Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

Л.В. Марченко

ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Методические указания
к проведению практических занятий

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2007

УДК 514.12(075.8)
ББК В151.54я73
М 300

Рецензент

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры «Высшая математика» Дальневосточного государственного университета путей сообщения
Г.А. Ушакова

Марченко, Л.В.

М 300 Прямая на плоскости : методические указания / Л.В. Марченко. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2007. – 39 с. : ил.

Методические указания разработаны в соответствии с профессиональной образовательной программой.

Рассматриваются теоретические сведения и решения типовых задач по теме «Прямая на плоскости в декартовых координатах». Даны тридцать индивидуальных вариантов для самостоятельной работы.

Предназначены для студентов первого курса нематематических специальностей вузов, изучающих дисциплину «Математика».

УДК 514.12(075.8)
ББК В151.54я73

ВВЕДЕНИЕ

В методической разработке рассмотрены уравнения прямой на плоскости в декартовой прямоугольной системе координат. Приведены задачи с подробным решением и задания для самостоятельной работы.

Пособие может быть использовано как на практических занятиях по математике и аналитической геометрии, так и в самостоятельной работе студентов при подготовке к экзамену.

1. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ

Возьмем на плоскости произвольную прямую и отметим на этой прямой некоторую точку О, называемую началом отсчета. Теперь будем двигаться по прямой в одном из направлений от точки отсчета, считая это направление положительным (это положительное направление отмечают стрелкой). Тогда движение в противоположном направлении от точки О будет называться отрицательным. Прямая, на которой указано положительное направление, называется ***осью***. Если теперь на оси выбрать единицу измерения, то мы получим числовую ось (каждому действительному числу будет соответствовать единственная точка числовой оси). Если числовая ось изображена горизонтальной линией, то положительным направлением обычно считают движение слева направо (рис. 1).

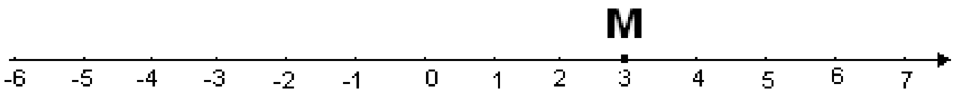

Рис. 1. Числовая ось.

Теперь каждая точка на оси определяется числом, называемым координатой этой точки. На рис. 1 точка М имеет координату 3 (запись М(3)).

Для определения положения точки на плоскости одной оси недостаточно. Требуются две пересекающиеся оси с общим началом отсчета и одинаковой единицей измерения. Удобнее всего положение точки определять относительно двух взаимно перпендикулярных осей, называемых ***координатными осями***. Одна из осей называется ***осью абсцисс*** и обозначается ОХ, а другая – ***осью ординат*** и обозначается ОУ. Такая система координат ХОУ называется ***декартовыми прямоугольными координатами*** на плоскости. Обычно ось ОХ изображают горизонтально, а ось ОУ – вертикально (рис. 2).

Точка О называется ***началом координат***. Координатные оси делят всю плоскость на четыре угла, которые называются либо координатными углами, либо квадрантами, либо четвертями. Квадранты нумеруются в направлении против часовой стрелки, как указано на рис. 2.

Первому квадранту соответствуют значения $x > 0, y > 0$;

второму квадранту – значения $x < 0, y > 0$;

третьему квадранту – значения $x < 0, y < 0$;

четвертому квадранту – значения $x > 0, y < 0$.

Положение произвольной точки М на плоскости в декартовой прямоугольной системе координат определяют следующим образом. Из точки М опускают перпендикуляр на ось ОХ и фиксируют точку на оси, соответствующую основанию перпендикуляра – это координата x. Теперь опустим перпендикуляр на ось ОУ и получим координату y. Эти два значения (x,y) полностью определяют положение точки М на плоскости. Таким образом, точка М определена своими ***проекциями на координатные оси***. Указывая координаты точки, принято первой указывать координату x, а второй – координату y: $M(x,y)$. Пара, в которой определен порядок, называется упорядоченной. Пары (2–3) и (3–2) определяют разные точки плоскости. На рис. 2 это точки М и N соответственно. Если точка лежит на оси абсцисс ОХ, то ее координата y (ордината) равна нулю. Если же точка лежит на оси ординат ОУ, то ее координата x (абсцисса) равна нулю. На рис. 2 точки А и В имеют координаты А(0;4), В(-3;0). Начало координат точка О имеет нулевые координаты: О(0;0).

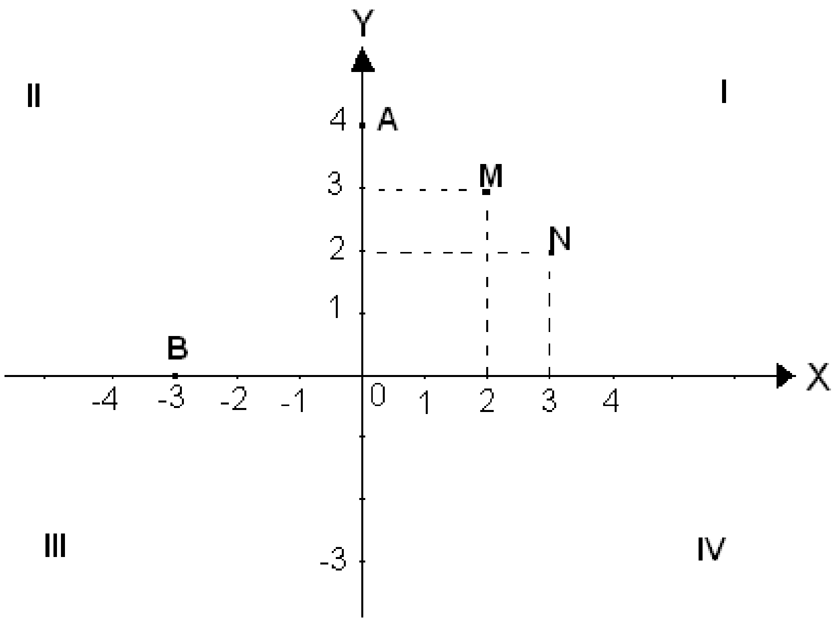

Рис. 2. Прямоугольные координаты на плоскости.

Таким образом, каждой точке плоскости соответствует пара чисел – ее координаты. А каждой паре чисел соответствует единственная точка плоскости.

Метод координат позволяет решать геометрические задачи алгебраическими методами. Геометрия, использующая при решении задач такие методы, называется аналитической.

2. ОТРЕЗОК. ДЛИНА ОТРЕЗКА. ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ДАННОМ ОТНОШЕНИИ

Отрезок прямой определяется двумя точками – его концами А и В, и обозначается [AB] или [BA], или АВ. Если А и В – различные точки, то отрезок [AB] единственным образом определяет прямую (АВ). В этом случае, говоря об отрезке, как о множестве точек, считают, что это множество состоит из точек А и В, а также точек, которые лежат на прямой (АВ) между точками А и В. Если выбрана единица измерения, то каждому отрезку [АВ] можно сопоставить неотрицательное число $|AB|$, которое называется его ***длиной*** или ***расстоянием между точками*** А и В. Длину отрезка $|AB|$ также обозначают буквами d или r. Если точки А и В заданы своими координатами, то длину отрезка можно вычислить по теореме Пифагора.

