

**ЛИНЕЙНЫЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО
ПОРЯДКА.
УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ**

Вариант №1

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' = (x + y)^2$.

2. $(x^3 + 3xy)dy + (x^2 + 3)dx = 0$.

3. $y' - \frac{y}{x} = x$.

4. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$.

5. $2xy \frac{dy}{dx} - y^2 + x = 0$.

6. $y' = 2y + e^x - x$, $y(0) = \frac{1}{4}$.

7. $2xydy = (y^2 - x^3)dx$.

Вариант №2

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + 2y = 4x$, $y(2) = 1$.

2. $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$.

3. $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x$.

4. $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 1$.

5. $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0$.

6. $(y^2 + 1)dx = (\operatorname{arctg} y - x)dy$.

7. $y' - \frac{y}{1+x} + e^{-x}y^2 = 0$.

Вариант №3

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $xy' - \frac{y}{1+x} - x = 0.$

2. $y' \operatorname{ctgx} + y = 2, \quad y(0) = 2.$

3. $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2.$

4. $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0.$

5. $yy'x - y^2 = 1, \quad y(1) = 2.$

6. $y' = \frac{2y}{1+x} + e^x(x+1)^2.$

7. $2y' + y = y^3(x-1).$

Вариант №4

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - y + y^2 \cos x = 0.$

2. $y \sin x + y' \cos x = 1.$

3. $2y'x = y, \quad y(0) = 0.$

4. $y' - \frac{2x-1}{x^2}y = 1.$

5. $x dy - y dx = y^2 dx.$

6. $y' + \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1.$

7. $xy' = 4(y + \sqrt{y}), \quad y(2) = 2.$

Вариант №5

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$.

2. $(2xy^2 - y)dx + xdy = 0$.

3. $y' + y \cos x = \sin x \cos x$.

4. $y' - \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$.

5. $2xyy' + x^2 - y^2 = 0$, $y(0) = 1$.

6. $y' + 2y = e^{3x}$, $y(2) = 1$.

7. $xy' - 2y + x^2 = 0$, $y(1) = 0$.

Вариант №6

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $xy' + y = y^2 \ln x$.

2. $x(x^2 + 1)y' + y = x(1 + x^2)^2$.

3. $x^3 y' = y(y^2 + x^2)$.

4. $x^2 dy + (3 - 2xy)dx = 0$, $y(1) = 1$.

5. $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x$.

6. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\sin^2 x}$.

7. $xy' - 2y = 2x^4$, $y(2) = 3$.

Вариант №7

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $\operatorname{tg}x \frac{dy}{dx} - y = 2.$

2. $(1 + x^2)y' + xy = 2.$

3. $xy' + y = xy^2 \ln x.$

4. $ydy - \frac{2y^2}{x^2}dx = \frac{3}{x^2}dx$

5. $y' + y = 2x, \quad y(0) = -1.$

6. $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

7. $xy' + 2y = x^2, \quad y(1) = 0.$

Вариант №8

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $(y' - 2xy)\sqrt{y} = x^3, \quad y(1) = 1.$

2. $x dy + y dx = y^2 dx.$

3. $xy' + 2\sqrt{xy} = y.$

4. $y' = 2xy + y^3 x, \quad y(2) = 0.$

5. $y' = 2xy + x^3.$

6. $y' = y \operatorname{ctg}x + \sin x.$

7. $(1 - x^2)y' + xy = 1.$

Вариант №9

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x).$

2. $y' - \frac{y}{1-x^2} = 1 + x, \quad y(0) = 1.$

3. $2xyy' + x^2 - y^2 = 0, \quad y(0) = 1.$

4. $y' = e^{2x} - e^x y.$

5. $y' = y \operatorname{tg} x - y^2 \cos x.$

6. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x.$

7. $2y'(1-x^2) - xy - 2xy^2 + 2x^3y^2 = 0.$

Вариант №10

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - y + y^2 \cos x = 0.$

2. $y \sin x + y' \cos x = 1.$

3. $y' - \frac{y}{x} = x.$

4. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0.$

5. $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0.$

6. $(y^2 + 1)dx = (\operatorname{arctg} y - x)dy.$

7. $(1-x^2)y' + xy = 1.$

Вариант №11

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $x(y' - y) = e^x, y(0) = 2.$

2. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$

3. $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg}x.$

4. $y' = \frac{y+1}{x}, y(1) = 0.$

5. $y' + \frac{2}{x}y = x^3.$

6. $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

7. $y' = 2y + e^x - x.$

Вариант №12

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' = xy + x^3y^2.$

2. $y' \sin x - y \cos x = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

3. $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

4. $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^{\frac{4}{3}}.$

5. $(1 - x^2)y' + xy = 1.$

6. $ydx + \left(x - \frac{1}{2}x^3y\right)dy = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$

7. $e^{x^2}y' + 2xye^{x^2} = x \sin x.$

Вариант №13

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $dy = (x^2 + 2x - 2y)dx$.

2. $xdy = (x^5 y^2 - 2y)dx$.

3. $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$, $y(e) = \frac{e^2}{2}$.

4. $4xy' + 3y = -e^x x^4 y^5$.

5. $xy' = y$, $y(1) = 1$.

6. $xy' + y = \sin x$.

7. $y' = 2y + e^x - x$.

Вариант №14

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $yy' - 4x - y^2 \sqrt{x} = 0$.

2. $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x$.

3. $y' + y = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$, $y(0) = \frac{9}{4}$.

