

2.1.5. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Вариант № 1

1. Построить векторы $\bar{a} = \frac{5}{2}\bar{m} - 2\bar{n}$ и $\bar{b} = \frac{3}{2}\bar{m} + 4\bar{n}$ в аффинном базисе \bar{m}, \bar{n} , если длины векторов $|\bar{m}| = 2$, $|\bar{n}| = 1$ и угол между векторами $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\bar{a} = 4\bar{c} - 3\bar{d}$, $\bar{b} = 9\bar{d} - 12\bar{c}$, построенные по векторам $\bar{c} = (-1; 2; 8)$ и $\bar{d} = (3; 7; -1)$.
3. Найти длину вектора $\bar{c} = 2\bar{a} - 3\bar{b}$, заданного в аффинном базисе \bar{a}, \bar{b} : $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 1$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\bar{a} = (2; -5; 4)$, $\bar{b} = (1; 0; 1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \bar{a} на вектор \bar{b} .
5. Даны точки $A(-1; 1; 0)$, $B(2; -2; 1)$, $C(3; 1; -1)$, $D(-1; -2; -1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \bar{a}, \bar{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(2; 1; 8)$, $B(6; 5; 2)$, $C(4; 5; 7)$, $D(9; 4; 10)$. Найти :
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \bar{a} и \bar{b} :
 - а) коллинеарны, если $\bar{a} = (\alpha; 7; -4)$, $\bar{b} = (2; \beta; 2)$;
 - б) ортогональны, если $\bar{a} = (-1; \alpha; 8)$, $\bar{b} = (9; 3; -1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\bar{F} = 3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; -2; 1)$ в положение $B(6; 5; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\bar{F} = 3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, приложенной в точке $A(2; -2; 1)$ относительно точки $B(6; 5; 2)$.
10. Найти орт $\bar{a} \times \bar{b}$, где $\bar{a} = (2; -5; 4)$, $\bar{b} = (1; 0; 1)$.
11. В параллелограмме $ABCD$: $\overline{AB} = \bar{a}$, $\overline{AD} = \bar{b}$. Через векторы \bar{a}, \bar{b} выразить $\overline{MA}, \overline{MB}, \overline{MC}, \overline{MD}$, где M - точка пересечения диагоналей.

Вариант № 2

1. Построить векторы $\vec{a} = -2\vec{m} + \frac{3}{2}\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{d} - 6\vec{c}$ и $\vec{b} = 2\vec{c} - \vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-1; 4; 2)$ и $\vec{d} = (3; -2; 6)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1/2$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-1; 2; 7)$, $\vec{b} = (-1; 2; 0)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; 0; -2)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -2; 3)$, $D(1; 1; 3)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 9; 6)$, $B(5; 6; 6)$, $C(4; 5; 7)$, $D(6; 9; 4)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (3; -2; \alpha)$, $\vec{b} = (-1; \beta; 2)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (-1; 4; 2)$, $\vec{b} = (5; 6; \beta)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 8\vec{i} - 5\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 9; 6)$ в положение $B(5; 6; 6)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 8\vec{i} - 5\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 9; 6)$ относительно точки $B(5; 6; 6)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-1; 2; 7)$, $\vec{b} = (-1; 2; 0)$.
11. Векторы $\overline{BC} = \vec{a}$, $\overline{CA} = \vec{b}$, $\overline{AB} = \vec{c}$ служат сторонами треугольника. Выразить через два из них векторы, совпадающие с медианами \overline{AM} , \overline{BN} , \overline{CP} (например, через \vec{a}, \vec{b}).

Вариант № 3

1. Построить векторы $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + \frac{3}{2}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{c} + 5\vec{d}$ и $\vec{b} = 5\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (0; 3; -2)$ и $\vec{d} = (1; -2; 1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-1; -2; 3)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(2; 1; 1)$, $B(5; -2; 1)$, $C(1; -2; 1)$, $D(1; 1; -1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(0; 7; 2)$, $B(8; 1; 2)$, $C(2; 3; -3)$, $D(6; -1; 2)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (1; \alpha; -1)$, $\vec{b} = (\beta; 3; 4)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (1; \alpha; 3)$, $\vec{b} = (9; 3; -2)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{j} - 2\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(0; 7; 2)$ в положение $B(8; 1; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{j} - 2\vec{k}$, приложенной в точке $A(0; 7; 2)$ относительно точки $B(8; 1; 2)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-1; -2; 3)$.
11. В треугольнике ABC проведены медианы $\vec{BE} = \vec{e}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Выразить векторы $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AC}, \vec{CG}$ (медиана).

