ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Вариант № 1

1. Вычислить работу, необходимую для выкачивания воды из ямы, имеющей форму конуса (с вершиной на дне), высота которого $H = 2$ *м*, а радиус основания $R=0,3$ *м*.

2. Найти моменты инерции однородного прямоугольника со сторонами a и *в* относительно его двух взаимно перпендикулярных сторон.

3. Найти площадь, ограниченную линиями $r = (1+ Sin^2 2\varphi)$, $r = a$.

4. Определить длину дуги кривой в пространстве

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t, \quad z = 4\sin\frac{t}{2}, \text{ от } t = 0 \text{ до } t = \pi.$$

5. Определить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси $0x$ дуги кривой $y^2 = 4 + x$, отсеченной прямой $x = 2$.

6. Найти объем тела вращения одной полуволны синусоиды вокруг оси $0x$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi} \sqrt{2 - \sin x}\,dx$, $2n = 10$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} e^{-2x} x^2 \sqrt{x}\,dx$.

Вариант № 2

1. Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием *8 м* и высотой *6 м*. Определить силу давления на нижнюю половину шлюза.

2. Найти моменты инерции прямоугольного треугольника с катетами a и b относительно его катетов. Прямоугольник изготовлен из материала плотности ρ.

3. Найти площадь общей части эллипсов $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ \frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1.$

4. Вычислить длину дуги кривой $x = e^t,\ \ y = e^{-t},\ z = t\sqrt{2}$ *от* $t=0$ *до* $t=1$.

5. Определить площадь поверхности вращения вокруг оси 0x дуги кривой $y=\frac{x^3}{3}$ между точками с абсциссами $x = \pm 2$.

6. Определить объем тела вращения дуги гиперболы $x^2 - y^2 = 4,\ \ y = \pm 2$ вокруг оси $0y$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_1^{\infty}\frac{ln\left(x^2+1\right)}{x^2}dx$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1\sqrt{2-x^3}dx,\ 2n=10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty}e^{-\frac{x}{2}}x\sqrt{x}dx.$

Вариант № 3

1. Плотина имеет форму трапеции с верхним основанием 20м, нижним *10м* и высотой *6 м*. Определить силу давления воды на плотину.

2. Найти статические моменты однородного (плотности ρ) равнобедренного прямоугольного треугольника с катетами a относительно катетов и центр масс.

3. Вычислить площадь, ограниченную линией $r = a\ Cos 3\varphi$.

4. Найти длину дуги кривой $x = t^2$, $y = \frac{t}{3}\left(t^2 - 3\right)$ между точками пересечения с осью $0x$.

5. Определить площадь поверхности вращения вокруг оси $0y$ кривой $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

6. Определить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $x = \pm 1$, $y = 0$, $y = \dfrac{1}{1 + x^2}$ вокруг оси $0x$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^1 \dfrac{x^4 dx}{\sqrt{1 - x^5}}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1 \sqrt{5 + x^3}\, dx,\ 2n = 10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^1 \sqrt{x^3 - x^4}\, dx.$

Вариант № 4

1. Вычислить работу, которую нужно затратить на выкачивание воды из цилиндрического бассейна с радиусом основания 0,5 м, если в начальный момент уровень воды в бассейне равен 2,8 м и на 0,2 м ниже выпускающего воду отверстия в цилиндре.

2. Найти центр масс полукруга радиуса a и момент инерции его относительного диаметра.

3. Вычислить площадь, ограниченную линией $r = a\ \mathrm{Sin} 2\varphi$.

4. Определить длину дуги кривой $y = \frac{1}{2} \ln x$, $z = \frac{x^2}{2}$, от $x = 1$ до $x = 2$.

5. Найти площадь поверхности вращения вокруг оси 0x дуги кривой

$y = \frac{t^3}{3}$, $y = 4 - \frac{t^2}{2}$ между точками пересечения с осями координат.

6. Найти объем тела вращения вокруг оси 0y линии $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_1^2 \frac{x dx}{x \ln x}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - 0{,}1 \sin^2 x}\, dx,\ 2n = 10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt[4]{x}}{(1+x)^2} dx.$

Вариант № 5

1. Цилиндрическая цистерна с горизонтальной осью наполовину наполнена маслом (плотность *0,9)*. Определить силу давления масла на каждую из плоских стенок цилиндра, если радиус ее равен *2м.*

2. Найти моменты инерции относительно осей 0у, 0х площади, ограниченной линиями $x = 2,\ y = 0,\ y = x^2$.

3. Вычислить площадь, ограниченную линией $r = 3 + Sin\,2\varphi$ и наибольшим и наименьшим смежными радиус - векторами.

