

222 Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный  
университет путей сообщения»

Кафедра «Физика»

Н.А. Кравцова Д.С. Фалеев

## **ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

Сборник задач по физике

Рекомендовано  
Методическим советом ДВГУПС  
в качестве учебного пособия

Хабаровск  
Издательство ДВГУПС  
2008

УДК 537.3(075.8)  
ББК В 332я73  
К 771

Рецензенты:

Кафедра «Общая физика»  
Дальневосточного государственного гуманитарного университета  
(заведующий кафедрой, кандидат физико-математических наук,  
доцент *А.В. Гаврилов*)

Доктор физико-математических наук,  
заведующий кафедрой «Теоретическая физика»  
Дальневосточного государственного гуманитарного университета  
профессор *В.И. Крылов*

**Кравцова, Н. А.**

**К 771** Постоянный электрический ток : сб. задач по физике / Н. А. Кравцова, Д. С. Фалеев. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2008. – 63 с. : ил.

Сборник задач разработан в соответствии с профессиональной образовательной программой. Представленные задачи охватывают большую часть курса «Физика»: постоянный электрический ток. Изложены основные теоретические соотношения и формулы. Даются примеры решения задач по данной тематике, а также представлены задачи для самостоятельной работы.

Предназначен для студентов первого курса всех инженерно-технических специальностей дневной формы обучения, изучающих дисциплину «Физика».

**УДК 537.3(075.8)**  
**ББК В 332Я73**

© ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный университет путей сообщения» (ДВГУПС), 2008

## ВВЕДЕНИЕ

В связи с быстро развивающимся научно-техническим прогрессом перед высшим образованием стоит задача повышения уровня подготовки выпускников вуза к самостоятельной профессиональной деятельности, к дополнительному профессиональному и личному самосовершенствованию, умению самостоятельно пополнять знания, осваивать новые специальности. В настоящее время существуют государственные образовательные стандарты, в которых приведен перечень требований к выпускникам вузов. Физика является одной из тех дисциплин. Высокая степень понимания физики умением использовать при решении задач не только фундаментальные физические законы, но и методические принципы физики такие, как причинность, эквивалентность, симметрия и т. д.

Использование этих принципов позволяет в ряде случаев качественно предсказать общий характер рассматриваемого явления, после чего решение задачи сводится только к соотношению количественных соотношений. Знание законов физики предполагает умение не только формулировать эти законы, но и применять их в конкретных случаях.

С целью углубления познания законов постоянного тока необходимо обладать умением решать задачи по этому разделу курса физики. Для решения задач недостаточно формального знания физических законов. В некоторых случаях необходимо знание специальных методов, общих для определенных групп задач. В других случаях таких методов не существует. Тогда главным становится способность к аналитическому мышлению, т. е. умение рассуждать. Приобретение таких умений и навыков является главной целью этого сборника.

Настоящий сборник посвящен законам постоянного тока. В каждом разделе приведена краткая сводка формул и соотношений, приводятся примеры типовых решений задач и затем представлены задачи для самостоятельного решения.

## ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

### 1. Сила тока. Плотность тока. Сопротивление проводника. Закон Ома для однородного участка цепи

#### Основные формулы

- Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (1.1)$$

где  $dq$  – заряд, переносимый через сечение проводника;  $dt$  – время прохождения заряда.

Если ток постоянный, то

$$I = \frac{q}{t}. \quad (1.2)$$

- Плотность тока

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (1.3)$$

где  $dS$  – площадь сечения проводника.

В случае постоянного тока

$$j = \frac{I}{S}. \quad (1.4)$$

- Закон Ома в дифференциальной форме (описывает процесс в каждой точке проводника)

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (1.5)$$

где  $\vec{j}$  – вектор плотности тока;  $\gamma$  – удельная проводимость проводника;  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля в проводнике.

- Закон Ома в интегральной форме

$$I = \frac{U}{R} = GU, \quad (1.6)$$

где  $U$  – электрическое напряжение;  $R$  – электрическое сопротивление проводника;  $G$  – электрическая проводимость проводника ( $G = \frac{1}{R}$ ).

- Сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\gamma} \frac{\ell}{S}, \quad (1.7)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление вещества проводника;  $\ell$  – длина проводника;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

- Зависимость сопротивления и удельного сопротивления проводника от температуры

$$\begin{aligned} R &= R_0 (1 + \alpha t); \\ \rho &= \rho_0 (1 + \alpha t), \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $R_0$  и  $\rho_0$  – сопротивление и удельное сопротивление проводника при  $t = 0$  °C;  $R$  и  $\rho$  – сопротивление и удельное сопротивление проводника при температуре  $t$ ;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

- Соединения проводников:  
при последовательном

$$I = const; \quad U = \sum_{i=1}^n U_i; \quad R = \sum_{i=1}^n R_i; \quad (1.9)$$

при параллельном

$$U = const; \quad I = \sum_{i=1}^n I_i; \quad R = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (1.10)$$

## Методические указания

1. При решении задач на определение силы тока, напряжения или сопротивления на каком-либо участке электрической цепи необходимо:

- ❖ начертить схему, указав на ней все элементы цепи;
- ❖ установить способ соединения элементов цепи;
- ❖ указать направление токов на участках цепи;
- ❖ используя формулы последовательного и параллельного соединения проводников, определить полное сопротивление цепи;

❖ используя закон Ома, рассчитать электрическую цепь: определить силу тока и напряжение на соответствующих участках цепи.

2. Для вычисления силы тока и плотности тока, а также расчета сопротивлений при наличии однородных проводников применяют закон Ома в интегральной или дифференциальной форме. Интегральной формой закона удобно пользоваться при расчетах, связанных с токами в проводах, а дифференциальной – для вычислений токов и сопротивлений при наличии проводящих безграничных сред.

3. В литературе часто термином «электрическое напряжение» или «напряжение» обозначают разные физические величины. Будем придерживаться следующего определения: напряжение между двумя точками электрической цепи определяется суммарной работой, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда из одной точки цепи в другую:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}, \quad (1.11)$$

где  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  – разность потенциалов двух точек поля, равная работе электростатических сил по перемещению единичного положительного заряда;  $E_{12}$  – электродвижущая сила, действующая на участке цепи 1–2, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда из точки 1 поля в точку 2.

При отсутствии сторонних сил величины  $U_{12}$  и  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  совпадают. Поэтому в задачах, где рассматриваются участки цепи, не содержащие эдс (электродвижущая сила), понятия напряжения и разности потенциалов отождествляют.

### **Примеры решения задач**

#### **Пример 1**

Какой заряд был перенесен через сечение проводника, если ток равномерно возрастал от  $I_0 = 0$  до  $I = 3A$  в течение  $\tau = 10 c$ ?

#### **Решение**

Выберем малый промежуток времени  $dt$ , в течение которого ток можно считать постоянным. За время  $dt$  перенесен заряд  $dq$ , равный

$$dq = I dt.$$

По условию задачи ток не остается постоянным, а нарастает равномерно. Закон изменения тока можно записать так:

$$I = kt, \quad (I_0 = 0),$$

где  $k$  – коэффициент нарастания тока,  $k = \frac{\Delta I}{\Delta t}$ ;  $\Delta I$  – изменение силы тока за время  $\Delta t$ .

Следовательно,  $dq = kt dt$ . Полный заряд, перенесенный через сечение проводника за время  $\tau$ , определяется интегрированием:

$$q = \int_0^{\tau} kt dt = \frac{1}{2} k\tau^2.$$

Вычисления:  $k = \frac{3A}{10c} = 0,3 \frac{A}{c}$ ;  $q = \frac{1}{2} 0,3 \frac{A}{c} 100c^2 = 15 \text{ Кл.}$

### Пример 2

Определить общее сопротивление участка цепи, изображенного на рис. 1, а ( $r$  – сопротивление каждого участка).

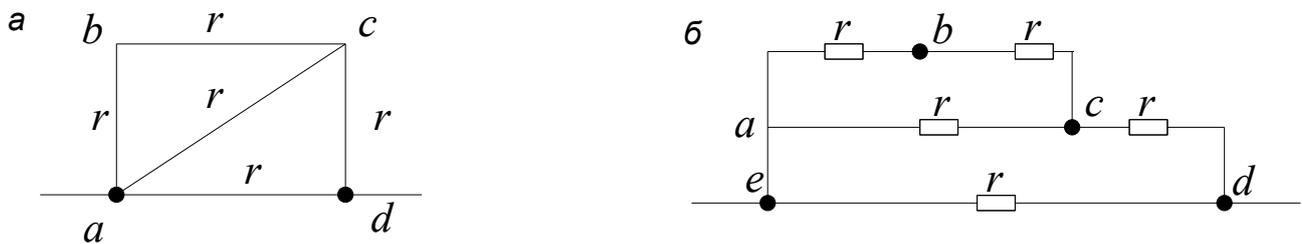


Рис. 1

### Решение

Указанную на рис. 1, а схему можно заменить эквивалентной (рис. 1, б).

Сопротивление участка  $abc$ :  $R_{abc} = 2r$ . Проводник на участке  $ac$  подключен к участку  $abc$  параллельно. Общее сопротивление двух участков находим из формулы

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_{ac}} + \frac{1}{R_{abc}},$$

откуда следует:

$$R_1 = \frac{R_{ac} R_{abc}}{R_{ac} + R_{abc}};$$

$$R_1 = \frac{r \cdot 2r}{r + 2r} = \frac{2}{3} r.$$

К параллельному участку  $abc$  проводник на участке  $cd$  подключен последовательно, поэтому общее сопротивление участка  $abcd$  имеет вид:

$$R_2 = R_1 + r = \frac{2}{3} + r = \frac{5}{3} r.$$

Проводник на участке  $ad$  подключен к участку  $abcd$  параллельно, поэтому общее сопротивление всей цепи будет:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} = \frac{r + R_2}{r R_2}, \text{ откуда следует}$$

$$R = \frac{r R_2}{r + R_2}.$$

$$R = \frac{r \cdot \frac{5}{3} r}{r + \frac{5}{3} r} = \frac{5}{8} r = 0,625 r.$$

### Пример 3

Медный проводник весом  $P = 0,1 \text{ Н}$  имеет сопротивление  $R = 1 \text{ мОм}$ . Найти диаметр  $d$  его поперечного сечения. Плотность меди  $\rho_m = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , удельное сопротивление  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

### Решение

Вес проводника определяется по формуле  $P = mg$ , где  $m$  – масса проводника,  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения.

Массу проводника определим через плотность  $\rho_m$ :  $m = \rho_m V$ , где  $V$  – объем проводника;  $V = \ell S$ ;  $\ell$  – длина проводника;  $S$  – площадь сечения проводника,  $S = \pi d^2/4$ .

Следовательно,  $V = \pi d^2 \ell / 4$ , тогда  $m = \rho_m \frac{\pi d^2 \ell}{4}$ ;  $P = \frac{\rho_m \pi d^2 \ell g}{4}$ .

Длину проводника  $\ell$  можно найти, зная, что сопротивление проводника определяется из формулы

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \text{ откуда получаем: } \ell = \frac{RS}{\rho} = \frac{R \pi d^2}{4 \rho}.$$

Следовательно,

$$P = \frac{\rho_m \pi^2 d^4 R g}{16 \rho}, \text{ откуда выразим } d:$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \rho P}{\rho_m \pi^2 R g}} = 2 \sqrt[4]{\frac{\rho P}{\rho_m \pi^2 R g}}.$$

$$[d] = \left[ \sqrt[4]{\frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{Н}}{\text{кг/м}^3 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{м/с}^2)}} \right] =$$

Проверим размерность  $d$ :

$$= \left[ \sqrt[4]{\frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2}{\text{кг/м}^3 \cdot (\text{м}^3 \cdot \text{с}^2)}} \right] = \left[ \sqrt[4]{\text{м}^4} \right] = [\text{м}].$$

Вычисления:  $d = 2 \sqrt[4]{\frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1}{8,9 \cdot 10^3 \cdot (3,14)^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,4 \text{ мм}.$

#### Пример 4

Определите температурный коэффициент сопротивления провода, составленного из алюминиевой проволоки сопротивлением 3 Ом и железной проволоки сопротивлением 2 Ом, соединенных последовательно.

#### Решение

Зависимость сопротивления от температуры выражается формулой

$$R = R_0 (1 + \alpha t).$$

Следовательно, сопротивление алюминиевой и железной проволоки будут равны соответственно:

$$R_1 = R_{01} (1 + \alpha_1 t), \quad R_2 = R_{02} (1 + \alpha_2 t).$$

Изменение сопротивления алюминиевой проволоки:

$$\Delta R_1 = R_1 - R_{01} = R_{01} \alpha_1 t;$$

Изменение сопротивления железной проволоки:

$$\Delta R_2 = R_2 - R_{02} = R_{02} \alpha_2 t.$$

Проволоки соединены последовательно, поэтому

$$\Delta R = \alpha (R_{01} + R_{02}) t.$$

С другой стороны,  $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = t (R_{01} \alpha_1 + R_{02} \alpha_2)$ .

Приравняв правые части последних двух уравнений, получаем:

$$\alpha (R_{01} + R_{02}) = t (R_{01} \alpha_1 + R_{02} \alpha_2),$$

откуда следует  $\alpha = \frac{\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$ .

$$\alpha_1 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}; \quad \alpha_2 = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$

$$\text{Вычисления: } \alpha = \frac{4,2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 + 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{5} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$

#### Пример 5

Милливольтметр, соединенный последовательно с резистором сопротивлением 800 Ом, показывает напряжение 12 мВ. Сколько покажет тот же вольтметр при том же внешнем напряжении, если его соединить последовательно с резистором сопротивлением 300 Ом? Сопротивление прибора составляет 1,2 кОм.

#### Решение

Сила тока, текущего через вольтметр, в первом и втором случаях определяется по закону Ома:

$$I_{V1} = \frac{U}{R_V + R_1}; \quad I_{V2} = \frac{U}{R_V + R_2},$$

где  $U$  – внешнее напряжение;  $R_V$  – сопротивление вольтметра;  $R_1$  и  $R_2$  – сопротивления первого и второго резисторов соответственно. Показания милливольтметра будут иметь вид:

$$U_1 = I_{V1} R_V; \quad U_2 = I_{V2} R_V, \text{ или } U_1 = \frac{U R_V}{R_V + R_1}; \quad U_2 = \frac{U R_V}{R_V + R_2}, \text{ откуда}$$

получаем:  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_V + R_2}{R_V + R_1} \Rightarrow U_2 = \frac{R_V + R_1}{R_V + R_2} U_1.$

Вычисления:

$$U_2 = \frac{1,2 \cdot 10^3 \text{ Ом} + 800 \text{ Ом}}{1,2 \cdot 10^3 \text{ Ом} + 300 \text{ Ом}} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 16 \text{ мВ}.$$

### Пример 6

Гальванометр с внутренним сопротивлением 50 Ом имеет цену деления шкалы 50 мкА/дел. Как из этого прибора сделать вольтметр для измерения напряжения до 200 В или амперметр для измерения токов до 800 мА, если шкала прибора разбита на 100 делений?

### Решение

Максимальная сила тока, проходящего через гальванометр:

$$I_{m1} = 50 \cdot 10^{-6} \frac{\text{А}}{\text{дел}} \cdot 100 \text{ дел} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 5 \text{ мА}.$$

Максимальное значение напряжения на гальванометре определяем по закону Ома:

$$U_{m1} = I_{m1} R_g; \quad U_{m1} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot 50 \text{ Ом} = 0,25 \text{ В} = 250 \text{ мВ}.$$

Чтобы из гальванометра сделать вольтметр для измерения напряжений, больших  $U_{m1}$ , нужно к нему подсоединить последовательно добавочное сопротивление  $R_\partial$ :

$$R_\partial = (n - 1)R_g,$$

где  $n = \frac{U_{m2}}{U_{m1}}$  – коэффициент, показывающий во сколько раз напряжение,

измеряемое полученным вольтметром, больше максимального напряжения на гальванометре.

$$R_\partial = \left( \frac{U_{m2}}{U_{m1}} - 1 \right) R_g; \quad R_\partial = \left( \frac{200 \text{ В}}{0,25 \text{ В}} - 1 \right) \cdot 50 \text{ Ом} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ Ом} = 40 \text{ кОм}.$$

Шкала полученного вольтметра имеет цену деления  $C = \frac{200 \text{ В}}{100 \text{ дел}} = 2 \text{ В} / \text{дел}.$

Чтобы из гальванометра сделать амперметр для измерения силы тока, превышающей максимальное значение тока на гальванометре, нужно параллельно к гальванометру подсоединить шунт сопротивлением

$R_{ш} = \frac{R_2}{n-1}$ , где  $n = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$  – величина, показывающая во сколько раз сила

тока полученного амперметра больше максимального значения тока, проходящего через гальванометр.

$$R_{ш} = \frac{R_2}{\frac{I_{m2}}{I_{m1}} - 1}; \quad R_{ш} = \frac{50 \text{ Ом}}{\frac{800 \text{ mA}}{5 \text{ mA}} - 1} \approx 0,31 \text{ Ом}.$$

Шкала полученного амперметра имеет цену деления

$$C_1 = \frac{800 \text{ mA}}{100 \text{ дел}} = 8 \frac{\text{mA}}{\text{дел}}.$$

### Пример 7

Как изменятся показания приборов в схеме, изображенной на рис. 2, если между точками  $a$  и  $b$  подключить резистор сопротивлением  $R$ ? Сопротивлением источника и подводящих проводов пренебречь.