Вариант № 4

1. Построить векторы $\bar{a} = \frac{2}{3}\bar{m} + 2\bar{n}$ и $\bar{b} = 3\bar{m} - \frac{1}{2}\bar{n}$ в аффинном базисе \bar{m}, \bar{n} , если длины векторов $|\bar{m}| = 2$, $|\bar{n}| = 4$ и угол между векторами $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\bar{a} = 5\bar{c} - 2\bar{d}$ и $\bar{b} = 2\bar{c} - 5\bar{d}$, построенные по векторам $\bar{c} = (2; 0; -5)$ и $\bar{d} = (1; -3; 4)$.
3. Найти длину вектора $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$, заданного в аффинном базисе \bar{a}, \bar{b} : $|\bar{a}| = 4/5$, $|\bar{b}| = 1/5$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\bar{a} = (-1; 1; 0)$, $\bar{b} = (2; 3; 1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \bar{a} на вектор \bar{b} .
5. Даны точки $A(1; 2; -2)$, $B(1; 1; 4)$, $C(2; -1; -1)$, $D(1; 1; -1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB \times AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \bar{a}, \bar{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(2; 10; 1)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 4; 5)$, $D(-2; 7; 1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \bar{a} и \bar{b} :
 - а) коллинеарны, если $\bar{a} = (1; -3; \alpha)$, $\bar{b} = (\beta; 2; 1)$;
 - б) ортогональны, если $\bar{a} = (\alpha; -3; 4)$, $\bar{b} = (2; 0; -5)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\bar{F} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; 10; 1)$ в положение $B(2; 0; -1)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\bar{F} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$, приложенной в точке $A(2; 10; 1)$ относительно точки $B(2; 0; -1)$.
10. Найти орт $\bar{a} \times \bar{b}$, где $\bar{a} = (-1; 1; 0)$, $\bar{b} = (2; 3; 1)$.
11. В треугольнике ABC проведены медианы $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{CA} = \bar{b}$.
Найти векторы, коллинеарные биссектрисам углов в треугольнике ABC .

Вариант № 5

1. Построить векторы $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{m} - \frac{5}{2}\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - \frac{3}{2}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{d} - \vec{c}$ и $\vec{b} = 2\vec{c} + 4\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (1; -2; 5)$ и $\vec{d} = (3; 0; -1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (3; -1; 5)$, $\vec{b} = (0; -1; 5)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; 3; -1)$, $B(1; 2; 2)$, $C(2; 5; 7)$, $D(1; 2; 7)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 5; 1)$, $B(3; 2; 3)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(0; 1; -1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (3; \alpha; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (3; 0; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; \beta)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 2; 2)$ в положение $B(-1; 2; 7)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, приложенной в точке $A(1; 2; 2)$ относительно точки $B(-1; 2; 7)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (3; -1; 5)$, $\vec{b} = (0; -1; 5)$.
11. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.

Вариант № 6

1. Построить векторы $\vec{a} = 7\vec{m} - 4\vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} + 4\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{c} + 2\vec{d}$ и $\vec{b} = 2\vec{c} + 3\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-2; 7; -1)$ и $\vec{d} = (-3; 5; 2)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1/3$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (1; -2; -3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; 1; -1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(3; 5; 0)$, $D(1; -1; 0)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(4; 7; 8)$, $B(9; 1; 3)$, $C(2; -4; 1)$, $D(0; 1; -1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; 5; 2)$, $\vec{b} = (-2; \beta; 4)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (-3; 5; 2)$, $\vec{b} = (-2; \beta; -1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = -2\vec{i} + 7\vec{j} - \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 1; -1)$ в положение $B(1; -1; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = -2\vec{i} + 7\vec{j} - \vec{k}$, приложенной в точке $A(1; 1; -1)$ относительно точки $B(1; -1; 2)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (1; -2; -3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$.
11. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$: $\vec{AB} = \vec{p}$, $\vec{BC} = \vec{q}$. Выразить через \vec{p}, \vec{q} векторы $\vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}, \vec{FA}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AE}$.

Вариант № 7

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + \frac{5}{2}\vec{n}$ и $\vec{b} = -3\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{3\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{d} - 6\vec{c}$ и $\vec{b} = 2\vec{c} - \vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (5; 0; -1)$ и $\vec{d} = (2; -2; 0)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (2; -2; 0)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(5; 3; 4)$, $B(1; 1; 1)$, $C(1; -1; 1)$, $D(5; 1; 1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(1; -2; 3)$, $B(4; 7; 2)$, $C(6; 4; 2)$, $D(14; 18; 6)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; 2; \beta)$, $\vec{b} = (4; -2; 5)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (7; 2; 3)$, $\vec{b} = (\beta; -6; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 5\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; -2; 3)$ в положение $B(4; 7; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 5\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, приложенной в точке $A(1; -2; 3)$ относительно точки $B(4; 7; 2)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (2; -2; 0)$.
11. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$: $\overline{AB} = \vec{m}$, $\overline{AE} = \vec{n}$. Выразить через \vec{m}, \vec{n} векторы $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AF}, \overline{FE}, \overline{DC}, \overline{ED}$.