4. Определить длину одной арки циклоиды $x = a\,(t - Sin\,t),\quad y = a\,(1 - Cos\,t)$.

5. Найти площадь поверхности вращения вокруг оси *0y, 0x* линии $4x^2 + y^2 = 4$.

6. Найти объем тела, образованного вращением астроиды $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ вокруг оси *0x*.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_4^{\infty} \frac{xdx}{x\,ln^3\,x}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{2 + sin\,x}\,dx,\ 2n = 10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^4}$.

Вариант № 6

1. Определить работу, которую нужно затратить, чтобы поднять массу m с поверхности земли на высоту h.

   Указание. Сила F земного притяжения на расстоянии x от центра Земли определяется из пропорции $F : mg = R^2 : x^2$, где R - радиус земного шара.

2. Найти центр масс однородной пластинки, ограниченной линиями $a^2y = bx^2$, $x = a$, $y = 0$.

3. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^2 + 4x + 5$, $x = 0$, $y = 0$ и минимальной ординатой.

4. Определить длину всей кривой $r = Sin^3\,\varphi/3$.

5. Найти площадь поверхности вращения одной полуволны синусоиды вокруг оси 0x (веретенообразная поверхность).
6. Найти объем тела, образованного вращением арки циклоиды $x = a\,(t - Sin\ t)$, $y = a\,(1 - Cos\ t)$ вокруг оси 0x.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1 \sqrt{1+2x^3}\,dx,\ n = 5.$
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^\infty x^{2n}e^{-x^2}\,dx, n > 0, n = 3.$

Вариант № 7

1. Котел имеет форму параболоида вращения глубиной $H = 0,5$ м и радиусом основания $R = 0,4$ *м.* Определить работу, необходимую для выкачивания воды из котла.

2. Определить моменты инерции четверти однородного круга радиуса R относительно перпендикулярных радиусов.

3. Найти площадь, ограниченную линиями $r = 3 - Cos\ 2\varphi$ между смежными наибольшим и наименьшим радиус-векторами.

4. Определить длину дуги кривой $x = \dfrac{t^6}{6}$, $y = 2 - \dfrac{t^4}{4}$ между точками пересечения с осями координат.

5. Найти площадь поверхности вращения одной арки циклоиды $x = a\,(t - Sin\ t)$, $y = a\,(1 - Cos\ t)$ вокруг оси 0x.

6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры $(y - 3)^2 + 3x = 0,\ x = -3$ вокруг оси $0x$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_1^\infty \dfrac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1 \sqrt[3]{4-3x^2}\,dx,\ n = 5.$

9.Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^\infty e^{-36x^2}\,dx.$

Вариант № 8

1. В цилиндре под поршнем находится воздух объемом $V_0 = 0.1\ м^3$ с давлением $P_0 = 1{,}033 \cdot 10^5\ Па$. Определить работу изометрического сжатия воздуха до объема $V_1 = 0{,}03\ м^3$.

   Указание. По закону Бойля-Мариотта $PV = Const = P_0V_0$.

2. Найти центр масс однородной пластинки, имеющей форму симметричного параболического сегмента с основанием 4 дм и высотой 4 дм.

3. Вычислить площадь, ограниченную петлей кривой $x^3 + x^2 - y^2 = 0$.

4. Определить длину первого завитка спирали Архимеда $r = a\varphi$.

5. Найти площадь поверхности вращения петли кривой $x = t^2,\ y = \frac{t}{3}\left(t^2 - 3\right)$ вокруг оси $0x$.

6. Найти объем тела, образованного вращением пластинки $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$ вокруг оси $0y$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin x dx}{x + 1},\ n = 5$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} x^8 e^{-x^3}\, dx$.

Вариант № 9

1. Вычислить работу растяжения на *0,001 м* медной проволоки длиной *1 м* с радиусом сечения *2мм* (для меди коэффициент упругости можно принять $E \approx 1{,}2 \bullet 10^5$ *Н/мм*^{2}).

<u>*Указание.*</u> Сила *F(н)* натяжения проволоки длинной l(м) и площадью сечения $S(мм^2)$ при удлинении ее на x(м) определяется формулой $F = E\dfrac{Sx}{l}$, E - модуль упругости.

2. Найти декартовы координаты центра масс однородной пластинки, ограниченной правой петлей лемнискаты Бернулли $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

3. Вычислить площадь, ограниченную линиями $xy = 6$, $x + y - 7 = 0$.

4. Найти длину координаты $r = a\,(1 - Cos\,\varphi)$.