### Решение

Нарисуем схему цепи, которая получается при подключении между точками  $a$  и  $b$  резистора сопротивлением  $R$  (рис. 3). Будем считать сопротивление вольтметра бесконечно большим, а сопротивление амперметра бесконечно малым. Общее сопротивление цепи (рис. 3) следующее:

$$R_{об.1} = \frac{R}{2},$$

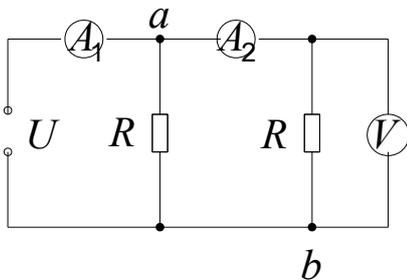


Рис. 2

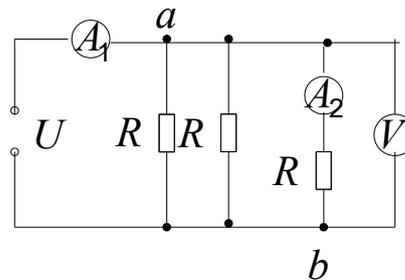


Рис. 3

Сила тока в неразветвленной части цепи (показания амперметра  $A_1$ ) определяется по закону Ома:

$$I_1 = \frac{U}{R_{об.1}} = \frac{U}{R/2} = \frac{2U}{R},$$

где  $U$  – напряжение источника тока.

Показания амперметра  $A_2$  (соединен последовательно с сопротивлением  $R$ ) будут:

$$I_2 = \frac{U}{R}.$$

Находим показания приборов по схеме (рис. 4).

$$I'_1 = \frac{U}{R_{об.2}},$$

где  $R_{об.2}$  – общее сопротивление цепи, состоящей из трех параллельно соединенных резисторов.

$$R_{об.2} = \frac{R}{3}, I'_1 = \frac{U}{R/3} = \frac{3U}{R} \text{ (показания амперметра } A_1).$$

Так как амперметр  $A_2$  по-прежнему соединен последовательно с резистором  $R$ , то  $I'_2 = \frac{U}{R}$  (показания амперметра  $A_2$ ).

Вольтметр  $V$  по-прежнему показывает напряжение источника тока.

Таким образом, при подключении резистора сопротивлением  $R$  между точками  $a$  и  $b$  изменятся только показания амперметра  $A_1$ :

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{3U/R}{2U/R} = 1,5, \text{ т. е. показания увеличатся в } 1,5 \text{ раза.}$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. Определить напряженность электрического поля в серебряном проводнике с радиусом поперечного сечения 0,5 мм при силе тока 2А, удельное сопротивление проводника равно  $1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. (Ответ:  $\dot{A} = 0,04$  В/м).

2. Какой силы ток пройдет по проводам, соединяющим обкладки плоского конденсатора с источником напряжения, если из конденсатора удалить с постоянной скоростью 5 см/с диэлектрик? Площадь обкладок квадратной формы 300 см<sup>2</sup>, расстояние между обкладками 3 мм, диэлектрик – слюда ( $\varepsilon = 6$ ). Напряжение на клеммах источника 4 В. (Ответ:  $I = 5 \cdot 10^{-10}$  А).

3. Сила тока в проводнике в течение времени  $t$  равномерно возрастает от 0 до  $I_1$ , затем в течение такого же промежутка времени остается постоянной и потом равномерно уменьшается до 0 за время  $t$ . Какой заряд прошел через проводник за время  $3t$ ? (Ответ:  $q = 2I_1t$ ).

4. Проволока имеет сопротивление 36 Ом. Когда ее разрезали на несколько равных частей и соединили эти части параллельно, то ее сопротивление стало 1 Ом. На сколько частей разрезали проволоку? (Ответ: на 6 частей).

5. Какой заряд пройдет по проводнику, если ток убывает от 18 А до 0, причем за каждые 0,01 с он убывает вдвое? (Ответ:  $q = 0,26$  Кл).

6. Угольный стержень соединен последовательно с железным стержнем такого же сечения. При каком соотношении длин сопротивление этой системы не зависит от температуры? (Ответ: длина железного стержня примерно в 44,4 раза больше длины угольного стержня).

7. При  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  один проводник имеет сопротивление в  $n$  раз больше другого. Температурные коэффициенты сопротивления проводников равны  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Чему будут равны температурные коэффициенты сопротивления проводника, составленного из первых двух: а) при их последовательном соединении; б) при их параллельном соединении? (Ответ:  $\alpha = \frac{n\alpha_1 + \alpha_2}{n + 1}$ ;  $\alpha = \frac{n\alpha_2 + \alpha_1}{n + 1}$ ).

8. Разность потенциалов на концах проволоки длиной 5 м равна 4,2 В. определите плотность тока в проволоке при температуре  $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ , если ее удельное сопротивление  $2 \cdot 10^{-7}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ , а температурный коэффициент сопротивления  $6 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ . (Ответ:  $j \approx 2,44\text{ A}/\text{мм}^2$ ).

9. Лампа накаливания потребляет ток, равный 0,5 А. Температура накаливания вольфрамовой нити лампы диаметром 0,1 мм соответствует  $2200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; ток подводится медным проводом сечением  $5\text{ мм}^2$ . Определить напряженность электрического поля в меди и вольфраме. (Ответ:  $E = 1,7 \cdot 10^{-3}\text{ В}/\text{м}$ ;  $E = 37,9 \cdot 10^{-3}\text{ В}/\text{м}$ ).

10. Реостат из железной проволоки, миллиамперметр и генератор тока включены последовательно. Сопротивление реостата при  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  равно 120 Ом, сопротивление миллиамперметра 20 Ом. Миллиамперметр показывает 22 А. Что будет показывать миллиамперметр, если реостат нагреется на  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Температурный коэффициент сопротивления железа  $6 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ . Сопротивлением генератора пренебречь. (Ответ:  $I = 17,5\text{ mA}$ ).

11. Найти общее сопротивление участка цепи (рис. 4), включающего в себя проводники сопротивлением  $R$ ,  $2R$ ,  $3R$ . Участок включен во внешнюю часть цепи в точках  $a$  и  $b$ . (Ответ:  $R_{o\bar{o}} = 1,5R$ ).

12. Определите общее сопротивление цепи, изображенной на рис. 5. Все проводники имеют одинаковое сопротивление  $R$ . (Ответ:  $R_{o\bar{o}} = R$ ).

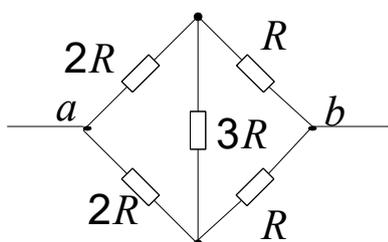


Рис. 4

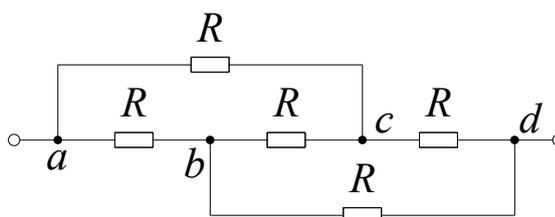


Рис. 5

13. Четыре одинаковых резистора сопротивлением  $R$  каждый соединяют всеми возможными способами. Определить общее сопротивление цепи в каждом случае. (Ответ:  $0,25R$ ;  $0,6R$ ;  $0,75R$ ;  $R$ ;  $\frac{4}{3}R$ ;  $\frac{5}{3}R$ ;  $2,5R$ ;  $4R$ ).

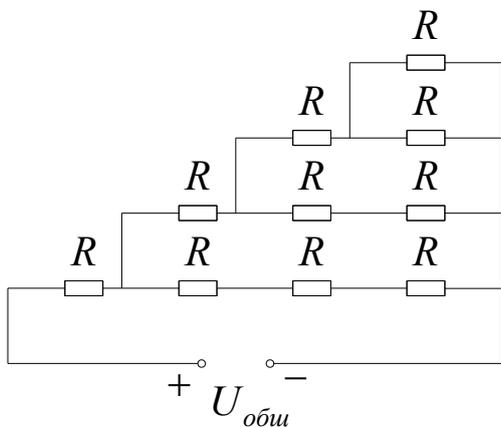


Рис. 6

14. Напряжение на концах участка цепи, изображенного на рис. 6, равно  $U_o$ . Найти силу тока  $I_o$  в его неразветвленной части, если сопротивления равны  $R$ . (Ответ:  $I_o = \frac{34}{73} \frac{U_o}{R}$ ).

15. Определите общее сопротивление цепи, схема которой изображена на рис. 7. (Ответ:  $R_{об} = \frac{5}{3}R$ ).

16. Если на вход электрической цепи подано 100 В, то на выходе напряжение будет 40 В. При этом через сопротивление  $R_2$  (рис. 8) идет ток 1 А. Если на выход цепи подать напряжение 60 В, то напряжение на входе окажется 15 В. Определить величину сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ . (Ответ:  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 60$  Ом,  $R_3 = 40$  Ом).

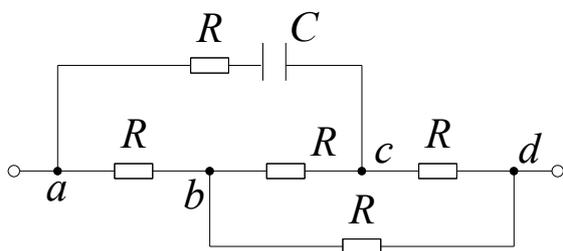


Рис. 7

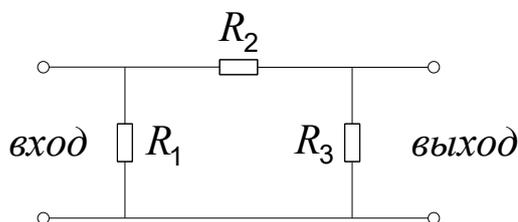


Рис. 8

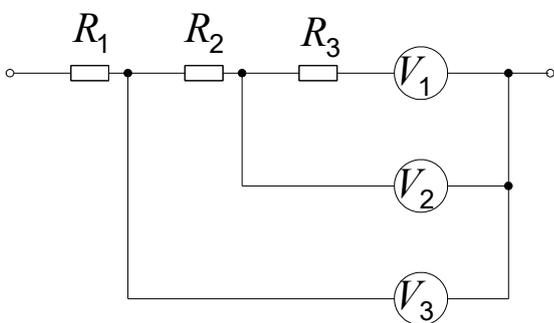


Рис. 9

17. Цепь, показанная на рис. 9, собрана из одинаковых резисторов и вольтметров. Первый вольтметр показывает напряжение 8 В. Каково показание второго резистора? (Ответ:  $U_2 \approx 8,65$  В).

18. Электрическая цепь питается от источника постоянного напряжения 220 В. Если к некоторому участку цепи подключить вольтметр с внутренним сопротивлением 3000 Ом, он покажет напряжение

98 В. Подключенный к этому же участку цепи вольтметр с внутренним сопротивлением 6000 Ом показывает напряжение 100 В. Определите сопро-

тивление измеряемого участка и силу тока в магистрали до подключения вольтметров. (Ответ:  $R = 233,2 \text{ Ом}$ ;  $I \approx 0,44 \text{ А}$ ).

19. Линия связи длиной 80 км работает под напряжением 30 В. Когда на линии произошло замыкание, показание вольтметра стало 24 В. На каком расстоянии произошло замыкание? (Ответ:  $L_x = 64 \text{ км}$ ).

20. Дуговой фонарь, требующий для своего питания напряжение 40 В и силу тока 10 А, включен в сеть с напряжением 120 В через реостат, изготовленный из константановой проволоки сечением  $2 \text{ мм}^2$ . Определить сопротивление реостата и длину проволоки, необходимой для его изготовления. (Ответ:  $R = 8 \text{ Ом}$ ;  $\ell = 32 \text{ м}$ ).

21. Участок цепи состоит из последовательно соединенных проводников, подключенных к источнику напряжения  $U = 50 \text{ В}$  (рис. 10). Сопротивление первого проводника 2 Ом, а второго 6 Ом. Напряжение на третьем проводнике 10 В. Найти силу тока в этих проводниках, сопротивление третьего проводника и напряжения на первом и втором проводниках. (Ответ:  $I = 5 \text{ А}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $U_1 = 10 \text{ В}$ ;  $U_2 = 30 \text{ В}$ ).

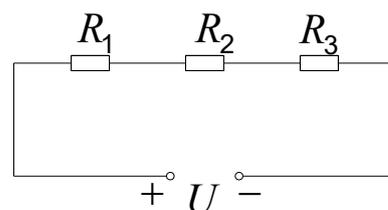


Рис. 10

22. Электрическую лампу сопротивлением 200 Ом, рассчитанную на напряжение 100 В, надо питать от сети с напряжением 220 В. Какой длины вольфрамовый проводник с диаметром поперечного сечения 0,4 мм надо включить последовательно с лампой, чтобы она не перегорела? Удельное сопротивление вольфрама  $5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . (Ответ:  $\ell = 46 \text{ м}$ ).

23. Электрическая плитка подключена к сети напряжением 220 В с помощью проводов, имеющих сопротивление 5 Ом. При этом напряжение на плитке равно 210 В. Чему будет равно напряжение на плитке, если к ней подключить параллельно такую же плитку? (Ответ:  $U = 200 \text{ В}$ ).

24. В сеть с напряжением 24 В подключили два последовательно соединенных резистора. При этом сила тока стала равна 0,6 А. Когда резисторы подключили параллельно, суммарная сила тока стала равной 3,2 А. Определите сопротивления резисторов. (Ответ: 30 Ом и 10 Ом).

25. При последовательном подключении к сети двух проводников сила тока в 6,25 раза меньше, чем при параллельном подключении этих проводников. Во сколько раз отличаются сопротивления этих проводников? (Ответ: в 4 раза).

26. К потенциометру с сопротивлением 4000 Ом приложена разность потенциалов 110 В. Между концом потенциометра и движком включен вольтметр сопротивлением 10000 Ом. Что покажет вольтметр, если движок стоит посередине потенциометра? (Ответ:  $U = 50 \text{ В}$ ).

27. Сопротивление одного из последовательно соединенных проводников в 4 раза больше сопротивления другого. Во сколько раз изменится си-

ла тока в цепи, если эти проводники включить параллельно, а напряжение на них оставить прежним? (Ответ:  $I_2/I_1 = 6,25$ ).

28. Если вольтметр включить последовательно с резистором 100 Ом, то он покажет напряжение 40 В при напряжении на данном участке 120 В. Какое напряжение покажет вольтметр, если к нему подключить последовательно резистор 30 Ом, а напряжение на участке цепи оставить прежним? (Ответ:  $U_2 = 75$  В).

29. Сопротивление гальванометра 400 Ом. При прохождении через него тока силой 0,2 мА стрелка гальванометра отклоняется на одно деление. Вся шкала гальванометра имеет 100 одинаковых делений. Если к этому гальванометру подключить один шунт, то он измеряет токи силой до 2 А, а если подключить другой шунт, то гальванометр сможет измерять токи силой до 8 А. Найти сопротивления этих шунтов. (Ответ:  $R_1 = 4$  Ом;  $R_2 = 1$  Ом)

30. Зашунтированный амперметр имеет цену деления  $C_1 = 0,1$  А/дел. Его шкала содержит 100 делений. Какую наибольшую силу тока сможет измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление амперметра 0,02 Ом, а шунт представляет собой медный проводник длиной 10 см с диаметром провода 1 мм? Какова будет цена деления амперметра без шунта? Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

## 2. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Закон Ома для замкнутой цепи

### Основные формулы

Электрическая цепь, содержащая одну или несколько эдс, называется неоднородной.

- Закон Ома для неоднородной цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \sum \varepsilon}{\sum R}, \quad (2.1)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – алгебраическая разность потенциалов на концах участка;  $\sum \varepsilon$  – сумма эдс, имеющих на данном участке;  $\sum R$  – сумма всех сопротивлений участка.

- Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (2.2)$$

где  $R$  – сумма всех внешних сопротивлений цепи;  $r$  – сумма внутренних сопротивлений всех источников тока в цепи.

## Методические указания

При применении закона Ома для участка цепи, содержащего эдс, необходимо придерживаться следующих правил:

- начертить схему и обозначить на ней полюсы всех источников и направление тока в цепи;
- ток считать положительным на данном участке 1–2, если он направлен от точки 1 к точке 2;
- эдс считать положительной на участке 1–2, если она повышает потенциал в направлении от точки 1 к точке 2, т. е. при обходе пути 1–2 сначала встречается отрицательный полюс источника, а затем положительный.

## Примеры решения задач

### Пример 1

Два гальванических элемента, имеющих эдс  $\varepsilon_1 = 1,5\text{В}$ ,  $\varepsilon_2 = 1,6\text{В}$  и внутренние сопротивления  $r_1 = 0,6\text{Ом}$  и  $r_2 = 0,4\text{Ом}$  соединены разноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить разность потенциалов на зажимах элементов (между точками а и b).

### Решение

Точки а и b являются концами двух участков цепи: а  $\varepsilon_1$  b и а  $\varepsilon_2$  b. Так как оба участка содержат эдс, то они являются неоднородными участками.

Покажем направление тока (по часовой стрелке) (рис. 11).

Запишем закон Ома для неоднородной цепи для обоих участков цепи:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + \varepsilon_1}{r_1},$$
$$-I = \frac{\varphi_a - \varphi_b - \varepsilon_2}{r_2}.$$

Сложив оба уравнения почленно, после преобразования получаем:

$$(\varphi_a - \varphi_b)r_2 + (\varphi_a - \varphi_b)r_1 + \varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1 = 0,$$

откуда следует:

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{\varepsilon_2 r_1 - \varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Вычисления:

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{1,6 \cdot 0,6 - 1,5 \cdot 0,4}{0,6 + 0,4} \text{В} = 0,36\text{В} \approx 0,4\text{В}$$

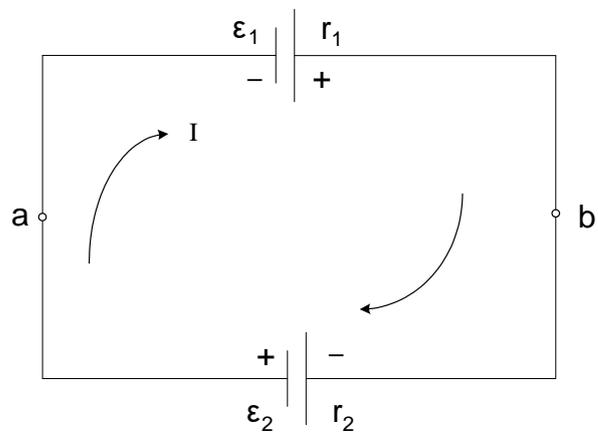


Рис. 11

### Пример 2

Два гальванических элемента, два вольтметра с большими сопротивлениями и шкалами с нулем посередине подключены к сопротивлению (рис. 12, а). При разомкнутом ключе К вольтметры  $V_1$  и  $V_2$  показывают напряжения  $U_1 = 1,8\text{В}$  и  $U_2 = 1,4\text{В}$ , причем их стрелки отклоняются вправо. При замыкании ключа К вольтметры показывают напряжения  $U'_1 = 1,4\text{В}$  и  $U'_2 = 0,6\text{В}$ , при том же направлении отклонения стрелок. Что будут показывать вольтметры, если приборы соединить так, как показано на рис. 12, б, и ключ К замкнуть?

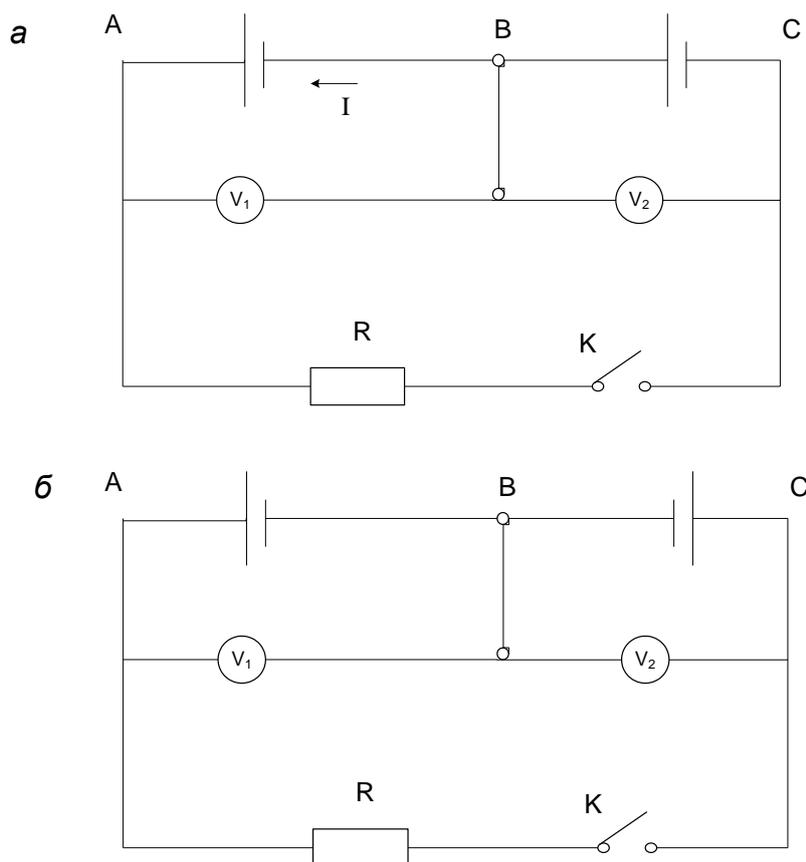


Рис. 12

### Решение

По условию задачи сопротивление вольтметров велики, поэтому их показания при разомкнутом ключе К можно считать равными эдс источников:  $U_1 = \varepsilon_1$ ;  $U_2 = \varepsilon_2$ .

По направлению отклонения стрелок вольтметров можно судить о направлении тока. Если ключ К замкнут, то вольтметры показывают разности потенциалов на участках АВ и ВС, содержащих источники тока.

Применим закон Ома для неоднородной цепи:

$$I_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + \varepsilon_1}{r_1}, \quad I_2 = \frac{\varphi_C - \varphi_B + \varepsilon_2}{r_2},$$

откуда следует:

$$\varphi_A - \varphi_B = U'_1 = \varepsilon_1 - I_1 r_1; \quad I_1 r_1 = \varepsilon_1 - U'_1,$$

$$\varphi_C - \varphi_B = U'_2 = \varepsilon_2 - I_1 r_2; \quad I_1 r_2 = \varepsilon_2 - U'_2$$

Напряжение на участке, содержащем сопротивление  $R$ :

$$I_1 R = U'_1 + U'_2$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - U'_1}{r_1}; \quad I_1 = \frac{\varepsilon_2 - U'_2}{r_2}; \quad I_1 = \frac{U'_1 + U'_2}{R};$$

$$\frac{\varepsilon_2 - U'_2}{r_2} = \frac{\varepsilon_1 - U'_1}{r_1} \Rightarrow r_2 = \frac{\varepsilon_2 - U'_2}{\varepsilon_1 - U'_1} r_1;$$

$$\frac{\varepsilon_1 - U'_1}{r_1} = \frac{U'_1 + U'_2}{R} \Rightarrow R = \frac{U'_1 + U'_2}{\varepsilon_1 - U'_1} r_1.$$

$$r_2 = \frac{1,4 - 0,6}{1,8 - 1,4} r_1 = 2r_1; \quad R = \frac{1,4 + 0,6}{1,8 - 1,4} r_1 = 5r_1.$$

При смене полярности второго источника направление тока в цепи сохранится, так как  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ .

Закон Ома для участков запишется так:

$$I_2 r_1 = \varphi'_B - \varphi'_A + \varepsilon_1; \quad I_2 r_2 = \varphi'_C - \varphi'_B - \varepsilon_2$$

или  $U''_1 = \varepsilon_1 - I_2 r_1$ ;  $U''_2 = -\varepsilon_2 - I_2 r_2$ .

Ток  $I_2$  найдем из закона Ома для полной цепи:

$$I_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_2 + R} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{8r_1};$$

$$U''_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{8r_1} r_1 = \frac{7\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8}; \quad U''_1 = \frac{7 \cdot 1,8 + 1,4}{8} = 1,75 \text{ В.}$$

$$U''_2 = -\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{8r_1} 2r_1 = -\frac{\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2}{4}; \quad U''_2 = -\frac{1,8 + 3 \cdot 1,4}{4} = -1,5 \text{ В.}$$

Знак «минус» показывает, что стрелка второго вольтметра отклонится влево.

### Пример 3

При замыкании элемента на резистор сопротивлением 1,8 Ом сила тока в цепи равна 0,7 А, при замыкании на резистор 2,3 Ом – 0,56 А. Чему равен ток короткого замыкания?

### Решение

По закону Ома для замкнутой цепи сила тока в первом случае равна:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \quad (1)$$

во втором случае:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}, \quad (2)$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r} \Rightarrow I_1 R_1 + I_1 r = I_2 R_2 + I_2 r \Rightarrow r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2}. \quad (3)$$

Эдс источника тока из уравнения (1) будет:

$$\varepsilon = I_1 (R_1 + r) = I_1 \left( R_1 + \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} \right) = I_1 I_2 \frac{R_2 - R_1}{I_1 - I_2}.$$

Сила тока короткого замыкания находится из соотношения:

$$I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r} \quad (R \rightarrow 0);$$

$$I_{к.з.} = \frac{I_1 I_2 (R_2 - R_1) (I_1 - I_2)}{(I_1 - I_2) (I_2 R_2 - I_1 R_1)} = \frac{I_1 I_2 (R_2 - R_1)}{(I_2 R_2 - I_1 R_1)}.$$

Вычисления:

$$I_{к.з.} = \frac{0,7 \cdot 0,56 \cdot (2,3 - 1,8)}{0,56 \cdot 2,3 - 0,7 \cdot 1,8} = 7 \text{ A}.$$

### Задачи для самостоятельной работы

1. Несколько одинаковых гальванических элементов соединены в цепь (рис. 13). Сопротивление соединительных проводов ничтожно мало. Определите разность потенциалов между любыми точками соединительных проводов (например, между А и В или А и С). Как изменится ответ, если элементы будут обращены друг к другу одноименными полюсами? (Ответ:  $\Delta\varphi = 0, \Delta\varphi' = 0$ ).

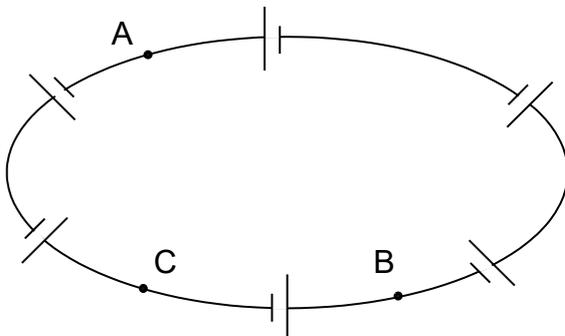


Рис. 13

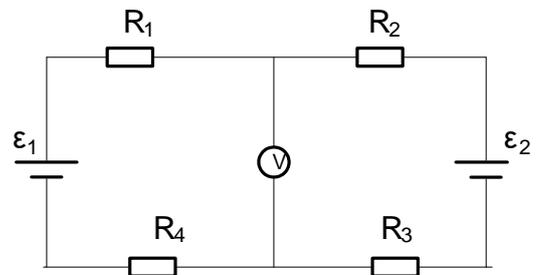


Рис. 14

2. Что покажет вольтметр, сопротивление которого  $R_v = 300 \text{ Ом}$ , при включении в схему, изображенную на рис. 14,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2,2 \text{ В}$ ;  $R_1 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 200 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 300 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 400 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников можно пренебречь. Что покажет вольтметр с очень большим сопротивлением? (Ответ  $\Delta\varphi = 1,1 \text{ В}$ ; при  $R_v \rightarrow \infty \Delta\varphi = 0$ ).

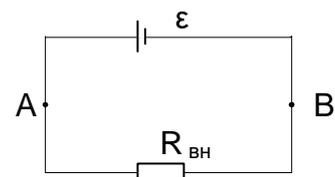


Рис. 15

3. Определите эдс батареи (рис. 15), если известно, что при увеличении сопротивления внешнего резистора, замыкающего элемент в  $n$  раз, разность потенциалов на зажимах источника увеличивается с  $U_1$  до  $U_2$ .

(Ответ:  $\varepsilon = \frac{(n-1)U_1U_2}{nU_1 - U_2}$ ).

4. Найдите разность потенциалов между точками а и b (рис. 16). Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. (Ответ:

$$\varphi_a - \varphi_b = \varepsilon \frac{C_2 R_2 - C_1 R_1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}.$$

5. Два вольтметра, соединенные последовательно, при подключении к источнику напряжения показывают 6 и 3 В. Один вольтметр, подключенный к источнику, показывает 8 В. Чему равна эдс источника? (Ответ  $\varepsilon = 12 \text{ В}$ ).

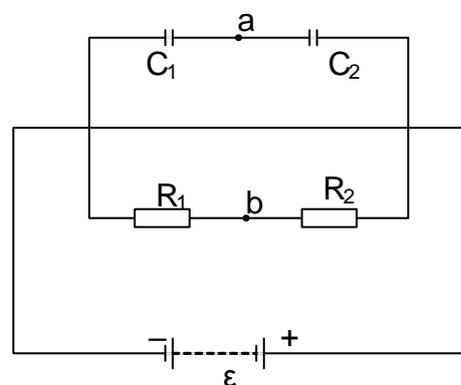


Рис. 16

6. В цепь, состоящую из аккумулятора и резистора сопротивлением 10 Ом, включают вольтметр – сначала последовательно, а затем – параллельно. Внутреннее сопротивление аккумулятора 0,1 Ом. Определите внутреннее сопротивление вольтметра, если его показание в обоих случаях оказались одинаковыми. (Ответ:  $R_v = 1 \hat{\text{Ом}}$ ).

7. На рис. 17 изображена цепь постоянного тока, состоящая из трех сопротивлений, включенных последовательно. Определить разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между точками 1 и 2. Сопротивлением источников тока и соединительных проводов пренебречь.  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 5 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_3 = 2 \text{ В}$ . (Ответ:  $-2,7 \text{ В}$ ).

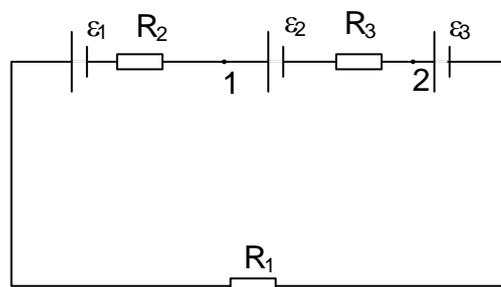


Рис. 17

8. Аккумулятор замкнут на некоторое сопротивление. Если в цепь включить два амперметра, соединенные между собой параллельно, они покажут силы токов 2 и 3 А. Если амперметры

включить в цепь последовательно, они показывают силу тока 4 А. Какая сила тока в цепи при отсутствии амперметров? (Ответ:  $I \approx 5,4$  А).

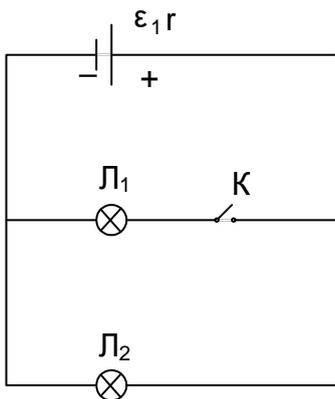


Рис. 18

9. Дана схема (рис. 18). Во сколько раз изменится сила тока, текущего в неразветвленной части цепи, и напряжение на полюсах источника тока, если ключ К замкнуть? Сопротивление лампы Л₂ вдвое больше сопротивления лампы Л₁, а внутреннее сопротивление источника тока в 10 раз меньше сопротивления лампы Л₁. (Ответ:  $I_2/I_1 = 2,7$ ;  $U_1/U_2 = 1,1$ ).