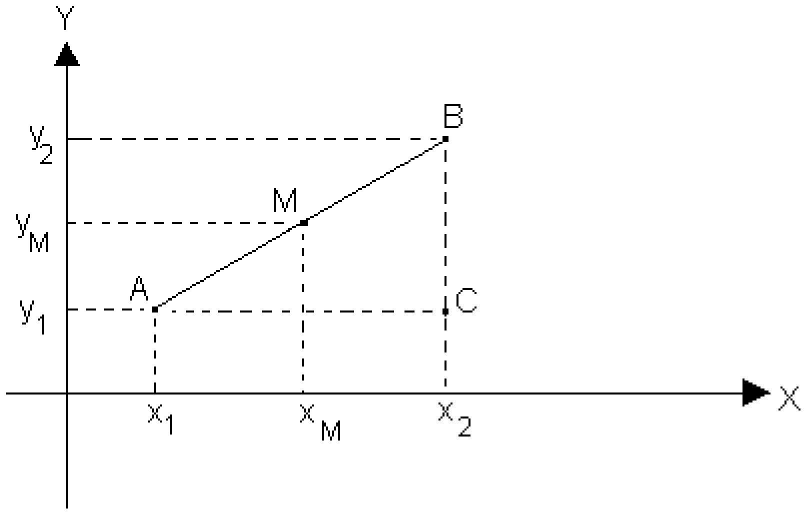

Рис. 3. Вычисление длины отрезка.

Пусть даны точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ (рис. 3). Длина проекции отрезка [АВ] на ось ОХ составляет $|x_2 - x_1|$, а длина проекции на ось ОУ составляет $|y_2 - y_1|$. Таким образом, в прямоугольном треугольнике АВС известны длины двух катетов: $|AC| = |x_2 - x_1|$, $|BC| = |y_2 - y_1|$. Тогда длина гипотенузы определяется формулой $|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2}$ или

$$|AB| = d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad . \tag{2.1}$$

Если точка А совпадает с началом координат О, то длина отрезка [ОВ]

$$|OB| = \sqrt{x_2{}^2 + y_2{}^2} \quad . \tag{2.2}$$

Пример 1. Даны точки А(2;6) и В(-1;2). Найти расстояние между ними.

Решение. По условию $x_1 = 2, y_1 = 6, x_2 = -1, y_2 = 2$, поэтому согласно формуле (2.1) $|AB| = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$.

Пусть теперь на отрезке [AB] зафиксирована точка M (рис.3) таким образом, что $\dfrac{|AM|}{|MB|}=\dfrac{l_1}{l_2}=\lambda$. Попробуем найти координаты этой точки $M(x_M, y_M)$. Поскольку проекции отрезка делятся точками x_M и y_M в том же отношении, в котором точка M делит отрезок [AB], то можно записать $\dfrac{x_M-x_1}{x_2-x_M}=\lambda$, $\dfrac{y_M-y_1}{y_2-y_M}=\lambda$.

Из полученных соотношений найдем x_M и y_M:

$$x_M=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\ , \tag{2.3}$$

$$y_M=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\ . \tag{2.4}$$

В частности, если точка M — середина отрезка, то $\lambda=1$, и

$$x_M=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y_M=\frac{y_1+y_2}{2}. \tag{2.5}$$

Пример 2. Даны вершины треугольника A(-22;12), B(34;45), C(-2;-3). Вычислить периметр треугольника ABC. Найти координаты точки пресечения медиан треугольника.

Решение. Периметром P называется сумма длин всех сторон многоугольника, поэтому $P=|AB|+|AC|+|BC|$. Проведем нужные вычисления:

$|AB|=\sqrt{(34-(-22))^2+(45-12)^2}=65$;

$|BC|=\sqrt{(-2-34)^2+(-3-45)^2}=60$;

$|AC|=\sqrt{(-2-(-22))^2+(-3-12)^2}=25$; $P=65+60+25=150$.

Пусть AD − медиана треугольника ABC. Следовательно, точка D − середина отрезка [BC] и ее координаты могут быть найдены по формулам (2.5): $x_D=\dfrac{x_B+x_C}{2}$, $y_D=\dfrac{y_B+y_C}{2}$. Подставим численные значения $x_D=\dfrac{34+(-2)}{2}=16$. $y_D=\dfrac{45+(-3)}{2}=21$; координаты точки $D(16;21)$.

Известно, что все три медианы треугольника пересекаются в одной точке M, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины. Поэтому для медианы AD можно записать соотношение: $\dfrac{|AM|}{|MD|}=\dfrac{2}{1}=2$. Теперь, используя формулы (2.3) и (2.4) деления отрезка в данном отношении при $\lambda = 2$, можно записать $x_M = \frac{x_A + 2x_D}{1+2}$, $y_M = \frac{y_A + 2y_D}{1+2}$. Подставив числовые значения, получим $x_M = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$, $y_M = \frac{54}{3} = 18$. Координаты точки пересечения медиан $M\left(3\frac{1}{3};18\right)$.

Ответ: $P = 150$, $M\left(3\frac{1}{3};18\right)$.

Пример 3. Найти две точки A и B, если известно, что точка C(-5;4) делит отрезок [AB] в отношении 3:4, а точка D(6;-5) − в отношении 2:3.

Решение. Пусть точки A и B имеют координаты $A(x_A;y_A)$ и $B(x_B;y_B)$.

Тогда, согласно формулам (2.3) и (2.4), $\begin{cases} x_C = \dfrac{x_A + \frac{3}{4}x_B}{1+\frac{3}{4}} \\ x_D = \dfrac{x_A + \frac{2}{3}x_B}{1+\frac{2}{3}} \end{cases}$; $\begin{cases} y_C = \dfrac{y_A + \frac{3}{4}y_B}{1+\frac{3}{4}} \\ y_D = \dfrac{y_A + \frac{2}{3}y_B}{1+\frac{2}{3}} \end{cases}$.

Подставим числовые значения и получим две линейные системы с двумя неизвестными

$$\begin{cases} -5 = \dfrac{x_A + \frac{3}{4}x_B}{\frac{7}{4}} \\ 6 = \dfrac{x_A + \frac{2}{3}x_B}{\frac{5}{3}} \end{cases}, \qquad \begin{cases} 4 = \dfrac{y_A + \frac{3}{4}y_B}{\frac{7}{4}} \\ -5 = \dfrac{y_A + \frac{2}{3}y_B}{\frac{5}{3}} \end{cases}.$$

Решая данные системы, получим $x_A = 160$, $x_B = -225$, $y_A = -131$, $y_B = 184$.

Ответ: A(160;-131), B(-225;184).

Замечание. Рассматривать задачу деления отрезка в данном отношении можно и в том случае, когда точка M располагается не между точками A и B, а лежит на прямой (AB) вне отрезка [AB]. В этом случае число λ отрицательное.

3. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Положение прямой вполне определено, если заданы какие-либо две ее точки или дана одна точка и указано направление прямой.

Пусть на прямой AB зафиксированы две точки $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$.

Выбранная на этой же прямой произвольная точка $M(x;y)$ делит отрезок [AB] в некотором отношении. Тогда справедливо равенство

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\ , \tag{3.1}$$

которое называется ***уравнением прямой, проходящей через две данные точки*** плоскости. Если обозначить $x_2-x_1=m$, $y_2-y_1=l$, то получим

$$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{l}=t \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=x_1+mt \\ y=y_1+lt \end{cases} \quad – \tag{3.2}$$

параметрическое уравнение прямой на плоскости.