5. Определить площадь поверхности вращения цепной линии $y = ach\dfrac{x}{a}$ между прямыми $x = \pm a$ вокруг оси 0х, (площадь катеноида).

6. Найти объем тела, образованного вращением трактрисы $x = a\,(Cos\,t + ln\,tg\,\dfrac{t}{2})$ $y = a \sin t$ вокруг ее асимптоты.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_2^3 \dfrac{xdx}{\sqrt{\left(x^2 - 4\right)^3}}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1 \sqrt{4 + x^3}$, $n = 5$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^1 ln\dfrac{1}{x}dx$.

Вариант № 10

1. За какое время вода, наполняющая цилиндрический сосуд с площадью основания $S = 420\ см^2$ и высотой $H = 40\ см$, вытечет через отверстие на дне площадью $s = 2\ см^2$?
   Указание. Скорость истечения жидкости при уровне ее на высоте x см определяется по формуле $v = \mu\sqrt{2gx}$, где μ - коэффициент, зависящий от вязкости жидкости, формы сосуда и отверстия. Взять $\mu = 0,6$.

2. Найти декартовы координаты центра масс однородной дуги кардиоиды $\rho = a\,(1 + Cos\varphi)$ от $\varphi_1 = 0$ до $\varphi_2 = \pi$.

3. Определить площадь, ограниченную параболами $4y = x^2$, $y^2 = 4x$.

4. Вычислить длину астроиды $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

5. Определить площадь поверхности вращения параболического сегмента $y = x^2/2$, отсеченного прямой $y = 3/2$, вокруг оси $0y$.

6. Найти объем тела, образованного вращением линии $y^2 = 2exe^{-2x}$ вокруг своей асимптоты.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^2 \frac{x^5 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi} \sqrt{2 - cos\,x}dx,\ n = 5.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^a x^2\sqrt{a^2 - x^2}dx.$

ВАРИАНТ № 11

1. За какое время вода вытечет из конической воронки высотой *H =40 см,* радиусом нижнего основания *r = 0,3 см* и верхнего *R = 6 см*.

   Указание. Скорость истечения жидкости при уровне ее по высоте *x* см определяется формулой $\upsilon = \mu\sqrt{2gx}$, где μ - коэффициент, зависящий от вязкости жидкости, формы сосуда и отверстия. Взять $\mu = 0,6$.

2. Найти момент инерции однородной полуокружности радиуса R относительно ее диаметра.

3. Вычислить площадь, ограниченную кардиоидой $r = a\,(1 - \mathrm{Cos}\,\varphi)$.

4. Определить длину дуги кривой $9y^2 = x\,(x-3)^2$ между точками пересечения с осью 0x.

5. Найти площадь поверхности вращения параболы $y^2 = 4ax$ вокруг оси абсцисс от вершины до точки с абсциссой $x = 3a$.

6. Определить объем тела, образованного вращением эволюты эллипса

$x = \dfrac{c^2}{a}\mathrm{Cos}^3\,t$, $y = \dfrac{c^2}{b}\mathrm{Sin}^3\,t$, лежащей в первом квадранте, вокруг оси *0x*.

7.Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^{\infty} xe^{-x^2}\,dx$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_{-2}^{\infty}\sqrt{x^3+16}\,dx,\ 2n = 10.$

9.Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^1\left(ln\dfrac{1}{x}\right)^{3/2}dx.$

ВАРИАНТ № 12

1. Определить силу давления воды на вертикальный параболический сегмент, основание которого равно *4 м* и расположено на поверхности воды, а вершина находится на глубине *4 м*.

2. Вычислить моменты инерции одной арки циклоиды $x = a\,(t - Sin\,t)$, $y = a\,(1 - Cos\,t)$ относительно обеих осей координат.

3. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y^2 = 1 - x$, $x = -3$.

4. Вычислить длину дуги гиперболической спирали $r\varphi = 1$ от $\varphi = 3/4$ до $\varphi = 4/3$.

5. Вычислить площадь поверхности вращения кубической параболы $3y - x^3 = 0$ вокруг оси абсцисс ($0 \le x \le a$).

6. Найти объем тела, ограниченного поверхностью бесконечного веретена, образованного вращением линии $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ вокруг своей асимптоты.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_{-\infty}^{-3} \frac{x\,dx}{\left(x^2+1\right)^2}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\displaystyle\int_2^{12} \sqrt[3]{x^3+27}\,dx,\ 2n = 10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}}, n > 0, n = 6.$

ВАРИАНТ № 13

1. Найти глубину x, на которой прямоугольный шлюз высотой h разделится горизонтально на такие две части, величина силы давления на которые одинакова.

