

8.9.2. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Вариант №1

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $x^2 + y^2 = 8, y = \frac{x^2}{2};$

b) $x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, x = 2 (x \geq 2);$

c) $\rho = 1 + \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3};$

b) $x = 8at^3, y = 3a(2t^2 - t^4), y \geq 0;$

c) $\rho = a\varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, a > 0.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 5x - 6, y = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9};$

c) $\int_1^{\infty} \frac{e^{-x^3}}{x^5} dx;$

b) $\int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\sin^4 x}{\sqrt[3]{(1-x^2)^2}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^2 x^4 dx$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №2

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $x = y, \delta + y = 4, y = 3x;$

b) $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4};$

c) $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y, 1 \leq y \leq 2;$

b) $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t, 0 \leq t \leq 2\pi;$

c) $\rho = a\varphi^4, 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской

фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right), x = a, x = -a.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 4};$

c) $\int_2^{\infty} \frac{\sin x \cos 2x}{x^3} dx;$

b) $\int_0^3 \frac{dx}{(3-x)^3};$

d) $\int_0^5 \frac{4 + \sin^2 x}{(x-5)^2} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №3

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y^2 = 2px, x^2 = 2py;$

b) $x = 4(t - \sin t), y = 4(1 - \cos t), y = 4 (y \geq 4, 0 < x < 8\pi);$

c) $\rho = 2 \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = 2\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1;$

b) $x = \sin^4 t, y = \cos^2 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2};$

c) $\rho = 5(1 - \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 3 \sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x};$

c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + \sqrt[4]{x+1} + 3};$

b) $\int_{-1}^0 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx;$

d) $\int_2^3 \frac{\cos x + 4}{x - 2} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^4 \frac{dx}{x^2(x+1)}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №4

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = 2x - x^2, y = -x$;
b) $x = 16 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t, x = 2 (x \geq 2)$;
c) $\rho = 4 \sin 2\varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$;
b) $x = \frac{t^3}{3} - t, y = t^2 + 2, 0 \leq t \leq 3$;
c) $\rho = \frac{1}{\sin^2(\varphi/2)}, \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 5 \cos x, y = \cos x, x = 0, x \geq 0$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_1^{\infty} \operatorname{arctg} x dx$;
b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(2-x)^3}$;
c) $\int_2^{\infty} \frac{\sin x \cos x}{x^3} dx$;
d) $\int_0^2 \frac{4 + \sin^2 x \cos x}{(x-2)^2} dx$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №5

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $xy = 20, x^2 + y^2 = 41$ (I четверть);
- b) $x = 2 \cos t, y = 6 \sin t, y = 3$ ($y \geq 3$);
- c) $\rho = 2 \sin \varphi \cos^2 \varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$;
- b) $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
- c) $\rho = a\varphi^2, 0 \leq \varphi \leq 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sin^2 x, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_1^{\infty} \frac{x^8 dx}{x^{10} + x + 1}$;
- b) $\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^3}$;
- c) $\int_0^{\infty} e^{-ax} dx$ ($a < 0$) ;
- d) $\int_0^1 \frac{8 + \sin x}{x^2} dx$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №6

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \sin x, y = \cos x, x = 0;$

b) $x = 2 \sin t, y = 3 \sin 2t, 0 \leq t \leq 2\pi;$

c) $\rho = 4 \cos^3 \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq x \leq 1;$

b) $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t, 0 \leq t \leq 2\pi;$

c) $\rho = a \varphi^4, 0 \leq \varphi \leq 3.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, y = -x + 2, x = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_{-2}^3 \frac{dx}{x^{1/2}};$

c) $\int_0^3 \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$

b) $\int_{\pi/2}^{\infty} \frac{\cos x + 4}{x^{1/3}} dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\cos \frac{x}{2} \sin 4x}{\sqrt[8]{x^7}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{xdx}{x+1}$ по формулам трапеций и Симпсона, для

отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №7

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = 0,25x^2, y = 3x - 0,5x^2;$

b) $x = \frac{t}{3}(6-t), y = \frac{t^2}{8}(6-t)$ (петля);

c) $\rho = 3 + 5 \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, 0 \leq x \leq 5;$

b) $x = 9(t - \sin t), y = 9(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi;$

c) $\rho = ae^\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y^2 - x = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{3-x};$

c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4+1}};$

b) $\int_0^1 \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\sin^4 x}{\sqrt{x^2-1}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^4 \sqrt{1+x} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №8