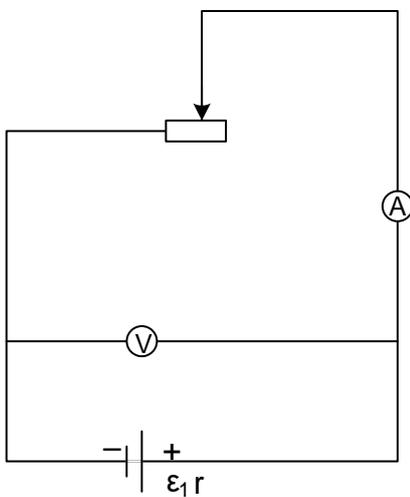


Рис. 19

10. Дана схема (рис. 19). При некотором положении ползунка реостата амперметр показывает силу тока 0,2 А, вольтметр – напряжение во внешней части цепи 1 В. При перемещении ползунка реостата амперметр показал 0,8 А, а вольтметр – 0,4 В. Найти внутреннее сопротивление источника тока и его эдс. (Ответ:  $r = 1$  Ом;  $\varepsilon = 1,2$  В).

11. Амперметр, будучи накоротко присоединен к гальваническому элементу с эдс  $\varepsilon = 2$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,2$  Ом, показал ток силой  $I = 3$  А. Какую силу тока  $I$  покажет этот амперметр, если его зашунтировать сопротивлением  $R_\phi = 0,1$  Ом. (Ответ:  $I_2 = 1,25$  А).

12. Для зарядки аккумулятора током  $I_1 = 2$  А его подключили к генератору постоянного тока (рис. 20, а) при этом вольтметр, присоединенный к полюсам

аккумулятора, показал  $U_1 = 6$  В. Затем этот аккумулятор включили в цепь (рис. 20, б) и вольтметр показал напряжение на полюсах аккумулятора  $U_2 = 5$  В при силе тока в цепи  $I_1 = 3$  А. Определить эдс  $\varepsilon$  и внутреннее сопротивление аккумулятора  $r$ . Сопротивление вольтметра можно считать бесконечно большим. (Ответ:  $\varepsilon = 5,6$  В;  $r = 0,2$  Ом).

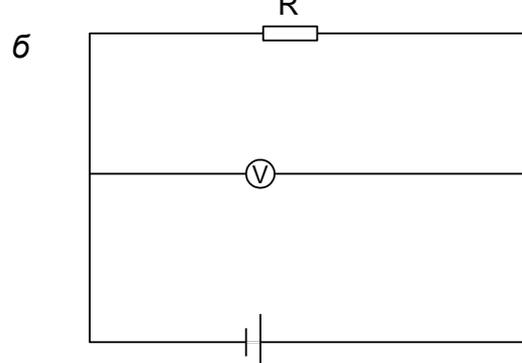
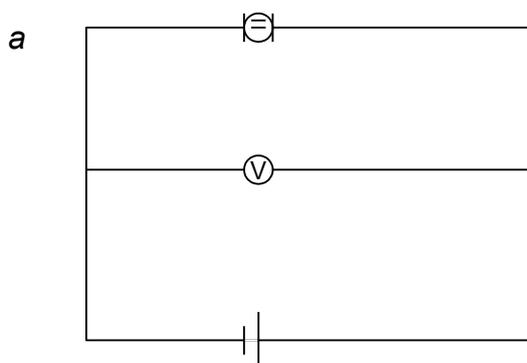


Рис. 20

13. Определить разность потенциалов между точками 1 и 2 (рис. 21), если  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_3 = 1 \text{ В}$ . (Ответ:  $(\varphi_1 - \varphi_2) = -1 \text{ В}$ ).

14. К источнику тока с эдс  $\varepsilon = 1,5 \text{ В}$  присоединили катушку с сопротивлением  $R = 0,1 \text{ Ом}$ . Амперметр показал силу тока, равную  $I_1 = 0,5 \text{ А}$ . Когда к источнику тока присоединили последовательно ещё один источник тока с такой же эдс, то сила тока в той же катушке оказалась равной  $0,4 \text{ А}$ . Определить внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  источников тока. (Ответ:  $r_1 = 2,9 \text{ Ом}$ ;  $r_2 = 4,5 \text{ Ом}$ ).

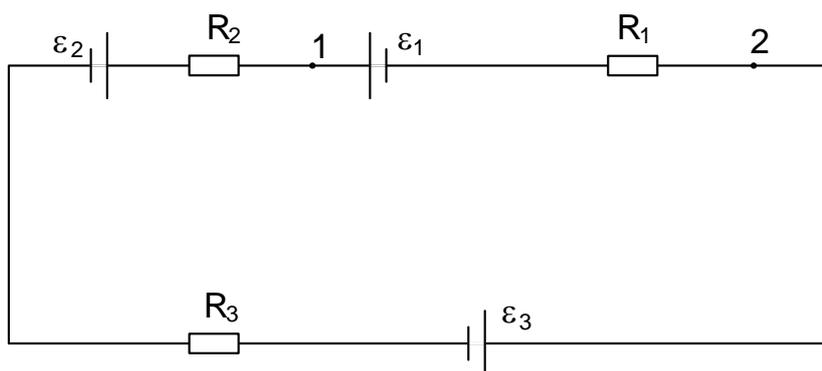


Рис. 21

15. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. Эдс каждого элемента равна  $1,2 \text{ В}$ , внутреннее сопротивление  $0,2 \text{ Ом}$ . Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление  $R = 1,5 \text{ Ом}$ . Найти силу тока  $I$  во внешней цепи. (Ответ:  $I = 2 \text{ А}$ ).

16. Два одинаковых источника тока с Эдс  $1,2 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $0,4 \text{ Ом}$  соединены, как показано на рис. 22. Определить силу тока в цепи и разность потенциалов между точками А и В. (Ответ:  $I = 0$ ,  $\varphi_A - \varphi_B = 1,2 \text{ В}$ ).

17. Два элемента ( $\varepsilon_1 = 1,2 \text{ В}$ ,  $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$ ,  $\varepsilon_2 = 0,9 \text{ В}$ ,  $r_2 = 0,3 \text{ Ом}$ ) соединены одноименными полюсами. Сопротивление  $R$  соединительных проводов равно  $0,2 \text{ Ом}$ . Определить силу тока в цепи. (Ответ:  $I = 0,5 \text{ А}$ ).

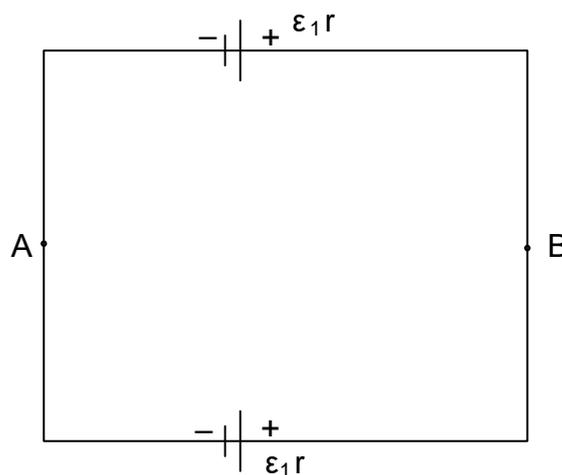


Рис. 22

18. На схеме (рис. 23)  $R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1 = 1 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 2 \text{ В}$ . Найти разность потенциалов между точками 1 и 2. (Ответ:  $0,25 \text{ В}$ ).

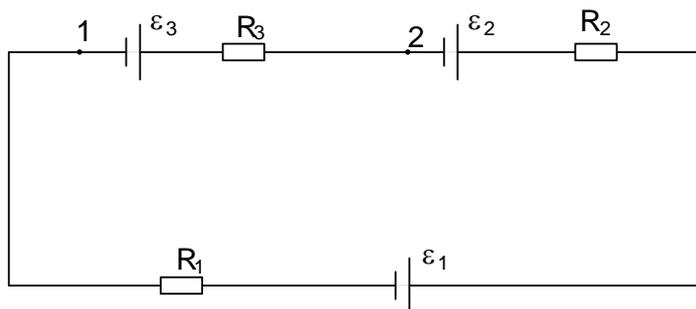


Рис. 23

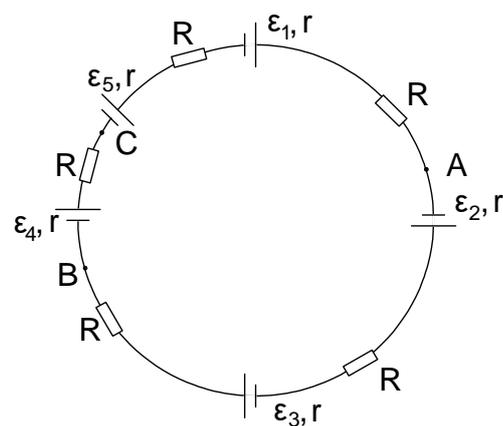


Рис. 24

19. Пять источников с  $\varepsilon_1 = 15$  В;  $\varepsilon_2 = 10$  В;  $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 5$  В и  $\varepsilon_5 = 15$  В с одинаковыми внутренними сопротивлениями  $r = 5$  Ом и такое же количество одинаковых резисторов с сопротивлением  $R = 10$  Ом образуют замкнутую цепь (рис. 24). Найти разность потенциалов между точками А и В и В и С данной цепи.

20. Три источника тока с одинаковыми эдс  $\varepsilon = 20$  В, но разными внутренними сопротивлениями ( $r_1 = 2$  Ом;  $r_2 = 1$  Ом;  $r_3 = 3$  Ом) и два резистора ( $R_1 = 5$  Ом;  $R_2 = 10$  Ом) образуют замкнутую цепь (рис. 25). Найти разность потенциалов между точками а и b в цепи.

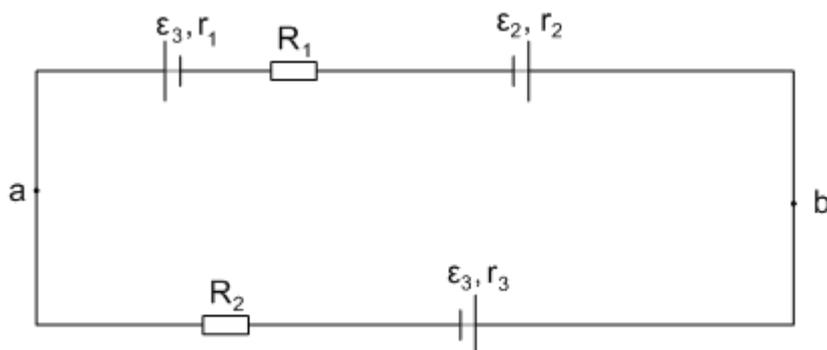


Рис. 25

21. Две батареи соединены последовательно и замкнули на сопротивление  $R = 4$  Ом. При этом ток в цепи оказался равным  $I_1 = 1,83$  А. Затем один из источников перевернули, включая навстречу другому источнику. Ток в цепи стал равным  $I_2 = 0,34$  А. Каковы эдс  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  и внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  батарей, если при замыкании каждой из них на сопротивление  $R$  через нее идут токи соответственно  $I_3 = 1$  А и  $I_4 = 1,3$  А? (Ответ:  $\varepsilon_1 \approx 5,2$  В;  $\varepsilon_2 \approx 7,6$  В;  $r_1 \approx 1,2$  Ом;  $r_2 \approx 1,8$  Ом).

22. Два элемента с эдс, равными 1,5 В и 2 В, соединены одинаковыми полюсами. Вольтметр, подключенный к клеммам батареи, показал напряжение  $U = 1,7$  В. Определить отношение внутренних сопротивлений элементов. (Ответ:  $r_1/r_2 = 2/3$ ).

23. Два аккумулятора с эдс 1,3 В и 2 В и внутренними сопротивлениями 0,1 Ом и 0,25 Ом соединены параллельно. Найти величину тока в цепи и напряжение на ее зажимах. (Ответ:  $U = 1,5$  В;  $I = 2$  А).

24. Электрическая цепь состоит из источника тока с напряжением 180 В и потенциометра с полным сопротивлением  $R = 5$  кОм. Найти показания вольтметров, присоединенных к потенциометру по схеме, изображенной на рис. 26. Сопротивление вольтметров  $R_1 = 6$  кОм и  $R_2 = 4$  кОм. Движок X стоит посередине потенциометра. (Ответ:  $U_1 = 96$  В;  $U_2 = 84$  В).

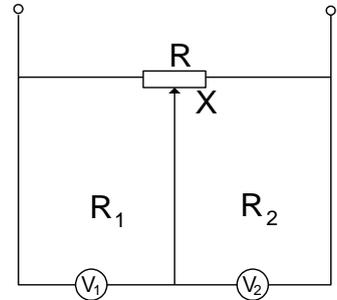


Рис. 26

25. Вольтметр, соединенный последовательно с сопротивлением  $R_1 = 10$  кОм, при включении в сеть напряжением  $U = 220$  В показывает напряжение  $U_1 = 70$  В, а соединенный последовательно с сопротивлением  $R_2$ , показывает напряжение  $U_2 = 20$  В. Найти сопротивление  $R_2$ . (Ответ:  $R_2 = 46,7$  кОм).

26. К источнику тока с ЭДС 200 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом подключены последовательно два резистора с сопротивлениями 100 Ом и 500 Ом. К концам второго резистора подключен вольтметр, который показывает 160 В. Каково сопротивление вольтметра? (Ответ:  $R = 2,05$  кОм)

27. Амперметр с сопротивлением 2 Ом, подключенный к источнику тока, показывает ток 5 А. Вольтметр с сопротивлением 150 Ом, подключенный к такому же источнику тока, показывает напряжение 12 В. Найти ток короткого замыкания источника. (Ответ:  $I_{к.з.} = 29,6$  А)

28. Два параллельно соединенных резистора с сопротивлением 40 Ом и 10 Ом подключены к источнику тока с эдс 10 В. Ток в цепи 1 А. Найти внутреннее сопротивление источника и ток короткого замыкания. (Ответ:  $r = 2$  Ом;  $I_{к.з.} = 5$  А).

29. Источник тока имеет сопротивление, сравнимое с сопротивлением вольтметров. Первый вольтметр, подключенный к зажимам источника, показал напряжение 10 В. Вторым вольтметром, присоединенным к источнику вместо первого, показал напряжение 15 В. Когда же эти вольтметры соединили последовательно и подключили к зажимам источника, то первый показал 4 В, а второй 12 В. Определите эдс источника. (Ответ:  $\varepsilon = 20$  В).

30. На схеме (рис. 27)  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 15 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 15 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_3 = 20 \text{ В}$ . Найти разность потенциалов между точками А и В.

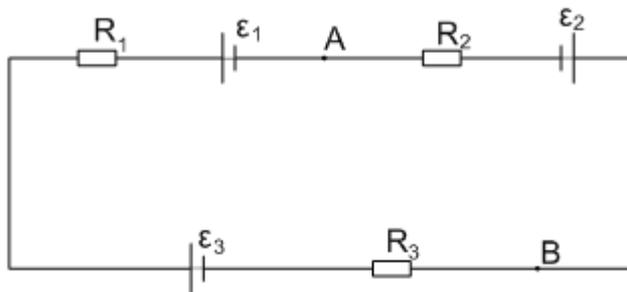


Рис. 27

### 3. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

#### Основные формулы

- Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (3.1)$$

*Узел – это точка в электрической цепи, в которой сходятся не менее трех проводников.*

- Второе правило Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжений для любого замкнутого контура электрической цепи равна алгебраической сумме эдс, имеющих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^k \varepsilon_j. \quad (3.2)$$

#### Методические указания

Для расчета сложных электрических цепей, содержащих несколько источников тока и проводников, соединенных не только последовательно или параллельно, но и произвольным образом, используются правила Кирхгофа. Эти правила являются следствиями закона сохранения электрического заряда и закона Ома.

Для безошибочного применения правил Кирхгофа необходимо руководствоваться следующими указаниями:

1) произвольно выбрать и указать стрелками на схеме направления токов. Правильно распределите токи в отдельных участках цепи. При этом нужно помнить, что ток в последовательно соединенных проводниках одинаков, поэтому на всем последовательном участке индекс тока должен быть один и тот же, через какие бы источники и сопротивления ток не проходил (участок цепи). После прохождения узла индекс тока меняется, так как сила тока уже будет другая. Если в результате вычислений ток окажется положительным, то направление выбрано верно, в противном случае – ток имеет противоположное направление;

2) число уравнений, составленных по первому правилу Кирхгофа, должно быть на единицу меньше, чем узлов.

3) составляя уравнение по первому правилу Кирхгофа, необходимо соблюдать правило знаков: токи, идущие к узлу, считаются положительными, а выходящие из узла – отрицательными (рис. 28).