2. Найти момент инерции круга радиуса R относительно его центра. Плотность круга ρ.

3. Вычислить площадь, ограниченную петлей декартова листа $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ (перейти к полярным координатам).

4. Определить длину линии $x = (t^2 - 2) Sin\, t + 2\, t\, Cos\, t$, $y = (2 - t^2) Cos\, t + 2\, t\, Sin t$ от $t = 0$ до $t = \pi$.

5. Найти площадь поверхности удлиненного и укороченного эллипсоидов вращения - поверхностей, образованных вращением эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг большой и малой оси соответственно.

6. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и осью 0x, вокруг оси ординат.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\displaystyle\int_{-3}^{7} \sqrt[4]{x^3 + 64}\, dx,\ 2n = 10.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{x^3 dx}{1 + x^7}$.

ВАРИАНТ № 14

1. С какой силой полукольцо радиуса r и массы M действует на материальную точку массы m, находящуюся в его центре?

2. Вычислить статические моменты относительно сторон прямоугольника и центр масс, если прямоугольник однородный и его основание равно a, а высота h.

3. Найти площадь, ограниченную линией $r = a\ \mathrm{Sin}^3 \dfrac{\varphi}{3}$, лежащей ниже полярной оси.

4. Найти длину эвольвенты окружности $x = R\ (Cos\ t + t\ Sin\ t),\ y = R\ (Sin\ t - t\ Cos\ t)$ $(t \in [0.\pi])$.

5. Найти площадь поверхности, образованной вращением петли линии $9\ ay^2 = x\ (3a - x)^2$ вокруг оси абсцисс.

6. Найти объем тела, полученного вращением криволинейной трапеции, ограниченной линией $y = arc\ Sin\ x$ с основанием [0.1], вокруг оси $0x$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_2^{\infty} \dfrac{dx}{x\,ln\,x}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{10} \sqrt[3]{x^2 + 8}dx, n = 5.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi} \dfrac{dx}{\sqrt{3 - cos\,x}}$.

ВАРИАНТ № 15

1. Капля с начальной массой M падает под действием силы тяжести и равномерно испаряется, теряя ежесекундно массу m. Какова работа силы тяжести за время от начала движения до полного испарения капли? (Сопротивлением воздуха пренебречь).

2. Найти центр масс симметричного параболического сегмента с основанием a и высотой h.

3. Вычислить площадь, ограниченную лемнискатой $r^2 = a^2 Cos\, 2\varphi$.

4. Определить длину дуги трактрисы $x = a\,(\,\mathrm{Cos}\, t + \ln \mathrm{tg}\; t/2\,)$, $y = a\, Sin\, t$ от точки $(0, a)$ до точки (x, y).

5. Дуга тангенсоиды от точки $(0,\ 0)$ до точки $(\pi/4,\ 1)$ вращается вокруг оси $0x$. Найти площадь образующейся поверхности.

6. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси 0x трапеции, лежащей над осью 0x и ограниченной линией $(x - 4)y^2 = x\,(x - 3)$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_{-1}^{9} \sqrt[3]{x^5 + 4}\,dx,\ n = 5.$

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt[3]{sin^2 x\, cos^4 x}\,dx.$

ВАРИАНТ № 16

1. Какую работу нужно произвести, чтобы насыпать кучу песка в форме усеченного конуса высоты H и радиусами оснований R и r $(r < R)$?
Плотность песка равна d (песок поднимают с поверхности земли, на которой покоится большее основание конуса).
2. Прямоугольник со сторонами a и b разбивается на две части дугой параболы, вершина которой совпадает с одной из вершин прямоугольника и которая проходит через его противоположную вершину. Найти центры масс обеих частей прямоугольника.
3. Вычислить площадь, ограниченную астроидой $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.
4.* Доказать, что дуга параболы $y = \dfrac{1}{2p}x^2$ $(0 \le x \le a)$ имеет ту же длину, что и дуга спирали $\rho = p\varphi$ $(0 \le \rho \le a)$.
4. Найти длину линии $(y - arcsin\, x)^2 = 1 - x^2$.
5. Найти площадь поверхности вращения вокруг оси 0x пластинки $y^2 = x,\ y = x^2$.
6. Фигура, ограниченная параболами $y = x^2$ и $y^2 = x$ вращается вокруг оси 0x. Вычислить объем тела вращения.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $ln\, 2 = \displaystyle\int_?^? \frac{dx}{x}, n = 5$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_0^{\pi/2} sin^6 x\, cos^4 x dx$.

