ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Т.А. Колесникова, О.В. Горева, В.И. Барышников

# Ф И З И К А

Часть III

## Контрольные задания и методические указания «Оптика, квантовая и атомная физика »

Учебное пособие
для студентов инженерно-технических специальностей
заочной формы обучения

Иркутск 2010

УДК 539.1 + 535
ББК 22.34 + 22.36
К 60

Под редакцией доктора физико-математических наук, профессора ***А.И. Илларионова***

**Физика.Ч.III**.: «Оптика, квантовая и атомная физика » / Т.А. Колесникова. О.В.Горева. В.И. Барышников.-Иркутск: ИрГУПС, 2010- …с.

Под редакцией д.ф.-м.н., профессора ИрГУПС А.И. Илларионова

*Рецензенты:* доктор ф.-м.н, профессор кафедры ТОЭ ИрГУПС ***В.Н.Саломатов***
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики ИГПУ ***О.Д. Глебова***

Материал учебного пособия по третьей части содержит: основные формулы, используемые при решении задач, примеры решения типовых задач и контрольные работы №№ 7, 8, таблицы основных физических постоянных, список рекомендуемой учебной литературы.

Учебно-методическое пособие предназначено в первую очередь для студентов заочной формы обучения, но может быть использовано и студентами очного обучения всех специальностей.

Ил. 49. Табл. 1. Библиогр.: 12 назван.

© Колесникова Т.А., 2011
© 2011Горева О.В., 2011
© Барышников В.И, 2011
© Иркутский государственный университет путей сообщения, 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

**РАЗДЕЛ VI**

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА…….4
6.1. Формулы, которые можно использовать при решении задач без вывода……4
6.2. Примеры решения задач……10
6.3. Контрольная работа №7…….27

**РАЗДЕЛ VII**
**АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА**……33
**7.1.** Формулы, которые можно использовать при решении задач без вывода……33
7.2. Примеры решения задач……36
6.3. Контрольная работа № 8……47

Библиографический список……...54

## РАЗДЕЛ VI

## Волновая и квантовая оптика

**6.1.** Формулы, которые можно использовать при решении задач без вывода.

1. *Скорость света в среде*

$$\vec{\upsilon} = \frac{\vec{c}}{n} = \left[\frac{м}{c}\right],$$

где $\vec{c}$ – скорость света в вакууме; $n$ – абсолютный показатель преломления среды.

2. *Закон преломления света*

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

где $i$ и $r$ – соответственно угол падения и угол преломления световой волны; $n_{21}$ - относительный показатель преломления второй среды относительно первой; $n_2$ и $n_1$ – абсолютные показатели преломления второй и первой среды.

3. *Оптическая длина пути световой волны*

$$L = n \cdot l,$$

где $l$ – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления $n$.

4. *Оптическая разность хода двух световых волн*

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

5. *Связь разности фаз световых волн с их оптической разностью хода*

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta/\lambda,$$

где $\lambda$ – длина световой волны.

6. *Условие максимального усиления интенсивности света в результате интерференции*

$$\Delta = \pm k \cdot \lambda, \ (k = 0,1,2\ldots),$$

где $k$ – порядок интерференционного максимума.

*7. Условие максимального ослабления интенсивности света в результате интерференции*

$$\Delta = \pm\,(2k+1)\frac{\lambda}{2},\ (k = 0,1,2\ldots),$$

где $k$ – порядок интерференционного минимума.

*8. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки*

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - Sin^2 i} \pm \lambda/2,$$

или

$$\Delta = 2\,d\,n\,Cos\,r \pm \lambda/2,$$

где $d$ – толщина пленки, $n$ – абсолютный показатель преломления пленки, $i$ – угол падения света, $r$ – угол преломления света в пленке.

*9. Радиусы колец Ньютона:*

- *светлых в отраженном свете и темных в проходящем свете*

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\,R\,\lambda/2},\ (k = 1, 2, 3\ldots),$$

- *темных в отраженном свете и светлых в проходящем свете*

$$r_k = \sqrt{k\ R\ \lambda},\quad (k = 0, 1, 2, 3\ldots).$$

где $k$ – номер кольца, $R$– радиус кривизны линзы.

*10. Радиус зон Френеля для сферической волны*

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda},\ (k = 1, 2, 3\ldots),$$

где $a$ – расстояние от источника световой волны до её волнового фронта, $b$ – расстояние от волнового фронта световой волны до центра экрана, $k$ – число зон Френеля.

*11.*а) *Условие максимального усиления интенсивности света в результате дифракции на одной щели*

$$a\cdot\sin\varphi_k = (2k+1)\frac{\lambda}{2};$$

*б) Условие максимального ослабления интенсивности света в результате дифракции на одной щели*

$$a\cdot\sin\varphi_k = 2k\cdot\frac{\lambda}{2}.$$

Здесь $a$ – ширина щели, $\varphi_k$ – угол отклонения дифрагирующих лучей от первоначального направления, соответствующий максимуму или минимуму интенсивности света (угол дифракции), $k$ – порядковый номер дифракционного максимума или минимума (порядок дифракционного спектра).

*12. Период дифракционной решётки (постоянная дифракционной решётки)*

$$d = a + b = \frac{l}{N},$$

где $a$ – ширина одной щели дифракционной решетки, $b$ – ширина непрозрачного для световой волны промежутка между соседними щелями дифракционной решётки, $l$ – длина дифракционной решетки, $N$ – общее число щелей решётки.

*13. Условия главных максимумов и минимумов интенсивности света при дифракции на решетке*

$$d \cdot \sin\varphi = \pm k \cdot \lambda \ (\max),$$

$$a \cdot \sin\varphi = \pm(2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \ (\min),$$

где $d$ – постоянная дифракционной решетки.

*14. Разрешающая способность дифракционной решетки*

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k \cdot N,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий ($\lambda$ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в дифракционном спектре.

*15. Угловая дисперсия дифракционной решетки*

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}, \ (k = 1, 2, 3\ldots),$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями с разностью длин волн $\delta\lambda$.

*16. Линейная дисперсия дифракционной решетки*

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda} = D \cdot f, \ (k = 1,2,3\ldots),$$

где $\delta l$ – линейное расстояние между двумя спектральными линиями с разностью длин волн $\delta\lambda$, $f$ – фокусное расстояние линзы, $D$ - *угловая дисперсия дифракционной решётки.*

*17. Формула Вульфа-Брегга для дифракции рентгеновских лучей на кристаллической структуре*

$$2\,d \cdot \sin\theta = \pm\ k \cdot \lambda, \ (k = 1,2,3\ldots),$$

где $d$ – расстояния между атомными плоскостями кристалла, $\theta$ – угол скольжения рентгеновских лучей (угол между направлением пучка параллельных рентгеновских лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла).

*18. Степень поляризации света*

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

*19. Закон Брюстера*:

$$tgi_{Бр} = n_{21},$$

где $i_{Бр}$ – угол падения света на границу раздела двух сред, при котором отраженный от диэлектрика луч максимально поляризован (угол Брюстера);

$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления двух сред.

*20. Закон Малюса для идеального поляризатора:*

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha,$$

где $I_0$ – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор; $I$ – интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор; $\alpha$ – угол между главными плоскостями анализатора и поляризатора.

*21. Угол вращения плоскости поляризация при прохождении света через оптически активное вещество:*

$\varphi = C\,l[\alpha]$ – для растворов;

$\varphi = l[\alpha]$ – для кристаллов;

$\varphi = l\rho[\alpha]$ – для чистых жидкостей;

где $[\alpha]$ – удельное вращение вещества; $C$ – концентрация раствора; $l$ – длина пути световой волны в растворе (чистой жидкости, кристалле), $\rho$ - плотность чистой жидкости.

*22. Энергетическая светимость нагретого тела*:

$$R_T = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty r_{\omega,T} d\omega,$$

где $r_{\lambda,T}$, $r_{\omega,T}$, $r_{\nu,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости нагретого тела, $\omega = 2\pi\nu$, $\lambda = c/\nu$.

*23. Спектральная поглощательная способность нагретого тела*:

$$a_{\omega,T} = \frac{dW'}{dW} = \frac{d\Phi'}{d\Phi},$$

где $W$, $W'$ – падающая и поглощенная тепловая энергия соответственно в интервале частот от ω до ω + dω, $\Phi$, $\Phi'$ – падающий и поглощенный свет

*24. Закон Кирхгофа для теплового излучения:*

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = r^{\circ}_{\lambda,T},$$

где $r^{\circ}_{\lambda,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела, $r_{\lambda,T}$, $a_{\lambda,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости и поглощательная способность серого тела соответственно.

*25. Закон Стефана-Больцмана для излучения абсолютно чёрного тела*:

$$R_э = \sigma T^4,$$

где $R_э$ – энергетическая светимость абсолютно черного тела, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2$·К$^4$ – постоянная Стефана-Больцмана, $T$ –абсолютная температура нагретого тела.

*26. Закон смещения Вина (первый закон Вина)*:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где $\lambda_{\max}$ – длина световой волны в спектре равновесного излучения соответствующая максимальной энергетической светимости абсолютно черного тела, $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина.

*27. Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела (второй закон Вина):*

$$(r_\lambda)_{\max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/м$^3$·К$^5$ – постоянная.

*28. Энергия фотона:*

$$\varepsilon = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda,$$

где $h$ – постоянная Планка, $\nu$ – частота фотона.

*29. Масса фотона:*

$$m = \varepsilon / c^2,$$

*30. Импульс фотона*

$$\vec{p} = m \cdot \vec{c} = \frac{h}{\lambda}\vec{i},$$

где $\vec{i}$ единичный орт системы координат.

*31.Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы:*

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы, $m_0$ – масса покоя частицы, $\upsilon$ – скорость частицы, величина $\beta = \upsilon/c$ – релятивистский фактор.

*32. Полная энергия свободной частицы:*

$$E = E_0 + T,$$

где $T$ – кинетическая энергия частицы, $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы.

*33.Кинетическая энергия релятивистской частицы:*

$$T = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} - 1 \right),$$

где $\upsilon$ – скорость частицы.

*34.Импульс релятивистской частицы:*

$$p = \frac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}},$$

*35. Полная энергия $E$ и импульс релятивистской частицы $p$:*

$$E = \sqrt{E_0 + (pc)^2}, \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2E_0)},$$

где $T$ – кинетическая энергия частицы.

*36. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*

$$h\nu = A_{вых} + \frac{m\upsilon^2_{\max}}{2},$$

где $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла, $\upsilon_{\max}$ – максимальная скорость вылетевшего электрона, $m$ – масса электрона, $h$ – постоянная Планка, $\nu$ – частота падающего на металл фотона.

*37. Красная граница фотоэффекта*

$$\nu_0 = \frac{A_{вых}}{h} \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}},$$

где $\nu_0$ – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект *(красная граница фотоэффекта)*; $\lambda_0$ – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект *(красная граница фотоэффекта)*.

*38. Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра*:

$$\lambda_{\max} = hc/eU,$$

где $e$ – заряд электрона, $U$ – ускоряющая разность потенциалов рентгеновской трубки.

*39. Смещение длины волны фотона при комптоновском рассеянии*:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \lambda_k(1-\cos\theta) \text{ или } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где $\lambda$ – длина волны налетающего на вещество фотона, $\lambda'$ – длина волны фотона, рассеянного на свободном или слабосвязанном электроне на угол $\theta$, $m_0$ – масса покоящегося электрона, $\lambda_k = h/m_0 c = 2{,}426$ пм –комптоновская длина волны электрона.

*40. Давление, производимое светом на поверхность тел при его нормальном падении:*

$$p = \frac{E_c}{c}(1+\rho) = \omega(1+\rho) \text{ или } p = \frac{N\varepsilon}{cSt}(1+\rho),$$

где $E_c$ – энергетическая освещенность, $\omega$ – объемная плотность энергии излучения, $\rho$ – коэффициент отражения световых волн от поверхности освещенного тела, $N$ – число фотонов, падающих на поверхность, $S$ – площадь поверхности, $t$ – время облучения, $\varepsilon$ – энергия фотона.

## *6.2.* Примеры решения задач

***Пример 1***. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку ($n = 1,5$) толщиной $d = 1$ *мм.* На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку нормально?

Дано:
$n = 1,5$
$d = 1$ *мм* $= 10^{-3}$ *м*
$(L_1 - L_0)$ - ?