Вариант № 8

1. Построить векторы $\bar{a} = \frac{1}{2}\bar{m} + \frac{3}{2}\bar{n}$ и $\bar{b} = 2\bar{m} + 3\bar{n}$ в аффинном базисе \bar{m}, \bar{n} , если длины векторов $|\bar{m}| = 4$, $|\bar{n}| = 4$ и угол между векторами $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{5\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\bar{a} = 3\bar{c} - \bar{d}$ и $\bar{b} = \bar{c} + 2\bar{d}$, построенные по векторам $\bar{c} = (1; 0; 1)$ и $\bar{d} = (-2; 3; 5)$.
3. Найти длину вектора $\bar{c} = \bar{a} + 4\bar{b}$, заданного в аффинном базисе \bar{a}, \bar{b} : $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 4$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\bar{a} = (2; -2; 1)$, $\bar{b} = (1; 1; -1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \bar{a} на вектор \bar{b} .
5. Даны точки $A(1; 1; 1)$, $B(2; 5; -4)$, $C(1; -1; -3)$, $D(1; 5; -3)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB \times AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \bar{a}, \bar{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(7; 2; 1)$, $B(4; 3; 5)$, $C(3; 4; -2)$, $D(2; -5; -13)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \bar{a} и \bar{b} :
 - а) коллинеарны, если $\bar{a} = (-2; \alpha; \beta)$, $\bar{b} = (1; -2; 3)$;
 - б) ортогональны, если $\bar{a} = (1; 2; \alpha)$, $\bar{b} = (-2; 3; 5)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\bar{F} = 3\bar{i} + 5\bar{j} - 4\bar{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 1; 1)$ в положение $B(4; 3; 5)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\bar{F} = 5\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, приложенной в точке $A(1; 1; 1)$ относительно точки $B(4; 3; 5)$.
10. Найти орт $\bar{a} \times \bar{b}$, где $\bar{a} = (2; -2; 1)$, $\bar{b} = (1; 1; -1)$.
11. В ромбе $ABCD$ диагонали $\overline{AC} = \bar{a}$, $\overline{BD} = \bar{b}$. Выразить через них $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$.

Вариант № 9

1. Построить векторы $\bar{a} = 3\bar{m} + 2\bar{n}$ и $\bar{b} = \frac{1}{2}\bar{m} - \frac{3}{2}\bar{n}$ в аффинном базисе \bar{m}, \bar{n} , если длины векторов $|\bar{m}| = 2$, $|\bar{n}| = 2$ и угол между векторами $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{2\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\bar{a} = 2\bar{c} - \bar{d}$ и $\bar{b} = 2\bar{d} - 4\bar{c}$, построенные по векторам $\bar{c} = (8; 3; -1)$ и $\bar{d} = (4; 1; 3)$.
3. Найти длину вектора $\bar{c} = 2\bar{a} + 2\bar{b}$, заданного в аффинном базисе \bar{a}, \bar{b} : $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\bar{a} = (2; -4; 5)$, $\bar{b} = (0; 2; -1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \bar{a} на вектор \bar{b} .
5. Даны точки $A(7; 2; -6)$, $B(-1; 3; -2)$, $C(-4; -4; -3)$, $D(7; 3; -3)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \bar{a}, \bar{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(1; 7; 3)$, $B(3; 4; 2)$, $C(4; 8; 5)$, $D(7; 12; 14)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \bar{a} и \bar{b} :
 - а) коллинеарны, если $\bar{a} = (\alpha; \beta; 3)$, $\bar{b} = (8; 3; -1)$;
 - б) ортогональны, если $\bar{a} = (8; \alpha; -1)$, $\bar{b} = (4; 1; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\bar{F} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 7; 3)$ в положение $B(3; 4; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\bar{F} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$, приложенной в точке $A(1; 7; 3)$ относительно точки $B(3; 4; 2)$.
10. Найти орт $\bar{a} \times \bar{b}$, где $\bar{a} = (2; -4; 5)$, $\bar{b} = (0; 2; -1)$.
11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ нижнее основание $\overline{AB} = \bar{a}$ и боковая сторона $\overline{AD} = \bar{b}$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$. Разложить по \bar{a}, \bar{b} векторы $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{BD}, \overline{CA}$.

Вариант № 10

1. Построить векторы $\bar{a} = 4\bar{m} + \frac{1}{2}\bar{n}$ и $\bar{b} = -2\bar{m} + \frac{3}{2}\bar{n}$ в аффинном базисе \bar{m}, \bar{n} , если длины векторов $|\bar{m}| = 1/2$, $|\bar{n}| = 1$ и угол между векторами $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{5\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\bar{a} = 3\bar{c} - 2\bar{d}$ и $\bar{b} = 2\bar{c} - 3\bar{d}$, построенные по векторам $\bar{c} = (2; -1; 4)$ и $\bar{d} = (3; -7; -6)$.
3. Найти длину вектора $\bar{c} = 3\bar{a} - 2\bar{b}$, заданного в аффинном базисе \bar{a}, \bar{b} : $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 2$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\bar{a} = (1; 3; 1)$, $\bar{b} = (-1; 3; 1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \bar{a} на вектор \bar{b} .
5. Даны точки $A(-2; -1; 1)$, $B(2; -2; -1)$, $C(-1; 3; 2)$, $D(6; 10; 17)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB \times AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \bar{a}, \bar{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(7; -3; 5)$, $D(6; 10; 17)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \bar{a} и \bar{b} :
 - а) коллинеарны, если $\bar{a} = (3; -7; -6)$, $\bar{b} = (2; \alpha; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\bar{a} = (\alpha; -1; 4)$, $\bar{b} = (3; 4; -2)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\bar{F} = -\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; 2; -1)$ в положение $B(-1; 3; 2)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\bar{F} = -\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$, приложенной в точке $A(2; 2; -1)$ относительно точки $B(-1; 3; 2)$.
10. Найти орт $\bar{a} \times \bar{b}$, где $\bar{a} = (1; 3; 1)$, $\bar{b} = (-1; 3; 1)$.
11. На трех некопланарных векторах $\overline{AB} = \bar{p}$, $\overline{AD} = \bar{q}$, $\overline{AA'} = \bar{r}$ построен параллелепипед $ABCD A'B'C'D'$. Через $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ выразить векторы: $\overline{AC'}$, $\overline{B'D}$, $\overline{B'D'}$, $\overline{C'C}$.