4. $y' \sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x$, $y(0) = 0$.

5. $3y' = (1 - 3y^3) y \sin x$.

6. $y' + y = e^{-x}$.

7. $3y^2 y' + y^3 = x + 1$.

Вариант №15

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x, \quad y(0) = \frac{1}{3}.$

2. $y' - \frac{y}{x-1} = \frac{y^2}{x-1}.$

3. $xy' - \frac{y}{x+1} = x, \quad y(1) = 0.$

4. $y' + y \cos x = \sin 2x.$

5. $y' = y \operatorname{ctg} x + \frac{y^3}{\sin x}.$

6. $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$

7. $y' = e^{2x} - e^x y.$

Вариант №16

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $xy' + y = xy^2 \ln x, \quad y(2) = 3.$

2. $y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = y^2 (x^3 + 1) \sin x.$

3. $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x.$

4. $y' = \frac{y+1}{x}, \quad y(1) = 0.$

5. $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$

6. $(2x+1)y' + y = x.$

7. $y' = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y}.$

Вариант №17

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + \frac{2y}{x} = x^3$.

2. $xy' + y - e^x = 0$, $y(3) = 4$.

3. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$, $y(0) = 2$.

4. $y' = \left(1 + \frac{y-1}{2x}\right)^2$.

5. $2xyy' + x^2 - y^2 = 0$.

6. $y'x + y = -xy^2$.

7. $y' + \frac{y}{x} = x^2$.

Вариант №18

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $yy' + y^2 = \cos x$.

2. $y' - 2y = -x^2$, $y(0) = \frac{1}{4}$.

3. $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$.

4. $y' = \frac{y+1}{x}$, $y(1) = 0$.

5. $xy' + y = e^x$.

6. $xy' + y = -xy^2$.

7. $y' - \frac{3y}{x} = x$.

Вариант №19

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $xy' + 2y = e^{-x^2}$, $y(1) = 0$.
2. $x^2 y' = y^3 + xy$.
3. $y' = x(y - x \cos x)$.
4. $y' + \frac{y}{x} = -xy^2$.
5. $y' - 2y \operatorname{tg} x + y^2 \sin^2 x = 0$.
6. $xy' + y = xy^2 \ln x$.
7. $(y' - 2xy)\sqrt{y} = x^3$, $y(1) = 1$.

Вариант №20

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $x(y' - y) = e^x$, $y(0) = 2$.
2. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$.
3. $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{y}$.
4. $y' + 2y = 4x$.
5. $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$.
6. $y' = (x + y)^2$, $y(1) = 2$.
7. $y' - \frac{y}{x} = x$.

Вариант №21

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $dy = (x^2 + 2x - 2y)dx.$

2. $x dy = (x^5 y^2 - 2y)dx.$

3. $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg}x.$

4. $y' = \frac{y+1}{x}, \quad y(1) = 0.$

5. $3y' = (1 - 3y^3)y \sin x.$

6. $y' + y = e^{-x}.$

7. $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x).$

Вариант №22

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0, \quad y(1) = 1.$

2. $\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0.$

3. $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx.$

4. $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, \quad y(1) = 2.$

5. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x.$

6. $y' = 1 + y.$

7. $xy' = y \left(\ln \frac{y}{x} - 3 \right).$

Вариант №23

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$

2. $xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = \frac{1}{2}.$

3. $y' = y - x.$

4. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0.$

5. $y' + \frac{2}{x}y = x^3.$

6. $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

7. $y' - y \cos x = \sin 2x.$

Вариант №24

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2}.$

2. $2(y' + xy) = (1+x)e^{-x^2}y^2, \quad y(0) = 2.$

3. $y' = xy.$

4. $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3}y^4 \sin x.$

5. $y' + xy = x^3.$

6. $xy' + y = y^2 \ln x.$

7. $y' = x(y-1).$

Вариант №25

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

2. $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$

3. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x.$

4. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$

5. $xy' + y = 2y^2 \ln x.$

6. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0.$

7. $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x).$

Вариант №26

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

2. $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$

3. $y' + \frac{y}{x} = 3x.$

4. $2(y + y') = xy^2.$

5. $y' + xy = (x-1)e^x y^2.$

6. $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3} y^4 \sin x.$

7. $y' = \frac{y}{x} + x^2.$

Вариант №27

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4.$

2. $y' + y = xy^2, y(0) = 1.$

3. $y' = x^2 - y.$

4. $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3.$

5. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}.$

6. $y' - y = 2xy^2.$

7. $y' + 2xy = -2x^3.$

Вариант №28

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $\operatorname{tg}x \frac{dy}{dx} - y = a.$

2. $(1+x^2)y' + xy = a.$

3. $xy' + 2\sqrt{xy} = y.$

4. $y' = 2xy + y^3x, y(2) = 0.$

5. $(1-x^2)y' + xy = 1.$

6. $ydx + \left(x - \frac{1}{2}x^3y\right)dy = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$

7. $e^{x^2}y' + 2xye^{x^2} = x \sin x.$

Вариант №29

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

2. $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1.$

3. $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}.$

4. $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

5. $xy' + y = xy^2.$

6. $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3}y^4 \sin x.$

7. $y' = y - x^2.$

Вариант №30

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

2. $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$

3. $y' = x + 2y.$

4. $xy' + y = y^2 \ln x.$

5. $y' = 3 + y^2.$

6. $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x.$

7. $y' + 2yx = xe^{-x^2} \sin x.$