ВАРИАНТ № 17

1. Размеры пирамиды Хеопса приблизительно таковы: высота *140 м*, ребро основания (квадрата) *200 м*. Плотность камня, из которого она сделана, $\rho \approx 2{,}5 \bullet 10^{3}$ *кг/ м*^{3}. Вычислить работу, затраченную при ее постройке на преодоление силы тяжести.

2. Найти координаты центра масс однородной полуокружности радиуса *r*.
3. Определить площадь, ограниченную одной аркой циклоиды

$x = a\,(t - \sin t),\ y = a\,(1 - \cos t)$ и осью абсцисс.

4. Вычислить длину линии $\rho = a \sin^4 \dfrac{\theta}{4}$.

5. Найти площадь поверхности вращения дуги линии $x = e^t \sin t,\ y = e^t \cos t$ $(0 \le t \le \pi/2)$ вокруг оси $0x$.

6. Криволинейная трапеция, ограниченная линиями $y = xe^x,\ x = 1,\ y = 0$, вращается вокруг оси 0x. Определить объем получающегося тела вращения.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на 2*n* равных частей: $arctg 4 = \displaystyle\int_?^? ?\, dx + ?, n = 4$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^7 x \cos^2 x dx.$

ВАРИАНТ № 18

1. Вычислить работу, необходимую на выкачивание жидкости плотности d из резервуара, имеющего форму обращенного вершиной вниз конуса, высота которого равна H, а радиус основания R. Как изменится результат, если конус будет обращен вершиной вверх?

2. Найти центр масс дуги окружности радиуса R, стягивающей центральный угол α.

3. Определить площадь, ограниченную петлей строфоиды $y^2(2a - x) = x\,(x - a)^2$.

4. Вычислить длину дуги линии $r = a\,\mathrm{Cos}^3\,\dfrac{\varphi}{3}$.

5. Арка циклоиды $x = a\,(t - \mathit{Sin}\ t),\ y = a\,(1 - \mathit{Cos}\ t)$ вращается вокруг своей оси симметрии. Найти площадь получающейся поверхности.

6. Симметрический параболический сегмент с основанием a и высотой h вращается вокруг основания. Найти объем получающегося тела вращения (“лимон” Кавальери).

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_1^{\infty}\frac{dx}{x + x^3}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{\cos xdx}{x+1}, 2n = 10$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sqrt[3]{(1+x)^2(1-x)}}dx.$

ВАРИАНТ № 19

1. Деревянный поплавок цилиндрической формы, площадь основания которого $S = 4000\ см^2$, а высота $H = 50\ см$, плавает на поверхности воды. Плотность дерева $d = 0{,}8 \bullet 10^3\ кг/м^3$. Какую работу нужно затратить, чтобы а) вытащить поплавок из воды, б) погрузить поплавок в воду целиком?

   Указание. Закон Архимеда: подъемная сила численно равна весу вытесненной жидкости.
2. Найти центр масс фигуры, ограниченной осями координат и параболой $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.
3. Найти площадь фигуры, заключенной между трактрисой $x = a\ (\ Cost + \ln tg\ \ t/2),$ $y = aSin\ t$ и осью абсцисс.
4. Определить длину дуги спирали Архимеда $r = 5\varphi$, находящейся внутри окружности $r = 10\pi.$
5. Бесконечная дуга линии $y = e^{-x}$ ($x > 0$) вращается вокруг оси 0х. Найти площадь поверхности, которая при этом получается.
6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной волной косинусоиды $y = Cos\ x\ (x \in [\ -\pi, \pi\ ])$ и прямой $y = -1$, вокруг ее основания.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_1^\infty \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} dx$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^1 e^{-x^2} dx, 2n = 10$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} cos^9\ xdx.$

ВАРИАНТ № 20

1. Тело, температура которого 25°, погружено в термостат (в котором поддерживается температура 0°). За какое время тело охладится до 10°, если за 20 минут оно охлаждается до 20°.