***Решение***. Используем формулу для определения оптической длины пути световой волны: $L = ln$, где $l$ – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления $n$. Обозначим оптическую длину пути световой волны в вакууме как $L_0$. Оптическая длина пути $L_1$ при наличии стеклянной пластинки определится следующим выражением $L_1 = (l-d) + d \cdot n = l + d \cdot (n-1)$. Найдем изменение оптической длины пути при наличии стеклянной пластинки, учитывая что $L_0 = l$ (показатель преломления света в вакууме равен единице),

$$L_1 - L_0 = d\,(n-1).$$

*Проверим размерность*: $[L_1 - L_0] = [d(n-1)] = м$

*Произведем вычисления*:

$$L_1 - L_0 = 10^{-3}(1{,}5-1) = 5 \cdot 10^{-4}\,м.$$

***Ответ***: $L_1 - L_0 = 5 \cdot 10^{-4}\,м$.

***Пример 2.*** Две когерентные плоские световые волны с длиной волны $\lambda$, угол между направлениями, распространения которых мал, падают почти нормально на экран, расположенный на расстоянии $L$ от источников (рис.). Амплитуды волн одинаковые. Найти расстояние между соседними

максимумами на экране, если расстояние между источниками световых волн равно *d*.

Дано:

$\lambda$

$L$

$d$

$\Delta X - ?$

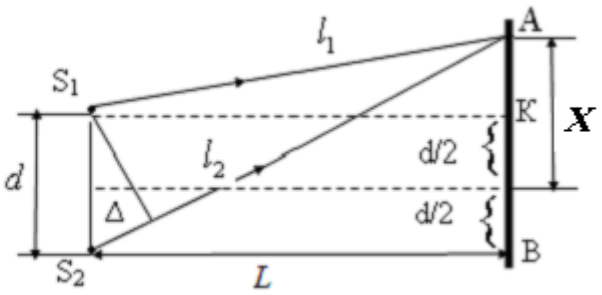



Рис.1

***Решение.*** На рисунке указаны источники световых волн $S_1$ и $S_2$ , расстояние между которыми *d.* Световые волны интерферируют в точке А на экране, расположенном на расстоянии *L (L >> d)* от их источников. Интенсивность света в любой точке экрана на расстоянии *X* от оптической оси системы определяется оптической разностью хода $\Delta = l_2 - l_1$.

Рассмотрим на рис. 1 два прямоугольных треугольника $S_1AK$ и $S_2AB$. Видно, что

$$l_2^2 = L^2 + (X_{\max} + d/2)^2 \quad , \qquad l_1^2 = L^2 + (X_{\max} - d/2)^2 \ ,$$

откуда

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2X_{\max} d \ .$$

Так как $d << L$ и $X << L$ , то $(l_2 + l_1) \approx 2L$ , а $(l_2 - l_1) = \Delta$. Следовательно

$$\Delta = \frac{X_{\max} d}{L} \ .$$

Подставив в полученную формулу условие получения интерференционных максимумов интенсивности света $\Delta = \pm k \cdot \lambda,$ получим

$$X_{\max} = \pm k \frac{L}{d} \lambda_0 \ , \quad (k = 0, 1, 2 \ldots.).$$

Расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами равно

$$\Delta X = X_{k+1} - X_k = \frac{L\lambda}{d},$$

и называется шириной интерференционной полосы.

***Ответ:*** расстояние между соседними интерференционными полосами $\Delta X = \frac{L\lambda}{d}$.

***Пример 3.*** На поверхности стекла находится пленка воды. На неё падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0{,}68$ *мкм* под углом $\alpha = 30°$ к нормали, как показано на (рис.). Найти скорость, с которой уменьшается толщина пленки вследствие испарения, если при этом один интерференционный максимум смещается на первоначальное положение соседнего максимума за время $\Delta t = 15$ минут.

Дано:

$\lambda = 0{,}68$ *мкм* $= 0{,}68 \cdot 10^{-6}$ *м*

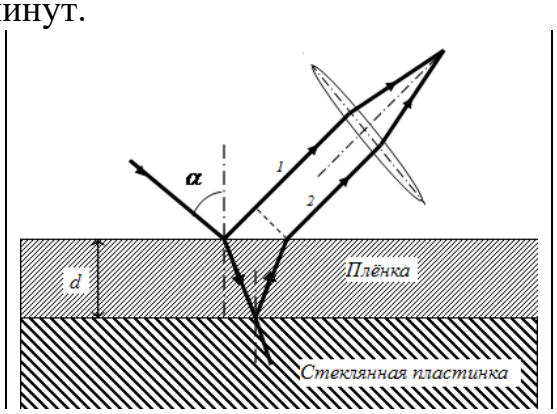
$\alpha = 30°$

$\Delta t = 15$ *мин* $= 900$ *с*

$n$=1,33

---

$\upsilon - ?$




***Решение***. При падении света на поверхность пленки под углом $\alpha$ луч разделится на два: 1 – отраженный луч от верхней поверхности пленки, 2 – преломленный луч, который, отразившись от нижней поверхности пленки, выходит в воздух. Оптическая разность хода лучей 1 и 2 описывается выражением:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin\alpha},$$

где $n$ – показатель преломления пленки, $d$ – толщина пленки.

Условия образования двух последовательных максимумов, возникающих при толщинах $d_1$ и $d_2$ соответственно, имеют вид:

$$2d_1\sqrt{n^2 - \sin\alpha} = k\lambda, \qquad 2d_2\sqrt{n^2 - \sin\alpha} = (k+1)\lambda.$$

Так как скорость изменения какой-либо величины, есть изменение этой величины со временем, то из двух последних формул получаем выражение для скорости уменьшения толщины пленки:

$$\upsilon = \frac{d_2 - d_1}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

*Проверим размерность*: $[\upsilon] = \left[\frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right] = \left[\frac{м}{с}\right]$

*Произведем вычисления*:

$$\upsilon = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin\alpha}} = \frac{0{,}68\cdot 10^{-6}}{2\cdot 900\sqrt{(1{,}33)^2 - \sin^2 30}} = 30{,}7\cdot 10^{-9}\, м/с.$$

***Ответ***: скорость, с которой уменьшается толщина пленки вследствие испарения равна $30{,}7\cdot 10^{-9} м/с$.

***Пример 4***. Плоско-выпуклая линза положена на стеклянную пластинку выпуклой стороной (рис.3) причем вследствие попадания пыли между линзой и пластинкой нет контакта (зазор). Радиусы пятого и пятнадцатого темных колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете соответственно равны $r_5 = 0{,}7$ мм, $r_{15} = 1{,}7$ мм. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если система освещается светом длиной волны $\lambda = 581$ нм.

Дано:

$r_5 = 0{,}7 мм = 0{,}7\cdot 10^{-3} м$

$r_{15} = 1{,}7 мм = 1{,}7\cdot 10^{-3} м$

$\lambda = 581 нм = 581\cdot 10^{-9} м$

$k = 5$

$k = 15$

---

$R - ?$

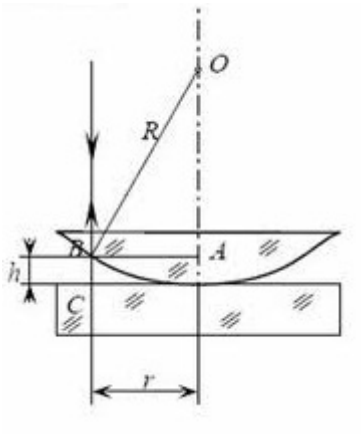



Рис.3

***Решение***. Если на систему, состоящую из линзы и пластинки (рис.3), падает свет (будем считать, что свет падает нормально к поверхности пластинки), то происходит следующее: в точке В световой пучок частично отразится, а частично пройдет в воздушный зазор между линзой и пластинкой и отразится от поверхности пластинки в точке *С*. В точке В отраженная световая волна от выпуклой поверхности линзы и отраженная световая волна от стеклянной пластинки встречаются, имея оптическую разность хода

$$\Delta = 2\cdot h + \frac{\lambda}{2},$$

(*h* – толщина воздушного слоя между стеклянной пластинкой и линзой, соответствующего точке В*).* Для толщины зазора, при котором наблюдается минимум интенсивности света, получаем:

$$(2k+1)\frac{\lambda}{2} = 2\cdot h + \frac{\lambda}{2},$$

$$h = k\frac{\lambda}{2}.$$

Рассмотрим треугольник *AOB* (рис. 3). По теореме Пифагора:

$$R^2 = [R-(h-x)]^2 + r^2,$$

где r – радиус кольца Ньютона, *R* – радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, *x* – зазор между линзой и пластиной на оптической оси линзы, образовавшийся вследствие попадания пыли между пластиной и линзой. Поскольку $(h - x)^2$ мало по сравнению с $2R(h - x)$, то этим членом можно пренебречь. Тогда имеем

$$r^2 = 2R(h-x).$$

Подставляя значение *h* для темного кольца (минимум интенсивности света), получаем:

$$r^2 = 2R\left(\frac{\lambda k}{2} - x\right).$$

Из условия задачи известны радиусы двух темных колец:

$$r_5^2 = R(k_5\lambda - 2x), \quad r_{15}^2 = R(k_{15}\lambda - 2x).$$

Вычислим разность квадратов колец $r_5^2$ и $r_{15}^2$:

$$r^2{}_{15} - r^2{}_5 = R\lambda(k_{15} - k_5).$$

Откуда

$$R = \frac{r^2{}_{15} - r^2{}_5}{\lambda(k_5 - k_{15})}.$$

*Проверим размерность*: $[R] = \left[\frac{r^2{}_{15} - r^2{}_5}{\lambda(k_{15} - k_5)}\right] = \left[\frac{м^2}{м}\right] = [м]$

*Произведем вычисления*:

$$R = \frac{r_{15}^2 - r_5^2}{\lambda(k_{15} - k_5)} = \frac{(1{,}7\cdot 10^{-3})^2 - (0{,}7\cdot 10^{-3})^2}{581\cdot 10^{-9}(15-5)} = 0{,}41\ м.$$

***Ответ****:* радиус кривизны выпуклой поверхности линзы равен $R = 0{,}41$ *м*.

***Пример 5.*** *Т*очечный источник света с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ *мкм* расположен на расстоянии *a* = 100 *см* перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом $r = 1$ *мм*. Найти расстояние *b* от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии равно $N_F = k = 3$.

Дано:

$\lambda = 0{,}5$ *мкм* $= 5 \cdot 10^{-7}$ *м*

*a = 100 см =1 м*

$r = 1$ *мм* $= 10^{-3}$ *м*

$\mathrm{N}_F = k = 3$

---

$b$ – ?

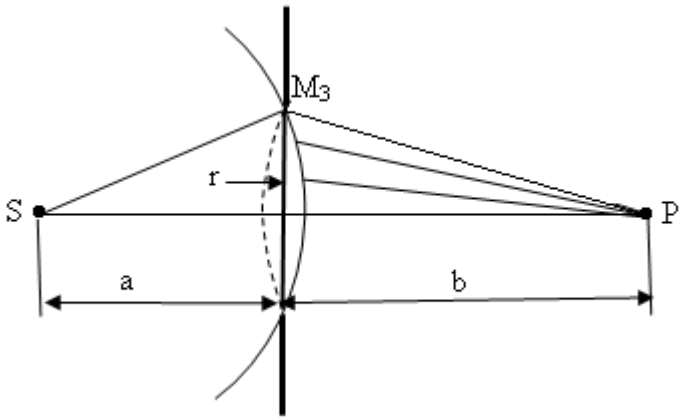



Рис. 4

***Решение***. Точечный источник света является источником сферических волн. Радиус $k$ – ой зоны Френеля определяется выражением

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b} k\lambda}\,.$$

Откуда находим расстояние

$$b = \frac{ar_k^2}{ak\lambda - r_k^2}.$$

*Проверим размерность*: $[b] = \left[ = \frac{ar_k^2}{ak\lambda - r_k^2} \right] = \left[ \frac{м \cdot м^2}{м \cdot м - м^2} \right] = [м]$

*Произведем вычисления*: $b = \frac{ar_k^2}{ak\lambda - r_k^2} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6} - 10^{-6}} = 2$ *м.*

**Ответ**: расстояние от диафрагмы до точки наблюдения $b = 2$ *м.*

***Пример 6***. На щель шириной $a$ = 0,05 *мм* падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda$ = 0,6 *мкм*. Определить угол $\varphi$ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

Дано:

$a = 0{,}05$ *мм* $= 5 \cdot 10^{-5}$ *м*

$\lambda = 0{,}6$ *мкм* $= 6 \cdot 10^{-7}$ *м*

$k = 4$

---

$\varphi$ – ?

