Контрольная работа №1

«Линейная алгебра. Векторная алгебра»

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 1

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $4\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$; ***б)*** $4\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} 5x+8y-z=-7; \\ x+2y+3z=1; \\ 2x-3y+2z=9. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 3x-y-z=0; \\ x-3y+z=0; \\ x+y-z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3-2x_4=3, \\ x_1+5x_2-9x_3+8x_4=1, \\ 5x_1+18x_2+4x_3+5x_4=12. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2-2x+5=0$ Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(1+i)+(3-2i)-(4-i)$; ***б)*** $(1+i)^2-2i$; ***в)*** $\dfrac{(3-4i)\cdot(2+i)}{\sqrt{3}+i}$; ***г)*** $\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^5\cdot\left(\cos\dfrac{5\pi}{4}-i\sin\dfrac{5\pi}{4}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=2\overline{i}-\overline{j}+\overline{k}$, $\overline{f_2}=-\overline{i}+2\overline{j}+2\overline{k}$, $\overline{f_3}=\overline{i}+\overline{j}-2\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(2,-1,0)$ в положение $B(4,1,-1)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(2,-10,\alpha)$, $\overline{b}=(\alpha,7,-4)$, $\overline{c}=(-1,5,2)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(4,5)$, $B(3,0)$, $C(-1,4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}$ и $\vec{b}=\vec{i}+8\vec{j}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(1,-2,3)$, $B(0,1,2)$, $C(1,-1,1)$, $D(-1,2,1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 2

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 9 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 5 & 7 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $-2\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $4\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} x+2y+z=4; \\ 3x-5y+3z=1; \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 4x-y-z=0, \\ 2x-2y+z=0, \\ 2x+y-2z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 6x_1-3x_2+2x_3+4x_4=5, \\ 2x_1-x_2+2x_3+4x_4=7, \\ 8x_1-4x_2+3x_3+6x_4=8. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2+4x+5=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(2-3i)+(4+2i)-(2-7i)$; ***б)*** $(4+i)^2+3i$; ***в)*** $\dfrac{(2+3i)\cdot(-1+i)}{\sqrt{2}-i}$; ***г)*** $\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^4\cdot\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=-6\overline{i}+\overline{j}$, $\overline{f_2}=4\overline{i}+2\overline{j}+\overline{k}$, $\overline{f_3}=3\overline{i}-5\overline{j}+3\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(1, 2, 3)$ в положение $B(3, 2, -1)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а)*** $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ - коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(-1, 2, 4), \overline{b}=(\alpha, 2, 1), \overline{c}=(3, 2-6, \alpha)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-5, -2), B(7, 6), C(5, -4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=0\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(0, 1, 2)$, $B(-1, 2, 4)$, $C(2, -4, 3)$, $D(0, 1, 1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 3

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 & -1 \\ 7 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $2\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $4\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} x+2y+z=4; \\ 3x-5y+3z=1; \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 4x-z=0, \\ 3x-y+z=0, \\ x+y-2z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=2, \\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=6, \\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4=8. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $3x^2+12x+13=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(3+4i)-(4-2i)+(-3+i)$; ***б)*** $(1-2i)^2+4i$; ***в)*** $\dfrac{(2-2i)\cdot(4+5i)}{\sqrt{3}+4i}$; ***г)*** $\left(0{,}5e^{i\frac{\pi}{12}}\right)^3\cdot 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=\overline{i}+\overline{j}+\overline{k}$, $\overline{f_2}=-2\overline{i}-3\overline{j}+\overline{k}$, $\overline{f_3}=\overline{i}-2\overline{j}+\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(2,1,2)$ в положение $B(0,-1,-1)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б***) $\overline{a}$ и $\overline{c}$ - коллинеарны; ***в***) $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(\alpha,2,1)$, $\overline{b}=(3,2,\alpha)$, $\overline{c}=(-1,8,4)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-7,3)$, $B(2,-1)$, $C(-1,-5)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=-2\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=0\vec{i}-\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(1,-2,4)$, $B(0,1,2)$, $C(-1,1,2)$, $D(1,-1,4)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 4

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $-2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $5\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} 3x+2y+z=5; \\ 2x+3y+z=1; \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 3x-2y-2z=0; \\ x-2y\quad\;\;=0; \\ x+2y-2z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3+4x_4=2, \\ 3x_1+3x_2-x_3+3x_4=2, \\ 5x_1+6x_2-2x_3+7x_4=4. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2+6x+10=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(2+4i)+(2-i)-(4-i)$; ***б)*** $(\sqrt{3}+i)^2-4i$; ***в)*** $\dfrac{(4-3i)\cdot(-2+i)}{\sqrt{2}-i}$; ***г)*** $\left(0{,}3e^{i\frac{\pi}{8}}\right)^2\cdot 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=\overline{j}-4\overline{k}$, $\overline{f_2}=-\overline{i}+\overline{j}+2\overline{k}$, $\overline{f_3}=3\overline{i}+\overline{j}+\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(0,0,0)$ в положение $B(-1,-1,3)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(1,\alpha,-1)$, $\overline{b}=(\alpha,4,0)$, $\overline{c}=(-1,1,1)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-8,-2)$, $B(2,10)$, $C(4,4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=0\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(2,1,4)$, $B(-1,0,2)$, $C(-2,3,4)$, $D(1,1,-1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\;\overrightarrow{BC}\;\overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 5