Вариант № 11

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + \frac{4}{3}\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + \frac{1}{3}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 3$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{3\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 2\vec{c} - 5\vec{d}$ и $\vec{b} = 5\vec{c} + 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (2; -1; 6)$ и $\vec{d} = (-1; 3; 8)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} + \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (2; -1; 1)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(3; 1; 1)$, $B(1; 4; 1)$, $C(1; 1; 6)$, $D(3; 4; -6)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(7; 7; 3)$, $B(6; 5; 8)$, $C(3; 5; 8)$, $D(8; 4; 1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (-1; 3; 8)$, $\vec{b} = (\alpha; -1; \beta)$;
 - б) ортогональны $\vec{a} \perp \vec{b}$? $\vec{a} = (2; -1; 6)$, $\vec{b} = (-1; 3; \beta)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 1; 1)$ в положение $B(6; 5; 8)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 1; 1)$ относительно точки $B(6; 5; 8)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; -1; 1)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$.
11. В тетраэдре $ABCD$ $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Выразить через $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ остальные ребра тетраэдра, медиану \vec{DM} грани BCD и \vec{AQ} , где Q - центр тяжести грани BCD .

Вариант № 12

1. Построить векторы $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + \frac{3}{2}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 2\vec{c} + \vec{d}$ и $\vec{b} = 4\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (3; -1; 6)$ и $\vec{d} = (5; 7; 10)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (0; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(3; 4; 9)$, $B(3; 2; 1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(3; 2; -1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(8; 6; 4)$, $B(10; 5; 5)$, $C(5; 6; 8)$, $D(8; 10; 7)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (5; -1; 6)$, $\vec{b} = (\alpha; \beta; -2)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4; \beta)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 4; 9)$ в положение $B(3; 2; 1)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 4; 9)$ относительно точки $B(3; 2; 1)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (0; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 2)$.
11. В параллелограмме $ABCD$ $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AN} = \vec{a}$, где N - середина стороны CD . Выразить через \vec{a}, \vec{b} векторы: $\vec{AD}, \vec{CB}, \vec{AC}, \vec{BD}$.

Вариант № 13

1. Построить векторы $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + 3\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 4\vec{d} - 6\vec{c}$ и $\vec{b} = 3\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (5; -1; -2)$ и $\vec{d} = (6; 0; 7)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-4; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; -2; 1)$, $B(4; -2; 2)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(-1; -2; 1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(7; 2; 2)$, $B(5; 7; 7)$, $C(5; 3; 1)$, $D(2; 3; 7)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (5; \alpha; -2)$, $\vec{b} = (\beta; 3; 1)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (6; 6; 7)$, $\vec{b} = (2; \beta; -3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 5\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(7; 2; 2)$ в положение $B(4; -2; 8)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 5\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, приложенной в точке $A(7; 2; 2)$ относительно точки $B(6; 5; 8)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-4; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$.
11. В параллелепипеде $ABCD A'B'C'D'$: $\vec{AB} = \vec{m}$, $\vec{AD} = \vec{n}$, $\vec{AA'} = \vec{p}$. Через вектора $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}$ выразить \vec{AE} , \vec{AF} , \vec{AG} , где E, F, G - точки пересечения диагоналей граней $A'B'C'D'$, $DCC'D'$ и $BCC'B'$ соответственно.

Вариант № 14

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} - \frac{5}{2}\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + \frac{3}{2}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 12\vec{d} - 9\vec{c}$ и $\vec{b} = 3\vec{c} - 4\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (5; 0; 8)$ и $\vec{d} = (-3; 1; 7)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 5\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (7; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(5; 8; 1)$, $B(-3; 1; -1)$, $C(-3; 5; 6)$, $D(5; 1; 6)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(6; 6; 5)$, $B(4; 9; 5)$, $C(4; 6; 11)$, $D(6; 9; 3)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; \beta; 8)$, $\vec{b} = (-3; 1; 2)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (5; -8; 1)$, $\vec{b} = (\beta; -1; 2)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 5\vec{i} + 8\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(5; 8; 1)$ в положение $B(-3; 1; -1)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 5\vec{i} + 8\vec{k}$, приложенной в точке $A(5; 8; 1)$ относительно точки $B(-3; 1; -1)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (7; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$.
11. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$: $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Выразить через них: $\vec{AF}, \vec{BC}, \vec{DC}, \vec{EF}, \vec{DE}, \vec{AC}, \vec{AE}$.