Замечание. Формулы (3.1) и (3.2) следует понимать как пропорции, в которых значения x_2-x_1 и y_2-y_1 могут быть равны нулю.

Пример 1. Даны вершины треугольника ABC: A(1;3). B(4;0), C(-4;3). Записать уравнения его сторон.

Решение. Используем формулу (3.1) и запишем:

(AB): $\dfrac{x-1}{4-1}=\dfrac{y-3}{0-3}$, $-3(x-1)=3(y-3)$, $x+y-4=0$, $y=-x+4$.

(AC): $\dfrac{x-1}{-4-1}=\dfrac{y-3}{3-3}$, $0(x-1)=-5(y-3)$, $y-3=0$, $y=3$.

(BC): $\dfrac{x-4}{-4-4}=\dfrac{y-0}{3-0}$, $3(x-4)=-8y$, $3x+8y-12=0$, $y=-{}^3\!/_8\,x+{}^3\!/_2$.

Ответ. (AB): $x+y-4=0$; (AC): $y-3=0$; (BC): $3x+8y-12=0$.

Как видно из предыдущего примера, преобразование выражения (3.1) приводит к уравнению

$$Ax+By+C=0, \tag{3.3}$$

которое называется ***общим уравнением прямой***. Это алгебраическое уравнение первой степени относительно двух переменных, называемое также линейным уравнением.

Таким образом, уравнение всякой прямой можно записать в виде (3.3), где A и B одновременно не равны нулю. Верно и обратное, т.е. уравнение (3.3) всегда определяет прямую.

Зная уравнение прямой, можно её построить, произвольно задавая две какие-либо её точки.

Пример 2. Дано общее уравнение прямой $2x+3y+6=0$. Построить эту прямую.

Решение. Возьмем два произвольных значения x и вычислим соответствующие значения y. Пусть $x_1=0$, тогда $3y+6=0$, $y_1=-2$. Пусть $x_2=-3$, тогда $-6+3y+6=0$, $y_2=0$. Таким образом, прямая проходит через точки (0;-2) и (-3;0) (рис. 4).

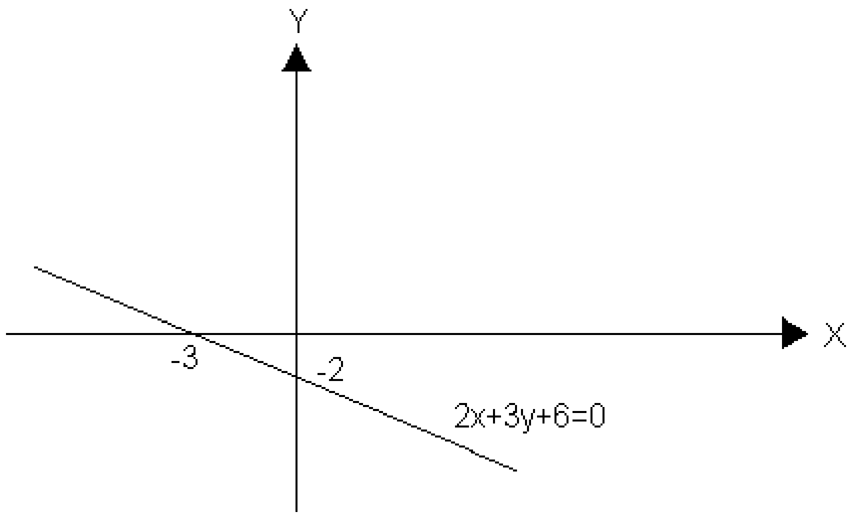

Рис. 4. Чертеж прямой 2x+3y+6=0.

Рассмотрим частные случаи уравнения (3.3), в которых какие-либо из коэффициентов A, B, C равны нулю:

1) если прямая проходит через начало координат, то в уравнении (3.3) $C = 0$: $Ax + By = 0$;

2) если прямая параллельна оси абсцисс OX, то $A = 0$: $By + C = 0$ или $y = const$;

3) если прямая параллельна оси ординат OY, то $B = 0$: $Ax + C = 0$ или $x = const$;

4) уравнение $y = 0$ определяет ось OX (одновременно выполняются условия 1) и 2)). Уравнение $x = 0$ определяет ось OY.

Пример 3. Уравнение $3y - 1 = 0$ определяет прямую, проходящую через точку $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ параллельно оси абсцисс. Уравнение $x + 2 = 0$ определяет прямую, проходящую через точку (-2;0), параллельно оси ординат. Прямая $x - y = 0$ проходит через начало координат и представляет собой биссектрису первого и третьего координатных углов.

Если в общем уравнении прямой (3.3) коэффициент B не равен нулю, то уравнение (3.3) можно привести к виду

$$y = kx + b, \tag{3.4}$$

которое называется ***уравнением прямой с угловым коэффициентом***.

Действительно, решая относительно y уравнение (3.3), получим $y = \frac{-A}{B}x + \frac{-C}{B}$. Обозначая $\frac{-A}{B} = k$, $\frac{-C}{B} = b$, приходим к уравнению (3.4).

Пример 4. Дано общее уравнение прямой $2x + 3y + 6 = 0$. Записать его как уравнение с угловым коэффициентом.

Решение. Запишем уравнение в виде $3y = -2x - 6$, откуда $y = -\frac{2}{3}x - 2$, $k = -\frac{2}{3}$, $b = -2$.

Числа k и b в уравнении (3.4) имеют вполне определенный геометрический смысл. Угловой коэффициент k − это тангенс угла, образованного прямой с положительным направлением оси ОХ (отсчет ведется от оси абсцисс в направлении против часовой стрелки): $k = tg\alpha$. Число b показывает ординату пересечения прямой с осью ОУ (рис. 5).

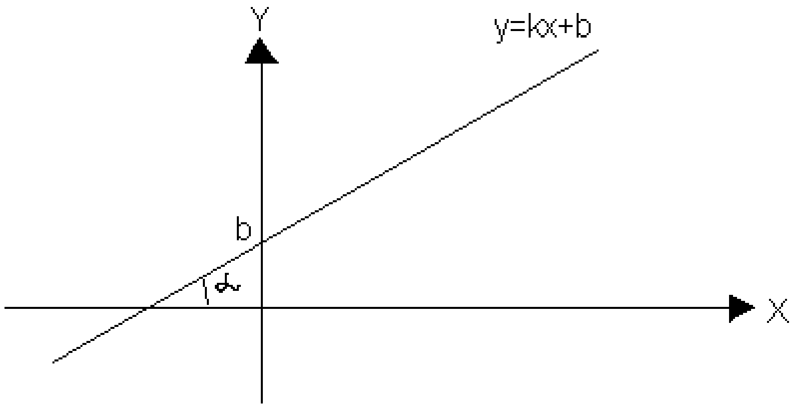

Рис. 5. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Таким образом, два параметра k и b полностью определяют положение прямой. Случай $b = 0$ соответствует прямой $y = kx$, проходящей через начало координат. Случай $k = 0$ определяет прямую $y = b$, параллельную оси ОХ и проходящую через точку $(0;b)$.

Если теперь мы вернемся к уравнению прямой, проходящей через две заданные точки (3.1), то, записав его в виде $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$, заметим, что отношение $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ есть не что иное, как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс, т.е. $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Теперь уравнение (3.1) можно переписать в виде

$$y - y_1 = k(x - x_1). \tag{3.5}$$

которое является ***уравнением прямой, проходящей через заданную точку*** $(x_1;y_1)$. Задавая различные значения k, мы получим все прямые, проходящие через точку $(x_1;y_1)$. Поэтому уравнение (3.5) еще называют ***уравнением пучка прямых*** с центром в точке $(x_1;y_1)$.