   Указание. Закон Ньютона: скорость охлаждения пропорциональная разности температур.
2. Найти координаты центра масс однородной пластинки, имеющей форму четверти эллипса с полуосями a и b.
3. Для линии $\rho = \dfrac{cos\, 2\varphi}{cos\,\varphi}$ найти площадь петли и фигуры, заключенной между линией и ее асимптотой.
4. Определить длину дуги кривой $x = a\ (3\ Cos\ t - Cos\ 3t\ ),\quad y = a\ (3\ Sin\ t - Sin\ 3t\ )$ $(t \in [\ 0,\ \pi/2\ ])$.
5. Трактриса $x = a\ (\ Cos\ t + ln\ tg\ t/2\ ),\ \ y = a\ Sint,\ a > 0,$ вращается вокруг оси 0x. Найти площадь получающейся бесконечной поверхности.
6. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси 0y пластинки, ограниченной параболой $y^2 = 4 - x$ и осью $0y$.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^2 \dfrac{dx}{x\sqrt[3]{ln\, x}}$, $\int\limits_1^2 \dfrac{dx}{x\sqrt{ln\, x}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_1^2 \dfrac{e^x}{x} dx, n = 5$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} tg^{7/8} x dx.$

ВАРИАНТ № 21

1. Два электрических заряда $q_1 = 33{,}3 \bullet 10^{-9}$ Кл, и $q_2 = 40 \bullet 10^{-9}$ Кл, находятся на расстоянии 20 см друг от друга. Каково будет расстояние между зарядами, если мы приблизим второй к первому, затратив при этом работу $18 \bullet 10^{-5}$ Дж. (Разделяющей средой служит воздух).

2. Найти статический момент однородной дуги четверти эллипса с полуосями a и b относительно полуоси длины a.

3. Найти площадь фигуры, заключенной между линией $xy^2 = 8 - 4x$ и ее асимптотой.

4. Определить длину дуги кардиоиды $r = 2\,(1 - \mathrm{Cos}\,\varphi)$, находящейся внутри окружности $r = 1$.

5. Дуга окружности радиуса R, лежащая в первом квадранте, вращается вокруг стягивающей ее хорды. Найти площадь получающейся поверхности.

6. Фигура, ограниченная аркой циклоиды $x = a\,(\mathrm{t} - \mathrm{Sin}\,\mathrm{t})$, $y = a\,(1 - \mathrm{Cos}\,\mathrm{t})$ и ее основанием, вращается вокруг своей оси симметрии. Найти объем получающегося тела.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^{1/e} \frac{dx}{x\,ln^2\,x}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 + 0{,}1 cos^2 x}\,dx, n = 5$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt[6]{x}}{(1+x)^4}\,dx$.

ВАРИАНТ № 22

1. Напряжение на клеммах электрической цепи V = 120В. В цепь равномерно вводится сопротивление со скоростью 0,1 Ом в секунду, кроме того, в цепь включено постоянное сопротивление r = 10 Ом. Сколько кулонов электричества пройдет через цепь в течении двух минут?
2. Найти центр масс пластинки, ограниченной горизонтальной прямой и аркой синусоиды.
3. Найти площадь между циссоидой $y = \dfrac{x^3}{2a - x}$ и ее асимптотой.
4. Определить длину дуги логарифмической спирали $r = e^{a\varphi}$, находящейся внутри окружности $r = 1$ ($a > 0$).
5. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением полуволны косинусоиды вокруг оси абсцисс.
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0x фигуры, ограниченной кривой $x = a\mathrm{t}^2$, $y = a \ln \mathrm{t}$ ($a > 0$) и осями координат.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^2 \dfrac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_{-?}^{?} ?\, dx = arctg2, n = 5$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} x^5 e^{-x^4}\, dx$.

ВАРИАНТ № 23

1. Если при прохождении через слой воды толщиной 3 м поглощается половина первоначального количества света, то какая часть света дойдет до глубины 30 м? Количество света, поглощенного при прохождении через тонкий слой воды пропорционально толщине слоя и количеству света, падающего на его поверхность.

2. Найти центр масс первой арки циклоиды $x = a\,(\,t - \mathrm{Sin}\,t\,)$, $y = a\,(\,1 - \mathrm{Cos}\,t\,)$.

3. Найти площадь между линией $y = xe^{-x^2/2}$ и ее асимптотой.

4. Определить длину дуги кривой $x = e^t\,\mathrm{Cos}\,t$, $y = e^t\,\mathrm{Sin}\,t$ $(t \in [\,0,1])$.

5. Найти площадь поверхности вращения кардиоиды $r = a\,(1 + \mathrm{Cos}\,\varphi)$ вокруг полярной оси.

