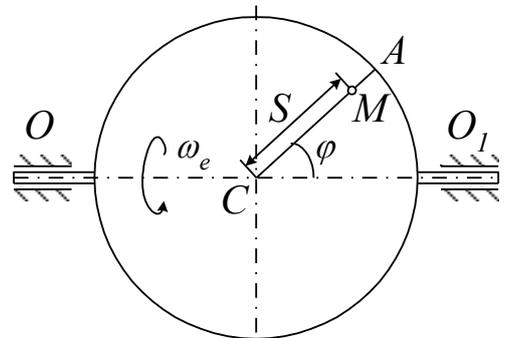


Варианты 16–20

Диск вращается вокруг горизонтальной оси OO_1 с угловой скоростью ω_e . По радиусу CA диска движется точка M согласно закону $S = f(t)$. Радиус CA образует с осью OO_1 угол φ .

Определить абсолютные скорость и ускорение точки M в момент времени t .

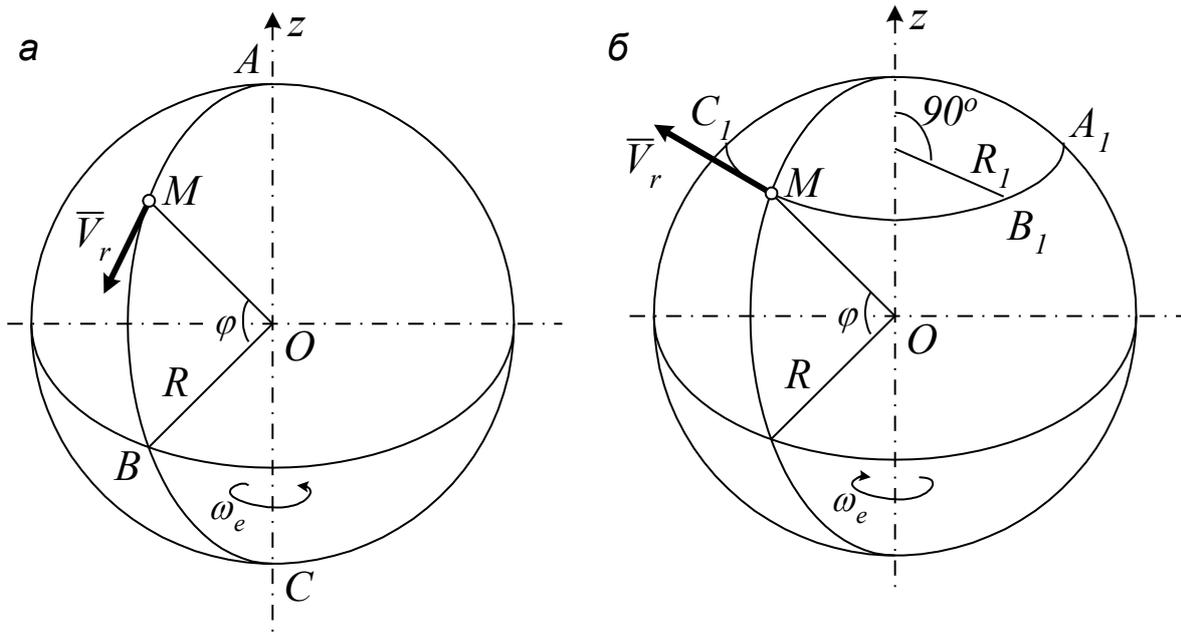
№ вар.	Дано				Ответ	
	S, cm	ω_e, c^{-1}	φ	t, c	$V_a, cm/c$	$a_a, cm/c^2$
16	$1/2 t^3$	$1/2 t^2$	45°	2	8,25	24,1
17	$6t^2$	t^3	60°	1	13,1	37,2
18	$2 t^3$	$4 t^2$	45°	1	8,3	48,3
19	$3 t^2$	2	60°	2	24,0	55,3
20	$4 t^2$	$3 t^2$	30°	1	10,0	39,3



ЗАДАЧА № 27. Варианты 21–30

Шар радиусом R вращается вокруг неподвижной оси Z с заданной угловой скоростью ω_e . Траекторией относительного движения точки для вариантов 21–25 является окружность ABC радиусом R (рис., а), а для вариантов 26–30 – окружность $A_1B_1C_1$ радиусом $R_1 = R \cos \varphi$ (рис., б).

Найти абсолютные скорость и ускорение точки M в момент времени t , если в этот момент точка занимает положение, указанное на рисунке.



№ вар.	Дано					Ответ	
	$R, \text{ см}$	φ	$\omega_e, \text{ с}^{-1}$	$V_r, \text{ см/с}$	$t, \text{ с}$	$V_a, \text{ см/с}$	$a_a, \text{ см/с}^2$
21	10	60°	$1/2 t^2$	$10t$	2	22,4	94,0
22	30	30°	$2t^3$	$30t$	1	60,0	248,0
23	12	45°	$1/4 t^2$	$3/2 t^3$	2	14,7	33,4
24	20	60°	$4t^2$	$40t^2$	1	56,6	395,0
25	60	45°	$1/2 t^3$	$15t^2$	2	180,0	906,0
26	30	60°	$1/2 t^2$	$15t^2$	2	90,0	548,0
27	20	30°	$1/4 t^3$	$10\sqrt{3}t^2$	2	104,0	635,0
28	$10\sqrt{2}$	45°	$2t^3$	$40t^2$	1	60,0	387,0
29	10	60°	$1/2 t^2$	$10t$	2	30,0	181,0
30	$20\sqrt{3}$	30°	$4t^2$	$30t^3$	1	150,0	820,0

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ	4
2. КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	24
2.1. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси	24
2.2. Плоскопараллельное движение твердого тела.....	34
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ	63

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Сборник задач в 3-х частях

Часть 2

КИНЕМАТИКА

Под редакцией В.И. Доронина

План 2002 г. Поз. 3.32.

Редактор и корректор М.В. Мальцева. Техн. редактор И.А. Нильмаер.

ИД № 05247 от 2.07.2001 г. ПЛД № 79-19 от 19.01.2000 г.

Подписано в печать 28.03.2002. Печать офсетная. Бумага тип. № 2.

Формат 60x84¹/₁₆. Усл. печ. л. 5,1. Зак. 40. Тираж 325 экз. Цена 18 р.

Издательство ДВГУПС

680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47