Пример 5. Уравнение $y-1=k(x-2)$ определяет любую прямую, проходящую через точку (2;1). Выбирая различные значения k, получим частные случаи прямых, проходящих через данную точку. Так, если $k=0$, то уравнение $y-1=0$ определяет прямую, параллельную оси абсцисс. Если $k=1$, получим $y-1=x-2$ или $y=x-1$, и т.д.

Если в общем уравнении прямой (3.3) все коэффициенты A, B, C отличны от нуля, то удобно преобразовать уравнение $Ax+By+C=0$ к виду

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1, \tag{3.6}$$

которое называется ***уравнением прямой в отрезках***. Числа a и b представляют собой координаты пересечения прямой с осями ОХ и ОУ соответственно. Переход от уравнения (3.3) к уравнению (3.6) выполняется так. Записав уравнение $Ax+By+C=0$ в виде $Ax+By=-C$, делим обе части полученного уравнения на $(-C)$: $\frac{Ax}{-C}+\frac{By}{-C}=1$ или $\frac{x}{\left(-\frac{C}{A}\right)}+\frac{y}{\left(-\frac{C}{B}\right)}=1.$

Обозначив, $-\frac{C}{A}=a$, $-\frac{C}{B}=b$, получим (3.6).

Пример 6. Привести уравнение прямой $2x+3y+6=0$ к уравнению в отрезках.

Решение. Записав $2x+3y=-6$, делим обе части равенства на (-6), получаем $\frac{2x}{-6}+\frac{3y}{-6}=1$ или $\frac{x}{-3}+\frac{y}{-2}=0$. Прямая пересекает ось ОХ в точке (-3;0), а ось ОУ − в точке (0;-2) (см. рис. 4).

4. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ НА ПЛОСКОСТИ

Прямые, находящиеся в одной плоскости, будут либо пересекающимися, либо параллельными. Выясним условия, при которых прямые соответствуют тому или иному случаю, определим угол между прямыми, координаты точки пересечения, если таковая имеется.

Пусть две прямые заданы уравнениями

$$y=k_1x+b_1, \quad y=k_2x+b_2. \tag{4.1}$$

Поскольку угловой коэффициент определяет наклон прямой к оси абсцисс, то очевидно, что равные углы наклона соответствуют параллельным прямым. Поэтому ***условием параллельности двух прямых***, заданных уравнениями (4.1) является равенство их угловых коэффициентов

$$k_1 = k_2. \tag{4.2}$$

Если $k_1 \neq k_2$, то ***угол*** φ ***между прямыми*** (4.1) определяется известной тригонометрической формулой тангенса разности двух углов $tg\left(\alpha-\beta\right)=\dfrac{tg\alpha - tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$, которое в случае прямых принимает вид

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}. \tag{4.3}$$

Если прямые (4.1) *перпендикулярны,* т.е. $\varphi = 90^\circ$, то

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \quad - \tag{4.4}$$

условие перпендикулярности двух прямых.

Если прямые заданы общими уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0, \tag{4.5}$$

то указанные выше условия будут выглядеть так:

условие параллельности $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$; (4.6)

условие перпендикулярности $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0$; (4.7)

угол между прямыми $tg\varphi = \dfrac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}$. (4.8)

Условие

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \tag{4.9}$$

определяет ***совпадающие прямые***.

Точка пересечения двух прямых (4.5) есть общая точка этих прямых. Координаты этой точки должны одновременно удовлетворять уравнениям обеих прямых, т.е. системе

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0. \end{cases} \tag{4.10}$$

Решая эту систему, находим координаты искомой точки.

Замечание. Для определения угла между прямыми, удобнее переходить к уравнению с угловым коэффициентом.

Пример 1. Напишите уравнение медианы AM треугольника ABC, если заданы координаты его вершин A(-5;4), B(3;1), C(2;-5).

Решение. Точка M − середина отрезка BC, поэтому в соответствии с формулами (2.5) $x_M = \dfrac{3+2}{2} = 2{,}5$; $y_M = \dfrac{1+(-5)}{2} = -2$; M(2,5;-2). Уравнение прямой AM запишем, используя формулу (3.1): $\dfrac{x - x_A}{x_M - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_M - y_A}$ или

$\dfrac{x-(-5)}{2,5-(-5)}=\dfrac{y-4}{-2-4}$, $-6(x+5)=7,5(y-4)$, $6x+7,5y=0$. Разделив обе части уравнения на 1,5, получим более удобный вид $4x+5y=0$ − уравнение медианы АМ.

Пример 2. Напишите уравнение прямой L, проходящей через точку М(7;4) параллельно прямой $3x-2y+4=0$.

Решение. *Первый способ*. Согласно формуле (3.5), уравнение любой прямой, проходящей через точку М, может быть записано в виде $y-4=k(x-7)$. Поскольку искомая прямая должна быть параллельна прямой $3x-2y+4=0$, то их угловые коэффициенты совпадают. Запишем $3x-2y+4=0$ в виде уравнения прямой с угловым коэффициентом $y=\dfrac{3}{2}x+2$, откуда $k=\dfrac{3}{2}$. Следовательно, искомая прямая имеет уравнение $y-4=\dfrac{3}{2}(x-7)$ или $3x-2y-13=0$.

Второй способ. Будем искать уравнение прямой в виде $Ax+By+C=0$. Поскольку прямая проходит чрез точку М(7;4), то координаты этой точки удовлетворяют уравнению. И можно записать $7A+4B+C=0$. Данная прямая параллельна прямой $3x-2y+4=0$, для которой $A=3$, $B=-2$. Подставив эти значения в предыдущее уравнение, получим $7\cdot 3+4\cdot(-2)+C=0$, $C=-13$. Окончательно запишем, что уравнение искомой прямой имеет вид $3x-2y-13=0$.

Замечание. Если дано общее уравнение прямой $Ax+By+C=0$, то ***уравнение параллельной прямой, проходящей через заданную точку*** x_1, y_1, имеет вид

$$A\left(x-x_1\right)+B\left(y-y_1\right)=0. \qquad (4.11)$$

Пример 3. Проверить, принадлежит ли точка М(2;-4) прямой $4x-2y+15=0$.

Решение. Подставим координаты точки М в левую часть уравнения прямой $4\cdot 2-2\cdot(-4)+15=31$. Поскольку левая часть не равна правой: $31\neq 0$, то точка М не принадлежит прямой $4x-2y+15=0$.

Пример 4. На прямой $12x-3y+1=0$ найти точку, у которой ордината $y=-3$.

Решение. Подставив в уравнение прямой значение $y=-3$ найдем абсциссу x: $12x-3(-3)+1=0$; $x=-\dfrac{5}{6}$. Искомая точка $M\left(-\dfrac{5}{6};-3\right)$.

Пример 5. Найти координаты вершин A,B,D параллелограмма $ABCD$, если известны координаты вершины $C\left(3;-1\right)$, а также уравнение сторон $\left(AB\right)$: $x+y-3=0$ и $\left(AD\right)$: $y=2$.

Решение. Решая эту задачу, необязательно (и даже не нужно) рисовать данные в условии прямые и точки в декартовых координатах. Достаточно (для себя) нарисовать произвольный параллелограмм, чтобы определиться с расположением вершин и сторон (рис. 6). Окончательный чертеж можно выполнить после получения решения.