Вариант № 15

1. Построить векторы $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{m} - 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \frac{1}{3}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=3$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = \vec{d} - 2\vec{c}$ и $\vec{b} = 6\vec{c} - 3\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (1; -2; 4)$ и $\vec{d} = (7; 3; 5)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}|=1/3$, $|\vec{b}|=6$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-1; 2; 2)$, $\vec{b} = (-1; 2; -3)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; -5; 7)$, $B(8; -3; -1)$, $C(4; 7; 2)$, $D(1; -3; -2)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(1; 8; 2)$, $B(5; 2; 6)$, $C(5; 7; 4)$, $D(4; 10; 9)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; -3; \beta)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (\alpha; 3; 5)$, $\vec{b} = (-1; 2; 0)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 8; 2)$ в положение $B(5; 2; 6)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 5\vec{i} + 8\vec{k}$, приложенной в точке $A(1; 8; 2)$ относительно точки $B(5; 2; 6)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-1; 2; 2)$, $\vec{b} = (-1; 2; -3)$.
11. В прямоугольнике $ABCD$: $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AN} = \vec{n}$, где N - середина стороны CD . Через векторы \vec{c}, \vec{n} выразить $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{AD}, \vec{BD}$.

Вариант № 16

1. Построить векторы $\vec{a} = 4\vec{m} + 5\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - 3\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 3$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 5\vec{d} + 3\vec{c}$ и $\vec{b} = 2\vec{c} - \vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-9; 5; 3)$ и $\vec{d} = (7; 1; -2)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (2; -1; 4)$, $\vec{b} = (1; 2; 3)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(-1; 7; 8)$, $B(3; -3; 9)$, $C(10; -1; 0)$, $D(-1; -3; 1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(10; 6; 6)$, $B(-2; 8; 2)$, $C(6; 8; 9)$, $D(-1; -3; 1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (-2; 8; 2)$, $\vec{b} = (1; \alpha; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (7; 1; \alpha)$, $\vec{b} = (-3; 5; 9)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 8\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; -3; 9)$ в положение $B(6; 8; 9)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 8\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; -3; 9)$ относительно точки $B(6; 8; 9)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; -1; 4)$, $\vec{b} = (1; 2; 3)$.
11. В треугольнике ABC : $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AM} = \vec{m}$ (AM - медиана). Через \vec{c}, \vec{m} выразить векторы: $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CN}, \vec{BP}$ - две стороны и две медианы соответственно.

Вариант № 17

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = -3\vec{m} + 7\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{5\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 5\vec{c} - 7\vec{d}$ и $\vec{b} = 3\vec{c} + 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (3; 7; 0)$ и $\vec{d} = (4; 6; -1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} - 6\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (0; 5; -1)$, $\vec{b} = (4; 2; -1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; 2; 6)$, $B(3; -4; 2)$, $C(-5; -4; 2)$, $D(1; -4; 2)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 5; 4)$, $B(8; 7; 4)$, $C(5; 10; 4)$, $D(4; 7; 8)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; 6; \beta)$, $\vec{b} = (3; 8; -6)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (4; 6; -1)$, $\vec{b} = (2; \beta; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 5; 4)$ в положение $B(4; 5; 8)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 5; 4)$ относительно точки $B(4; 5; 8)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (0; 5; -1)$, $\vec{b} = (4; 2; -1)$.
11. В треугольнике ABC : $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$. Через векторы \vec{b}, \vec{c} выразить: $\vec{AM}, \vec{CN}, \vec{BP}$ - три медианы и сторону \vec{BP} соответственно.

Вариант № 18

1. Построить векторы $\vec{a} = -3\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{3\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = \vec{d} - 3\vec{c}$ и $\vec{b} = 6\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-1; 7; 0)$ и $\vec{d} = (4; 6; -1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (1; -2; -5)$, $\vec{b} = (0; -4; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(5; 3; -7)$, $B(1; -1; 4)$, $C(7; -2; 6)$, $D(5; -1; -6)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(4; 6; 5)$, $B(6; 9; 4)$, $C(2; 10; 10)$, $D(7; 5; 9)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (2; \beta; -1)$, $\vec{b} = (\alpha; 2; 3)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (\alpha; -2; -5)$, $\vec{b} = (1; -1; 4)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j}$ по перемещению материальной точки из положения $A(4; 6; 5)$ в положение $B(1; 9; 4)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j}$, приложенной в точке $A(4; 6; 5)$ относительно точки $B(1; 9; 4)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (1; -2; -5)$, $\vec{b} = (0; -4; 2)$.
11. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$: $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$. Через векторы \vec{b}, \vec{c} выразить: $\vec{AO}, \vec{OD}, \vec{EO}, \vec{OF}, \vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}, \vec{AF}$ (O - центр).

Вариант № 19

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = -2\vec{m} + \frac{2}{3}\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 2$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 4\vec{c} - 3\vec{d}$ и $\vec{b} = 3\vec{c} + 4\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (4; 2; 9)$ и $\vec{d} = (0; -1; 3)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (4; -7; 0)$, $\vec{b} = (2; -4; 5)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(4; 3; -5)$, $B(2; -1; 3)$, $C(3; 0; -4)$, $D(4; -1; -4)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(4; 4; -10)$, $B(4; 10; 2)$, $C(2; 8; 4)$, $D(9; 6; 9)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (4; -2; 9)$, $\vec{b} = (\alpha; 3; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (4; 3; \alpha)$, $\vec{b} = (0; -1; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; 8; 4)$ в положение $B(2; -1; 3)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, приложенной в точке $A(2; 8; 4)$ относительно точки $B(2; -1; 3)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (4; -7; 0)$, $\vec{b} = (2; -4; 5)$.
11. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$: $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, где O - центр описанной окружности. Через \vec{a}, \vec{b} выразить векторы: $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}, \vec{AF}$.