***Решение.*** Минимумы интенсивности света при дифракции на щели шириной $a$ наблюдаются под углами $\varphi$, определяемыми условием

$$a \sin\varphi = \pm k\lambda,$$

где $k$ – порядок минимума. В нашем случае $k = 4$,

$$\sin\varphi = 4\lambda / a\,.$$

*Произведем вычисления*: $\sin\varphi = 4 \cdot 6 \cdot 10^{-7} / 5 \cdot 10^{-5} = 0{,}048$.

Для малых углов справедливо соотношение $\sin\varphi \approx \varphi$. Окончательно имеем $\varphi = 0{,}048 = 2^0 45'$.

***Ответ***: угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу $\varphi = 2^0 45'$.

***Пример 7***. На щель шириной a = 0,1 *мм* падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 0,5 *мкм*. За щелью находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол дифракции $\varphi$ равен: 1) 17 минут; 2) 43 минуты?

*Дано:*
$a = 0{,}1$ *мм*
$\lambda = 0{,}5$ *мкм.*
$\varphi_1 = 17 мин = 1020\ с$
$\varphi_2 = 43\ мин = 2580\ с$

*max-? min-?*

***Решение.*** При дифракции плоских волн на щели (дифракции Фраунгофера) минимумы интенсивности света наблюдаются в направлениях $\varphi$, определяемых условием

$$a \cdot \sin\varphi = \pm k\lambda \ ,$$

где $k$ – порядок минимума, $a$ – ширина щели.

Максимумы интенсивности наблюдаются, если в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля. В этом случае направления световых лучей $\varphi$ определяются следующим соотношением

$$a \cdot \sin\varphi = \pm(2k+1)\lambda/2 .$$

Для малых углов справедливо $\sin\varphi \approx \varphi$. Получаем следующее условие максимума интенсивности:

$$\varphi = \pm(2k+1)\lambda/2a .$$

*Произведем вычисления максимумов*:

для $k = 1$, $\varphi_1 = 25{,}8'$; для $k = 2$, $\varphi_2 = 43'$.

Минимумы интенсивности света будут наблюдаться под углами

$$\varphi = \pm k\lambda/a .$$

*Произведем вычисления минимумов*:

для $k = 1$, $\varphi_1 = 17{,}2'$; для $k = 2$, $\varphi_2 = 37{,}4'$.

Учитывая условия задачи, получаем, что под углом 17 минут будет наблюдаться минимум интенсивности первого порядка, а под углом 43 минуты – максимум, соответствующий $k = 2$.

***Ответ***: под углом 17 минут будет наблюдаться первый дифракционный минимум интенсивности света, а под углом 43 минуты – дифракционный максимум интенсивности света, соответствующий $k = 2$.

***Пример 8***. Сколько максимумов интенсивности света (*M*) дает дифракционная решетка, имеющая *N* = 500 *штрихов* на *l* = 1 *мм*? Длина вол-

ны падающего нормально на решетку света равна 0,598 *мкм*. Определить угол $\varphi$, соответствующий максимуму интенсивности света наибольшего порядка (рис. 5).

Дано:
N=500 штрихов
$l$ = 1 мм = $10^{-3}$ м
$\lambda = 0{,}598$ мкм= $0{,}598 \cdot 10^{-6}$ м

---

M -? $\varphi_{\max} - ?$

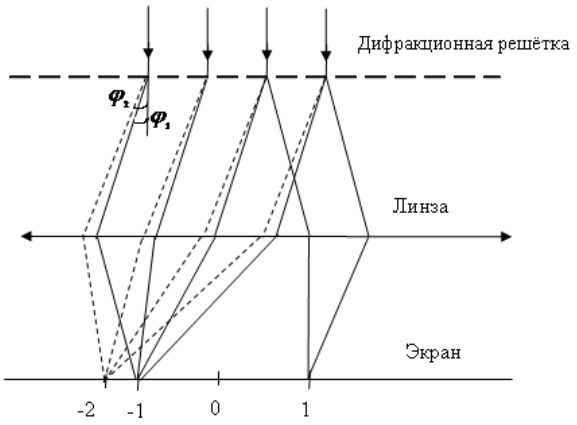



Рис. 5

***Решение.*** Для максимумов интенсивности света, полученных с помощью дифракционной решетки, справедливо соотношение

$$d \cdot \sin\varphi_k = \pm k\lambda \ , \qquad (1)$$

где $d$ – постоянная решетки; $\varphi_k$ – угол отклонения лучей, от первоначального направления, которые образуют дифракционный максимум; $k$ – порядок максимума; $\lambda$ – длина световой волны.

Из соотношения (1) находим наибольший номер (порядок) $k$ дифракционного максимума интенсивности света, который может дать данная дифракционная решетка. Это возможно, когда угол дифракции $\varphi_k = 90^0$. Тогда наибольший порядок дифракционного максимума интенсивности света

$$k = \frac{d\sin 90^\circ}{\lambda} \quad \text{или} \quad k_{\max} = \frac{d}{\lambda} \ . \qquad (2)$$

Постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{l}{N} . \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), получим:

$$k_{\max} = \frac{l}{N\lambda} .$$

*Произведем вычисления:*

$$k_{\max} = \frac{l}{N\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 0{,}598 \cdot 10^{-6}} = 3{,}34 .$$

Так как $k$ должно быть целым числом, то, следовательно, $k_{\max} = 3,$ а дифракционная решетка дает $M = 2k + 1 = 7$ максимумов. Максимальному

порядку $k_{\max}$ соответствует угол отклонения дифракционных лучей от первоначального направления

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d} \quad \text{или} \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d}\right).$$

*Произведем вычисления*: $\varphi = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{3\cdot 0{,}598\cdot 10^{-6}}{1\cdot 10^{-3}}\right) = 62^{\circ}$

***Ответ:*** данная дифракционная решетка дает 7 максимумов интенсивности света с длиной волны $\lambda = 0{,}589$ *мкм* и угол дифракции наибольшего максимума интенсивности света равен 62°.

***Пример 9.*** Постоянная дифракционной решетки $d = 10$ *мкм*, ее ширина $l = 2$ *см.* В спектре, какого порядка эта решетка может разрешить дублет $\lambda_1 = 486$ *нм* и $\lambda_2 = 486{,}1$ *нм*?

Дано:

$d = 10\,мкм = 10^{-5}\,м$

$l = 2\,см = 2\cdot 10^{-2}\,м$

$\lambda_1 = 486\,нм = 486\cdot 10^{-9}\,м$

$\lambda_2 = 486{,}1\,нм = 486{,}1\cdot 10^{-9}\,м$

---

$k$ –?

***Решение***. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \qquad (1)$$

где $\Delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий $\lambda$ и $\lambda + \Delta\lambda$, разрешаемых дифракционной решеткой; $k$ – порядок дифракционного спектра; $N$ – число щелей дифракционной решетки. Так как постоянная решетки $d$ есть расстояние между серединами соседних щелей, то

$$N = \frac{l}{d}, \qquad (2)$$

где $l$ – ширина решетки. Из формулы (1) с учетом формулы (2) находим:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{\lambda d}{kl}. \qquad (3)$$

Дублет спектральных линий $\lambda_1$ и $\lambda_2$ будет разрешен, если

$$\Delta\lambda \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (4)$$

Подставляя (3) в уравнение (4), с учетом того, что $\lambda = \lambda_1$, получаем:

$$\lambda_1 \frac{d}{kl} \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что дублет $\lambda_1$ и $\lambda_2$ будет разрешен в спектрах с порядком

$$k \ge \frac{\lambda_1 d}{l(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

*Проверим размерность:* $[k] \geq \left[\frac{\lambda_1 d}{l(\lambda_2 - \lambda_1)}\right] = \left[\frac{м \cdot м}{м(м - м)}\right]$

*Произведем вычисления:*

$$k = \frac{\lambda_1 d}{l(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 48 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}(486{,}1 - 486{,}0) \cdot 10^{-9}} = 2{,}43.$$

Так как $k$ – целое число, то $k \geq 3$.

***Ответ:*** дублет может быть разрешен решеткой в спектре, начиная с порядка $k = 3$.

***Пример 10***. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженную в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 85^\circ$ с падающим пучком (рис. 6). Определить показатель преломления $n_1$ жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

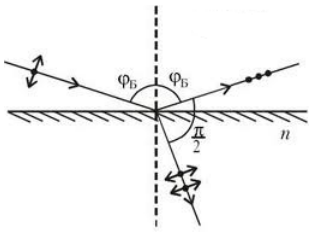



Рис.6

Дано:

$n_2 = 1{,}5$

$\varphi = 85^\circ$

$n_1 - ?$

***Решение.*** По закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления:

$$tgi_{Бр} = n_{21},$$

где $n_{21}$ – относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления, следовательно, $tgi_{Бр} = n_2 / n_1$. Так как угол падения равен углу отражения, то, следовательно $tg(\varphi/2) = n_2 / n_1$. Откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{tg\varphi/2}.$$

*Произведем вычисления*:

$$n_1 = \frac{1{,}5}{tg85/2} = \frac{1{,}5}{0{,}92} = 1{,}64.$$

***Ответ:*** показатель преломления жидкости равен $n_1 = 1{,}64$.

***Пример 11***. В частично поляризованном свете амплитуда вектора напряженности электрического поля, соответствующая максимальной интенсивности света, в *2* раза больше амплитуды вектора напряженности, соответствующей минимальной интенсивности света. Определить степень поляризации $P$ света.

***Решение***. По определению, степень поляризации света *P* равна:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через анализатор.Учитывая, что интенсивность света *I* пропорциональна квадрату амплитуды *E* вектора напряженности электрического поля, то есть $I= kE^2$, где *k* – коэффициент пропорциональности, получаем:

$$P = \frac{kE_{\max}^2 - kE_{\min}^2}{kE_{\max}^2 + kE_{\min}^2} = \frac{E_{\max}^2 - E_{\min}^2}{E_{\max}^2 + E_{\min}^2}.$$

Согласно условию задачи $A_{\max} = nE_{\min} = 2E_{\min}$, поэтому:

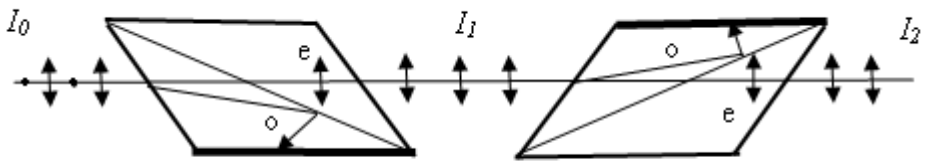
$$P = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}.$$

*Произведем вычисления*:

$$P = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = \frac{2^2 - 1}{2^2 + 1} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

***Ответ:*** степень поляризации света *P = 0,6*.

***Пример 11***. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через две призмы Николя, плоскости поляризации которых составляют угол $\alpha = 60^\circ$. При прохождении каждой призмы Николя потери на поглощение составляют 10% от света, падающего на него.




Дано:
$\alpha = 60^\circ$
*k =10 % = 0,1*

$n = \frac{I_0}{I_2}$ –?

Рис.7

***Решение.*** Призма Николя сделана из исландского шпата. Естественный свет, попадая в призму, разделяется на обыкновенный и необыкновенный лучи. Оба луча поляризованы, но во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный луч, подойдя к слою канадского бальзама, испытает полное внутреннее отражение и поглощается зачерненной боковой гранью призмы. Необыкновенный луч проходит через призму без отклонения, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения света призмой на величину $kI_0$.

Интенсивность света, прошедшего через первую призму Николя (поляризатор)

$$I_1 = 0{,}5(1-k)I_0,$$

где $k = 0{,}10$ – относительная потеря света в призме, $I_0$ – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор. Подставляя значения *k,* получим интенсивность поляризованного луча, падающего на анализатор $I_1$:

$$I_1 = 0{,}5(1-0{,}1)I_0 = 0{,}45I_0.$$

Поляризованный свет, при прохождении через вторую призму Николя (анализатор), снова поглощается и интенсивность уменьшается на величину $kI_0$. Кроме того, луч будет уменьшать свою интенсивность вследствие несовпадения плоскостей поляризации анализатора и поляризатора согласно закону Малюса:

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\alpha,$$

где $\alpha$ – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, $I_2$ – интенсивность поляризованного луча, прошедшего через анализатор.
*Произведем вычисления*:

$$I_2 = 0{,}45I_0 \cdot 0{,}9\cos^2 60^\circ = 0{,}101\, I_0.$$

Относительное уменьшение интенсивности

$$n = \frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{0{,}101 I_0} = 9{,}91.$$

***Ответ:*** при прохождении двух николей интенсивность естественного света уменьшится в 9,91 раза.

***Пример 12***. Определить энергию W, излучаемую за время *t = 1 мин* из смотрового окошка плавильной печи площадью *S* = 8 *см*$^2$, если ее температура *T*=1,2 *кК*.