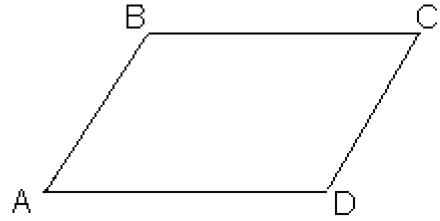

Рис. 6. Чертеж к примеру 5.

Поскольку $AB \parallel DC$, то, используя условие параллельности двух прямых (4.11), можно записать $1(x-3)+1(y+1)=0$, $x+y-2=0$ − уравнение прямой *DC*. Прямая *AD*, заданная уравнением $y=2$, параллельна оси OX $(y=const)$. И поскольку точка $C(3;-1)$ принадлежит прямой *BC*, то уравнение $y=-1$ полностью определяет эту прямую. Теперь, когда известны уравнения всех сторон параллелограмма, его вершины найдем из решения систем вида (4.10). Точка A − пересечение прямых *AB* и *AD*:

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2).$$

Точка B − пересечение прямых *AB* и *BC*:

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow B(3;-1).$$

Точка *D* − пересечение прямых *AD* и *DC*:

$$\begin{cases} y=2 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow D(0;2).$$

Ответ: координаты точек $A(1;2)$, $B(3;-1)$, $D(0;2)$.

Пример 6. Найти уравнение прямой L_2, проходящей через точку M(1;1), перпендикулярно прямой L_1: $3x-4y+6=0$.

Решение. Перепишем уравнение $3x-4y+6=0$ в виде $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$. Таким образом, угловой коэффициент данной прямой $k_1=\frac{3}{4}$. Если прямая, проходящая через точку M, перпендикулярна данной, то их угловые коэффициенты связаны соотношением (4.4): $k_2=-\frac{1}{k_1}$, откуда $k_2=-\frac{4}{3}$. В соответствии с формулой (3.5), можно записать уравнение искомой прямой L_2, проходящей через точку M(1;1) перпендикулярно прямой L_1:

$y-y_M=k_2(x-x_M)$ или $y-1=-\frac{4}{3}(x-1)$; $4x+3y-7=0$.

Ответ: уравнение прямой $4x+3y-7=0$.

Пример 6.1. Найти расстояние от точки M(1;1) до прямой L_1: $3x-4y+6=0$.

Решение. Расстоянием d от точки до прямой называется длина перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую. Поэтому сначала запишем уравнение прямой, проходящей через точку M перпендикулярно данной прямой. Эта часть задания нами уже выполнена в примере 6, поэтому воспользуемся готовым результатом и запишем, что нужная нам прямая L_2 имеет уравнение $4x+3y-7=0$. Найдем точку A пересечения прямых L_1 и L_2, решая систему $\begin{cases} 3x-4y+6=0 \\ 4x+3y-7=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\dfrac{2}{5}=0,4 \\ y=\dfrac{9}{5}=1,8 \end{cases}$; $A\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{5}\right)$. Расстояние между точками A и M вычислим по формуле (2.1): $\left|AM\right|=d=\sqrt{\left(1-\dfrac{2}{5}\right)^2+\left(1-\dfrac{9}{5}\right)^2}=\sqrt{1}=1.$

Ответ: расстояние от точки M до прямой d=1.

Замечание. Можно вывести формулу расстояния от точки $M\left(x_1;y_1\right)$ до прямой $Ax+By+C=0$ в общем случае, используя рассуждения примера 6.1. Тогда получим формулу

$$d=\frac{\left|Ax_1+By_1+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}, \tag{4.12}$$

определяющую ***расстояние от точки до прямой***. Вместо слов «расстояние от точки до прямой» иногда используют выражение «***отклонение точки от прямой***».

Пример 7. Через точку $M\left(2;-1\right)$ провести прямую под углом 45° к прямой $x-2y-1=0$.

Решение. Обозначим прямую $x-2y-1=0$ как L_1, а искомую прямую, проходящую через точку M, как L_2. Уравнение прямой, проходящей через точку M, имеет вид (см. формулу (3.5)): $y-(-1)=k_2(x-2)$ или $y=k_2(x-2)-1$. Здесь k_2 − угловой коэффициент прямой L_2. Записав уравнение прямой L_1 в виде $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$, найдем ее угловой коэффициент $k_1=\dfrac{1}{2}$. Поскольку известен угол $\varphi=45^\circ$ между прямыми, то согласно формуле (4.3) $tg\varphi=\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}=tg45^\circ=1$; $\dfrac{k_2-\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{2}k_2}=1$; $k_2-\dfrac{1}{2}=1+\dfrac{1}{2}k_2$; $k_2=3$

. Теперь окончательно запишем уравнение искомой прямой $y = 3(x-2)-1$ или $y = 3x - 7$.

Пример 8. Даны две вершины треугольника $A(-10;2)$ и $B(6;4)$. Его высоты пересекаются в точке $N(5;2)$. Определить координаты третьей вершины треугольника C.

Решение. Для удобства рекомендуется нарисовать произвольный треугольник ABC (рис. 7).

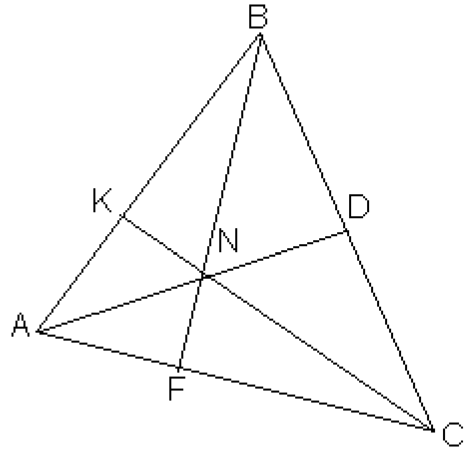

Рис. 7. Чертеж к примеру 8.

Пусть AD, BF и CK – высоты треугольника ABC, N – точка пересечения высот. В связи с этим AN и AD определяют одну и ту же прямую. Аналогично для пар BN и BF, а также CN и CK. Согласно формуле (3.1) уравнение прямой BN (или, что то же самое, прямой BF: $\dfrac{x-6}{5-6} = \dfrac{y-4}{2-4}$; $\dfrac{x-6}{-1} = \dfrac{y-4}{-2}$; $-2x+12 = -y+4$; $2x - y - 8 = 0$ − прямая BF. Аналогично, уравнение прямой AN (или AD): $\dfrac{x+10}{5+10} = \dfrac{y-2}{2-2}$; $y = 2$ − прямая AD.

Запишем уравнение стороны BC как уравнение прямой, проходящей через точку B, перпендикулярно прямой AD. Поскольку AD определяется уравнением y=const, то перпендикулярная ей прямая BC будет иметь уравнение x=const. А так как эта прямая проходит через точку B, то абсцисса точки B и определит уравнение BC: x=6.

Уравнение стороны AC запишем как уравнение прямой, проходящей через точку A перпендикулярно прямой BF, согласно формулам (4.4) и (3.5). Так как угловой коэффициент BF известен: $k_1 = 2$, то угловой коэффициент AC – это $k_2 = -\dfrac{1}{2}$, поэтому уравнение AC: $\left(y-2\right) = k_2\left(x - \left(-10\right)\right)$; $x + 2y + 6 = 0$ − уравнение AC.