Вариант № 20

1. Построить векторы $\vec{a} = 4\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + 4\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{5\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = -\vec{c} - 3\vec{d}$ и $\vec{b} = 3\vec{c} + 9\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (3; 4; -1)$ и $\vec{d} = (1; 0; 5)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} + 6\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 1$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (4; -2; 5)$, $\vec{b} = (1; -6; -7)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; -2; 2)$, $B(-2; 4; 6)$, $C(1; 1; -5)$, $D(1; 4; -5)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(4; 2; 5)$, $B(0; 7; 2)$, $C(0; 2; 7)$, $D(1; 5; 0)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (4; \alpha; 5)$, $\vec{b} = (-8; 1; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (1; \alpha; 7)$, $\vec{b} = (-2; 4; 6)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 5\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(0; 2; 7)$ в положение $B(4; 2; 5)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} + 5\vec{k}$, приложенной в точке $A(0; 2; 7)$ относительно точки $B(4; 2; 5)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (4; -2; 5)$, $\vec{b} = (1; -6; -7)$.
10. В треугольнике ABC известны медианы: $\vec{AM} = \vec{m}$, $\vec{BN} = \vec{n}$. Определить $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CP}$ - три стороны и медиану соответственно.

Вариант № 21

1. Построить векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 1$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{3\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = \vec{d} - 2\vec{c}$ и $\vec{b} = 4\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (3; 7; 0)$ и $\vec{d} = (1; -3; 4)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 7, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} = (-3; -4; 1), \vec{b} = (3; -1; 4)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(3; -2; 3), B(6; -6; -3), C(5; -8; -5), D(1; -6; -5)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(6; 6; 2), B(5; 4; 7), C(2; 4; 7), D(7; 4; 0)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; \beta; -2), \vec{b} = (4; 3; -1)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (3; -2; 3), \vec{b} = (6; -6; \alpha)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(7; 3; 0)$ в положение $B(2; 4; 7)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, приложенной в точке $A(7; 3; 0)$ относительно точки $B(2; 4; 7)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-3; -4; 1), \vec{b} = (3; -1; 4)$.
11. В равнобокой трапеции $ABCD$ верхнее основание CD : $\overline{CD} = \vec{c}, \overline{AD} = \vec{d}, \overline{OA} = \vec{a}, \overline{OB} = \vec{b}$, где O - точка пересечения диагоналей. Найти связи между \vec{a}, \vec{b} и \vec{c}, \vec{d} и выразить через них $\overline{BC}, \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BD}$.

Вариант № 22

1. Построить векторы $\vec{a} = \vec{m} - \frac{3}{2}\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}|=1$, $|\vec{n}|=2$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = \vec{d} - 2\vec{c}$ и $\vec{b} = 4\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (1; -2; 5)$ и $\vec{d} = (3; -1; 0)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=6$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (1; -4; 0)$, $\vec{b} = (-2; -2; -2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(4; 3; 10)$, $B(5; 1; 5)$, $C(2; 2; 5)$, $D(4; 1; 5)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(7; 5; 3)$, $B(9; 4; 4)$, $C(4; 5; 7)$, $D(4; 1; 5)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (1; -2; 5)$, $\vec{b} = (\alpha; 3; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (\beta; -4; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; 5)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} - 4\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(4; 5; 7)$ в положение $B(9; 4; 4)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} - 4\vec{k}$, приложенной в точке $A(4; 5; 7)$ относительно точки $B(9; 4; 4)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (1; -4; 0)$, $\vec{b} = (-2; -2; -2)$.
11. В параллелограмме $ABCD$: $\vec{AM} = \vec{a}$, $\vec{BM} = \vec{b}$, где M - середина стороны CD . Через векторы \vec{a}, \vec{b} выразить $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DA}, \vec{AC}, \vec{BD}$.

Вариант № 23

1. Построить векторы $\vec{a} = 3\vec{m} - 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + 4\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 3$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = \vec{d} - 3\vec{c}$ и $\vec{b} = 6\vec{c} - 2\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-1; 2; -1)$ и $\vec{d} = (-4; -3; -2)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} + 7\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 8$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-3; -3; 2)$, $\vec{b} = (-4; -3; -2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(3; 4; 12)$, $B(-3; -3; -3)$, $C(2; -1; -3)$, $D(12; -3; -3)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(6; 1; 1)$, $B(4; 6; 6)$, $C(4; 2; 0)$, $D(1; 2; 6)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (2; \alpha; 1)$, $\vec{b} = (-3; 1; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (-1; 2; \alpha)$, $\vec{b} = (6; 2; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 7\vec{j} - 1\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(6; 1; 1)$ в положение $B(1; 2; 6)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} + 7\vec{j} - 1\vec{k}$, приложенной в точке $A(6; 1; 1)$ относительно точки $B(1; 2; 6)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-3; -3; 2)$, $\vec{b} = (-4; -3; -2)$.
11. В параллелограмме $ABCD$: $\vec{AD} = \vec{a}$, $\vec{AN} = \vec{n}$, где N - точка делящая сторону BC в соотношении 1:2. Через векторы \vec{a}, \vec{n} выразить $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{AC}, \vec{DN}, \vec{BD}$.