Дано:
t =1 мин = 60 с
T=1,2·10$^3$ К
S = 8 см $^2$ = 8·10$^{-4}$ м$^2$
W-?

***Решение.*** Рассматривая смотровое окошко печи как абсолютно черное тело, найдем энергетическую светимость $R_э$ из закона Стефана-Больцмана

$$R_э = \sigma T^4$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана. Так как энергетическая светимость - это энергия излучения, испускаемая в единицу времени с единицы поверхности тела, то полная энергия излучения W со всей поверхности нагретого тела *S* за время *t* будет равна:

$$W = R_э St = \sigma T^4 S\, t\,.$$

*Проверим размерность*:

$$[W]=\left[\sigma T^4 S t\right]=\left[\frac{Вт\cdot К^4\cdot м^2\cdot с}{м^2\cdot К^4}\right]=\left[\frac{Дж\cdot с}{с}\right]=Дж.$$

*Произведем вычисления*:

$$W=5{,}67\cdot10^{-8}\cdot(1{,}2)^4(10^3)^4\cdot8\cdot10^{-4}\cdot60=5{,}64 \text{ кДж}.$$

***Ответ***: излучаемая энергия W = 5,64 кДж.

***Пример 13***. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\lambda_{\max}=0{,}58$ *мкм.* Определить энергетическую светимость $R_e$ поверхности тела.

Дано:

$\lambda_{\max}=0{,}58$ *мкм* $=0{,}58\cdot10^{-6}$ *м*

$\underline{\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\ Вт/(м^2\cdot К^4)}$

$R_e-?$

***Решение.*** Энергетическая светимость $R_a$ абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана-Больцмана выражается формулой

$$R_e=\sigma T^4$$

где $\sigma$ – постоянная Стефана-Больцмана, $T$ – термодинамическая температура нагретого тела.

Температуру $T$ вычислим используя закон смещения Вина:

$$\lambda_{\max}=\frac{b}{T}\text{, следовательно } T=\frac{b}{\lambda_{\max}},$$

где $b=2{,}9\cdot10^{-3}$ м·К – постоянная Вина. Подставим выражение для температуры в закон Стефана-Больцмана и получим:

$$R_e=\sigma\left(\frac{b}{\lambda_{\max}}\right)^4.$$

*Проверим размерность*:

$$[R_e]=\left[\sigma\left(\frac{b}{\lambda_{\max}}\right)^4\right]=\left[\frac{Вт}{м^2К^4}\frac{м^4К^4}{м^4}\right]=\left[\frac{Вт}{м^2}\right].$$

*Произведем вычисления*:

$$R_e=5{,}67\cdot10^{-8}\left(\frac{2{,}9\cdot10^{-3}}{0{,}58\cdot10^{-6}}\right)^4=3{,}54\cdot10^7\frac{Вт}{м^2}.$$

***Ответ:*** энергетическая светимость поверхности абсолютного черного тела равна $R_c=3{,}54\cdot10^7\ Вт/м^2$.

***Пример 14.*** Найти зависимость импульса частицы массой $m$ от ее кинетической энергии. Вычислить импульс протона с кинетической энергией 500 *МэВ*.

Дано:

$m$-масса частицы

$T = 500\,МэВ = 500 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 8 \cdot 10^{-11}\,Дж$

$p(T) - ?\quad p - ?$

***Решение.*** Воспользуемся выражениями для релятивистского импульса частицы $p$ и ее кинетической энергии $T$:

$$p = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}},$$

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - mc^2.$$

Из последнего выражения находим зависимость скорости частицы от ее кинетической энергии:

$$\upsilon = c\,\frac{\sqrt{T(T+2mc^2)}}{T+mc^2}.$$

Подставляя это выражение в формулу для релятивистского импульса, получаем:

$$p(T) = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2mc^2)}.$$

Энергия покоя протона равна $mc^2 = 938{,}3\,МэВ = 938{,}3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 15 \cdot 10^{-11}\,Дж$.

*Проверим размерность:*

$$[p] = \left[\frac{1}{c}\sqrt{T(T+2mc^2)}\right] = \left[\frac{1}{м/с}\sqrt{Дж(Дж+Дж)}\right] = \left[\frac{Дж \cdot с}{м \cdot}\right] = \left[\frac{кг \cdot м^2 \cdot с}{м \cdot с^2}\right] = \left[\frac{кг \cdot м}{с}\right]$$

*Произведем вычисления:*

$$p = \frac{1}{3 \cdot 10^8}\sqrt{8 \cdot 10^{-11}(8 \cdot 10^{-11} + 2 \cdot 15 \cdot 10^{-11})} = 5{,}81 \cdot 10^{-19}\,кг\,м/с.$$

***Ответ:*** импульса протона равен $5{,}81 \cdot 10^{-19}\,кг \cdot м/с$.

***Пример 15***. На металлическую пластинку падает монохроматический пучок света с длиной волны $\lambda = 0{,}431\,мкм$. Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается разностью потенциалов $U$ = 1 В. Определить работу выхода в эВ и красную границу фотоэффекта.

Дано:

$\lambda = 0{,}431\,мкм = 0{,}431 \cdot 10^{-6}\,м$

$U$=1$B$

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*

---

$A_{вых}$–? $\lambda_0$ –?

***Решение.*** Для решения задачи воспользуемся уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A_{âûõ} + Å_{ê} \ , \qquad (1)$$

где $\nu = c/\lambda$ – частота падающего света; $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла, $Å_{ê}$ – максимальная кинетическая энергия выбитого светом электрона. Так как поток электронов полностью задерживается разностью потенциалов *U,* то

$$Å_{ê} = eU \ , \qquad (2)$$

где *e* – заряд электрона. Из уравнений (1) и (2) находим работу выхода:

$$A_{âûõ} = h\frac{c}{\lambda} - eU. \qquad (3)$$

Красная граница фотоэффекта определяет ту наибольшую длину волны $\lambda_0$ (наименьшую частоту $\nu_0$), при которой фотоэффект еще возможен. Это соответствует условие, $E_k = 0$. Тогда $A_{вых} = hc/\lambda_0$, откуда

$$\lambda_0 = h\frac{c}{A_{âûõ}}, \qquad (4)$$

*Проверим размерность*:

$$[A_{вых}] = [h\frac{c}{\lambda} - eu] = \left[Дж \cdot c\frac{м}{c \cdot м} - Кл \cdot В\right] = [Дж]$$

$$[\lambda_0] = [h\frac{c}{A_{вых}}] = \left[\frac{Дж \cdot c \cdot м}{Дж \cdot c}\right] = [м].$$

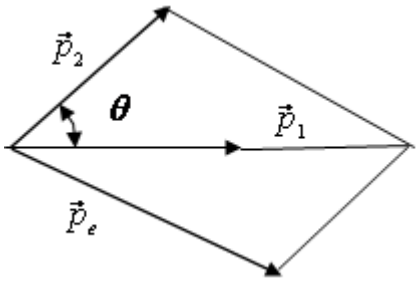
*Произведем вычисления*:

$$A_{вых} = h\frac{c}{\lambda} - eu, = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{0{,}413 \cdot 10^{-6}} - 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ Дж = 2\ эВ$$

$$\lambda_0 = h\frac{c}{A_{вых}} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3{,}2 \cdot 10^{-19}} = 6{,}2 \cdot 10^{-7}\ м,$$

***Ответ:*** работа выхода электронов из металла равна $A_{вых} = 2\ эВ$, красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}\ м$.

***Пример 16.*** Гамма-фотон с длиной волны $\lambda_1 = 1{,}2\ пм$ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол $\theta = 60°$ (рис.8). Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.




Дано:

$\theta = 60°$

$\lambda_k = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ м$

$\lambda_1 = 1{,}2\ нм = 1{,}2 \cdot 10^{-12}\ м$

$E_0 = 0{,}511\ МэВ = 0{,}817 \cdot 10^{-13}\ Дж$

$T - ?\quad p - ?$

Рис.8

***Решение.*** Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии на неподвижном свободном электроне

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_k(1 - \cos\theta) \qquad (1)$$

где $\lambda_1$ и $\lambda_2$ – длины волн соответственно налетающего и рассеянного фотонов, $\theta$ – угол рассеяния фотона, $h$ – постоянная Планка, $\lambda_k = h/m_0c = hc/E_0$ – комптоновская длина волны электрона, $c$ – скорость света в вакууме, $m_0$ и $E_0$ – масса и энергия покоя электрона. Из выражения (1) найдем

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_{\hat{e}}(1 - \cos\theta). \qquad (2)$$

Выразим энергию падающего и рассеянного фотона через их длины волн:

$$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_1 + \lambda_к(1 - \cos\theta)}. \qquad (3)$$

Кинетическая энергия электрона отдачи согласно закону сохранения энергии будет равна:

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \qquad (4)$$

Подставляя выражение (3) в (4), находим:

$$T = \left(\frac{hc}{\lambda_1}\right)\frac{\lambda_к(1 - \cos\theta)}{\lambda_1 + \lambda_к(1 - \cos\theta)} = E_0\left(\frac{\lambda_к}{\lambda_1}\right)\frac{\lambda_к(1 - \cos\theta)}{\lambda_1 + \lambda_к(1 - \cos\theta)}.$$

*Проверим размерность:*

$$[T] = \left[E_0\left(\frac{\lambda_к}{\lambda_1}\right)\frac{\lambda_к(1 - \cos\theta)}{\lambda_1 + \lambda_к(1 - \cos\theta)}\right] = \left[Дж\left(\frac{м}{м}\right)\frac{м(1 - \cos\theta)}{м(1 - \cos\theta)}\right] = [Дж].$$

*Произведем вычисления*:

$$T = 0{,}817 \cdot 10^{-13}\left(\frac{2{,}43 \cdot 10^{-12}}{1{,}2 \cdot 10^{-12}}\right)\frac{2{,}43 \cdot 10^{-12}(1 - \cos 60^\circ)}{1{,}2 \cdot 10^{-12} + 2{,}43 \cdot 10^{-12}(1 - \cos 60^\circ)} = 1{,}5 \cdot 10^{-13}\ Дж.$$

Зная кинетическую энергию электрона, найдем его импульс. Кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, поэтому импульс найдем как для релятивистской частицы по формуле:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2E_0)}.$$

*Произведем вычисления*:

$$p = \frac{1}{3 \cdot 10^8}\sqrt{1{,}5 \cdot 10^{-13}(1{,}5 \cdot 10^{-13} + 2 \cdot 0{,}817 \cdot 10^{-13})} = 0{,}718 \cdot 10^{-21}\, кг \cdot м/с.$$

.

***Ответ:*** кинетическая энергия и импульс электрона отдачи соответственно равны $1{,}5 \cdot 10^{-13}\, Дж$ и $0{,}718 \cdot 10^{-21}\, кг \cdot м/с$.

***Пример 17***. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda =$ 663 *нм* падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_e$ = 0,6 Вт. Определить: 1) силу давления *F*, испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов *n*, ежесекундно падающих на поверхность.

Дано:
$\lambda =$ 663 *нм*
$\Phi_e$ = 0,6 Вт
$F$ – ? $n$ –?

***Решение.*** Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления $p$ на площадь поверхности *S*:

$$F = pS. \qquad (1)$$

Световое давление определим по формуле

$$p = \frac{E_c}{c}(\rho + 1), \qquad (2)$$

где $E_c$ – энергетическая освещенность, *c* – скорость света в вакууме; $\rho$ – коэффициент отражения ($\rho$ = 1, поскольку поверхность зеркальная).
Подставляя правую часть выражения (2) в формулу (l) получаем:

$$F = \frac{E_c}{c}(\rho + 1)S. \qquad (3)$$

Так как $E_e \cdot S = \Phi_e$ есть поток излучения, то

$$F = \frac{\Phi_c}{c}(\rho + 1).$$

Произведение энергии $\varepsilon$ одного фотона на число фотонов, ежесекундно падающих на поверхность, равно мощности излучения, т. е. потоку излучения, $\Phi_e = \varepsilon n$. Энергия фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$. Следовательно $\Phi_e = \frac{h\,c\,n}{\lambda}$, откуда

$$n = \frac{\Phi_e \lambda}{h\,c}.$$

*Проверим размерность:*

$$[F] = \left[\frac{\Phi_e}{c}(\rho + 1)\right] = \left[\frac{Вт}{м/с}\right] = \left[\frac{Дж \cdot с}{с \cdot м}\right] = \left[\frac{Н \cdot м}{м}\right] = [Н],$$

$$[n] = \left[\frac{\Phi_c \lambda}{h\,c}\right] = \left[\frac{Вт \cdot м}{Дж \cdot с \cdot м/с}\right] = \left[\frac{Дж \cdot м \cdot с}{с \cdot Дж \cdot с \cdot м}\right] = \left[\frac{1}{с}\right].$$

*Произведем вычисления:*

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(\rho + 1) = \frac{0{,}6}{3 \cdot 10^8}(1+1) = 4 \cdot 10^{-9} H,$$

$$n = \frac{\Phi_e \lambda}{h c} = \frac{0{,}6 \cdot 663 \cdot 10^{-9}}{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18} / c.$$

***Ответ:*** сила давления, испытываемая зеркальной поверхностью, $F = 4 \cdot 10^{-9} H$, а число фотонов, ежесекундно падающих на нее, $n = 2 \cdot 10^{18}$ штук в секунду.