Точка C теперь может быть найдена как пересечение прямых BC и AC: $\begin{cases} x = 6 \\ x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases}$; $C(6;-6)$.

Ответ: C(6;-6).

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ВАРИАНТ 1

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;3), B(0;-4), C(-5;2), D(-1;-8).

2. Найти расстояние между точками A(1;2) и B(-3;4).

3. Даны точки A(-1;8) и B(2;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(2;1), C(-5;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(2;1), C(-5;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-12=0$, $3y-4=0$, $2x+y=0$, $x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-1=0$; $2x-3y+5=0$; $x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-13y+1=0$ и $x+y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-6), B(2;1), C(-5;7).

10. Даны точки A(3-6) и B(2;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 2

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;4), B(-5;-4), C(6;0), D(-3;8).

2. Найти расстояние между точками A(2;2) и B(-3;3).

3. Даны точки A(4;8) и B(2;9). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{7}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(2;-1), B(-2;1), C(5;8). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(2;-1), B(-2;1), C(5;8). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $3x+7y-1=0$, $2y+5=0$, $2x+1{,}5y=0$, $x-\frac{2}{3}=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+2y-6=0$; $12x-3y+15=0$; $3x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $x-3y+10=0$ и $x-y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(2;-1), $B(-2;1)$, C(5;8).

10. Даны точки $A(2;-1)$ и $B(-2;1)$. Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(5;8) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 3

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(11;-3), B(4;0), C(-6;2), D(-1;-11).

2. Найти расстояние между точками A(6;2) и B(3;4).

3. Даны точки A(0;8) и B(4;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;3), B(2;-1), C(-5;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;3), B(2;-1), C(-5;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x-5y+2=0$, $3-y=0$, $12x+7y=0$, $2x-5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $x-8y+10=0$; $3x-3y+5=0$; $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-3y+4=0$ и $x-y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;3), $B(2;-1)$, C(-5;7).

10. Даны точки $A(3;3)$ и $B(2;-1)$. Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 4

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(5;3), B(4;-4), C(-5;0), D(-7;-8).

2. Найти расстояние между точками $A(8;2)$ и В(-3;4).

3. Даны точки А(-3;8) и В(2;-5). Точка М лежит на прямой АВ и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{2}$. Найти координаты точки М.

4. Даны вершины треугольника А(3;-4), В(2;2), С(-5;0). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника А(3;-4), В(2;2), С(-5;0). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+6y-5=0$, $5y-4=0$, $2x-3y=0$, $2x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+4y-1=0$; $x-3y+4=0$; $3x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-y+1=0$ и $x+4y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника АВС, если А(3;-4), В(2;2), С(-5;0).

10. Даны точки А(3;-4) и В(2;2). Записать уравнение прямой, проходящей через точку С(-5;0) параллельно прямой АВ.

ВАРИАНТ 5

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки А(1;6), В(2;-4), С(-5;0), D(-1;8).

2. Найти расстояние между точками А(8;2) и В(-3;7).

3. Даны точки А(5;8) и В(2;-5). Точка М лежит на прямой АВ и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{5}$. Найти координаты точки М.

4. Даны вершины треугольника А(1;-6), В(2;2), С(-3;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника А(1;-6), В(2;2), С(-3;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+y-12=0$, $3x-4=0$, $2x+5y=0$, $y-1=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $2x+8y-1=0$; $5x-3y+2=0$; $4x-\frac{1}{3}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x - 5y + 3 = 0$ и $2x + y - 5 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;-6), B(2;2), C(-3;7).

10. Даны точки A(1;-6) и B(2;2). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-3;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 6

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(5;3), B(0;-2), C(-10;2), D(-3;-4,5).

2. Найти расстояние между точками A(2;2) и B(-3;8).

3. Даны точки A(-5;8) и B(1;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{4}{7}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(1;-6), B(2;2), C(-3;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(1;-6), B(2;2), C(-3;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + 3y - 2 = 0$, $7y - 4 = 0$, $2x - 9y = 0$, $3x + 5 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + 8y - 1 = 0$; $2x - y + 5 = 0$; $\frac{2}{3}x - y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $12x - 3y + 1 = 0$ и $x + 2y - 5 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;-6), B(2;2), C(-3;7).

10. Даны точки A(1;-6) и B(2;2). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-3;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 7

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;2), B(0;-12), C(-4;2), D(-7;-8).

2. Найти расстояние между точками A(3;2) и B(-5;4).

3. Даны точки A(-4;8) и B(-1;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{5}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника А(2;-6), В(3;1), С(-4;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника А(2;-6), В(3;1), С(-4;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-5=0$, $3y-0{,}5=0$, $2x+9y=0$, $x-2{,}5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $7x+8y-1=0$; $2x+8y+5=0$; $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-y+1=0$ и $x+2y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если А(2;-6), В(3;1), С(-4;7).

10. Даны точки А(2;-6) и В(3;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку С(-4;7) параллельно прямой АВ.

ВАРИАНТ 8

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки А(1;0), В(0;-2), С(-3;2), D(-4;-5).

2. Найти расстояние между точками А(1;3) и В(-3;5).

3. Даны точки А(5;8) и В(-2;-5). Точка М лежит на прямой АВ и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{4}{3}$. Найти координаты точки М.

4. Даны вершины треугольника А(4;-6), В(2;3), С(-5;5). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника А(4;-6), В(2;3), С(-5;5). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+12y-1=0$, $7y-4=0$, $2x+5y=0$, $3x-5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+2y-5=0$; $2x-5y+5=0$; $x-\frac{1}{3}y+6=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-6y+1=0$ и $x+5y-4=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если А(4;-6), В(2;3), С(-5;5).

10. Даны точки A(4;-6) и B(2;3). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;5) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 9

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;9), B(0;-14), C(-5;11), D(-9;-8).

2. Найти расстояние между точками A(4;2) и B(-3;5).

3. Даны точки A(-1;1) и B(2;-9). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{7}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-9), B(2;10), C(-5;11). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-9), B(2;10), C(-5;11). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-5=0$, $3y-\frac{1}{4}=0$, $2x+0,3y=0$, $x+2=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+3y-1=0$; $2x-1,5y+5=0$; $x-\frac{2}{3}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-y+3=0$ и $x-3y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-9), B(2;10), C(-5;11).

10. Даны точки A(3;-9) и B(2;10). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;11) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 10

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(0;3), B(2;-4), C(-6;2), D(-1;-9).

2. Найти расстояние между точками A(2;2) и B(-3;9).

3. Даны точки A(-7;8) и B(2;-1). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{4}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(1;-2), B(2;1), C(-5;4). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(1;-2), B(2;1), C(-5;4). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $-x+3y-12=0$, $3y=0$, $2x-\frac{1}{2}y=0$, $0,2x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+y-4=0$; $x-y+10=0$; $x-\frac{7}{8}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-4y+1=0$ и $x+4y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;-2), B(2;1), C(-5;4).

10. Даны точки A(1;-2) и B(2;1) Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;4) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 11

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;0), B(0;-2), C(-3;2), D(-5;-6).

2. Найти расстояние между точками A(-5;2) и B(3;4).

3. Даны точки A(-3;8) и B(2;5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{5}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(2;6), B(1;1), C(-5;3). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(2;6), B(1;1), C(-5;3). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y=0$, $3y-4x+5=0$, $2x+3=0$, $y+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+12y-1=0$; $\frac{1}{2}x-3y+5=0$; $x-0,3y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-y+1=0$ и $x+4y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(2;6), B(1;1), C(-5;3).