Для узла А (рис. 28) первое правило Кирхгофа записывается так:

$$-I_1 + I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0;$$

4) сложные электрические цепи могут включать в себя несколько контуров, которые можно «обойти» последовательно, двигаясь от одного участка контура к другому. Выберите произвольно (по часовой стрелке или против) направление обхода контуров;

5) применительно к каждому контуру записываются уравнения по второму правилу Кирхгофа;

6) число уравнений, соответствующих второму правилу Кирхгофа, должно быть равно числу ветвей в данной цепи минус число узлов в ней и плюс единица;

7) чтобы все уравнения, составленные на основании второго правила Кирхгофа, были независимыми, необходимо каждый раз рассматривать контуры, содержащие новую ветвь, не входящую в уже рассмотренные контуры;

8) при составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа, соблюдайте правило знаков: токи, совпадающие с направлением обхода, записываются со знаком «плюс», а обратные направлению обхода – со знаком «минус»; эдс считается положительной, если при обходе контура она повышает потенциал, и отрицательной – в противоположном случае;

9) получив систему уравнений по первому и второму правилам Кирхгофа, подставьте в них числовые значения известных величин и решите систему известными из математики способами. Наиболее просто решается система методом определителей.

**Внимание!** Получив отрицательное значение при нахождении сопротивления какой-либо ветви цепи, необходимо, изменив направление тока в этом проводнике, составить новую систему уравнений и решить ее.

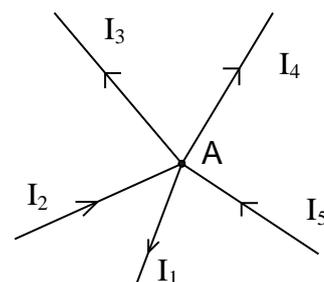


Рис. 28

На рис. 29 показана схема разветвленной цепи и приведена система уравнений, составленных по правилам Кирхгофа.

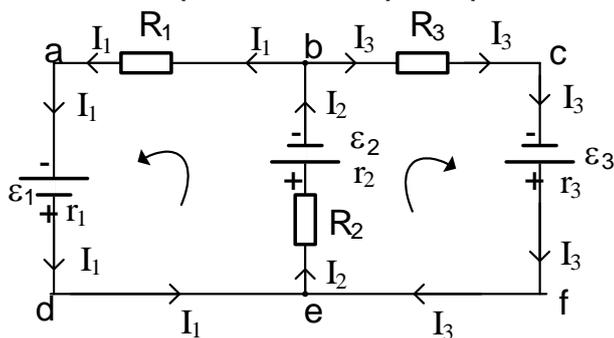


Рис. 29

I правило для узла **c**:  $I_1 - I_2 + I_3 = 0$ ;

II правило для контура **abcd**:

$$I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_2 r_2 + I_2 R_2; \text{bcfeb: } I_2 r_2 + I_2 R_2 + I_3 r_3 + I_3 R_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2.$$

Система уравнений:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_2 r_2 + I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2;$$

$$I_2 r_2 + I_2 R_2 + I_3 r_3 + I_3 R_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2.$$

### Примеры решения задач

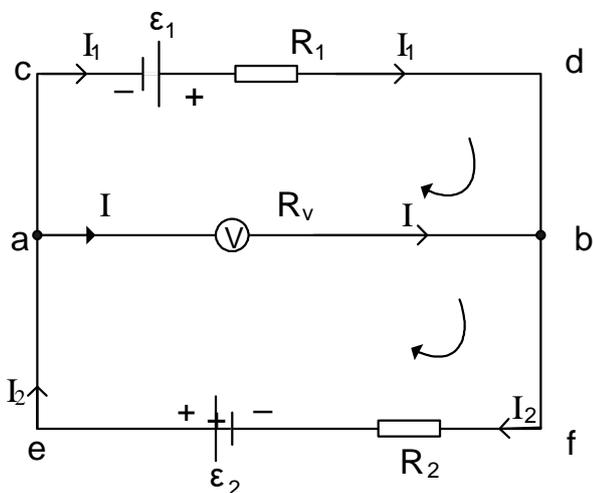


Рис. 30

#### Пример 1

На схеме, изображенной на рис. 30,  $\varepsilon_1 = 1,5 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 1,6 \text{ В}$ ,  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 2 \text{ кОм}$ . Определить показания вольтметра, если его сопротивление  $R_V = 2 \text{ кОм}$ . Сопротивлением источников и соединительных проводов пренебречь.

#### Решение

Требуется найти разность потенциалов между точками a и b, которую измеряет вольтметр.

Схема представляет цепь, по трем участкам которой текут разные токи:  $I_1, I_2, I_3$ .

Задачу можно решить двумя способами:

- 1) используя закон Ома для неоднородной цепи;
- 2) используя правила Кирхгофа.

Рассмотрим *второй способ*:

$$\varphi_a - \varphi_b = IR_V.$$

Для нахождения тока  $I$  через вольтметр применим правила Кирхгофа. Для этого произвольно выберем направления токов и обхода контуров, как показано на рис. 30.

I правило Кирхгофа для узла b:

$$I_1 + I - I_2 = 0.$$

II правило для контура abdc:

$$I_1 R_1 - IR_v = \varepsilon_1.$$

Для контура abfea:

$$I_2 R_2 + IR_v = \varepsilon_2.$$

Подставим числовые значения известных величин, предварительно выразив их в системе СИ:

$$\begin{cases} I_1 + I - I_2 = 0 \\ 10^3 I_1 - 2 \cdot 10^3 I = 1,5 \\ 2 \cdot 10^3 I_2 + 2 \cdot 10^3 I = 1,6. \end{cases}$$

Применим метод определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 10^3 & -2 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 10^3 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 \cdot 10^3 & 0 \\ 2 \cdot 10^3 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 10^3 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} -$$

$$-1 \begin{vmatrix} 10^3 & -2 \cdot 10^3 \\ 0 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} = -8 \cdot 10^6;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1,5 & -2 \cdot 10^3 & 0 \\ 1,6 & 2 \cdot 10^3 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1,5 & -2 \cdot 10^3 \\ 1,6 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1,5 & -2 \cdot 10^3 \\ 1,6 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} =$$

$$= -9,2 \cdot 10^3;$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{9,2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6} = 1 \text{ A};$$

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 10^3 & 1,5 & 0 \\ 0 & 1,6 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1,5 & 0 \\ 1,6 & 2 \cdot 10^3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 10^3 & 1,5 \\ 0 & 1,6 \end{vmatrix} = 1,4 \cdot 10^3;$$

$$I = \frac{\Delta I}{\Delta} = \frac{1,4 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6} = -0,175 \cdot 10^{-3} \text{ A};$$

$$\varphi_a - \varphi_b = 0,175 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3 = 0,35 \text{ В.}$$

Знак «-» в ответе означает, что  $\varphi_b > \varphi_a$  и ток  $I$  в действительности имеет направление, противоположное указанному на схеме.

### Пример 2

Определить сопротивление цепи, схема которой изображена на рис. 31, если  $R_1 = R_5 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_6 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = R_7 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = R_8 = 4 \text{ Ом}$ .

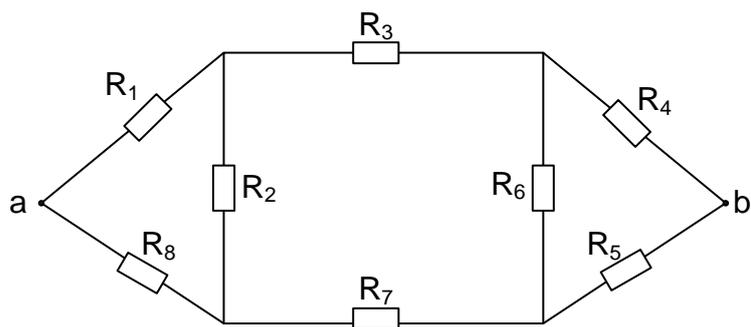


Рис. 31

### Решение

Для расчета сопротивления цепи можно применить правила Кирхгофа. Для этого предположим, что точки а и б подключены к источнику тока с эдс  $\varepsilon$  (сопротивление источника достаточно мало) (рис. 32).

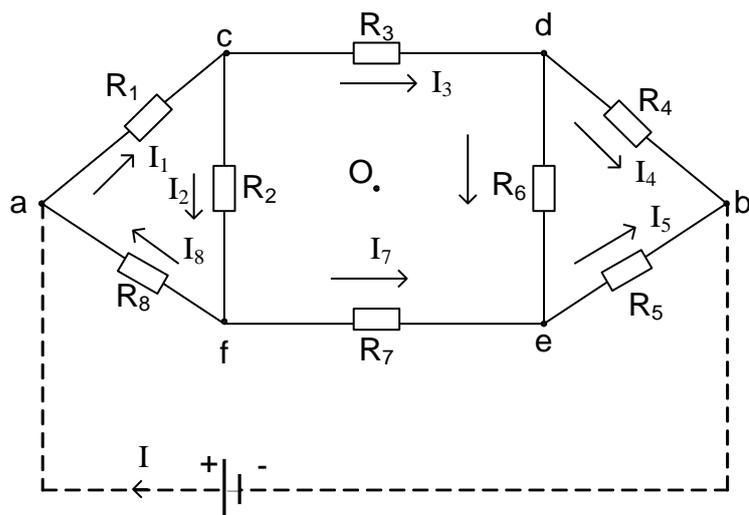


Рис. 32

Данная цепь обладает симметрией с центром в точке О. Это значит, что, если повернуть цепь вокруг точки О на  $180^\circ$ , отсоединив от источника, а затем снова соединить с ним, то цепь снова совместится со своим первоначальным положением. Но теперь в резисторе  $R_5$  течет ток, который раньше был в резисторе  $R_1$ . Перемена знака напряжения на зажимах цепи не может вызвать изменения силы тока ни на одном участке. Поэтому  $I_1 = I_5$ . Аналогично можно показать, что  $I_2 = I_6, I_3 = I_7, I_4 = I_8$ .

Таким образом, в задаче фактически пять неизвестных токов:  $I_1, I_2, I_3, I_4, I$ . Для узла а (I правило):  $I - I_1 - I_4 = 0$  ( $I_8 = I_4$ )

$$\text{с:} \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{d:} \quad I_3 - I_2 - I_4 = 0 \quad (I_6 = I_2).$$

По II правилу Кирхгофа для контура

$$\text{acbdb}\varepsilon\text{a:} \quad I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \varepsilon$$

$$\text{aсea:} \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_4 R_8 = 0$$

Получаем систему из 5 уравнений:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_4 \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ I_3 = I_2 - I_4 \\ I_1 + 3I_3 + 4I_4 = \varepsilon \\ I_1 + 2I_2 - 4I_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow I = \frac{2}{5} \varepsilon.$$

$$\text{По закону Ома: } I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow R = \frac{5}{2} \hat{R}.$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. На рис. 33 показана схема электрической цепи. Определить силы токов  $I_1, I_2$  и  $I_3$  в сопротивлениях  $R_1, R_2$  и  $R_3$ , если  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4$  В,  $R_1 = 1$  Ом;  $R_2 = 4$  Ом;  $R_3 = 2$  Ом;  $\varepsilon_3 = 2$  Ом. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь. (Ответ:  $I_1 = \frac{4}{7}$  А;  $I_2 = \frac{1}{7}$  А;  $I_3 = \frac{5}{7}$  А).

2. Определить силу тока на каждом участке цепи, изображенной на рис. 34, если сопротивление  $R$  эдс источника  $\varepsilon$  и его внутреннее сопротивление  $r$  известны. (Ответ:  $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{\varepsilon}{3R + 2r}$ ).

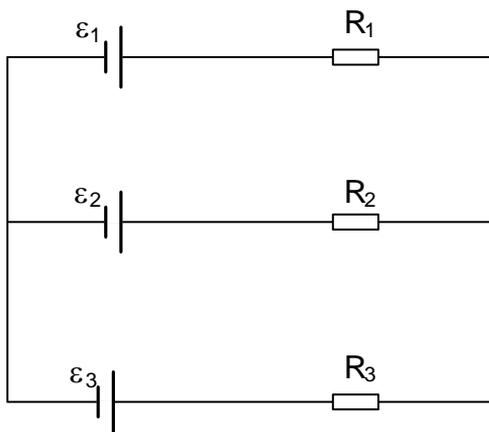


Рис. 33

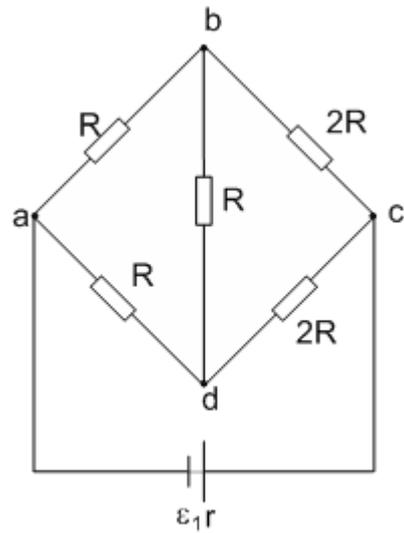


Рис. 34

3. На схеме (рис. 35) эдс батареи  $\varepsilon = 100$  В, ее внутреннее сопротивление  $r = 20$  Ом, сопротивления  $R_1 = 250$  Ом;  $R_2 = 780$  Ом;  $R_3 = 150$  Ом. Какую силу тока показывает амперметр? (сопротивлением амперметра пренебречь).

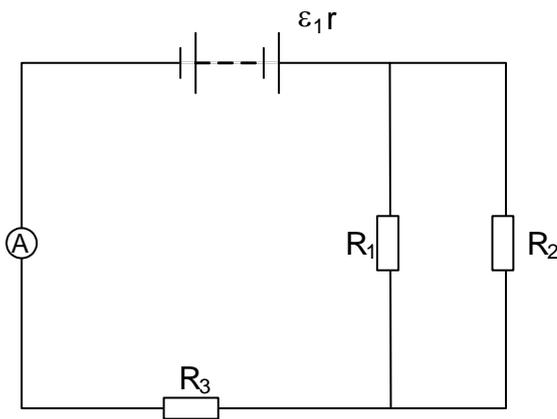


Рис. 35

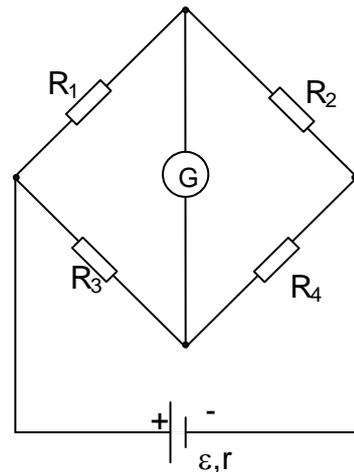


Рис. 36

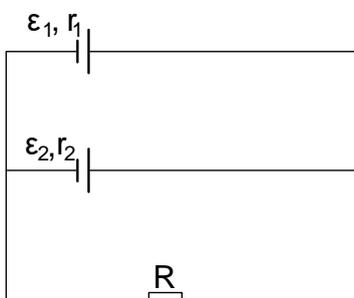


Рис. 37

4. Мостик Уитстона сбалансирован так, что стрелка гальванометра  $G$  стоит на нуле (рис. 36). эдс элемента  $\varepsilon = 2$  В, его сопротивление  $r = 0,2$  Ом,  $R_1 = 30$  Ом,  $R_2 = 45$  Ом,  $R_3 = 200$  Ом. Найти токи в отдельных ветвях мостика Уитстона.

5. Две батареи аккумуляторов, имеющие эдс  $\varepsilon_1 = 10$  В и  $\varepsilon_2 = 8$  В, внутренние сопротивления  $r_1 = 1$  Ом,  $r_2 = 2$  Ом и реостат сопротивлением  $R = 6$  Ом соединены, как показано на рис. 37. Найти силы токов в батареях и реостате. (Ответ:  $I_1 = 1,6$  А,  $I_2 = 0,2$  А,  $I_R = 1,4$  А).

6. Определить силу тока  $I_3$  в резисторе сопротивлением  $R_3$  (рис. 38) и напряжение  $U_3$  на концах резистора, если  $\varepsilon_1 = 4$  В,  $\varepsilon_2 = 3$  В,  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = 1$  Ом. Внутренним сопротивлениями источников тока пренебречь. (Ответ:  $I_3 = 0$ ,  $U_3 = 0$ ).

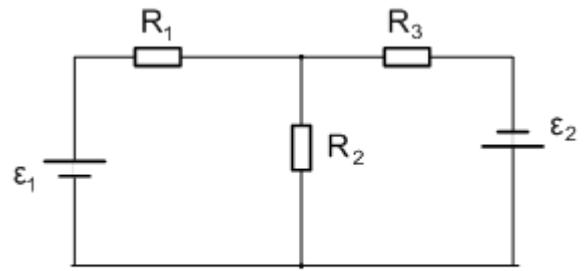


Рис. 38

7. Определить токи во всех участках цепи, изображенной на рис. 39 эдс элементов  $\varepsilon_1 = 2,1$  В,  $\varepsilon_2 = 1,9$  В,  $R_1 = 45$  Ом,  $R_2 = R_3 = 10$  Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь (Ответ:  $I_1 = 40$  мА,  $I_2 = 10$  мА,  $I_R = 30$  мА).