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y^2 = 6\tilde{o}, \tilde{o}^2 + \acute{o}^2 = 16;$

b) $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}$ (петля);

c) $\rho = a \sin 5\varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8};$

b) $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \leq t \leq \ln \pi;$

c) $\rho = \varphi^2, 0 \leq \varphi \leq \pi.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, y = -x + 2.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2};$

c) $\int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} \sin 2x dx;$

b) $\int_2^{\infty} \frac{\sin 3x + 2}{\sqrt[7]{x^5}} dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\sin \frac{x}{2} + 1}{\sqrt[3]{x^5}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^4 \sqrt{1+x^2} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №9

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = \ln x, y = 0, x = \ell$;
- b) $x = 2 \cos t(1 + \cos t), y = 2 \sin t(1 + \cos t)$;
- c) $\rho = a \cos 3\varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = 2x^{\frac{3}{2}}, 0 \leq x \leq 11$;
- b) $x = 8 \sin t + 6 \cos t, y = 6 \sin t - 8 \cos t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
- c) $\rho = a\varphi^3, 0 \leq \varphi \leq 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линией $x^2 + (y - 2)^2 = 1$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_1^{\infty} \frac{3x + x^2}{x^3} dx$;
- b) $\int_0^1 \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$;
- c) $\int_{\pi/2}^{\infty} \frac{\sin x \cos 3x}{x^8} dx$;
- d) $\int_0^3 \frac{\cos 2x}{\sqrt[3]{x}} dx$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №10

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y^2 + 8x = 16, y^2 - 24\tilde{\sigma} = 48;$

b) $x = 2\cos t, y = 3\sin^3 t;$

c) $\rho = 2\sin \varphi, \rho = 4\sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \sqrt{2x - x^2} - 1, \frac{1}{4} \leq x \leq 1;$

b) $x = a\tilde{\sigma}^3 t, y = b\sin^3 t, \frac{\pi}{3} \leq t \leq \frac{\pi}{2};$

c) $\rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2, x = 0, x = \sqrt{y - 1}, x = 1.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{\tilde{\sigma}^2}} dx ;$

c) $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} dx ;$

b) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} ;$

d) $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt[5]{(1 - x^2)^4}} dx .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^3 \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №11

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0, y = x^2 + 6x + 10;$
- b) $x = t^2 - 1, y = t^3 - t,$ (петля);
- c) $\rho = \cos \varphi - \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = -x^{2/3} - 1, 0 \leq x \leq 5\sqrt{5};$
- b) $x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, 0 \leq t \leq \pi;$
- c) $\rho = \sqrt{2}e^\varphi, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 1, x = 2.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_{0,5}^1 \frac{dx}{x \ln^2 x};$
- b) $\int_2^\infty \frac{xdx}{x^2 - 1};$
- c) $\int_0^1 \frac{\sin x dx}{\sqrt[8]{(1-x^2)^3}};$
- d) $\int_0^\infty \frac{x^{13}}{(x^5 + x^3 + 1)^3} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^2 \frac{xdx}{1+x^3}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №12

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$;
- b) $x = 2t - t^2$, $y = 2t^2 - t^3$ (петля);
- c) $\rho = 2 \sin 4\varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}}$, $0 \leq x \leq 9$;
- b) $x = 5(t - \sin t)$, $y = 5(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq \pi$;
- c) $\rho = 1 - \sin \varphi$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_0^{\infty} \frac{2x}{x^2 + 1} dx$;
- b) $\int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$;
- c) $\int_4^5 \frac{dx}{(x-3)(x-5)}$;
- d) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_4^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + 1}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №13

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \frac{x^2}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2;$

b) $x = t(t - 3), y = \frac{t(3 - t)}{3}$ (петля);

c) $\rho = 4 \cos 4\varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3};$

b) $x = 4(\cos t + t \sin t), y = 4(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2;$

c) $\rho = 3(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, \tilde{\sigma} = 2, y = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)};$

c) $\int_5^6 \frac{dx}{(x-4)(x-6)};$

b) $\int_{-1}^0 \frac{\arcsin \tilde{\sigma}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

d) $\int_1^{\infty} \frac{\ln(1+x)dx}{x}.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №14