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -5 & 4 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $-8\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+5\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} x+2y+4z=31; \\ 5x+y+2z=29; \\ 3x-y+z=10. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 5x-y=0, \\ 2x-2y+2z=0, \\ 3x+y-2z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 4x_1+2x_2+3x_3+2x_4=1, \\ 2x_1+x_2+7x_3+3x_4=2, \\ 2x_1+x_2-4x_3-x_4=-1. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $3x^2-6x+7=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(3-i)-(-4+i)-(2+2i)$; ***б)*** $(4+i)^2-i$; ***в)*** $\dfrac{(2-3i)\cdot(1+3i)}{2+3i}$; ***г)*** $\left(0,2e^{i\frac{\pi}{8}}\right)^2\cdot 21\cdot\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=-2\overline{i}-2\overline{j}+3\overline{k}$, $\overline{f_2}=3\overline{i}+\overline{j}-4\overline{k}$, $\overline{f_3}=-3\overline{i}-2\overline{j}+3\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(0,0,0)$ в положение $B(-1,3,-1)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а)*** $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(1,2,\alpha), \overline{b}=(\alpha,3,-1), \overline{c}=(2,4,2)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-4,2), B(6,5), C(1,-4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}-4\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(1,-2,4)$, $B(-1,3,1)$, $C(0,1,2)$, $D(1,4,3)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 6

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -3 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & -4 \\ -1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 3x - y - z = 0, \\ 4y - z = 0, \\ 3x + 3y - 2z = 0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 3, \\ 10x_1 - 4x_2 + x_3 + 9x_4 = 8, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $2x^2 - 4x + 11 = 0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(7+i)-(2-i)+(-4+i)$; ***б)*** $(2+3i)^2+4$; ***в)*** $\dfrac{(3-i)\cdot(-2+4i)}{2-i}$; ***г)*** $\left(2e^{i\frac{\pi}{8}}\right)^4 \cdot \left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1} = 5\overline{i} + 3\overline{j} - 5\overline{k}$, $\overline{f_2} = -\overline{i} + 2\overline{j} + 2\overline{k}$, $\overline{f_3} = -2\overline{i} - 4\overline{j} + 5\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(-2,1,1)$ в положение $B(5,1,1)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a} = (6, 4, \alpha)$, $\overline{b} = (2, -1, 0)$, $\overline{c} = (3, 2, -1)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(2,-3)$, $B(7,2)$, $C(-8,-2)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} + 0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(-1, 2, 4)$, $B(1, -1, 2)$, $C(0, 1, 4)$, $D(-1, 2, 1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 7

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 & 1 \\ 7 & 2 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & -3 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $2\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} 2x - y - z = 4; \\ 3x + 4y - 2z = 11; \\ 3x - y + 4z = 1. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 2x - z = 0, \\ x - y + z = 0, \\ 2y - 3z = 0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 11 = 0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(3-4i)-(-3+i)-(4-8i)$; ***б)*** $\left(4+\frac{1}{2}i\right)^2 + 2i$; ***в)*** $\frac{(2-3i)\cdot(3+2i)}{1+i}$; ***г)*** $2\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2 \cdot 0,5\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1} = 3\overline{i} - \overline{j} + \overline{k}$, $\overline{f_2} = \overline{i} - \overline{j} - 2\overline{k}$, $\overline{f_3} = -2\overline{i} + 5\overline{j} - 3\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(5, -1, 0)$ в положение $B(4, 0, 3)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a} = (\alpha, 2, 3)$, $\overline{b} = (2, -1, 5)$, $\overline{c} = (5, 10, 15)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(4, 2)$, $B(6, -5)$, $C(-5, 4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$ и $\vec{b} = -4\vec{i} - \vec{j} + 0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(0, 1, 2)$, $B(-1, 4, 1)$, $C(1, 2, -2)$, $D(0, 1, 2)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 8

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 4 & -6 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 3 & 5 & 7 & 0 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} x+y+2z=-1; \\ 2x-y+2z=-4; \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} x-z=0, \\ x-9y+z=0, \\ x+9y-3z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=2, \\ 6x_1-3x_2+2x_3+2x_4=5, \\ 2x_1+x_2+2x_3+2x_4=3. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2-6x+13=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(-2+i)-(4-2i)+(-4+3i)$; ***б)*** $(2i+3)^2-4i$; ***в)*** $\dfrac{(12-4i)\cdot(2-3i)}{2+3i}$; ***г)*** $e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \left(2 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^6$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=2\overline{i}+4\overline{k}$, $\overline{f_2}=-\overline{i}+5\overline{j}$, $\overline{f_3}=2\overline{i}-7\overline{j}+\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(-4,3,-2)$ в положение $B(6,4,5)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(2,-1,4)$, $\overline{b}=(\alpha,4,-1)$, $\overline{c}=(\alpha,-4,16)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-6,-2)$, $B(4,8)$, $C(2,-10)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=-3\vec{i}+\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(-1,2,3)$, $B(-2,1,4)$, $C(0,1,3)$, $D(0,1,1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 9