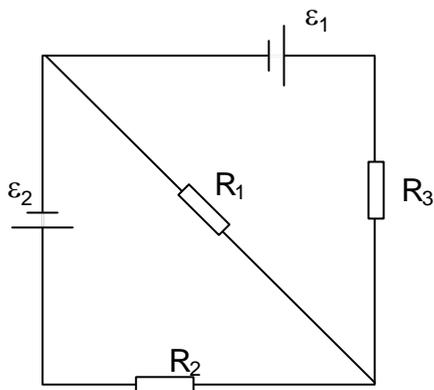


Рис. 39

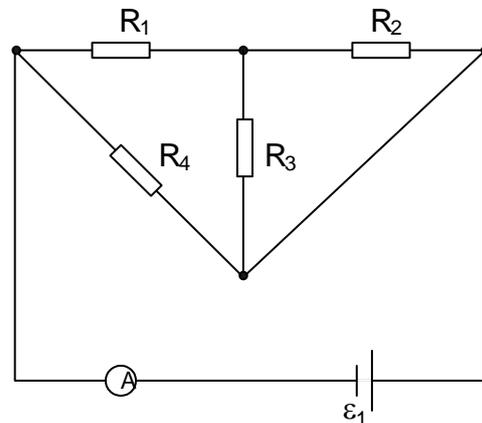


Рис. 40

9. Найти ток  $I_2$ , идущий через резистор с сопротивлением  $R_2$  в схеме, параметры которой даны на рис. 41. (Ответ:  $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$ ).

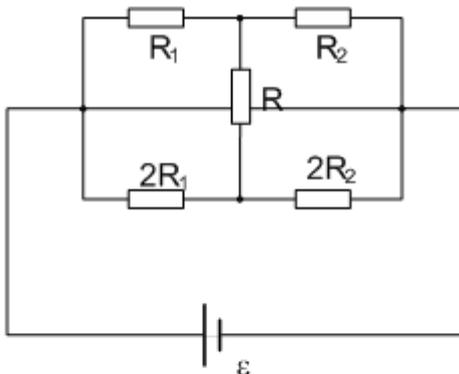


Рис. 41

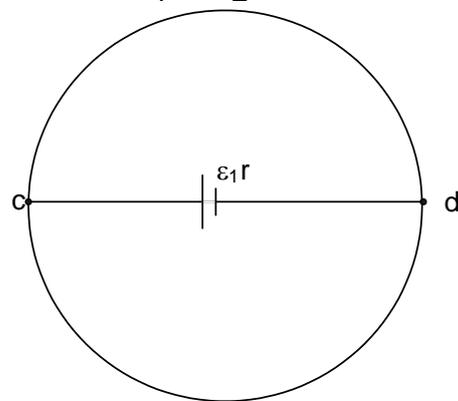


Рис. 42

10. Проволока из нихрома изогнута в виде кольца радиуса 1 м (рис. 42). В центре кольца помещен гальванический элемент с эдс 2 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом. Элемент соединен с точками с и d кольца по диаметру с помощью такой же нихромовой проволоки. Найти разность потенциалов между точками с и d. Удельное сопротивление нихрома 1,1 мкОм·м, площадь сечения проволоки 1 мм<sup>2</sup>. (Ответ:  $\varphi_c - \varphi_d = 0,64$  В).

11. Сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$  и эдс  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  источников тока в схеме, изображенной на рис. 43, известны. При какой эдс  $\varepsilon_3$  третьего источника ток через резистор  $R_3$  не течет? (Ответ:  $\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 + R_2}$ ).

12. Источник тока с эдс  $\varepsilon_0$  включен в схему, параметры которой даны на рис. 44. Найти эдс  $\varepsilon$  источника тока и направление его подключения к выводам а и b, при которых ток через резистор с сопротивлением  $R_2$  не идет. (Ответ:  $\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 (R_1 + R_3)}{R_0}$ ).

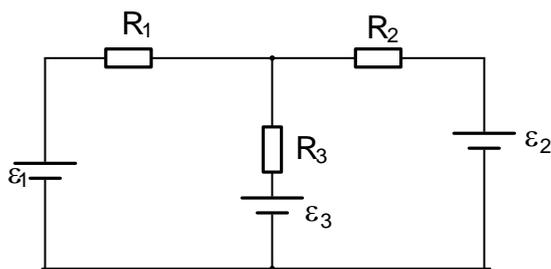


Рис. 43

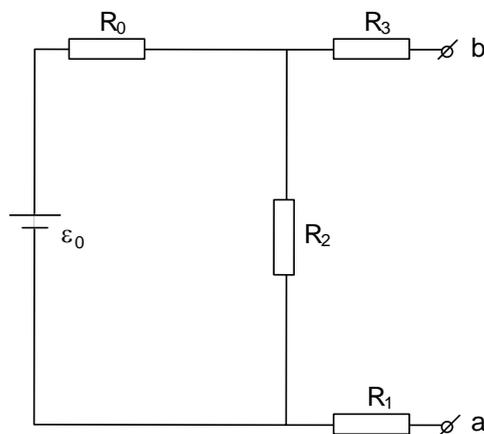


Рис. 44

13. Найти токи, протекающие в каждой ветви цепи, изображенной на рис. 45. эдс источников тока  $\varepsilon_1 = 6,5$  В,  $\varepsilon_2 = 3,9$  В. Сопротивления резисторов  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$  Ом. (Ответ:  $I_1 = 0,19$  А,  $I_2 = 0,17$  А;  $I_3 = 0,02$  А,  $I_4 = 0,05$  А;  $I_5 = 0,07$  А;  $I_6 = 0,12$  А).

14. Два источника тока ( $\varepsilon_1 = 8$  В,  $\varepsilon_2 = 6$  В,  $r_1 = 2$  Ом,  $r_2 = 1,5$  Ом) и реостат ( $R = 10$  Ом) соединены, как показано на рис. 46. Вычислить силу тока  $I$ , текущего через реостат. (Ответ:  $I = 0$ ).

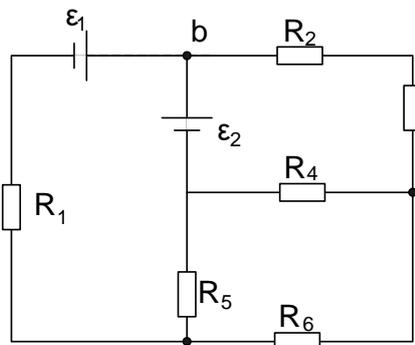


Рис. 45

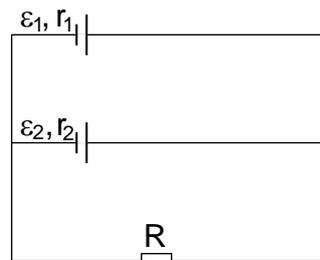


Рис. 46

15. Три источника тока с эдс  $\varepsilon_1 = 11$  В,  $\varepsilon_2 = 4$  В и  $\varepsilon_3 = 6$  В и три реостата с сопротивлением  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом и  $R_3 = 2$  Ом соединены, как показано на рис. 47. Определить силы токов в реостатах. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь. (Ответ:  $I_1 = 0,8$  А,  $I_2 = 0,3$  А,  $I_3 = 0,5$  А).

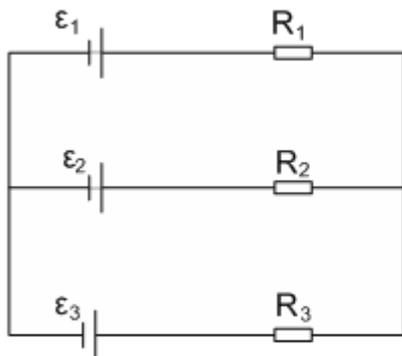


Рис. 47

16. Три сопротивления  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 1$  Ом и  $R_3 = 3$  Ом, а также источник тока с эдс  $\varepsilon_1 = 1,4$  В соединены, как показано на рис. 48. Определить эдс  $\varepsilon_2$  источника тока, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы в сопротивлении  $R_3$  шел ток силой  $I = 1$  А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источника тока пренебречь. (Ответ:  $\varepsilon_2 = 3,6$  В).

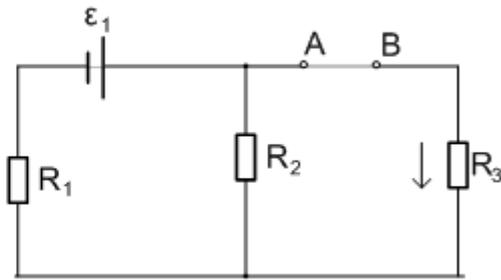


Рис. 48

17. Два элемента с одинаковыми эдс  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$  В и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 1$  Ом и  $r_2 = 2$  Ом замкнуты на внешнее сопротивление  $R$  (рис. 46). Через элемент с эдс  $\varepsilon_1$  течет ток  $I_1 = 1$  А. Найти сопротивление  $R$  и ток  $I_2$ , текущий через элемент с ЭДС  $\varepsilon_2$ . Какой ток  $I$  течет через сопротивление  $R$ ? (Ответ:  $R = 0,66$  Ом,  $I_2 = 0,5$  А,  $I = 1,5$  А).

18. Определите силу тока в проводнике сопротивлением  $3R$  (рис. 49)  $\varepsilon_1 = 2\varepsilon$ ;  $\varepsilon_2 = \varepsilon$ ;

$r_2 = r$ ;  $r_1 = 2r$ . (Ответ:  $I = \frac{3R\varepsilon}{11R^2 + 2r^2 + 14Rr}$ ).

19. Какой ток  $I_A$  течет через амперметр с пренебрежимо маленьким внутренним сопротивлением в схеме, показанной на рис. 50:  $\varepsilon = 7,5$  В;  $R_1 = 15$  Ом;  $R_2 = R_3 = R_4 = 10$  Ом. Ответ:  $I_A = 0,75$  А).

20. Эдс батарей в схеме, изображенной на рис. 51, равны  $\varepsilon_1 = 110$  В и  $\varepsilon_2 = 220$  В. Сопротивления:  $R_1 = R_2 = 100$  В,  $R_3 = 500$  Ом. Найти показание амперметра. (Ответ:  $I = 0,4$  А).

21. Определите силу тока через каждый из резисторов (рис. 52), если к цепи приложено напряжение 84 В. Сопротивления резисторов

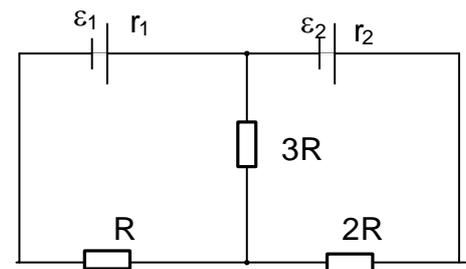


Рис. 49

$R_1 = R_5 = R_8 = 120 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_6 = R_7 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 24 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ .  
 (Ответ:  $I_1 = I_2 = I_3 = 4 \text{ А}$ ,  $I_4 = I_7 = I_8 = 2 \text{ А}$ ).

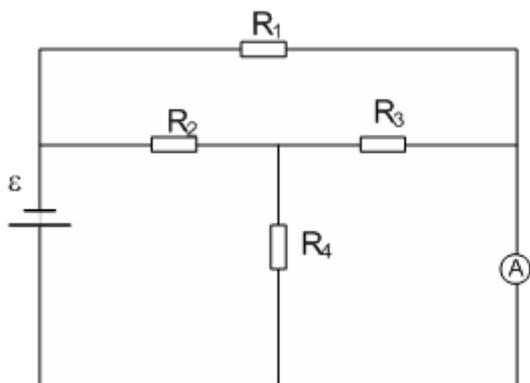


Рис. 51

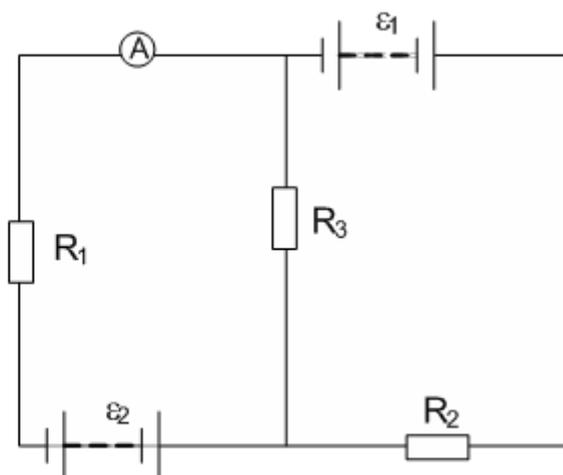


Рис. 52

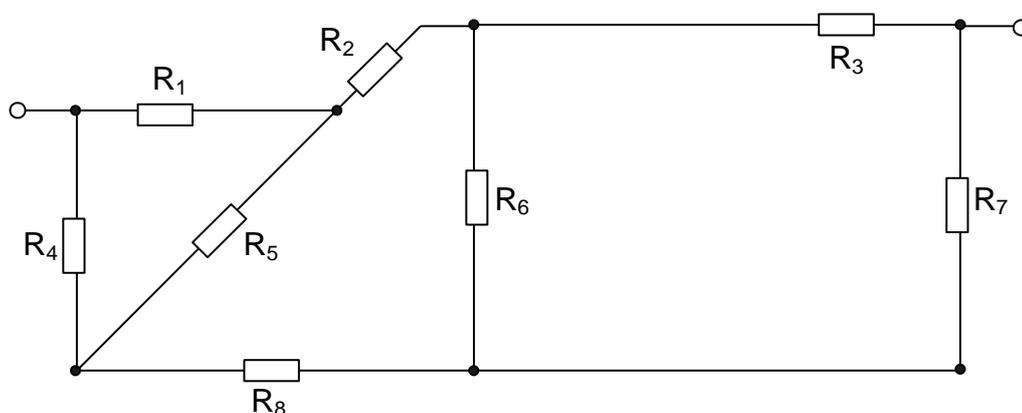


Рис. 52

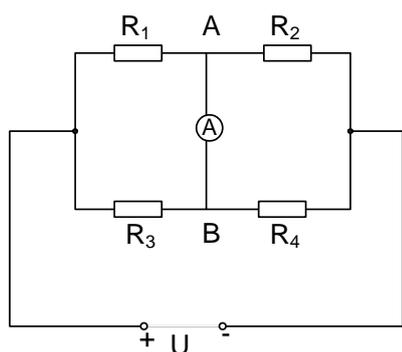


Рис. 53

22. Какой ток идет через амперметр (рис. 53), если  $R_1 = R_4 = R$ , а  $R_2 = R_3 = 3R$ ? К цепи приложено напряжение  $U$ . Сопротивление амперметра можно считать пренебрежимо малым. (Ответ:  $I_A = \frac{U}{3R}$ ).

23. Найдите силу тока  $I$  через источник и напряжение  $U$  на источнике, если его эдс  $\varepsilon = 15 \text{ В}$ , а внутреннее сопротивление  $r = 4 \text{ Ом}$  (рис. 54). Сопротивления всех резисторов одинаковы:  $R = 68 \text{ Ом}$ . (Ответ:  $I = 0,1 \text{ А}$ ,  $U = 14,6 \text{ В}$ ).

24. Батареи имеют эдс  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 6 \text{ В}$ , сопротивления  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 12 \text{ Ом}$  (рис. 55). При коротком замыкании верхнего узла схемы с отрицательным зажимом батарей через замыкающий провод течет ток

$I = 1,6 \text{ A}$ . Найти токи во всех участках цепи и сопротивление  $R_3$ .  
(Ответ:  $I_1 = 0,3 \text{ A}$ ;  $I_2 = 0,5 \text{ A}$ ;  $I_3 = 0,8 \text{ A}$ ,  $R_4 = 7,5 \text{ Ом}$ ).