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = \frac{\pi}{3};$

b) $x = 2 \cos t, y = 3 \sin t \cos^2 t;$

c) $\rho = \frac{1}{2} + \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \sqrt{\frac{\delta}{3}}(1 - \delta), \frac{1}{2} \leq x \leq 1;$

b) $x = e^t (\sin t + \cos t), y = e^t (\cos t - \sin t), 0 \leq t \leq \pi;$

c) $\rho = 6(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1, y = x, x = 0, x = 1.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\infty} x \sin x dx ;$

c) $\int_0^1 \frac{\sin x \cos x + 1}{x^3} dx ;$

b) $\int_1^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{x^2} dx ;$

d) $\int_0^3 \frac{4 + 12x}{x\sqrt{x}} dx .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \sqrt{1 + x^2} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №15

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \frac{1}{\delta}, y = 0, x = 5, \delta = 3;$

b) $x = 2t - t^2, y = 2t^2 - t^3$ (петля);

c) $\rho = \frac{1}{2} + \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \frac{1}{4}x^2, 0 \leq x \leq 2;$

b) $x = 2,5(t - \sin t), y = 2,5(1 - \cos t), \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi;$

c) $\rho = 6 \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x-1}, o = 0, o = 1, \delta = 0,5.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 1} dx ;$

c) $\int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx ;$

b) $\int_1^2 \frac{6 + \cos^2 x}{x-1} dx ;$

d) $\int_0^1 \frac{3x+7}{\sqrt{x}} dx .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^3 \sqrt{x} dx$ по формулам трапеций и Симпсона, деля

отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №16

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = x - \frac{\pi}{2}, y = \cos x, x = 0;$

b) $x = t^2 - 4, y = t^3 - 4t$ (петля);

c) $\rho = 6 \sin \varphi, \rho = 4 \sin \varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = 4 - \frac{1}{2}x^2, y \geq 0;$

b) $x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2};$

c) $\rho = 2 \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \ln x, \sigma = 0, \delta = 2$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_1^{\infty} \frac{1+x^2}{x^3} dx;$

c) $\int_1^{\infty} \frac{x^3+1}{x^4} dx;$

b) $\int_{-1}^0 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt[5]{(1-x^2)^2}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^5 \frac{dx}{x}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №17

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = x, y = \frac{\pi}{2} \sin x, x \geq 0$;
- b) $x = 1 + t - t^3, y = 1 - 15t^2$ (петля);
- c) $\rho = 3 \sin \varphi, \rho = 5 \sin \varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = 4\sqrt{x-2}, 2 \leq x \leq 3$;
- b) $x = \frac{t^6}{6}, y = 2 - \frac{t^4}{4}, 0 \leq t \leq \sqrt[4]{8}$;
- c) $\rho = 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = (x-1)^2, o = 1$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$;
- b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{2 + \sin x}{x^{2/3}} dx$;
- c) $\int_0^{\pi} \frac{\sin 3x}{x^{1/3}} dx$;
- d) $\int_0^1 \frac{3x+11}{\sqrt[3]{x^7}} dx$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^3}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №18

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \frac{1}{4}x^2, y = 3x - \frac{1}{4}x^2;$

b) $x = 2\cos t(1 + \cos t), y = 2\sin t(1 + \cos t);$

c) $\rho = 3 + 5\cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, 0 \leq x \leq 5;$

b) $x = 8at^3, y = 3a(2t^2 - t^4), y \geq 0;$

c) $\rho = \frac{1}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}, \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 5\sin x, y = \sin x, x \geq 0$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^4 \frac{dx}{(4-x)^3};$

c) $\int_2^{\infty} \frac{\sin x dx}{x^2};$

b) $\int_1^{\infty} \arctg x dx;$

d) $\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^4 \frac{dx}{x^2(x+1)}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №19

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \frac{\tilde{a}^2}{\sqrt{\tilde{a}^2 - \tilde{o}^2}}, y = 2\tilde{a};$

b) $x = 2\sqrt{2} \cos t, y = 3\sqrt{2} \sin t, y = 3 (y \geq 3);$

c) $\rho = \cos \varphi + \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln x, 2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{6};$

b) $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \leq t \leq \ln \pi;$

c) $\rho = 6 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2\tilde{o} + 1, y = 0, x = 2.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\pi} \frac{\sin 3x dx}{\frac{12}{x^{15}}};$

c) $\int_2^5 \frac{dx}{(x-2)^2};$

b) $\int_{-1}^{\infty} \frac{d\tilde{o}}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}};$

d) $\int_0^{\infty} e^{-kx} dx (k > 0).$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^3 \frac{x+1}{x} dx$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №20