10. Даны точки A(2;6) и B(1;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;3) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 12

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;1), B(0;-2), C(-5;3), D(-1;-4).

2. Найти расстояние между точками A(5;2) и B(-6;4).

3. Даны точки A(-7;8) и B(8;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{2}{9}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(1;1), C(-2;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(1;1), C(-2;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + 3y - 13 = 0$, $14y - 4 = 0$, $2x + 15y = 0$, $x + 1{,}6 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + y - 7 = 0$; $8x - y + 5 = 0$; $x - \frac{1}{9}y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $20x - 13y + 1 = 0$ и $x + 2y - 15 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(13;-6), B(1;1), C(-2;7).

10. Даны точки A(13;-6) и B(1;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-2;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 13

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(0;1), B(3;-2), C(-5;8), D(-1;-2).

2. Найти расстояние между точками A(4;2) и B(-6;5).

3. Даны точки A(-7;9) и B(8;-3). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{3}{2}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(1;1), C(-2;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(1;1), C(-2;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + 3y - 13 = 0$, $14y - 4 = 0$, $2x + 15y = 0$, $x + 1{,}6 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + y - 7 = 0$; $3y - 4x + 5 = 0$; $x - \frac{1}{9}y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x + 7y - 17 = 0$ и $x + 2y - 15 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-6), B(1;1), C(-2;7).

10. Даны точки A(3;-6) и B(1;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-2;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 14

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;4), B(0;-5), C(-5;6), D(-7;-8).

2. Найти расстояние между точками A(1;8) и B(-9;4).

3. Даны точки A(-11;8) и B(12;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{2}{13}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(14;-6), B(5;1), C(-6;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(14;-6), B(5;1), C(-6;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + 7y - 17 = 0$, $3y - 18 = 0$, $2x + 9y = 0$, $2x + 5 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + 2y - 1 = 0$; $2x - 2{,}2y + 5 = 0$; $3x - \frac{1}{2}y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x - 2{,}4y + 1 = 0$ и $x + 2{,}5y - 5 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(14;-6), B(5;1), C(-6;7).

10. Даны точки A(14;-6) и B(5;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-6;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 15

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;5), B(0;6), C(-7;2), D(8;-8).

2. Найти расстояние между точками A(9;2) и B(0;4).

3. Даны точки A(-1;2) и B(2;-2). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-4), B(5;1), C(-6;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-4), B(5;1), C(-6;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-7=0$, $2y-9=0$, $x+8y=0$, $3x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+y-1=0$; $2x-3y+3{,}2=0$; $3x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $x-3{,}4y+1=0$ и $5x+y-3=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-4), B(5;1), C(-6;7).

10. Даны точки A(3;-4) и B(5;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-6;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 16

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(6;3), B(7;0), C(-8;2), D(-9;-8).

2. Найти расстояние между точками A(10;2) и B(-3;4).

3. Даны точки A(-11;8) и B(2;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{4}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(2;7), C(-5;3). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(2;7), C(-5;3). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-16=0$, $3y-7=0$, $2x=0$, $x+5y=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $2x-3y+5=0$; $x-0{,}4y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-13y+1=0$ и $x+y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-6), B(2;1), C(-5;7).

10. Даны точки A(3-6) и B(2;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 17

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;3), B(0;-4), C(-5;2), D(-1;-8).

2. Найти расстояние между точками A(1;2) и B(-3;4).

3. Даны точки A(-1;8) и B(2;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{2}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(2;1), C(-5;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-6), B(2;1), C(-5;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + 3y - 12 = 0$, $3y - 4 = 0$, $2x + y = 0$, $x + 5 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + 8y - 1 = 0$; $2x + y + 5 = 0$; $x - \frac{1}{2}y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x - 1{,}2y + 1 = 0$ и $x + 5y - 1 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(13;-6), B(2;7), C(-5;3).

10. Даны точки A(13;-6) и B(2;7). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;3) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 18

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;2), B(3;-4), C(-5;0), D(-1;-3).

2. Найти расстояние между точками A(5;2) и B(-4;4).

3. Даны точки A(6;8) и B(2;-1). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{3}{7}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(2;7), C(-5;3). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(13;-6), B(2;7), C(-5;3). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+5y-12=0$, $3y-4x=0$, $2+y=0$, $x-2{,}5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-6=0$; $2x-3y+15=0$; $2x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $5x-y+1=0$ и $x+6y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(13;-6), B(2;7), C(-5;3).

10. Даны точки A(13;-6) и B(2;7). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;3) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 19

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(9;3), B(0;-8), C(-7;2), D(-6;-8).

2. Найти расстояние между точками A(5;2) и B(-4;4).

3. Даны точки A(-3;8) и B(2;-2). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(0;-6), B(1;1), C(-2;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(0;-6), B(1;1), C(-2;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-3=0$, $\frac{1}{4}y-4=0$, $2x+5y=0$, $6x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-7=0$; $2x-8y+5=0$; $x-\frac{1}{2}y+9=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-10y+1=0$ и $x+11y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(0;-6), B(1;1), C(-2;7).

10. Даны точки A(0;-6) и B(1;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-2;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 20

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1,5;3), B(0;-2), C(-5;2,2), D(-3;-8).

2. Найти расстояние между точками A(4;2) и B(-3;5).

3. Даны точки A(-1;8) и B(2;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{6}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;-7), B(2;8), C(-5;9). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;-7), B(2;8), C(-5;9). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $11x+3y-12=0$, $3y-1{,}2=0$, $2x+13=0$, $x+5y+4=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-15=0$; $2x-6y+1=0$; $x-\frac{7}{3}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-8y+9=0$ и $x+2y=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;-7), B(2;8), C(-5;9).

10. Даны точки A(3;-7) и B(2;8). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;9) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 21

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;1), B(0;-2), C(-5;5), D(-6;-8).

2. Найти расстояние между точками A(1;7) и B(-8;4).

3. Даны точки A(-1;0) и B(9;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{5}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(12;-6), B(3;1), C(-4;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(12;-6), B(3;1), C(-4;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+5y-2=0$, $3y-6x=0$, $2+y=0$, $x+1{,}5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+9y-2=0$; $2x-9y+1=0$; $4x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-14y+1=0$ и $x+2y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(12;-6), B(3;1), C(-4;7).

10. Даны точки A(12;-6) и B(3;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-4;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 22

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;2), B(0;9), C(-4;2), D(-1;0).

2. Найти расстояние между точками A(1;6) и B(0;4).

3. Даны точки A(-1;0) и B(6;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{7}{8}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;6), B(2;-1), C(-5;-7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;6), B(2;-1), C(-5;-7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+3y-1=0$, $3y+4x=0$, $2x+1{,}5=0$, $y+0{,}5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+y-7=0$; $2x-6y+5=0$; $4x-\frac{1}{5}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x+y+10=0$ и $x-2y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;6), B(2;-1), C(-5;-7).

10. Даны точки A(3;6) и B(2;-1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;-7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 23

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки $A(2{,}5;-1)$, B(4;4), C(-1,2;2), D(0;-8).

2. Найти расстояние между точками A(6;-2) и B(-3;4).