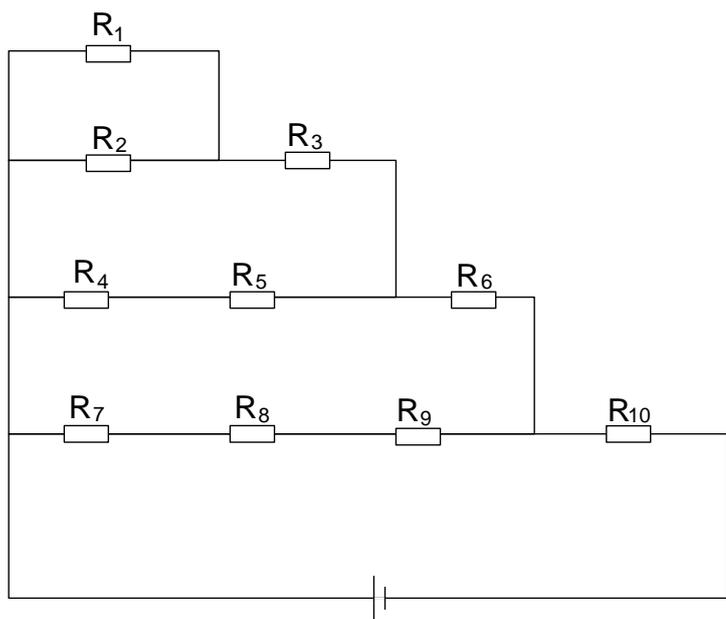


Рис. 54

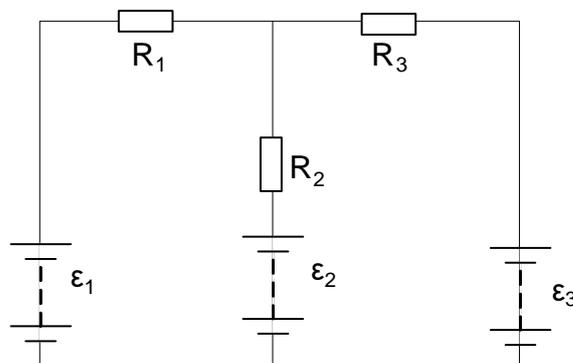


Рис. 55

25. Батареи имеют эдс  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10 \text{ В}$ , сопротивления  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 40 \text{ Ом}$  и  $R_4 = 40 \text{ Ом}$  (рис. 56). Найти показание амперметра.

26. Определите показание амперметра в схеме (рис. 57), если  $\epsilon = 15 \text{ В}$ ,  $R_1 = 4,2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ . Каким станет это показание, если поменять местами амперметр и источник эдс? Внутренние сопротивления источника и амперметра малы по сравнению с сопротивлением резисторов. (Ответ:  $I_A = I'_A = 0,67 \text{ А}$ ).

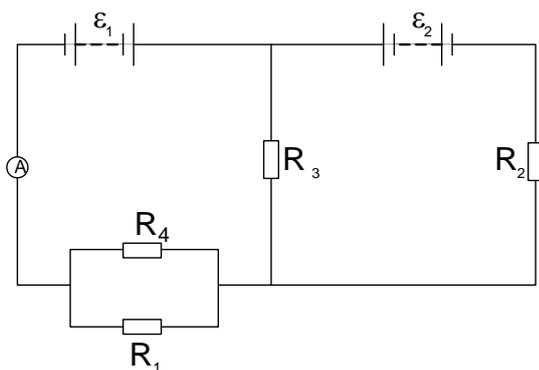


Рис. 56

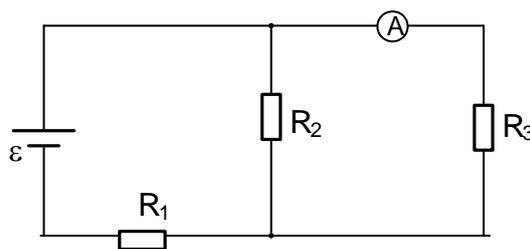


Рис. 57

27. В цепи (рис. 58) гальванометр показывает отсутствие тока. Эталонный элемент имеет эдс  $\epsilon_0 = 1,5 \text{ В}$ , внутреннее сопротивление  $r_0 = 1,5 \text{ Ом}$ . Сопротивления резисторов:  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4,5 \text{ Ом}$ . Определите эдс  $\epsilon$  аккумулятора. (Ответ:  $\epsilon = 0,6 \text{ В}$ ).

28. Батареи имеют эдс  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , сопротивление  $R_2 = 2R_1$  (рис. 59). Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление  $R_2$ ? (Ответ: в 3 раза).

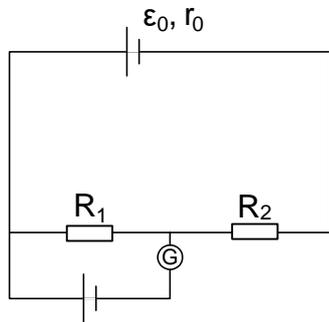


Рис. 58

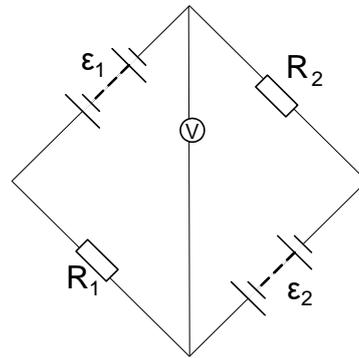


Рис. 59

29. Найти показания амперметра и вольтметра по схеме (рис. 60). Сопротивление вольтметра 1000 Ом, эдс батареи 110 В,  $R_1 = 400$  Ом,  $R_2 = 600$  Ом. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. (Ответ:  $I = 0,089$  А,  $U = 35,6$  В).

30. Элементы схемы, изображенной на рис. 61, имеют следующие значения:  $\varepsilon_1 = 1$  В,  $\varepsilon_2 = 2$  В,  $\varepsilon_3 = 3$  В,  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 200$  Ом,  $R_3 = 300$  Ом,  $R_4 = 400$  Ом. Определить токи, текущие через сопротивления. Сопротивлениями источников тока и соединительных проводов пренебречь. (Ответ:  $I_1 = 6,3$  мА;  $I_2 = 1,8$  мА;  $I_3 = 4,5$  мА,  $I_4 = 0$  Ом).

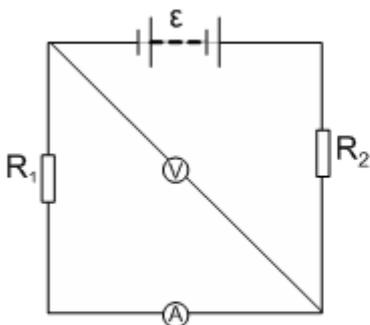


Рис. 60

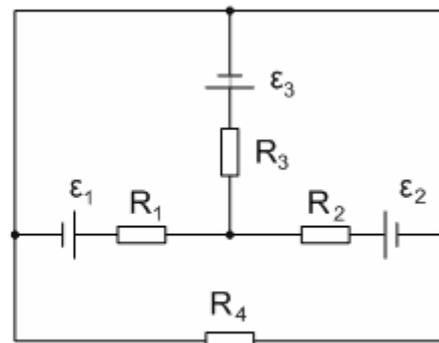


Рис. 61

#### 4. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля–Ленца

##### Основные формулы

- Работа электрических сил на участке цепи, на концах которого имеется разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , следующая:

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2)It. \quad (4.1)$$

• Работу тока в последовательно соединенных проводниках удобно определить по формулам:

$$A = IUt \text{ или } A = I^2 Rt, \quad (4.2)$$

где  $I$  – сила тока;  $U$  – напряжение;  $t$  – время;  $R$  – сопротивление проводника; в параллельно соединенных проводниках:

$$A = \frac{U^2}{R} t. \quad (4.3)$$

• Мощность тока  $P$

$$P = \frac{A}{t} = UI. \quad (4.4)$$

Удобно также пользоваться формулами:

$$P = I^2 R \text{ (при последовательном соединении проводников)} \quad (4.5)$$

$$\text{или } P = \frac{U^2}{R} \text{ (при параллельном соединении)}. \quad (4.6)$$

• Работа, совершенная источником электрической энергии за время  $t$

$$A = \varepsilon It = I^2 R_{\text{полн}} t = \frac{\varepsilon^2}{R^2} t, \quad (4.7)$$

где  $\varepsilon$  – эдс источника;  $R_{\text{полн}}$  – полное сопротивление цепи.

• Закон Джоуля–Ленца (количество теплоты, выделенное на участке цепи сопротивлением  $R$ , по которому в течение времени  $t$  идет ток силой  $I$ )

$$Q = I^2 Rt. \quad (4.8)$$

### Методические указания

Если цепь состоит из источника тока с эдс  $\varepsilon$  и внутренним сопротивлением  $r$ , а сопротивление внешней части цепи  $R$ , то вся работа тока в этой

цепи – затраченная работа  $A_{затр}$  – определяется как сумма работы на внешнем участке цепи  $A_{внеш}$  и работы на внутреннем участке  $A_{внутр}$ :

$$A_{затр} = A_{внеш} + A_{внутр},$$

где работа  $A_{внеш}$  – это обычно «полезная» работа. Здесь  $A_{затр} = \varepsilon It$ ,  $A_{внеш} = UIt = I^2 R t$  и  $A_{внутр} = I r t$ . Можно также записать:  $A_{затр} = P_n t$ , где  $P_n$  – полная мощность тока в цепи.

Мощность тока на внешнем сопротивлении  $R$  («полезная» мощность) может быть определена формулами:

$$P = I^2 R = I \varepsilon - I^2 r = \frac{U^2}{R} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}.$$

При коротком замыкании  $R = 0$  и  $I = \frac{\varepsilon}{r}$ , поэтому  $P = \frac{\varepsilon}{r} \varepsilon - \frac{\varepsilon^2 r}{r^2} = 0$ .

Это означает, что при коротком замыкании ток работу не совершает.

При решении задач на тепловое действие тока часто используется понятие КПД – коэффициента полезного действия.

КПД определяется соотношением

$$\eta = \frac{A_{полез}}{A_{затр}} 100 \%$$

Применительно к электрической цепи:

$$\eta = \frac{UIt}{\varepsilon It} = \frac{U}{\varepsilon},$$

но по закону Ома  $U = IR$  и  $\varepsilon = I(R + r)$ , поэтому

$$\eta = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

## Примеры решения задач

### Пример 1

ЭДС батареи  $\varepsilon = 12$  В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея,  $I_{\max} = 5$  А. Какая наибольшая мощность  $P_{\max}$  может выделиться на подключенном к батарее резисторе с переменным током сопротивлением?

### Решение

Мощность тока на внешнем участке цепи определяется соотношением

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2},$$

где  $R, r$  – сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи соответственно. При постоянных величинах  $\varepsilon$  и  $r$  мощность  $P$  является функцией одной переменной – внешнего сопротивления  $R$ .

Для определения максимальной мощности применим общий метод исследования функций на экстремум с помощью производной  $P'(R) = 0$ :

$$\left( \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \right)' = \frac{\varepsilon^2 (r-R)}{(R+r)^3} = 0,$$

откуда следует:  $r - R = 0$ ,  $r = R$ , т. е. максимальная мощность во внешней цепи выделяется при условии равенства внешнего и внутреннего сопротивления.

Тогда  $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ .

По закону Ома для замкнутой цепи наибольшая сила тока  $I_{max}$  будет при внешнем сопротивлении  $R = 0$  (ток короткого замыкания), поэтому

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I_{max}}.$$

Подставив последнюю формулу в формулу для  $P_{max}$ , получим:

$$P_{max} = \frac{\varepsilon I_{max}}{4}.$$

Вычисления:

$$P_{max} = \frac{12B \cdot 5A}{4} = 15Bm.$$

### Пример 2

При ремонте электрической плитки ее спираль укоротили на 20 %. Во сколько раз изменилась при этом мощность плитки?

#### Решение

Обозначим  $\ell_1$  – первоначальную длину спирали,  $\ell_2$  – длину спирали после укорачивания, тогда  $\Delta \ell = \ell_1 - \ell_2$  – изменение длины спирали.

Для определения мощности воспользуемся формулой  $P = \frac{U^2}{R}$ , так как при изменении сопротивления спирали изменяется и сила тока в ней, а напряжение остается прежним:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \text{ и } P_2 = \frac{U^2}{R_2}, \text{ тогда}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{U^2 R_1}{R_2 U^2} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ где } R_1 = \rho \frac{\ell_1}{S} \text{ – сопротивление спирали до укорачивания.}$$

$R_2 = \rho \frac{\ell_2}{S}$  – сопротивление спирали после укорачивания, где

$\rho$  – удельное сопротивление металла, из которого изготовлена спираль,  
 $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho \ell_1 S}{S \rho \ell_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2}.$$

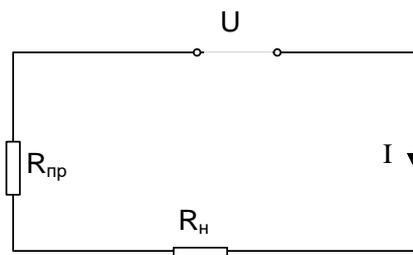
По условию  $\frac{\Delta \ell}{\ell_1} = \frac{\ell_1 - \ell_2}{\ell_1} = 0,2 \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = 1,25.$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1,25.$$

### Пример 3

Линия имеет сопротивление 300 Ом. Какое напряжение должен давать генератор, чтобы при передаче потребителю мощности 25 кВт потери в линии не превышают 4 % передаваемой мощности?

**Решение**



На схеме:  $R_{np}$  – сопротивление подводящих проводов;  $R_n$  – сопротивление нагрузки;  $U$  – напряжение на выходе генератора;  $I$  – сила тока в линии.

Мощность тепловых потерь в подводящих проводах  $\Delta P = Z P_n = I^2 R_{np}$ ,

$Z$  – потери мощности ( $Z = 4 \% = 0,04$ );

$$I = \sqrt{\frac{Z P_n}{R_{np}}};$$

$$I = \sqrt{\frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{300 \text{ Ом}}} \approx 1,83 \text{ А};$$

$$P_n = I^2 R_n \Rightarrow R_n = \frac{P_n}{I^2} = \frac{P_n R_{np}}{Z P_n} = \frac{R_{np}}{Z};$$

По закону Ома:

$$I = \frac{U}{R_n + R_{np}} \Rightarrow U = I (R_n + R_{np});$$

$$U = I \left( \frac{R_{np}}{Z} + R_{np} \right) = IR_{np} \frac{(1+Z)}{Z};$$

$$U = 14,27 \text{ В.}$$

#### Пример 4

Сколько витков никелевой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром  $D = 1,5$  см, чтобы сделать кипятильник, в котором за время  $t = 10$  мин закипает  $V = 1,2$  л воды, взятой при начальной температуре  $t_1^\circ = 10$  °С? Кпд установки  $\eta = 60$  %, диаметр проволоки  $d = 0,2$  мм, напряжение на ней  $U = 100$  В. Удельное сопротивление никелина  $\rho^* = 4,2 \cdot 10^{-7}$  Ом·м.

#### Решение

Полезная энергия, выделяемая кипятильником, определяется соотношением

$$Q = mc(T_2 - T_1),$$

где  $m = \rho V$  – масса воды;  $\rho$  – плотность воды;  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $T_1, T_2$  – начальная и конечная температура.

С другой стороны,  $Q = \eta A_{затр}$ ,

где  $A_{затр}$  – работа, совершаемая электрическим током,

$$A_{затр} = \frac{U^2}{R},$$

где  $R$  – сопротивление проволоки  $R = \rho^* \frac{\ell}{S}$ ;  $\ell$  – длина проволоки;  $S$  – площадь ее поперечного сечения;

Если  $\ell = \pi DN$ ;  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ,

то получаем

$$A_{затр} = \frac{U^2 \pi d^2}{\rho^* \pi DN \cdot 4} = \frac{(Ud)^2}{4\rho^* DN},$$

$$Q = \eta \frac{(Ud)^2 t}{4\rho^* DN} = \rho V c (T_2 - T_1),$$

откуда следует

$$N = \eta \frac{(Ud)^2 t}{\rho V c (T_2 - T_1) \cdot 4\rho^* D},$$

где  $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – удельная теплоемкость воды.

$$t_2^\circ = 100^\circ\text{C}, \quad T_2 = 373\text{K}.$$

Вычисления:

$$N = 0,6 \frac{(0,2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10^4 \cdot 600}{10^3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 4 \cdot 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} \approx 13.$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. Во сколько раз нужно повысить напряжение, даваемое генератором, чтобы потери мощности в проводящих проводах снизить в 100 раз? Мощность, отдаваемую генератором в линию, считать постоянной. (Ответ: в 10 раз).

2. Чему равна сила тока в подводящих проводах при коротком замыкании, если на электроплитах с сопротивлением  $R_1 = 200$  Ом и  $R_2 = 500$  Ом выделяется при поочередном их включении одинаковая мощность  $P = 200$  Вт? (Ответ:  $I = 1,63$  А).

3. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС батареи равна 24 В, внутреннее сопротивление  $r = 1$  Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность  $P = 80$  Вт. Вычислить силу тока в цепи и кпд нагревателя. (Ответ:  $I = 20$  А;  $\eta = 17\%$ ).

4. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через  $t_1 = 15$  мин, если только вторая, то через  $t_2 = 30$  мин. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить: а) последовательно; б) параллельно? (Ответ:  $t_a = 45$  мин;  $t_b = 10$  мин).