Вариант № 24

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 5\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + 3\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 2$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 4\vec{c} + 2\vec{d}$ и $\vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (1; 4; -2)$ и $\vec{d} = (1; 1; -1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{b} - 7\vec{a}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (2; -2; -3)$, $\vec{b} = (-8; -5; 1)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(-1; -2; -3)$, $B(-2; -1; -3)$, $C(-2; -1; 1)$, $D(-1; -1; 4)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(5; 5; 4)$, $B(3; 8; 4)$, $C(3; 5; 10)$, $D(5; 8; 2)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; -3; \beta)$, $\vec{b} = (1; 2; -4)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (2; -3; 2)$, $\vec{b} = (\alpha; 1; -1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(5; 5; 4)$ в положение $B(-1; -1; 1)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$, приложенной в точке $A(5; 5; 4)$ относительно точки $B(-1; -1; 1)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; -2; -3)$, $\vec{b} = (-8; -5; 1)$.
11. В ромбе $ABCD$: $\overline{AB} = \vec{b}$, $\overline{OA} = \vec{a}$, где O - точка пересечения диагоналей. Через векторы \vec{a}, \vec{b} выразить $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}, \overline{BD}$.

Вариант № 25

1. Построить векторы $\vec{a} = \vec{m} - 3\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 2$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 4\vec{d} - \vec{c}$ и $\vec{b} = 4\vec{c} + \vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (7; 9; -2)$ и $\vec{d} = (5; 4; 3)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1/2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (0; -1; 1)$, $\vec{b} = (5; 4; -6)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(1; 2; -1)$, $B(5; 5; 11)$, $C(3; 8; 2)$, $D(1; 5; 2)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(0; 7; 1)$, $B(4; 1; 5)$, $C(4; 6; 3)$, $D(3; 9; 8)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (5; 4; 3)$, $\vec{b} = (3; \alpha; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (7; \beta; -2)$, $\vec{b} = (1; 5; 2)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 7\vec{i} + \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(1; 2; 1)$ в положение $B(5; 5; 10)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 7\vec{i} + \vec{k}$, приложенной в точке $A(1; 2; 1)$ относительно точки $B(5; 5; 10)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (0; -1; 1)$, $\vec{b} = (5; 4; -6)$.
11. В трапеции $ABCD$: $\overline{MD} = \vec{d}$, $\overline{MA} = \vec{a}$, $\overline{MN} = \vec{n}$, где M и N середины сторон BC и AB соответственно. Найти зависимость между $\vec{a}, \vec{d}, \vec{n}$ и через них выразить $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}, \overline{AC}, \overline{BD}$.

Вариант № 26

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} - 3\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$; угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 3\vec{c} - 2\vec{d}$ и $\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$, построенные по векторам $\vec{c} = (3; 5; 4)$ и $\vec{d} = (5; 9; 7)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 5\vec{a} + 6\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1/5$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (4; -3; -1)$, $\vec{b} = (8; 1; 0)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(2; -3; 1)$, $B(4; 4; 3)$, $C(1; -2; 0)$, $D(6; 9; 2)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(9; 5; 5)$, $B(-3; 7; 1)$, $C(5; 7; 8)$, $D(6; 9; 2)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; 5; 4)$, $\vec{b} = (-1; \beta; -2)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (4; 3; -1)$, $\vec{b} = (\beta; -3; 1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 8\vec{i} + \vec{j}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; -3; 1)$ в положение $B(4; 4; 3)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 8\vec{i} + \vec{j}$, приложенной в точке $A(2; -3; 1)$ относительно точки $B(4; 4; 3)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (4; -3; -1)$, $\vec{b} = (8; 1; 0)$.
11. В трапеции $ABCD$ боковые ребра $\overline{AD} = \vec{a}$, $\overline{BC} = \vec{b}$, $\overline{MN} = \vec{m}$ (MN - средняя линия).
Через векторы \vec{a}, \vec{b} выразить основания $\overline{AB}, \overline{CD}$ и диагонали $\overline{AC}, \overline{BA}$ соответственно.

Вариант № 27

1. Построить векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + 5\vec{n}$ и $\vec{b} = 4\vec{m} - \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 6\vec{d} - 10\vec{c}$ и $\vec{b} = 5\vec{c} - 3\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (5; 0; -2)$ и $\vec{d} = (6; 4; 3)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 1/2$, $|\vec{b}| = 1/2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (2; -1; 7)$, $\vec{b} = (4; -6; -3)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(2; 1; 0)$, $B(0; -3; 1)$, $C(5; -1; 2)$, $D(2; -3; 2)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(2; 4; 3)$, $B(7; 6; 3)$, $C(4; 9; 3)$, $D(3; 6; 7)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (\alpha; 4; \beta)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (5; 0; -2)$, $\vec{b} = (\alpha; 1; 3)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} + \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(2; 4; 3)$ в положение $B(7; 6; 3)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 3\vec{i} + \vec{k}$, приложенной в точке $A(2; 4; 3)$ относительно точки $B(7; 6; 3)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; -1; 7)$, $\vec{b} = (4; -6; -3)$.
11. В прямоугольнике $ABCD$ $\overline{AC} = \vec{c}$, $\overline{AM} = \vec{m}$, где AC - диагональ, а точка M делит сторону DC в отношении 1:2. Найти: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}, \overline{BD}$.