3. Даны точки A(-1;2) и B(2;-3). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{1}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(1;1), B(2;3), C(5;-7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(1;1), B(2;3), C(5;-7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+y-2=0$, $3y-4x=0$, $2+y=0$, $x+5y=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-10=0$; $2x-3y+9=0$; $3x-\frac{1}{2}y+2=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-4y+1=0$ и $x-y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;1), B(2;3), C(5;-7).

10. Даны точки A(1;1) и B(2;3). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(5;-7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 24

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(2;3), B(0;-2), C(-1;2), D(-3;-8).

2. Найти расстояние между точками A(5;2) и B(-9;4).

3. Даны точки A(-3;8) и B(4;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{5}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(1;-6), B(9;1), C(-5;8). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(1;-6), B(9;1), C(-5;8). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $x+9y-17=0$, $4y-1=0$, $4x+5y=0$, $x+1{,}2=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+4y-5=0$; $x+3y+4=0$; $x-\frac{2}{5}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $12x - 13y + 4 = 0$ и $x + 6y - 5 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;-6), B(9;1), C(-5;8).

10. Даны точки A(1;-6) и B(9;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-5;8) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 25

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(3;3), B(0;-5), C(-5;7), D(-9;-8).

2. Найти расстояние между точками A(10;2) и B(0;4).

3. Даны точки A(5;8) и B(2;-1). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{4}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(1;-3), B(5;9), C(7;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(1;-3), B(5;9), C(7;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $x + 3y - 2 = 0$, $3y + 4x = 0$, $2{,}5 + y = 0$, $3x + 5 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + 7y - 5 = 0$; $2x - y + 5 = 0$; $9x - 4{,}5y + 8 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $5x - y + 1 = 0$ и $x + 7y - 6 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(1;-3), B(5;9), C(7;7).

10. Даны точки A(1;-3) и B(5;9). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(7;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 26

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(3;5), B(0;4), C(5;-2), D(-6;-8).

2. Найти расстояние между точками A(10;2) и B(-13;4).

3. Даны точки A(0;8) и B(2;0). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = \frac{2}{7}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(3;1), B(2;2), C(-6;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(3;1), B(2;2), C(-6;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x + y - 2 = 0$, $3y + \frac{1}{4} = 0$, $2x - 3y = 0$, $x + 1 = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x + 8y - 5 = 0$; $2x - 6y + 5 = 0$; $x - \frac{1}{2}y + 7 = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x - 8y + 1 = 0$ и $x + 9y - 5 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(3;1), B(2;2), C(-6;7).

10. Даны точки A(3;1) и B(2;2). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-6;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 27

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(3;1), B(-4;0), C(2;-5), D(-8;-1).

2. Найти расстояние между точками A(1;2) и B(-3;4).

3. Даны точки A(-8;1) и B(-5;3). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|} = 0,5$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(-6;3), B(1;2), C(7;-5). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(-6;3), B(1;2), C(7;-5). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $3x + 2y - 2 = 0$, $3x - 4 = 0$, $x + 2y = 0$, $5x + = 0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $x + 3y - 8 = 0$; $5x - 3y + 2 = 0$; $x - 8y + \frac{1}{2} = 0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x - y + 13 = 0$ и $x + 5y - 1 = 0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(-6;3), B(1;2), C(7;-5).

10. Даны точки A(-6;3) и B(1;2). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(7;-5) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 28

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(10;3), B(-5;-4), C(5;0), D(0;-8).

2. Найти расстояние между точками A(4;2) и B(-3;6).

3. Даны точки A(-5;8) и B(2;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{5}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(4;-6), B(1;1), C(-3;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(4;-6), B(1;1), C(-3;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+13y-2=0$, $y-4=0$, $2x+3y=0$, $0,5x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $3x+8y-6=0$; $2x-9y+5=0$; $4x-0,2y+5=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-5y+6=0$ и $3x+y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(4;-6), B(1;1), C(-3;7).

10. Даны точки A(4;-6) и B(1;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-3;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 29

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки A(1;6), B(0;-2), C(-5;4), D(-3;-8).

2. Найти расстояние между точками A(8;2) и B(-1;4).

3. Даны точки A(-2;8) и B(6;-5). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{7}{3}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(8;-6), B(7;1), C(-6;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(8;-6), B(7;1), C(-6;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $\frac{1}{2}x+3y-2=0$, $5y-4=0$, $2x+8y=0$, $3x-2=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $x+3y-6=0$; $2x-y+9=0$; $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y+8=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $2x-\frac{1}{3}y+1=0$ и $x+y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(8;-6), B(7;1), C(-6;7).

10. Даны точки A(8;-6) и B(7;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-6;7) параллельно прямой AB.

ВАРИАНТ 30

1. Изобразить на плоскости в декартовой системе координат точки $A(3;-3)$, B(0;4), C(-4;2), D(-9;-7).

2. Найти расстояние между точками A(5;2) и B(-6;4).

3. Даны точки A(-4;8) и B(2;-3). Точка M лежит на прямой AB и известно, что $\frac{|AM|}{|MB|}=\frac{2}{5}$. Найти координаты точки M.

4. Даны вершины треугольника A(5;-6), B(6;1), C(-7;7). Записать уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж в системе координат.

5. Даны вершины треугольника A(5;-6), B(6;1), C(-7;7). Найти точку пересечения медиан треугольника.

6. Даны прямые: $2x+8y-5=0$, $7y-4=0$, $x+6y=0$, $3x+5=0$. Построить эти прямые в декартовой системе координат.

7. Записать уравнения прямых $x+3y-8=0$; $2x-5y+5=0$; $8x-3y+\frac{1}{2}=0$ в виде

а) уравнений прямых в отрезках;

б) уравнений прямых с угловым коэффициентом, записать значения угловых коэффициентов.

8. Найти угол между прямыми $12x-y+1=0$ и $x+4y-5=0$.

9. Написать уравнение высоты AD треугольника ABC, если A(5;-6), B(6;1), C(-7;7).

10. Даны точки A(5;-6) и B(6;1). Записать уравнение прямой, проходящей через точку C(-7;7) параллельно прямой AB.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматривая тему «Прямая на плоскости», мы не обсудили такие разделы, как нормальное (или нормированное) уравнение прямой, условие прохождения трех прямых через заданную точку, а также уравнение прямой в полярных координатах. Это связано с тем, что

а) пособие предназначено лишь для первоначального знакомства с линиями первого порядка;

б) указанные темы удобнее изучать, используя методы векторной алгебры;

в) нормальное уравнение прямой и уравнение в полярных координатах можно получить, используя изложенные в данной методической разработке сведения.

Большое количество примеров и подробные теоретические приложения позволят студентам успешно выполнить индивидуальные задания и получить достаточно объемные знания по данной теме.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Виноградов, И.М. Аналитическая геометрия / И.М. Виноградов. – М. : Наука, 1986. – 176 с.

2. Резниченко, С.В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах (Алгебраические главы): учеб. пособие для вузов / С.В. Резниченко. – М. : Изд-во МФТИ, 2001. – 576 с.

3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. – М. : Наука, 1985. – 356 с.

4. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. – М. : Наука, 1980. – 240 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Марченко Любовь Васильевна

ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Методические указания
к проведению практических занятий

Редактор *А.А. Иванова*
Технический редактор *И.А. Нильмаер*

План 2007 г.
Сдано в набор 11.12.2006. Подписано в печать 12.01.2007.

Формат 60х84 1/16. Бумага тип. № 2. Гарнитура Arial. Печать плоская.
Усл. печ. л. 2,3. Зак. 330. Тираж 150 экз. Цена 30 р.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.