***Контрольная работа № 7***

Таблица 1

Варианты к контрольной работе № 7

| | Номер задачи | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 710 | 720 | 730 | 740 | 750 | 760 |
| 1 | 701 | 711 | 721 | 731 | 741 | 751 |
| 2 | 702 | 712 | 722 | 732 | 742 | 752 |
| 3 | 703 | 713 | 723 | 733 | 743 | 753 |
| 4 | 704 | 714 | 724 | 734 | 744 | 754 |
| 5 | 705 | 715 | 725 | 735 | 745 | 755 |
| 6 | 706 | 716 | 726 | 736 | 746 | 756 |
| 7 | 707 | 717 | 727 | 737 | 747 | 757 |
| 8 | 708 | 718 | 728 | 738 | 748 | 758 |
| 9 | 709 | 719 | 729 | 739 | 749 | 759 |

Первая задача в каждом варианте соответствует теме «Интерференция света». Вторая задача – «Дифракция света». Третья задача – «Поляризация волн». Четвертая задача – «Законы теплового излучения». Пятая задача – «Фотоэффект». Шестая задача – «Эффект Комптона».

701. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,22 раза. Определить показатель преломления жидкости.

702. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R$=12,5 м прижата к стеклянной пластинке. Диаметр 10 темного кольца Ньютона в отраженном свете равен *1 мм. Определить длину волны света.*

703.На мыльную пленку с показателем преломления $n$ = 1,3, находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой

наименьшей толщине пленки *d* отраженный свет с длиной волны λ = 0,55 *мкм* окажется максимально усиленным в результате интерференции?

704. На мыльную пленку (*n* = 1,33) падает белый свет под углом $\alpha$ = 45° к нормали. При какой наименьшей толщине пленки *d* лучи отраженного света будут окрашены в желтый цвет ($\lambda_{ж}$ = 0,6 *мкм*)?

705. Расстояние от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной 1 см укладывается 10 темных интерференционных полос. Длина волны света $\lambda = 0{,}7$ *мкм*.

706. Плоско-выпуклая линза, радиус кривизны которой *R*=12 м, положена выпуклой стороной на плоскопараллельную пластинку. На плоскую грань линзы нормально падает монохроматический свет, и в отраженном свете образуются темные и светлые кольца. Радиус шестого темного кольца равен $r_6 = 7{,}2 \cdot 10^{-8}$ *м*.Определять длину волны монохроматического света.

707. Определить радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете, если прибор, состоящий из плоско-выпуклой линзы с радиусом кривизны *R* = 8 *м* и плоской стеклянной пластины, освещался монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 640$ *нм*.

708. На мыльную пленку с показателем преломления *n* = 1,33 падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ *мкм*. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую интенсивность. Какова наименьшая возможная толщина $d_{\min}$ пленки?

709. Определить радиус *R* кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для получения колец Ньютона, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}64$ *мкм*. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_2 = 0{,}4$ *мм*.

710. Расстояние между щелями в опыте Юнга *d* = 1 *мм*, расстояние от щелей до экрана $L = 3$ *м*, расстояние между двумя соседними максимумами на экране *b* = 1,5 *мм*. Определить длину волны источника монохроматического света.

711. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2$ *мкм*. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0{,}7$ *мкм*) и случае фиолетового ($\lambda_2 = 0{,}41$ *мкм*) света.

712. На пластину с щелью, ширина которой $a$ = 0,05 *мм*, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}7$ *мкм.* Определить угол $\varphi$ отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму.

713. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi_3 = 30^\circ$. На какой угол $\varphi$ отклоняет она лучи в спектре четвертого порядка?

714. Постоянная дифракционной решетки в $n$ = 4 раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол $\alpha$ между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

715. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d$ = *4 мкм*. На дифракционную решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0{,}58$ *мкм*. Дифракционный максимум, какого наибольшего порядка дает эта решетка?

716. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в 4,15 раза больше длины световой волны. Найти общее число $M$ дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

717. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядков частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница спектра третьего порядка ($\lambda = 780$ *нм*)?

718. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, $\varphi$ = 20°. Определить ширину щели.

719. Угловая дисперсия дифракционной решетки для длины волны $\lambda$ = 668 *нм* в спектре первого порядка равна $D = 2{,}02 \cdot 10^5$ *рад* / *м*. Найти период $d$ дифракционной решетки.

720. Дифракционная решетка имеет $N_1 = 1500$ штрихов. Можно ли с помощью этой решетки в спектре первого порядка разрешить две линии спектра

с длинами волн $\lambda_1 = 600\ нм$ и $\lambda_2 = 600{,}5\ нм$? Будет ли разрешать эти линии решетка такой же длины с числом штрихов $N_2 = 500$?

721. Определить степень поляризации светового луча, если известно, что минимальная интенсивность света, соответствующего двум взаимно перпендикулярном направлениям световых колебаний в луче, составляет 25% от максимальной интенсивности.

722. Угол падения *i* луча на поверхность стекла равен 60°. Отраженный пучок света максимально поляризован. Определите угол преломления луча.

723. Угол преломления светового луча в жидкости $r = 35°$. Определить показатель преломления жидкости *n*, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован.

724. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения отраженный пучок света максимально поляризован? (n

725. Угол $\alpha$ между плоскостями поляризации поляроидов (поляризатора и анализатора) равен 50°. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 4 раза. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения *k* света в поляроидах.

726. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10%?

727. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости поляризации которых образуют между собой угол $\varphi = 40^\circ$. Принимая коэффициент поглощения каждого николя $k = 0{,}15$ найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

728. Пластинку кварца толщиной $d = 2\ мм$ поместили между двумя параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины $d_{min}$ следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

729. Параллельный пучок света переходит из скипидара в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максималь-

но поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным пучками. ($n_{скип}$ = 1,48; $n_{ст}$ = 1,57)

730. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине $d_{min}$ кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца равна 27 *град/мм*.

731. Определить энергию, излучаемую через смотровое окно печи в течение $t$ = 1 *мин*. Температура печи $T$ = 1500 *К*, площадь смотрового окна $S$ = 10 *см*$^2$. Принять излучение печи за излучение абсолютно черного тела.

732. Из смотрового окошка печи за $t$ = 5 *мин* излучается энергия $E = 2{,}64 \cdot 10^4$ Дж. Площадь окошка $S$ = 3 *см*$^2$. Принимая, что окошко излучает как абсолютно черное тело, определить температуру печи.

733. Максимум излучения абсолютно черного тела при нагревании переместился с $\lambda_{\max 1}$ = 0,8 *мкм* на $\lambda_{\max 2}$ = 0,6 *мкм*. Определить, во сколько раз изменилась спектральная плотность энергетической светимости.

734. Максимум спектральной энергетической светимости абсолютно черного тела приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 2$ *мкм*. На какую длину волны он сместится, если температуру тела увеличить на $\Delta T$ = 350 *К*?

735. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной энергетической светимости переместился $\lambda_{\max 1} = 500$ *нм* на $\lambda_{\max 2} = 600$ *нм*. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость тела?

736. Вычислить при температуре $T$ = 1000 *К* энергию абсолютно черного тела, излучаемую за время $t$ = 1 *мин* с площади $S$ = 1 *см*$^2$.

737. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, $\lambda_{\max} = 0{,}6$ *мкм*. Определить температуру тела.

738. Температура абсолютно черного тела $T$ = 2 *кК*. Определить максимальную длину волны $\lambda_{\max}$, на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости $\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max}$ для этой длины волны.

739. Определить температуру $T$ и энергетическую светимость $R_э$ абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_{max} = 600\ нм$.

740. Поток излучения абсолютно черного тела $\Phi_e = 10\ кВт$, максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_{max} = 0{,}6\ нм$. Определить площадь $S$, излучающей поверхности.

741. Красная граница фотоэффекта для рубидия равна $\lambda_0 = 810\ нм$. Определить работу выхода электрона из рубидия.

742. Будет ли иметь место фотоэффект, если на серебро направить ультрафиолетовые лучи с длинной волны $\lambda = 300\ нм$? Работа выхода для серебра $A_{вых} = 7{,}5 \cdot 10^{-18}\ Дж$.

743. На слой калия в фотоэлементе падают ультрафиолетовые лучи с длиной волны $\lambda = 240\ нм$. Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужна задерживающая разность потенциалов не менее $U = 3\ В$. Определить работу выхода в электрон-вольтах.

744. На цинковую пластинку (работа выхода электрона $A_{вых} = 4{,}0\ эВ$) падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 220\ нм$. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

745. Красная граница фотоэффекта для цезия $\lambda_{кр} = 620\ нм$. Определить кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов при освещении цезия монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}505\ мкм$.

746. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна $\lambda_{кр} = 660\ нм$, а кинетическая энергия фотоэлектрона $E_0 = 3\ эВ$?

747. На пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0{,}42\ мкм$). Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов U = 0,95 $В$. Определите работу выхода электронов с поверхности пластины.

748. На цинковую пластину надает пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 0{,}250$ *мкм*). Определить максимальную кинетическую энергию $E_{\max}$ и максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов.

749. Найти частоту света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 3$ *В*. Фотоэффект прекращается при частоте $6{,}0 \cdot 10^{14}$ *Гц*. Найтиработу выхода электрона из металла.

750. Работа выхода электрона из цезия равна $A_{âûõ} = 1{,}8$ эВ. Какова максимальная длина волны фотона, который способен выбить из металла (цезия) электрон с кинетической энергией $E_k$ =2 эВ?

751. Фотон ($\lambda = 0{,}01$ *нм*) при соударении со свободным электроном испытал комптоновское рассеяние под углом $\theta = 60°$. Определите длину волны рассеянного фотона.

752. Фотон с энергией $E = 0{,}4$ *МэВ* рассеялся под углом $\theta = 90°$ на свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию $T$ электрона отдачи.

753. Определить импульс $p$ электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, рассеян на угол $\theta =$ 180°.

754. Монохроматическое излучение рентгеновской трубки ($\lambda = 0{,}01$ *нм*) рассеивается на слабосвязанных электронах графита. При этом угол рассеяния рентгеновских фотонов $\theta = 60°$. Какой энергией обладает рассеянный фотон?

755. Фотон с энергией $E = 0{,}51$ *МэВ* при эффекте Комптона был рассеян на слабосвязанном электроне на угол $\theta =$ 45°. Определить импульс рассеянного фотона.

756. Фотон, рассеянный в результате эффекта Комптона на угол $\theta = 60°$, имеет энергию $\varepsilon = 0{,}51$ МэВ. Определить, сколько процентов энергии передал фотон электрону.

757. Определить угол $\theta$ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda = 3{,}63$ *пм*.

758. Фотон с энергией $E$ равной энергии покоя электрона ($m_0c^2$), рассеялся на свободном электроне на угол $\theta = 120°$. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию $T$ электрона отдачи (в единицах $m_0c^2$).

759. Фотон с энергией $E = 10^8\ эВ$ испытывает комптоновское рассеяние на свободной заряженной частице на угол $\theta =$ 30°. Найти энергию фотона после рассеяния.

760. Длина волны рентгеновского излучения, падающего на свободный электрон равна $\lambda = 3 \cdot 10^{-17}\ м$. Какую энергию приобретет комптоновский электрон отдачи при рассеянии фотона на угол $\theta = 60°$?