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = -x^2, y = x^2 - 2\tilde{\sigma} - 4$;
- b) $x = 32 \cos^3 t, y = \sin^3 t, \tilde{\sigma} = 4 (\tilde{\sigma} \geq 4)$;
- c) $\rho = \sin 6\varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = e^x, 0 \leq x \leq \ln 7$;
- b) $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$;
- c) $\rho = 5\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, y = x$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_0^5 \frac{dx}{(x-5)^3}$;
- b) $\int_0^{\infty} \sin x dx$;
- c) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x \cos 3x + 4}{x^4} dx$;
- d) $\int_1^{\infty} \frac{d\tilde{\sigma}}{2x + \sqrt[3]{x^2 + 1} + 5}$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^2 \frac{x+2}{x^2+1} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №21

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = 6x^2 - 5\delta + 1, y = \cos \pi x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2};$

b) $x = 3 \cos t, y = 8 \sin t, y = 4 (y \geq 4);$

c) $\rho = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 5;$

b) $x = 6 \cos^3 t, y = 6 \sin^3 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3};$

c) $\rho = 8(1 - \cos \varphi), -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = (x - 1)^2, x = 0, x = 2, y = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 7}{x^5 - x^2 + 2} dx ;$

c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} ;$

b) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx ;$

d) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x}} .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №22

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \sin 2x, y = \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi;$

b) $x = 10(t - \sin t), y = 10(1 - \cos t), y = 15 (0 < x < 2\pi, y \geq 15);$

c) $\rho = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3};$

b) $x = e^t (\cos t + \sin t), y = e^t (\cos t - \sin t), \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4};$

c) $\rho = 8 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9 - \tilde{o}^2}} dx ;$

c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{1 - \tilde{o}^{10}}} ;$

b) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx ;$

d) $\int_0^{\infty} \frac{\tilde{o} dx}{\sqrt[3]{x^5 + 2}} .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{dx}{1 + \tilde{o}^3}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №23

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = x, y = \frac{\pi}{2} \sin x, x \geq 0$;
- b) $x = 1 + t - t^3, y = 1 - 15t^2$ (петля);
- c) $\rho = 3 \sin \varphi, \rho = 5 \sin \varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, 0 \leq x \leq 5$;
- b) $x = 8at^3, y = 3a(2t^2 - t^4), y \geq 0$;
- c) $\rho = \frac{1}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}, \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2\tilde{\sigma} + 1, y = 0, x = 2$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 7}{x^5 - x^2 + 2} dx$;
- b) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$;
- c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$;
- d) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x}}$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^5 \frac{dx}{x}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №24

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $2y = x^2, \tilde{\sigma}^2 + y^2 = 4\sigma, 2\sigma \geq \tilde{\sigma}^2;$

b) $x = t^2 - 9, y = t^3 - 9t$ (петля);

c) $\rho = 6 \cos 3\varphi, \rho = 3 (\rho \geq 3).$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq x \leq 2;$

b) $x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4};$

c) $\rho = 7(1 - \sin \varphi), -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x, x = y$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_2^{\infty} \frac{x}{x^3 - 1} dx ;$

c) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{\sqrt[3]{\sin x}} ;$

b) $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx ;$

d) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^6 \frac{dx}{x-1}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №25

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y^2 + x = 4, y^2 - 3x = 12;$
- b) $x = t^2 - 1, y = t^3 - t$ (петля);
- c) $\rho = 4 \sin 3\varphi, \rho = 2$ ($\rho \geq 2$).