Вариант № 28

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = -\vec{m} + \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 8\vec{c} - \vec{d}$ и $\vec{b} = 4\vec{c} + 3\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (1; 2; -3)$ и $\vec{d} = (2; -1; -1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 1/6$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-8; -1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3; -2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(-1; -6; -2)$, $B(-3; -6; -2)$, $C(2; 1; 0)$, $D(-1; -6; 0)$.
 - а) Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение $\vec{AB} \vec{AC} \vec{AD}$ и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 5; 4)$, $B(5; 8; 3)$, $C(1; 9; 9)$, $D(6; 4; 8)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (8; 1; \beta)$, $\vec{b} = (2; \alpha; -1)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (\alpha; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 5; 4)$ в положение $B(2; 1; 0)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 5; 4)$ относительно точки $B(2; 1; 0)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-8; -1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3; -2)$.
11. В четырехугольнике $ABCD$: $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{CD} = \vec{c}$. Точка E делит сторону AD в отношении 2:1. Найти: \vec{AD} , \vec{AC} , \vec{BD} , \vec{BE} .

Вариант № 29

1. Построить векторы $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = -2\vec{m} + 3\vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 6\vec{c} - 3\vec{d}$ и $\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-2; -3; -2)$ и $\vec{d} = (2; -1; 1)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 1/2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (3; -6; 9)$, $\vec{b} = (-2; -1; 2)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(0; 4; -3)$, $B(-2; 3; -5)$, $C(2; -3; -1)$, $D(0; 3; -1)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 3; 9)$, $B(6; 9; 1)$, $C(1; 7; 3)$, $D(8; 5; 8)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (2; \alpha; \beta)$, $\vec{b} = (3; -6; 9)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (2; \alpha; -2)$, $\vec{b} = (2; -1; 1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(3; 3; 8)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, приложенной в точке $A(0; 4; -3)$ относительно точки $B(3; 3; 8)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (3; -6; 9)$, $\vec{b} = (-2; -1; 2)$.
11. В параллелепипеде $ABCD A'B'C'D'$: $\overline{AA'} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{c}$, $\overline{AM} = \vec{m}$, где M - середина ребра $A'B'$. Найти: $\overline{AB}, \overline{AC'}, \overline{AD}, \overline{BD'}, \overline{BD}$.

Вариант № 30

1. Построить векторы $\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$ в аффинном базисе \vec{m}, \vec{n} , если длины векторов $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ и угол между векторами $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
2. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a} = 2\vec{c} - \vec{d}$ и $\vec{b} = 5\vec{c} + 3\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{c} = (-2; 4; 1)$ и $\vec{d} = (1; -2; 7)$.
3. Найти длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - 5\vec{b}$, заданного в аффинном базисе \vec{a}, \vec{b} : $|\vec{a}| = 9$, $|\vec{b}| = 1/3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} = (-4; 1; -4)$, $\vec{b} = (1; -6; 8)$. Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .
5. Даны точки $A(8; -4; 1)$, $B(2; 6; 4)$, $C(-1; -3; 2)$, $D(8; 6; 7)$.
 - а) Найти векторное произведение $\overline{AB \times AC}$ и указать его физический и механический смысл.
 - б) Найти смешанное произведение \overline{ABACAD} и указать его геометрический смысл.
 - в) Лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
6. Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} (см. задание 1).
7. Даны вершины пирамиды $A(3; 1; 4)$, $B(-1; 6; 1)$, $C(-1; 1; 6)$, $D(0; 4; -1)$. Найти:
 - а) угол между ребрами AB и AC ;
 - б) площадь грани ABC ;
 - в) объем пирамиды $ABCD$;
 - г) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
8. При каких значениях параметров α и β векторы \vec{a} и \vec{b} :
 - а) коллинеарны, если $\vec{a} = (4; 1; -4)$, $\vec{b} = (-2; \alpha; \beta)$;
 - б) ортогональны, если $\vec{a} = (1; -6; 8)$, $\vec{b} = (4; \alpha; 1)$.
 Записать и построить полученные векторы.
9. Найти:
 - а) работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$ по перемещению материальной точки из положения $A(3; 1; 4)$ в положение $B(2; 6; 4)$ по прямой;
 - б) величину и направление момента силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$, приложенной в точке $A(3; 1; 4)$ относительно точки $B(2; 6; 4)$.
10. Найти орт $\vec{a} \times \vec{b}$, где $\vec{a} = (-4; 1; 4)$, $\vec{b} = (1; -6; 8)$.
11. В параллелепипеде $ABCD A'B'C'D'$: $\overline{AB} = \vec{b}$, $\overline{AC} = \vec{c}$, $\overline{AM} = \vec{m}$, где M - середина ребра $A'B'$. Найти: $\overline{A'C}$, $\overline{CC'}$, \overline{AD} , $\overline{B'D'}$.