## РАЗДЕЛ VII
## Атомная и ядерная физика.

**7.1**. Формулы, которые можно использовать при решении задач без вывода.

*1.* ***Постулаты Бора*****:**

**a) первый постулат (правило стационарных орбит):**

**b) второй (правило квантования орбит):**

$$m\upsilon_n r_n = n\frac{h}{2\pi}\ \textbf{(}\boldsymbol{n}\textbf{ = 1,2,3…)}$$

**где $m\upsilon_n$ – импульс электрона на *n*-й орбите; $r_n$ – радиус *n*-й орбиты; *n* – номер орбиты; *h* – постоянная Планка**

**c) третий постулат Бора (правило частот):**

$$E = h\nu = E_m - E_n$$

где $E = h\nu$ – энергия испущенного кванта, $\nu$ – частота излучения при переходе с *m*-й орбиты на *n*-ю орбиту (*m* > n), $E_m$ и $E_n$ – энергии электрона на этих орбитах.

*2. Сериальная формула для водородоподобных атомов*:

$$\frac{1}{\lambda} = R\,c\,z^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где $\lambda$ – длина волны испущенного фотона; *R* – постоянная Ридберга; *c* – скорость света в вакууме, *z* – порядковый номер химического элемента (заряд ядра в относительных единицах), *m* и *n* – номера орбит, на которую *(n)* и с которой (*m*) перешел электрон.

*3. Радиус n-ой стационарной орбиты водородоподобных атомов*

$$r_n = \frac{\varepsilon_0\, h^2}{\pi\, m_0\, Z\, e^2} n^2, \qquad \text{(n = 1,2,3,...)},$$

где $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная, $m_0$ - масса покоя электрона.

*4. Радиус стационарной орбиты в атоме водорода*:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \, h^2}{\pi \, m_0 \, e^2} n^2, \qquad (\text{n} = 1, 2, 3,...).$$

*5. Энергия электрона в водородоподобном атоме*:

$$E_n = \frac{m_0 \, e^2 z^2}{8 \, \varepsilon_0 \, h^2} \frac{1}{n^2}, \qquad (\text{n} = 1, 2, 3,...).$$

*6. Длина волны де Бройля*

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где $p$ – импульс частицы

*7. Соотношение неопределенностей Гейзенберга*:

а) $\Delta x \Delta p_x \geq h/2\pi,$

$\Delta y \Delta p_y \geq h/2\pi,$

$\Delta z \Delta p_z \geq h/2\pi,$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – интервалы координат, в которых локализована частица, $\Delta p_x$, $\Delta p_y$, $\Delta p_z$ – интервалы координат, в которых заключены проекции импульса частицы по осям x, y, z.

б) $\Delta E \Delta t \geq h/2\pi,$

где $\Delta E$ – ширина энергетического уровня, на котором находится частица или квантовая система, $\Delta t$ – время жизни частицы или квантовой системы на данном энергетическом уровне.

*8. Одномерное стационарное уравнение Шредингера*

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0,$$

где $\psi(x)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы, $m$ – масса частицы, $E$ - энергия частицы, $U=U(x)$ – потенциальная энергия поля, в котором находится частица, $\hbar = h/2\pi$.

*9. Плотность вероятности*

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

где $d\omega(x)$ – вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой $x$ на участке $dx$.

*10. Вероятность обнаружения частицы в интервале координаты от* $x_1$ *до* $x_2$

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 \, dx.$$

*11.Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика*

а) $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ (собственная нормированная волновая функция);

б) $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ (собственное значение энергии),

$n$ – квантовое число ($n$ = *1*,2,3,…); $l$ – ширина ящика.

*12. Закон радиоактивного распада:*

$$dN = -\lambda N dt,\ N = N_0 e^{-\lambda t},\ m = m_0 e^{-\lambda t},$$

где $dN$ – число ядер распадающихся за интервал времени *dt,* $N$ – число ядер не распавшихся к моменту времени *t,* $N_0$ – число ядер в начальный момент времени ($t = 0$), $\lambda$ – постоянная радиоактивного распада, $m$ – масса вещества к моменту времени *t,* $m_0$ – начальная масса вещества.

*13. Зависимость периода полураспада T от постоянной радиоактивного распада* $\lambda$ *:*

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

14. *Активность радиоактивного образца*:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \text{ или } A = \lambda N,$$

где $A_0$ – активность в начальный момент времени, $\lambda$ - постоянная радиоактивного распада, $N$ – число не распавшихся ядер.

*15. Энергетический эффект ядерной реакции*

$$Q = c^2 \left( \sum m_{\text{исх}} - \sum \mathrm{m}_{\text{пр}} \right).$$

где $c$ – скорость света в вакууме, $\sum m_{\text{исх}}$ – сумма масс исходных ядер, $\sum m_{\text{пр}}$ – сумма масс продуктов реакции.

*16. Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)*

$$M = z + N,$$

где $z$ – зарядовое число (число протонов), $N$ – число нейтронов.

*17. Дефект массы ядра*

$$\Delta m = z\, m_p + (M - z) m_n - m_я$$

где $M$ – массовое число (число нуклонов в ядре), *(M-z)* – число нейтронов в ядре, $m_p$ – масса протона; $m_n$ – масса нейтрона; $m_я$ – масса ядра.

*18. Энергия связи ядра*

$$E_{св} = \Delta m\, c^2,$$

*19. При всех ядерных реакциях выполняются законы сохранения:*

a) закон сохранения массы (или энергии);
b) Закон сохранения электрического заряда;
c) закон сохранения массового числа;
d) закон сохранения механического импульса.

## *7.2. Примеры решения задач*

***Пример 1.*** Вычислить для основного состояния ($n$ = 1) атома водорода радиус круговой орбиты электрона и его скорость.

Дано:

$n = 1$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\, Ф/м$

$|q_n| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, К$

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\, кг$

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\, Дж \cdot с$

$r_n - ?\quad \upsilon - ?$

***Решение.*** По второму постулату Бора радиус круговой орбиты электрона равен:

$$m \upsilon_n r_n = n \frac{h}{2\pi},$$

откуда

$$r_n = \frac{n \cdot h}{2\pi\, m_e\, \upsilon_n}, \qquad (1)$$

где $m_e$ – масса электрона, $\upsilon_n$ – скорость движения электрона по орбите, $n$ – порядковый номер орбиты, $r_n$ – радиус орбиты электрона, $h$ – постоянная Планка.

При движении электрона по орбите кулоновская сила взаимодействия электрона и ядра является центростремительной силой:

$$\frac{q_e q_я}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e \upsilon_n^2}{r_n},$$

откуда

$$r_n = \frac{q_e q_я}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m_e \upsilon_n^2}, \qquad (2)$$

где $|q_e| = |q_я| = q$ – заряд электрона или ядра атома водорода, $\varepsilon$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная. Из формул (1) и (2) следует:

$$\frac{nh}{2\pi m_e \upsilon_n} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m_e \upsilon_n^2}.$$

Тогда скорость электрона

$$\upsilon_n = \frac{q^2}{2nh\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (3)$$

Найденное значение скорости подставляем в уравнение (1) и определяем радиус орбиты:

$$r_n = \frac{n\ h}{2\pi\, m_e \upsilon_n}.$$

*Проверим размерность*:

$$[\upsilon_n] = \left[\frac{q^2}{2nh\varepsilon\varepsilon_0}\right] = \left[\frac{Кл^2}{Дж \cdot с \cdot Ф/м}\right] = \left[\frac{Кл^2 \cdot м \cdot В}{Дж \cdot с \cdot Кл}\right] = \left[\frac{А \cdot с \cdot м \cdot В}{Дж \cdot с}\right] = [м/с];$$

Дано:

H, $He^+$

Серия Лаймана:

$\underline{n = 1,\ m = 2}$

$\lambda_H - ?\ \lambda_{He} - ?$

$$[r_n] = \left[\frac{nh}{2\pi m_e \upsilon_n}\right] = \left[\frac{Дж \cdot с}{кг \cdot м/с}\right] = \left[\frac{кг \cdot м^2 \cdot с^2}{с^2 \cdot кг \cdot м}\right] = [м]$$

*Произведем вычисления:*

$$\upsilon_n = \frac{q^2}{2nh\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 1 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 2{,}2 \cdot 10^5\ м/с;$$

$$r_n = \frac{nh}{n\pi m_e \upsilon_n} = \frac{1 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}2 \cdot 10^8} = 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ м$$

***Ответ:*** электрон на первой орбите радиусом $r_1 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ м$ имеет скорость $\upsilon_1 = 2{,}2 \cdot 10^8\ м/с$.

***Пример 2.*** Определить для атома водорода и иона $He^+$ длину волны $\lambda$ головной линии серии Лаймана.

***Решение.*** Сериальная формула, определяющая длину волны λ света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода (или водородоподобным ионом) при переходе из одного стационарного состояния в другое, имеет вид:

$$\frac{1}{\lambda} = R'\ z^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где $R' = 1{,}1 \cdot 10^7\ м^{-1}$ – постоянная Ридберга, $z$ – заряд ядра, $m$ и $n$ – целые числа. Для серии Лаймана $m = 1$, $n = 2{,}3\ldots$ Для головной линии этой серии $n = 2$. Поэтому, из общей формулы для головной линии получаем:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3R'z^2}{4} \qquad \text{или} \qquad \lambda = \frac{4}{3R'z^2}.$$

*Произведем вычисления*:

Для атома водорода (z = 1): $\lambda_{\text{Н}} = \dfrac{4}{3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^7} = 0{,}12\ мкм$.

Для иона $He^+$ (z = 2): $\lambda_{He} = \dfrac{4}{3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^7 \cdot 4} = 0{,}03\ мкм$.

***Ответ:*** $\lambda_H = 0{,}12$ мкм; $\lambda_{He} = 0{,}03\ мкм$.

***Пример 3.*** На дифракционную решетку падает нормально пучок света от газоразрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $5 \cdot 10^{-4}\ см$. С какой орбиты должен перейти электрон на 2-ю орбиту чтобы спектральную линию в спектре 5-го порядка можно было наблюдать под углом 41°.

Дано:

$d = 5 \cdot 10^{-4}\ см = 5 \cdot 10^{-6}\ м$

$m = 2$

$k = 5$

$\varphi = 41^0$

$n - ?$

***Решение.*** Воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = R'\ z^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (1)$$

где $R' = 1{,}1 \cdot 10^7\ м^{-1}$ – постоянная Ридберга, $\lambda$ – длина волны излученного фотона, z – порядковый номер элемента, $n$ и $m$ – номера орбит, на которую *(m)* и с которой (*n*) перешел электрон. Из выражения (1) найдем *n,* как

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{m^2} - \frac{1}{R'\lambda} \qquad \text{или} \qquad n = \sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{m^2} - \dfrac{1}{R'\lambda}}}. \qquad (2)$$

Из уравнения дифракционной решетки, $d \sin\varphi = k\lambda$ найдем длину волны:

$$\lambda = \frac{d \sin\varphi}{k}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в формулу (2), получим:

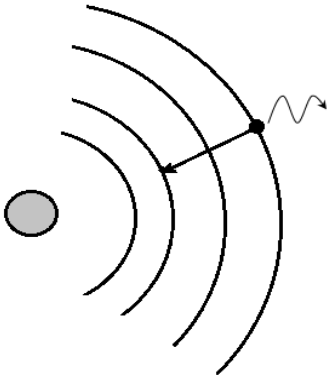
$$n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2^2} - \frac{5}{R' d \sin\varphi}}}.$$

*Произведем вычисления*:

$$n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{m^2} - \frac{k}{1{,}1 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \sin 41^0}}} = 3.$$

***Ответ:*** электрон должен перейти на 2-ю орбиту с 3-ей.

***Пример 4.*** Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.



Дано:
$m = 2$
$n = 4$
$R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\, c^{-1}$
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\, Дж \cdot c$
$c = 3 \cdot 10^8\, м/с$
$\varepsilon - ?$

***Решение.*** Для определения энергии фотона воспользуемся серией Бальмера для водородоподобных ионов:

Рис.8

$$\frac{1}{\lambda} = R' \; z^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \qquad (1)$$

где $\lambda$ – длина волны излученного фотона, $R'$ – постоянная Ридберга, z – порядковый номер элемента (заряд ядра в относительных единицах), $n$ и $m$ – номера орбит, на которую *(m)* и с которой (*n*) перешел электрон.

Энергия фотона $\varepsilon$ выражается формулой

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h$ – постоянная Планка. Умножим обе части равенства (1) на *hc,* получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = R' \, c \, h \, z^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \, h \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = R' \cdot c$, z = 1.