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}, 1 \leq x \leq 3;$
- b) $x = 5(t - \sin t), y = 5(1 - \cos t), 0 \leq t \leq \pi;$
- c) $\rho = 4\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \arcsin x, x = 1, y = 0$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_1^{\infty} \frac{x^4}{(x^5 + 1)^4} dx ;$
- b) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x^2} dx ;$
- c) $\int_0^e \frac{e^x dx}{e^x - 1} ;$
- d) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^7 + 1}} .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^5 \frac{dx}{x^3 - 1}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №26

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $x^2 + y^2 = 2, y^2 = 2\delta - 1, \delta \geq \frac{1}{2};$

b) $x = t^2, y = \frac{t(3-t^2)}{3}$ (петля);

c) $\rho = 4 \cos 3\varphi, \rho = 2 (\rho \geq 2).$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $x = \ln \cos y, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3};$

b) $x = 4(\cos t + t \sin t), y = 4(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2;$

c) $\rho = 3\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \arcsin x, x = 1, y = 0.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 7}{x^5 - x^2 + 2} dx ;$

c) $\int_0^1 \frac{\sin x dx}{\sqrt[5]{(1-x^2)^4}} ;$

b) $\int_{-1}^1 e^{\frac{1}{\delta}} \frac{dx}{x^3} ;$

d) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}} .$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^5 \frac{dx}{x}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №27

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0, y = x^2 + 6x + 10;$

b) $x = 2 \cos t, y = 3 \sin t \cos^2 t;$

c) $\rho = \cos \varphi - \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = -x^{2/3} - 1, 0 \leq x \leq 5\sqrt{5};$

b) $x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, 0 \leq t \leq \pi;$

c) $\rho = \sqrt{2}e^\varphi, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 1, x = 2.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^2 x};$

c) $\int_0^1 \frac{\sin x dx}{\sqrt[8]{(1-x^2)^3}};$

b) $\int_2^\infty \frac{x dx}{x^2 - 1};$

d) $\int_0^2 \frac{x dx}{x^2 - 1}.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^2 \frac{x dx}{1+x^3}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №28

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \delta^2}}, y = 2;$

b) $x = 2\sqrt{2} \cos t, y = 3\sqrt{2} \sin t, y = 3 (y \geq 3);$

c) $\rho = \cos \varphi + \sin \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $y = \ln x, 2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{6};$

b) $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \leq t \leq \ln \pi;$

c) $\rho = 6 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2\delta + 1, y = 0, x = 2.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_0^{\pi} \frac{\sin 3x}{x^{\frac{4}{5}}} dx;$

c) $\int_2^5 \frac{dx}{(x-2)^2};$

b) $\int_{-1}^{\infty} \frac{d\delta}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}};$

d) $\int_0^{\infty} e^{-5x} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_1^3 \frac{x+1}{x} dx$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №29

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

a) $x^2 + y^2 = 8, y = \frac{x^2}{2};$

b) $x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, x = 2 (x \geq 2);$

c) $\rho = 1 + \cos \varphi.$

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

a) $x = \frac{1}{4} y^2 - \frac{1}{2} \ln y, 1 \leq y \leq 2;$

b) $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t, 0 \leq t \leq 2\pi;$

c) $\rho = a\varphi^4, 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской

фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right), x = a, x = -a.$

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x};$

c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + \sqrt[4]{x+1} + 3};$

b) $\int_{-1}^0 \frac{e^x}{x^2} dx;$

d) $\int_2^3 \frac{\cos x + 4}{x-2} dx.$

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_2^4 \frac{dx}{x^2(x+1)}$ по формулам трапеций и Симпсона,

деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.

Вариант №30

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

- a) $y = 2x - x^2$, $y = -x$;
b) $x = 16 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$, $x = 2$ ($x \geq 2$);
c) $\rho = 4 \sin 2\varphi$.

Задача 2. Найти длину дуги кривой:

- a) $y = 1 - \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$;
b) $x = \cos^4 t$, $y = \sin^4 t$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
c) $\rho = a\varphi^2$, $0 \leq \varphi \leq 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sin^2 x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$.

Задача 4. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их сходимость:

- a) $\int_{-2}^3 \frac{dx}{x^{1/2}}$; c) $\int_0^3 \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$;
b) $\int_{\pi/2}^{\infty} \frac{\cos x + 4}{x^{1/3}} dx$; d) $\int_0^1 \frac{\cos \frac{x}{2} \sin 4x}{8\sqrt{x^7}} dx$.

Задача 5. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{x dx}{x+1}$ по формулам трапеций и Симпсона, деля отрезок интегрирования на $n = 10$ равных частей. Найти этот интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и сравнить результаты.