6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0y фигуры, ограниченной линиями $y = a - x^2/a$, $x + y = a$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^{\infty} \frac{arctgx}{1+x^2}dx$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $ln\,3 = \int\limits_1^3 ?\,dx, 2n = 8$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt[5]{sin^7\,cos^3\,x}dx.$

ВАРИАНТ № 24

1. Два кг соли растворяется в 30 л воды, через 5 мин растворяется 1 кг соли. Через какое время растворится 99 % первоначального количества соли ?
   Скорость растворения пропорциональна количеству соли и разности между концентрацией насыщенного раствора, которая равна 1 кг на 3 л, и концентрацией раствора в данный момент.
2. Найти центр масс однородной пластинки, ограниченной отрезком прямой и одной аркой циклоиды.
3. Определить площадь между линией $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ и ее асимптотой.
4. Найти длину петли кривой $x = t^2$, $y = t\,(\frac{1}{3} - t^2)$.
5. Определить площадь поверхности вращения линии $\rho = 2\, r\, \mathrm{Sin}\,\theta$ вокруг полярной оси.
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0х пластинки, ограниченной линиями $x = \pm\, a$, $y = 0$, $y = a\mathrm{ch}\, x/a$.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_{2}^{\infty} \dfrac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $arcsin\, 0{,}3 = \int\limits_{0}^{0,3} ?\, dx, 2n = 6$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_{0}^{\pi/2} \sqrt[7]{\dfrac{sin^{19}x}{cos^{5}x}}dx.$

ВАРИАНТ № 25

1. Найти время, в течение которого 1 кг воды нагреется от 20° до 100°С, если сопротивление спирали электроприбора 14,4 Ом, напряжение тока 120 В, температура воздуха в комнате 20° С и известно, что 1 кг воды остывает от 40° до 30° С за 10 мин.
   Указание. По закону Джоуля - Ленца Q = I^2Rt, Q - количество теплоты в джоулях, I - ток в амперах, R - сопротивление в омах, t - время в секундах. Удельная теплоемкость воды 4190 Дж/кг·к. Скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела и окружающей среды.
2. Найти центр масс сектора круга радиуса R с центральным углом 2α.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля $\rho = 2a\,(2 + \text{Cos}\,\theta)$.
4. Определить длину петли кривой $x = a\,(t^2 + 1)$, $y = \dfrac{a}{3}(t^3 - 3t)$ $(a > 0)$.
5. Найти площадь поверхности вращения параболы $y^2 = 4ax$ вокруг оси 0x, 0y от вершины до точки с абсциссой $x = 3a$.
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0y пластинки, ограниченной линиями $y^2 = (x + 4)^3$, $x = 0$.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^2 \dfrac{dx}{(x-1)^2}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_{-2}^{\infty} \sqrt{x^3 + 11}dx, 2n = 10$.

9.Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} sin^7\, x\sqrt{cos\, x}dx$..

ВАРИАНТ № 26

1. Если первоначальное количество фермента 1 г через час увеличивается до 1,2 г, то чему будет равно количество фермента через 5 часов после начало брожения, если считать, что скорость прироста фермента пропорциональна его наличному количеству.
2. Найти декартовы координаты центра масс пластинки, ограниченной кардиоидой $\rho = a\,(1 + Cos\ \theta)$.
3. Вычислить площадь, описываемую полярными радиусами спирали Архимеда $\rho = a\varphi$ при одном его обороте (от $\varphi = 0$), между вторым и третьим витком спирали и отрезком полярной оси.
4. Найти длину дуги кривой $x = at^2$, $y = a\,(t + \frac{1}{3}t^3)$, $z = a\,(t - \frac{1}{3}t^3)$ ($a > 0$, $t \in [\,0\,, \sqrt{3}\,]$).
5. Найти площадь поверхности вращения линии параболы $3y = x^3$ вокруг оси 0у ($x \in [\,0, a]$).
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0у фигуры:
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,\ y = \pm b.$$
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x}}$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\frac{\pi}{6} = \int\limits_0^{1/2} ?\,dx, 2n = 10$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi/2} cos^5\, x\sqrt[3]{sin^2 x}dx.$

ВАРИАНТ № 27

1. Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью υ_0, без учета сопротивления воздуха равна $\upsilon = \upsilon_0$ - gt , где t - протекшее время, g - ускорение свободного падения. На какую максимальную высоту поднимается тело?

2. Найти координаты центра масс дуги астроиды $x = a\,Cos^3\,t\,,\; y = a\,Sin^3\,t$, расположенной в первом квадрате.

3. Найти площадь петли линии а) $x = 3t^2,\; y = 3t - t^3$, б) $x = t^2 - 1\,,\; y = t^3 - t$.

4. Найти длину дуги кривой $y = \dfrac{1}{3}\,(3 - x)\sqrt{x}$ между точками ее пересечения с осью 0x.

5. Лемниската $\rho^2 = a^2 Cos\,2\theta$ вращается вокруг полярной оси. Найти площадь получающейся поверхности.

6. Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси 0x пластинки, ограниченной линиями $y = 0,\; x = 1\,,\; x = 4\,,\; xy = 4$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^{\infty} \dfrac{e^{-x}\,sin\,x}{e^{-2x}+1}\,dx$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\dfrac{\pi}{4} = \int\limits_?^? \dfrac{dx}{1+x^2}, 2n = 10$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^1 \dfrac{x^{2/3}dx}{\sqrt[3]{\left(1-x^5\right)^2}}$.

ВАРИАНТ № 28

1. Точка оси $0x$ совершает гармонические колебания около начала координат со скоростью $\upsilon = \upsilon_0 Cos\ (\ \omega t + \varphi\ )$, где t - время, $\upsilon_0,\ \omega,\ \varphi$ - постоянные. Найти закон колебания точки и среднее значение абсолютной величины скорости за период колебаний.
2. Найти координаты центра масс однородной пластинки, имеющей форму четверти фигуры, ограниченной астроидой $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.
3. Определить отношение площадей, на которые разбивается окружность $x^2 + y^2 = 8$ параболой $y = x^2/2$.
4. Найти длину дуги кривой $x = t - Sin\ t$, $y = 1 - Cost$, $z = 4\ Cos\ t/2$ между двумя точками пересечения кривой с плоскостью 0xz .
5. Найти площадь поверхности вращения кардиоиды $r = a\ (1 + Cos\ \varphi\ )$ вокруг касательной в ее вершине ($2a$, 0).
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0x пластинки, ограниченной линиями $y = 2a$, $x = 0$, $(y - a\ )^2 = ax$.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^{\infty} \frac{x^3 \cos x}{x^8 + 4} dx$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\int\limits_0^6 \frac{dx}{\sqrt{1 + x^5}}, 2n = 6$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\infty} x^9 e^{-x^4} dx$.

ВАРИАНТ № 29

1. Два тела движутся по одной и той же прямой: первое со скоростью $\upsilon_1 = 3t^2 - 4t$ (м/с), второе со скоростью $\upsilon_2 = 4(t + 3)$ (м/с). Если в начальный момент они были вместе, то в какой момент и на каком расстоянии от начала движения они опять будут вместе?

2. Найти моменты инерции одной арки циклоиды $x = a(t - \mathit{Sin}\, t)$, $y = a(1 - \mathit{Cos}\, t)$ относительно осей координат.
3. Определить площади частей, на которые окружность $x^2 + y^2 = a^2$ разбивается гиперболой $x^2 - 2y^2 = a^2/4$.
4. Найти длину полукубической параболы $y^2 = \frac{8}{27}p(x - p)^3$, лежащей внутри параболы $y^2 = 2px$.
5. Доказать, что площадь поверхности вращения лемнискаты $r^2 = a^2\,\mathrm{Sin}\,2\varphi$ вокруг полярной оси, равна площади поверхности сферы радиуса a.
6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0у фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 2$ и $y = 2$.
7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\int\limits_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^3}}dx$.
8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей. Константа Каталана $K = \int\limits_0^1 \frac{arctgx}{x}dx, 2n = 10$.
9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\int\limits_0^{\pi} \frac{sin^{n-1} x dx}{(1 + k\,cos\,x)^n}, n > 0, 0 < |k| < 1, (n = 5/2; k = 0{,}5)$.

ВАРИАНТ № 30

1. Скорость движения точки $\upsilon = 0{,}1te^{-0{,}02\,t}$ (м/с). Найти путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки.

2. Найти момент инерции внутренности эллипса с полуосями a и b относительно его осей и центра.

3. Определить площадь, ограниченную линией $y = (x^2 + 2x)\,e^{-x}$ и ее асимптотой.

4. Найти длину дуги линии $x^2 = 4y,\ 9z^2 = 16xy$ между плоскостями $x = 0,\ x = 4$.

5. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $r = a\,\mathrm{Sec}^2\,\varphi/2$ $(0 \le \varphi \le \pi/2)$ вокруг полярной оси.

6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси 0y фигуры, ограниченной осями координат и линией $x = at^2,\ \ y = a\ln t\ (a > 0)$.

7. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла непосредственным вычислением или по признаку сравнения: $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{e^{tgx} - 1}$.

8. Вычислить определенный интеграл по формулам прямоугольника, трапеции, Симпсона, деля отрезок интегрирования на $2n$ равных частей: $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\arcsin x}{x}\,dx, 2n = 10$.

9. Вычислить определенный интеграл с помощью Эйлеровых интегралов: $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^5\,dx}{\left(3 + 2x^4\right)^5}$,

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3\,dx}{\left(3 + 2x^4\right)^3}.$$