*Проверим размерность*:

$$[\varepsilon]=\left[Rh\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)\right]=[c^{-1}\cdot \text{Дж}\cdot c]=[\text{Дж}].$$

*Произведем вычисления:*

$$[\varepsilon]=\left[Rh\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)\right]=3{,}29\cdot 10^{15}\cdot 6{,}62\cdot 10^{-34}\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)=2{,}73\cdot 10^{-19}\ Дж.$$

***Ответ:*** при переходе электрона в атоме водорода с четвертой орбиты на вторую испускается фотон с энергией $\varepsilon = 2{,}73\cdot 10^{-19}\ Дж$.

***Пример 5.*** Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов $U$. Найти длину волны де Бройля электрона для двух случаев: 1) $U_1 = 51\,B$; 2) $U_2 = 510\,кВ$.

Дано:

$m = 9{,}11\cdot 10^{31}\ кг$

$U_1 = 51\ B$

$U_2 = 510\ кВ = 510\cdot 10^3\ B$

$c = 3\cdot 10^8\ м/с$

$h = 6{,}62\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с$

_____

$\lambda_1 - ?\ \lambda_2 - ?$

Решение. Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса и определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad (1)$$

где $h$ – постоянная Планка, $p$ – импульс частицы.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия. Связь импульса с кинетической энергией $T$ для нерелятивистского (когда кинетическая энергия частицы много меньше се энергии покоя) и релятивистского случаев (когда кинетическая анергия сравнима с энергией покоя частицы) определяется следующими выражениями:

в нерелятивистском случае $p = \sqrt{2m_0T}$, (2)

в релятивистском случае $p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2E_0)}$, (3)

где $m_0$ – масса покоя частицы, $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы. Формула (1) *с* учетом соотношений (2) и (3) запишется:

для нерелятивистского случая $\lambda_Б = \frac{h}{\sqrt{2\cdot m_0E_к}}$, (4)

для релятивистского случая $\lambda_Б = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0+T)T}}$. (5)

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51\,B$, и $U_2 = 510\,кВ$, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую из формул (4) или (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля. Как

известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U$, равна

$$T = eU,$$

где $e$ – заряд электрона.

В первом случае $T = eU_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 51 = 0{,}51 \cdot 10^{-4}\,МэВ$, что много меньше энергии покоя электрона $E_o = m_0c^2 = 0{,}51$МэВ. Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4). Для упрощения расчетов заметим, что $T = 10^{-4} m_0c^2$. Подставим это выражение в формулу (1) и перепишем ее в виде:

$$\lambda_{Б1} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4}\, m_0c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{m_0c}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $T = eU_2 = 0{,}51\ МэВ$, т. е. равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применять формулу (5). Учитывая, что $T = m_0c^2$, по формуле (5) находит:

$$\lambda_{б2} = \frac{h}{1 \cdot c\sqrt{\left(2m_0c^2 + m_0c^2\right)m_0c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3m_0c}}.$$

*Проверим размерность*:

$$\left[\lambda_{б1}\right] = \left[\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{m_0c}\right] = \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м/с}}\right] = \left[\frac{\left(кг \cdot м^2/\text{с}^2\right)с}{кг \cdot м/\text{с}}\right] = м.$$

$$\lambda_{б2} = \left[\frac{h}{\sqrt{3m_0c}}\right] = \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м/с}}\right] = \left[\frac{\left(кг \cdot м^2/\text{с}^2\right)с}{кг \cdot м/\text{с}}\right] = м.$$

*Произведем вычисления:*

$$\lambda_{Бй} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{m_0c} = \frac{10^2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 171 \cdot 10^{-12}\,м.$$

$$\lambda_{Бй} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{3} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1{,}4 \cdot 10^{-12}\,м.$$

***Ответ**:* при прохождении разности потенциалов $U_1$ и $U_2$ длины волн де Бройля для электрона соответственно равны: $171 \cdot 10^{-12}$ м и $1{,}4 \cdot 10^{-12}\,м$.

***Пример 5.*** Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка *T*=10 *эВ*. Используя соотношение неопределенностей, оцените минимальные линейные размеры $l$ атома.

Дано:

*T=10 эВ*

$l$ – ? ***Решение.*** Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p \geq h/2\pi,$$

где Δx – неопределенность координаты электрона на оси x, $\Delta p$ – неопределенность проекции импульса электрона на ось x. Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Если атом имеет линейные размеры $l$, то электрон будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей запишется как

$$(l/2)\Delta p \geq h/2\pi,$$

откуда $$l \geq h/\pi \cdot \Delta p.$$

Неопределенность импульса не должна превышать значения самого импульса $p = \sqrt{2mT}$. Заменим $\Delta p$ значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит $l$). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l = h/\pi \cdot \sqrt{2mT}.$$

*Проверим размерность:*

$$[l] = \left[\frac{h}{\pi \cdot \sqrt{2mT}}\right] = \left[\frac{Дж \cdot с}{(кг \cdot Дж)^{1/2}}\right] = \left(\frac{Дж}{кг}\right) \cdot с = \left(\frac{кг \cdot м^2/с^2}{кг}\right)^{1/2} \cdot с = м.$$

*Произведем вычисления:*

$$[l] = \frac{h}{\pi \cdot \sqrt{2mT}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{3{,}14 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-18}}} = 0{,}0388 \cdot 10^{-10}\, м = 3{,}88 \cdot 10^{-12}\, м.$$

***Ответ:*** минимальные линейные размеры атома равны $3{,}88 \cdot 10^{-12}\, м$.

***Пример 6***. Волновая функция $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной $l$. Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0{,}01l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки $0 \leq x \leq \Delta l$; 2) в средней части ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}\right) \leq x \leq \left(\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$.

***Решение.*** Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале $dx$ (от $x$ до $x + dx$), пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние, равна

$$\omega = |\psi(x)|^2 dx.$$

В первом случае искомая величина найдется интегрированием в пределах от 0 до 0,01 $l$ (рис.):

$$\omega = \frac{2}{l}\int_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x\, dx. \qquad (1)$$

Знак модуля опущен, так как $\psi$ – функция в данном случае не является комплексной.

Так как $x$ изменяется в интервале $0 \le x \le \Delta l$ и, следовательно, $\pi x/l << 1$, справедливо приближенное равенство

$$\sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2.$$

С учетом этого выражение (1) примет вид

$$\omega = \frac{2}{l}\int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3}\int_0^{0,01l} x^2\, dx.$$

После интегрирования и подстановки получим

$$\omega = \frac{2}{3}\pi^2 \cdot 10^{-6} = 6{,}6 \cdot 10^{-6}.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи её максимума в заданном интервале $(\Delta l = 0{,}01l)$ практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega = |\psi(l/2)|^2 \Delta l,$$

или

$$\omega = \frac{2}{l}\left(\sin\frac{\pi}{l}\frac{l}{2}\right)^2 \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 0{,}01l = 0{,}02.$$

***Ответ***: 1) вблизи стенки $0 \le x \le \Delta l$ $\omega = 6{,}6 \cdot 10^{-6}$, 2) в средней части ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}\right) \le x \le \left(\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$ $\omega = 0{,}02$.

***Пример 7***. Определить начальную активность радиоактивного препарата магния $^{27}_{12}Mg$ массой $m$ = 0,2 *мкг*, а также его активность через $t$ = 6 ч.

Дано:

$m = 0{,}2\ мкг = 0{,}2 \cdot 10^{-9}\ кг$

$t = 6\ ч = 6 \cdot 3600\ с$

$\mu = 27 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$

$T = 600\ c$

$N_A = 6 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$

$\alpha_0$–? $\alpha_t$–?

***Решение.*** Активность $\alpha$ препарата определяет скорость радиоактивного распада и измеряется числом ядер, распадающихся в единицу времени:

$$\alpha = -\frac{dN}{dt},$$

где $N$ – число нераспавшихся ядер в момент времени, в котором определяется активность а.

Согласно закону радиоактивного распада в дифференциал мой форме:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda\ N,$$

где $\lambda$ – постоянная радиоактивного распада. Учитывая, что закон радиоактивного распада в интегральной форме (для больших значений *t)*

$$N = N_0\ e^{-\lambda t},$$

где $N_o$– число нераспавшихся ядер в момент времени, принятый за начальный; $e$ – основание натуральных логарифмов, то

$$\alpha = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}.$$

Откуда следует, что начальная активность (при $t = 0$)

$$\alpha_0 = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}. \qquad (1)$$

Следовательно, закон изменения активности по времени примет вид

$$a_t = a_0 e^{-xt} \qquad (2)$$

За единицу измерения активности в системе СИ принят 1 расп/с. На практике обычно активность измеряют во внесистемных единицах кюри $\left(1\,Ku = 3{,}700 \cdot 10^{10}\ расп/\text{с}\right)$.

Начальную активность определим по формуле (I). Входящая в эту формулу постоянная радиоактивного распада может быть выражена через период полураспада соотношением

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0{,}63}{T}.$$

Для $^{27}_{12}Mg$ период полураспада T = 10 мин = 600 с. Следовательно,

$$\lambda = \frac{0{,}63}{T} = 1{,}15 \cdot 10^{-3} c^{-1}.$$

Число радиоактивных атомов $N_0$, содержащихся в массе препарате, равно произведению числа Авогадро $N_A$ и числа килограмм-атомов данного изотопа $m/\mu$, где $\mu$ – молярная масса изотопа, т. е.

$$N_0 = \frac{mN_A}{\mu}.$$

Итак, начальную активность $a_0$ можно представить в виде

$$a_0 = \lambda N_0 = \frac{\lambda m N_A}{\mu}.$$

*Проверим размерность*:

$$[a] = \left[ \lambda \frac{m}{\mu} N_A \right] = c^{-1} \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \cdot моль^{-1} = c^{-1}$$

*Произведем вычисления:*

$$a_0 = \lambda \frac{m}{\mu} N_A = 1.15 \cdot 10^{-3} \frac{0.2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 5.13 \cdot 10^{12} \text{ расп/с.}$$

В единицах кюри:

$$a_0 = \frac{5.13 \cdot 10^{12}}{3.7 \cdot 10^{10}} = 138 \ Ки.$$

Активность черва 6 часов $(6ч = 2{,}16 \cdot 10^4 c)$ получим по формуле (2):

$$a_t = a_0 e^{-xt} = 138 \, e^{-1{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4} \approx 25 \cdot 10^{-10} Ки \, .$$

***Ответ**:* начальная активность препарата $a_0 = \frac{5.13 \cdot 10^{12}}{3.7 \cdot 10^{10}} = 138 \ Ки$, а через 6 часов составляет $a_t = 25 \cdot 10^{-10} Ки$ *.*

***Пример 8.*** Вычислить энергетический эффект ядерной реакции ${}^4_2He + {}^{10}_5B \to {}^1_1H + {}^{13}_6C.$ Освобождается пли поглощается энергия?

Дано:

$c^2 = 9 \cdot 10^{16} м^2 / \text{с}^2 = 931 \, МэВ / а.е.м$

$\text{m}_{{}^4_2He} = 4{,}00260 \ а.е.м$ .

$\text{m}_{{}^{10}_3B} = 10{,}01294 \ а.е.м$

$\text{m}_{{}^1_1H} = 1{,}00783 \ а.е.м$

$\text{m}_{{}^{13}_6C} = 13{,}10335 \ а.е.м$

---

Q-?

или

**Решение.** Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется уравнением

$$Q = c^2 \left| \sum m_{\text{исх}} - \sum m_{\text{пр}} \right|. \qquad (1)$$

Здесь $\sum m_{исх}$ и $\sum m_{пр}$ – суммы масс исходных ядер и ядер – продуктов реакции.

Коэффициент пропорциональности $c^2$ может быть выражен двояко:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{14} м^2 / с^2,$$

$$c^2 = 9 \cdot 10^{14} Дж / кг \, .$$

Обычно для расчетов пользуются внесистемными единицами энергии – МэВ и массы – *а.е.м*. Тогда численное значение $c^2$ во внесистемных

единицах равно $c^2 = 931\,МэВ/а.е.м.$ В условиях данной задачи уравнение (1) запишется в виде:

$$Q = 931\left[\left(m_{{}^4_2He} + m_{{}^{10}_5B}\right) - \left(m_{{}^1_1H} + m_{{}^{13}_6C}\right)\right]. \qquad (2)$$

При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений. Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу z. Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода. Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут, и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим:

$$Q = 931\left[(4{,}00260 + 10{,}01294) - (1{,}00783 + 13{,}00335\right] = 4{,}06\ МэВ.$$

Так как $Q > 0$, то реакция идет с выделением энергии.

***Ответ***: в результате ядерной реакции выделится 4,06 *МэВ* энергии.

***Пример 9.*** Определить порядковый номер и массовое число изотопа, который получается из ядер изотопа ${}^{233}_{91}Pa$ в результате одного $\beta$- и двух $\alpha$ - превращений.