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & -7 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $-3\cdot\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} 3x-\ y+\ z=4; \\ 2x-5y-3z=-17; \\ x+y-\ z=0. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 5x-y-3z=0, \\ 2x-y=0, \\ x+y-3z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} x_1-x_2-x_3-4x_4=-2, \\ 2x_1+3x_2+6x_3+8x_4=5, \\ 3x_1+2x_2+5x_3+4x_4=3. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2-8x+20=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(-2+i)-(12-3i)+(4+i)$; ***б)*** $(2-i)^2-2i$; ***в)*** $\dfrac{(3-2i)\cdot(-4+i)}{3-7i}$; ***г)*** $e^{i\frac{\pi}{2}}\cdot\left(0{,}2\cos\dfrac{\pi}{12}+0{,}2\,i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)^3$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=\overline{i}-\overline{j}+\overline{k}$, $\overline{f_2}=\overline{i}+2\overline{j}-\overline{k}$, $\overline{f_3}=3\overline{j}+3\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(2,-3,-1)$ в положение $B(-1,-4,-3)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а***) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(6,1,2)$, $\overline{b}=(2,\alpha,2)$, $\overline{c}=(\alpha,5,10)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(6,8)$, $B(2,-4)$, $C(-6,4)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=4\vec{i}-\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=-3\vec{i}+2\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(1,-1,2)$, $B(0,1,2)$, $C(4,2,0)$, $D(1,0,1)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.

ИрГУПС **Кафедра «Математика»**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра. Векторная алгебра»

Вариант № 10

Раздел 1 «Линейная алгебра»

1.1. Вычислите определители: ***а)*** $\begin{vmatrix} 5 & 9 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$; ***б)*** $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$; ***в)*** $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

1.2. Выполните действия над матрицами: ***а)*** $-3\cdot\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; ***б)*** $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

1.3. Решите систему методами Крамера и Гаусса $\begin{cases} x+\ y+z=2; \\ 2x-\ y-6z=-1; \\ 3x-2y=8. \end{cases}$

1.4. Решите однородную систему $\begin{cases} 3x-\ y-\ z=0, \\ 2x-3y+\ z=0, \\ x+\ 2y-2z=0. \end{cases}$

1.5. Найдите решение системы методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1+x_2+x_3+2x_4=2, \\ 6x_1+5x_2+2x_3+7x_4=13, \\ 3x_1+2x_2+x_3+3x_4=5. \end{cases}$

1.6. Решите уравнение $x^2+4x+13=0$. Выясните связь между корнями.

1.7. Выполните действия над комплексными числами, результат запишите в алгебраической форме:

а) $(2+3i)-(4-2i)+(-2+3i)$; ***б)*** $(-1+i)^2+2i$; ***в)*** $\dfrac{(3+2i)\cdot(3-7i)}{3-2i}$; ***г)*** $e^{-i\pi}\cdot\left(2\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2$.

Раздел 2 «Векторная алгебра»

2.1. На материальную точку действуют силы: $\overline{f_1}=7\overline{i}+2\overline{j}-\overline{k}$, $\overline{f_2}=-3\overline{i}+\overline{j}+2\overline{k}$, $\overline{f_3}=-\overline{i}+2\overline{j}+3\overline{k}$. Найдите работу равнодействующей этих сил $\overline{R}$, при перемещении материальной точки из положения $A(3,-1,5)$ в положение $B(2,-3,2)$ и момент равнодействующей силы $\overline{R}$ относительно положения B.

2.2. Определите, при каких значениях параметра α векторы: ***а)*** $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны; ***б)*** $\overline{a}$ и $\overline{c}$ коллинеарны; ***в)*** $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны, если $\overline{a}=(3,-4,2)$, $\overline{b}=(-4,3,\alpha)$, $\overline{c}=(6,\alpha,4)$.

2.3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-6,-3)$, $B(6,7)$, $C(2,-1)$. Сделайте чертеж и найдите: ***а)*** длину стороны AB; ***б)*** внутренний угол при вершине A; ***в)*** площадь треугольника ABC.

2.4. На векторах $\vec{a}=-\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$ и $\vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+0\vec{k}$ построен параллелограмм. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделайте чертеж.

2.5. Даны точки $A(1,2,-1)$, $B(0,1,4)$, $C(-1,0,1)$, $D(1,1,2)$. Определите:

а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; ***б)*** $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{DA}$; ***в)*** $\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{DA}$; ***г)*** лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости; ***д)*** площадь ΔABC и его углы.