***Решение***. Используем при решении задачи законы сохранения массового числа и электрического заряда. Из справочников радиоактивных изотопов мы узнаем, что ${}^{233}_{91}Pa$ $\beta$-активен. Это означает, что ${}^{233}_{91}Pa \to {}^{233}_{92}U + {}^{0}_{-1}\beta$.

Получившийся в результате $\beta$ - активного распада протактиния ${}^{233}_{91}Pa$ уран ${}^{233}_{92}U$ $\alpha$ - активен. т. е.

$${}^{233}_{92}U \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{229}_{90}Th\,.$$

${}^{229}_{90}Th$ $\alpha$ – активен, т. е.

$${}^{229}_{90}Th \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{225}_{88}Ra\,.$$

***Ответ**:* после одного $\beta$-превращения и двух $\alpha$ - превращений протактиний ${}^{233}_{91}Pa$ превращается в изотоп радия ${}^{225}_{88}Ra$.

**Таблица вариантов к контрольной работе № 8**

| Вариант | Номер задач | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 801 | 811 | 821 | 831 | 841 | 851 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 802 | 812 | 822 | 832 | 842 | 852 |
| 3 | 803 | 813 | 823 | 833 | 843 | 853 |
| 4 | 805 | 815 | 825 | 835 | 845 | 855 |
| 5 | 806 | 816 | 826 | 836 | 846 | 856 |
| 6 | 807 | 817 | 827 | 837 | 847 | 857 |
| 7 | 808 | 818 | 828 | 838 | 848 | 858 |
| 8 | 809 | 819 | 829 | 839 | 849 | 859 |
| 9 | 810 | 820 | 830 | 840 | 850 | 860 |

**Темы задач**. Первая задача в каждом варианте соответствует теме «Строение атома (постулаты Бора), «Закономерности линейчатых спектров». Вторая задача – «Волны де Бройля». Третья задача – «Соотношение неопределённостей Гейзенберга», «Уравнение Шрёденгера». Четвертая задача – «Закономерности радиоактивного распада». Пятая задача – «Ядерные реакции, тепловой аффект ядерных реакций». Шестая задача – «Законы сохранения при ядерных реакциях, взаимное превращение частиц».

801.Пользуясь теорией Бора, определите для электрона, находящегося на первой и второй орбитах и атоме водорода, отношение радиусов орбит.

802.Пользуясь теорией Бора, определите для однократно ионизованного иона гелия радиус первой орбиты.

803.Пользуясь теорией Бора, определите для однократно ионизованного иона гелия скорость электрона на первой орбите.

804.Пользуясь теорией Бора, определите для однократно ионизованного нона гелия потенциал ионизации.

805. Пользуясь теорией Бора, определите для однократно ионизованного иона гелия первый потенциал возбуждения.

806. Пользуясь теорией Бора, определите для однократно ионизованного иона гелия длину волны в спектре излучения, соответствующую переходу электрона со второй орбиты на первую.

807.Какую наименьшую энергию нужно сообщить электрону, находящемуся на первой орбите в атоме водорода, чтобы электрон удалился в бесконечность?

808.Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121{,}5$ *нм*. Определить радиус электронной орбиты возбужденно-

го атома водорода.

809.Определить частоту света, излучаемого двукратно ионизованным атомом лития при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $n = 2$, если радиус орбиты электрона изменился в $k = 9$ раз.

810.Найти наибольшую и наименьшую длины волн в видимой области спектра излучения атома водорода.

811.Вычислить длину волны де Бройля для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 22{,}5\,B$.

812.Вычислить длину волны де Бройля для протона, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}6 \cdot c$ ($c$ – скорость света в вакууме).

813.Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося на второй боровской орбите в атоме водорода, если радиус этой орбиты равен $r_2 = 0{,}212\ нм$.

814. Найти длину волны де Бройля, соответствующую электрону с кинетической энергией $E_к = 1000\ эВ$.

815. Найти длину, волны де Бройля для электрона, летящего со скоростью, равной $\upsilon = 0{,}8 \cdot c$ ($c$ – скорость света в вакууме). Учесть изменение массы при изменении скорости.

816.Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии. Радиус первой боровской орбиты равен $r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м.

817.Определять длину волны де Бройля для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов в $U_1 = 1\ кВ$ $u_1$=l кВ и $U_2 = 510\ кВ$.

818. Определить длину волны де Бройля для протона, пришедшего ускоряющую разность потенциалов $U_1 = 1\ МВ$ и $U_2 = 6938\ МВ$.

819. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося со скоростью $\upsilon_1 = 0{,}01 \cdot c$ и $\upsilon_2 = 0{,}8 \cdot c$ (с – скорость света в вакууме).

820. Кинетическая энергия протона в четыре раза меньше её энергии покоя. Вычислить длину волны де Бройля для протона. Энергия покоя протона равна $E_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ *Дж*.

821. Используя соотношение неопределенностей $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$, оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: 1) в основном состоянии; 2) в возбужденном состоянии (время жизни атома в возбужденном состоянии равно $\tau = 10^{-8}$ с).

822. Во сколько раз дебройлевская длина волны $\lambda$ частицы меньше неопределенности $\Delta x$ её координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%?

823.Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность $\Delta p/p$ импульса этой частицы.

824. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка $T$=12 *эВ*. Используя соотношение неопределенностей, оцените минимальные линейные размеры $l$ атома.

825.Волновая функция $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной $l$. Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0{,}02 l$ в случае нахождения её вблизи стенки $0 \leq x \leq \Delta l$.

826.Волновая функция $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной $l$. Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0{,}02 l$ в случае нахождения её в средней части ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}\right) \leq x \leq \left(\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$.

827.Частица находится в основном состоянии ($n$ = 1) в одномерном потенциальном ящике шириной $l$ с абсолютно непроницаемыми стенками $0 \leq x \leq \Delta l$. Найти вероятность пребывания частицы в области $0 \leq x \leq l/3$.

828. Частица находится в основном состоянии ($n$ = 1) в одномерном потенциальном ящике шириной $l$ с абсолютно непроницаемыми стенками

$0 \le x \le \Delta l$. Найти вероятность пребывания частицы в области $l/3 \le x \le 2l/3$.

829. Частица находится в возбужденном состоянии ($n$ =3) в одномерной потенциальной яме (ящике) шириной $l$ с абсолютно непроницаемыми стенками. Определить в каких точках ямы для интервала $0 \le x \le \Delta l$ максимальная вероятность обнаружения частицы.

830.Частица с энергией $E$ движется по направлению оси $x$ и в точке $x = 0$ натыкается на потенциальный барьер $U$ с конечной шириной $l$. Написать уравнение Шредингера для процесса прохождения частицей барьера – для $x < 0$, $0 < x < l$ и $x > l$.

831.Сколько атомов радиоактивного натрия $^{24}_{11}Na$ массой $m_\rho$ = 2 *мг* распадается за $t$ = 10 *ч*?

832. Из каждого $N$ миллиарда атомов радиоактивного изотопа за $t$ = 1 *с* распадается $\Delta N = 8 \cdot 10^3$ атомов. Определить период полураспада изотопа.

833.Сколько атомов плутония $^{241}_{94}Pu$ в веществе массой $m_0 = 1г$ распадается в течение $t$ = 1 *с*?

834. Масса препарата $^{225}_{89}Ac$ равна $m_0 = 16мг$. Какая масса препарата актиния распадается за один месяц?

835. Число радиоактивных атомов изотопа $^{210}_{84}Bi$ изменилось на 13% в течение $t$ = 1 *суток*. Определить период полураспада.

836. Определить активность препарата радиоактивного натрия $^{24}_{11}Na$ масса которого *m = 5 мкг.*

837. Определить, сколько ядер в $m_0 = 1$ *мг* радиоактивного препарата церия $^{141}_{58}Ce$ распадается в течение одного года.

838. За $t$ = 8 *ч* начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в 3 раза. Во сколько раз оно уменьшится за сутки, считая от начального момента времени?

839.Определить число $N$ атомов радиоактивного препарата йода $^{131}_{53}I$ распавшихся в течение времени $t = 1$ *мин,* если его масса $m_0 = 0{,}5$ *мкг*, .

840.За какое время произойдет распад $0{,}9\,N_0$ начального состава атомов радона, если постоянная распада равна $\lambda = 2{,}097 \cdot 10^{-6} c^{-1}$?

841. Вычислить энергетический эффект Q реакции

$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n$$

842. Вычислить энергетический эффект Q реакция

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{4}_{2}\alpha$$

843. Вычислить энергию ядерной реакции

$$^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n$$

844. Вычислить энергию ядерной реакции

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

Освобождается или поглощается эта энергия?

845.Вычислить энергию ядерной реакции

$$^{6}_{3}Li + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}p$$

Освобождается или поглощается эта энергия?

846.Вычислить энергию ядерной реакции

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n$$

Освобождается или поглощается эта энергия?

847.Определить удельную энергию связи для ядра $^{17}_{8}O$.

848. Найти энергию реакции $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He$, протекающей в результате взаимодействия медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора.

849. Вычислить энергетический эффект реакции

$$^{9}_{4}Be + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{6}_{3}Li$$

850.Определить энергию ядерной реакции

$$^{2}_{1}H+^{2}_{1}H\rightarrow^{4}_{2}He$$

Освобождается или поглощается эта энергия?

851. Радиоактивное атомное ядро, состоящее из одного протона и двух нейтронов, выбросило $\beta$ - частицу. Какое ядро образовалось в результате $\beta$ - распада данного ядра?

852.Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии $E_k = 0{,}51\ МэВ,$ при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию каждого фотона и соответствующую ему длину волны $\lambda$.

853.Фотон с энергией $\varepsilon$ = 1,53 *МэВ* превратился в пару электрон-позитрон. Принимая, что кинетическая энергия частиц одинакова, определить кинетическую энергию каждой частицы.

854. В какие элементы превращаются $^{8}_{3}\mathrm{Li}$ и $^{10}_{4}Be$ после одного $\alpha$ - распада и одного $\beta$ - распада?

855. В какой элемент превращается уран $^{238}_{92}U$ после трех $\alpha$ - распадов и двух $\beta$ - превращений? Написать и объяснить реакции превращения.

856. Ядро урана $^{238}_{92}U$, захватывая быстрый нейтрон, превращается в радиоактивный изотоп урана, который в результате двух $\beta$ - превращений образует новый элемент. Определить название, массовое и зарядовое число нового элемента. Написать и объяснить реакции превращения.

857. В какой элемент превратился висмут $^{213}_{83}Bi$ после одного $\alpha$ - распада и двух $\beta$ - распадов? Написать и объяснить реакции распада.

858. Ядро атома состоит из одного прогона и одного нейтрона. Энергия связи ядра равна $E_{св}$ =2,18 *МэВ*. Определить массу ядра, а также массу нейтрального атома, имеющего такое ядро.

859. Нейтральный $\pi$ - мезон ($\pi^0$), распадаясь, превращается в два одинаковых $\gamma$ - фотона. Определить энергию фотона, кинетической энергией и импульсом мезона можно пренебречь.

860. Напишите ядерную реакцию и определите неизвестный элемент, образующийся при бомбардировке ядер изотопа алюминия ${}^{27}_{13}Al$ $\alpha$ - частицами, если известно, что при этом вылетает нейтрон.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1.Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики.- М.: Наука, 1976. - Т.3.- 52с.

2.Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1986. - Т.3. - 528 с.

3.Трофимова Т.И. Курс физики.- М.: Высшая школа , 1998.- 478 с.

4.Детлов А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: Высшая школа, 2000.-718 с.

5**.** Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика.- М.: Изд-во МГУ, 1998. -655 с.

6. Трофимова Т.И. Оптика и атомная физика. - М.: Высшая школа, 1999

**7.** Сивухин Д.В. Общий курс физики.- М.: Наука, 1990.- 408 с.

8.Волькинштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.-Издательство «СпецЛит», 2002.-327 с.

9.Чертов А.Г., Воробьев А.М.Задачник по физике.-М.:Высшая школа,1988.- 300 с.

Приложение

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Учебное издание

Т.А. Колесникова, О.В.Горева В.И., Барышников.

# Ф И З И К А

Часть III

**«Оптика, квантовая и атомная физика »**

Учебное пособие

Редактор
Компьютерная верстка: *Т.А. Колесникова*

Подписано в печать
Формат 60х84/16. Печать офсетная
Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд. л. 7,0
План 2011 г. Заказ
Тираж 300 экз.

Типография ИрГУПС, г. Иркутск,
ул. Чернышевского,15