5. Две лампы с номинальной мощностью  $P_1 = 40$  Вт и  $P_2 = 60$  Вт, рассчитанные на одинаковое напряжение, включены последовательно в сеть с тем же напряжением. Какие мощности будут потреблять лампы? Какая из них будет гореть ярче? (Ответ:  $P_1' = 14,4$  Вт,  $P_2' = 9,6$  Вт, ярче будет гореть лампа первая).

6. Сила тока, создаваемого элементом во внешней цепи, равна 3 А при напряжении на зажимах источника 2 В. Определите кпд элемента, если его внутреннее сопротивление 0,02 Ом. (Ответ:  $\eta = 97\%$ ).

7. Кпд аккумулятора с одним подключенным резистором равен 60 %. Если этот резистор заменить другим, кпд аккумулятора станет равным 80 %. Каким будет кпд аккумулятора, если оба резистора соединить с аккумулятором последовательно? параллельно? (Ответ: 85 %; 52 %).

8. При зарядке аккумулятора была затрачена энергия 0,8 кВт·ч. При разрядке на резистор сопротивлением 8 Ом эдс аккумулятора равномерно убывала с 22 до 18 В в течение 10 ч. Вычислите полезную емкость аккумулятора и его кпд. Внутренним сопротивлением аккумулятора пренебречь. (Полезная емкость аккумулятора определяется величиной заряда, перемещенного по цепи за время его работы). (Ответ:  $q = 25$  А·ч;  $\eta = 62,5\%$ ).

9. Элемент замыкают один раз резистором сопротивлением 4 Ом, другой раз – резистором сопротивлением 9 Ом. В том и в другом случае во внешней цепи выделяется одинаковая мощность. При каком внешнем сопротивлении она будет наибольшей. (Ответ:  $R = 6 \text{ Ом}$ ).

10. Три лампочки сопротивлением  $R_{л}$  каждая соединены последовательно и подключены к источнику тока с внутренним сопротивлением  $r$ . Во сколько раз изменится мощность тока в них (полезная мощность), если

лампочки соединить параллельно? (Ответ:  $\frac{P_2}{P_1} = \left[ \frac{3R_{л} + r}{R_{л} + 3r} \right]^2$ ).

11. На расстоянии 5 м от источника тока находится потребитель, которому подается напряжение 1000 В. Ток идет по стальным проводам с диаметром поперечного сечения  $d = 2,5 \text{ мм}$ . Найти потери мощности в проводах и кпд этой передачи. Передаваемая мощность  $P = 25 \text{ кВт}$ . (Ответ:  $\Delta P = 191 \text{ Вт}$ ;  $\eta = 99 \%$ ).

12. Найти эдс и внутреннее сопротивление источника тока, если при силе тока  $I_1 = 15 \text{ А}$  он отдает во внешнюю цепь мощность  $P_1 = 135 \text{ Вт}$ , а при силе тока  $I_2 = 6 \text{ А}$  – мощность  $P_2 = 64,8 \text{ Вт}$ . (Ответ:  $r = 0,2 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon = 12 \text{ В}$ ).

13. Когда источник тока замкнут на внешнее сопротивление, кпд схемы  $\eta_1$ . Найти кпд  $\eta_2$  схемы, если к этому источнику тока подключили параллельно ещё  $n$  таких же источников, а внешнее сопротивление осталось

прежним. (Ответ:  $\eta_2 = \frac{n\eta_1}{1 + \eta_1(n-1)}$ ).

14. Электрическая кастрюля и чайник, потребляющие мощность  $P_1 = 600 \text{ Вт}$  и  $P_2 = 300 \text{ Вт}$ , включены в сеть параллельно, и вода в них закипает одновременно через время  $t = 20 \text{ мин}$ . Через сколько времени закипит вода в кастрюле и чайнике, если их включить в сеть последовательно? (Ответ:  $t_1 = 3 \text{ ч}$ ;  $t_2 = 45 \text{ мин}$ ).

15. В каком из четырех сопротивлений (рис. 62) при протекании тока выделится большее количество теплоты?  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 1 \text{ Ом}$ . (Ответ: в сопротивлении  $R_2$ ).

16. Сила тока в проводнике сопротивлением  $r = 100 \text{ Ом}$  равномерно нарастает от  $I_0 = 0$  до  $I_{\text{max}} = 10 \text{ А}$ . В течение времени  $t = 30 \text{ с}$ . Определить количество теплоты, выделившейся за это время в проводнике. (Ответ:  $Q = 100 \text{ кДж}$ ).

17. Поселок, потребляющий электрическую мощность  $P = 1200 \text{ кВт}$ , находится на расстоянии  $l = 5 \text{ км}$  от электростанции. Передача электроэнергии производится при напряжении  $U = 60 \text{ кВ}$ . Допустимая относительная потеря напряжения (и мощности) в проводах  $k = 1 \%$ . Какой минималь-

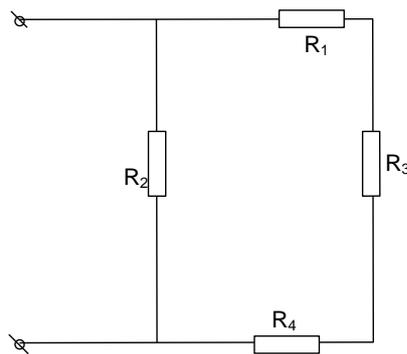


Рис. 62

ный диаметр  $d$  могут иметь медные провода линии электропередачи? (Ответ:  $d = 2,7$  мм).

18. Предохранитель изготовлен из свинцовой проволоки сечением  $S_1 = 0,2$  мм<sup>2</sup>. При коротком замыкании сила тока достигла величины  $I = 20$  А. Через какое время  $t$  после короткого замыкания начнет плавиться предохранитель? На сколько за это время нагреются подводящие медные провода сечением  $S_2 = 2,0$  мм<sup>2</sup>? Начальная температура предохранителя  $t_0 = 27$  °С. Считайте, что сопротивление свинцовой проволоки не зависит от температуры. (Ответ:  $t = 0,21$  с;  $\Delta t = 0,1$  °С).

19. Электрический чайник с водой  $V = 600$  см<sup>3</sup> при  $9$  °С, сопротивление обмотки которого равно  $16$  Ом, забыли выключить. Через сколько времени после включения вся вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети  $120$  В, КПД чайника  $60$  %. (Ответ:  $t = 49$  мин).

20. В цепь, состоящую из медного провода площадью поперечного сечения  $S_1 = 3$  мм<sup>2</sup>, включен свинцовый предохранитель площадью поперечного сечения  $S_2 = 1$  мм<sup>2</sup>. На какое повышение температуры проводов при коротком замыкании цепи рассчитан этот предохранитель? Считать, что при коротком замыкании вследствие кратковременности процесса все выделяемое тепло идет на нагревание цепи. Начальная температура предохранителя  $t_0 = 17$  °С. (Ответ:  $\Delta t = 1,8$  °С).

21. На плитке мощностью  $0,5$  кВт стоит чайник, в который налит  $1$  л воды при температуре  $16$  °С. Вода в чайнике закипела через  $20$  мин после включения плитки. Какое количество тепла потеряно при этом на нагревание самого чайника, на излучение и т. д.? (Ответ:  $Q = 2,5 \cdot 10^5$  Дж).

22. На схеме (рис. 63)  $\varepsilon$  – ЭДС батареи ( $\varepsilon = 110$  В),  $K$  – калориметр с  $500$  г керосина. Амперметр показывает  $2$  А, вольтметр  $10,8$  В.  $R_1$  – сопротивление спирали;  $R_2$  – сопротивление реостата. Чему равно сопротивление спирали? Найти удельную теплоемкость керосина, если после  $5$  мин пропускания тока через спираль керосин нагрелся на  $5$  °С? Считать, что на нагрев керосина идет  $80$  % выделяющегося в спирали тепла. Чему равно сопротивление реостата? Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

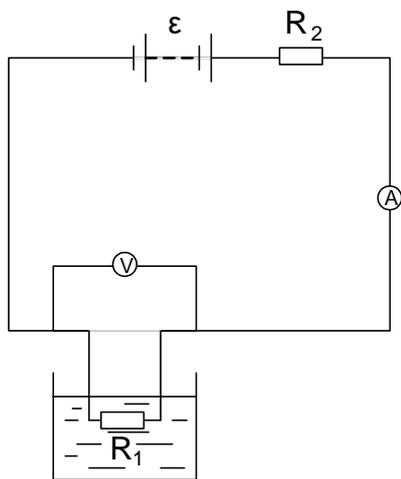


Рис. 63

(Ответ:  $R_1 = 5,4$  Ом;  $c = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ;  $R_2 = 49,6$  Ом).

23. Для нагревания  $4,5$  л воды от  $23$  °С до кипения нагреватель потребляет  $0,5$  кВт·ч электрической энергии. Чему равен КПД нагревателя? (Ответ:  $\eta = 80$  %).

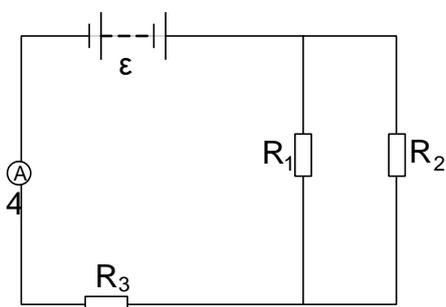


Рис. 64

24. На схеме (рис. 64)  $\varepsilon$  – эдс батареи ( $\varepsilon = 120$  В), сопротивления резисторов  $R_3 = 30$  Ом;  $R_2 = 60$  Ом. Амперметр показывает 2 А. Найти мощность, выделяющуюся в сопротивление  $R_1$ . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. (Ответ:  $P_1 = 60$  Вт).

25. Элемент, эдс которого  $\varepsilon$  и внутреннее сопротивление  $r$ , замкнут на внешнее сопротивление  $R$ . Наибольшая мощность во внешней цепи равна 9 Вт. Сила тока, текущего при этих условиях по цепи, равна 3 А. Найти величины  $\varepsilon$  и  $r$ . (Ответ:  $\varepsilon = 6$  В;  $r = 1$  Ом).

26. При подключении к источнику тока с внутренним сопротивлением  $r = 0,2$  Ом сопротивления  $R = 1$  Ом напряжение на полюсах источника тока уменьшается на  $\Delta U = 0,5$  В. Найти полную мощность  $P$ , развиваемую источником тока в этой цепи. (Ответ:  $P = 7,5$  Вт).

27. Лебедка поднимает из воды бетонную плиту прямоугольной формы толщиной  $h$  с площадью поверхности  $S$ , двигая ее без начальной скорости с ускорением  $a$  в течение времени  $t$ . Напряжение на зажимах мотора  $U$ . Плотность бетона  $\rho_б$ , плотность воды  $\rho_в$ . Найти силу тока  $I$  в моторе лебедки. (Ответ:  $I = \frac{athS}{2U}(\rho_б(a + g) - \rho_в g)$ ).

28. Какой мощности  $P_2$  можно установить в конце двухпроводной линии электропечь, имеющую сопротивление  $R = 10$  Ом, если мощность тока  $P_1 = 6$  кВт при напряжении на его зажимах  $U_1 = 1$  кВ. (Ответ:  $P_2 = 5,6 \cdot 10^3$  Вт).

29. Под каким напряжением  $U$  нужно передавать электроэнергию потребителю на расстоянии 10 км, чтобы при плотности тока  $0,5$  А/мм<sup>2</sup> в стальных проводах двухпроводной линии электропередачи потери составляли 1 % передаваемой мощности? Удельное сопротивление стали  $\rho = 0,12$  мкОм·м (Ответ:  $U = 1,2 \cdot 10^5$  В).

30. Электропечь за 20 мин превращает в стоградусный пар 0,5 кг воды, взятой при 25 °С. Найти длину нихромовой проволоки с площадью поперечного сечения  $0,2$  мм<sup>2</sup>, используемой в качестве нагревательного элемента в печи, если напряжении на зажимах печи  $U = 220$  В и ее КПД  $\eta = 85$  %. Удельное сопротивление нихрома  $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}$  Ом·м, удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования  $r = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг. (Ответ:  $l = 1,2$  м).

## 5. Электропроводность различных сред (электрический ток в различных средах)

### Основные формулы

- Плотность тока в металле

$$j = en \langle v \rangle, \quad (5.1)$$

где  $e$  – заряд электронов;  $n$  – концентрация свободных электронов;  $\langle v \rangle$  – средняя скорость упорядоченного движения электронов.

- Удельная проводимость металла

$$\gamma = \frac{ne^2}{m\tau}, \quad (5.2)$$

где  $m$  – масса электрона;  $\tau$  – среднее время между соударениями электрона с атомами металла – время свободного пробега.

• Внутренняя контактная разность потенциалов на границе двух металлов с концентрацией свободных электронов  $n_1$  и  $n_2$ :

$$U = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (5.3)$$

- Внешняя контактная разность потенциалов

$$U_a = \frac{A_1 - A_2}{e}, \quad (5.3a)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура спая;  $e$  – заряд электрона;  $A_1, A_2$  – работы выходов свободного электрона из металлов.

- Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии:

$$j_{нас} = BT^2 e^{-A/(kT)}, \quad (5.4)$$

где  $B$  – эмиссионная постоянная;  $A$  – работа выхода;  $T$  – температура катода;  $k$  – постоянная Больцмана.

- Удельная электропроводность собственных полупроводников:

$$\gamma = en(b_n + b_p), \quad (5.5)$$

где  $b_n$  и  $b_p$  – подвижности электронов и дырок;  $e, n$  – заряд и концентрация электронов.

• Зависимость удельной электропроводности собственных полупроводников от температуры:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta W/(2kT)}, \quad (5.6)$$

где  $\Delta W$  – ширина запрещенной зоны полупроводника;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура;  $\gamma_0$  – постоянная величина, определяемая природой данного полупроводника.

- Плотность тока в газе при отсутствии насыщения

$$j = qn(b_+ + b_-)E, \quad (5.7)$$

где  $q$  – абсолютное значение заряда каждого иона;  $n$  – концентрация ионов (число ионов одного знака в единице объема);  $b_+, b_-$  – подвижности положительных и отрицательных ионов;  $E$  – напряженность электрического поля в газе.

- Подвижность ионов

$$b = \frac{\langle v \rangle}{E}, \quad (5.8)$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость упорядоченного движения ионов;  $E$  – напряженность электрического поля.

- Концентрация ионов

$$n = \sqrt{\frac{N}{\gamma}}, \quad (5.9)$$

где  $N$  – число пар ионов, создаваемых ионизирующим агентом в единице объема за единицу времени,  $[N] = [\text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}]$ ;  $\gamma$  – коэффициент рекомбинации,  $[\gamma] = [\text{м}^3/\text{с}]$ .

- Плотность тока насыщения в газе между плоскими электродами, расстояние между которыми  $l$ :

$$j_{i\alpha n} = q \Delta n l, \quad (5.10)$$

где  $q$  – заряд иона;  $\Delta n$  – число пар ионов, ежесекундно образуемых ионизатором в единице объема газа.

- Удельная электропроводность электролита

$$\gamma = q \alpha n_o (b_+ + b_-), \quad (5.11)$$

где  $n_0$  – концентрация молекул растворенного вещества;  $\alpha$  – коэффициент диссоциации, равный отношению числа диссоциированных молекул к их общему числу.

- Первый закон Фарадея

$$m = kq, \quad (5.12)$$

где  $m$  – масса вещества, выделяющегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда  $q$ ;  $k$  – электрохимический эквивалент вещества.

- Второй закон Фарадея

$$k = \frac{M}{Fz}, \quad (5.13)$$

где  $M$  – молярная масса данного вещества;  $F$  – постоянная Фарадея;  $z$  – валентность ионов.

- Объединенный закон Фарадея

$$m = \frac{M}{Fz}q = \frac{M}{Fz}It. \quad (5.14)$$

### Методические указания

Решение задач на электролиз лучше начинать с закона электролиза. Если известен электрохимический эквивалент вещества, то используется первый закон Фарадея. Если же коэффициент  $k$  неизвестен, то можно начать с обобщенного закона Фарадея.

Если в задачах на электролиз что-либо говорится о толщине слоя выделившегося вещества, то массу выделившегося вещества можно рассчитать по формуле  $m = \rho V$ , а объем  $V$  – соответственно через площадь  $S$  электрода и толщину  $h$  слоя вещества –  $V = Sh$ .

В некоторых задачах может встретиться понятие «выход по току  $\eta$ ». Выходом по току называется отношение массы вещества, которое фактически выделилось на электроде при электролизе, к массе вещества, которое должно выделиться согласно законам электролиза.

При решении задач на электрический ток в газах и вакууме требуется хорошо знать законы электростатики и электродинамики. В некоторых задачах встречается понятие «энергия ионизации газа». Энергией ионизации называют энергию, необходимую для отрыва электрона от атома газа. Энергию ионизации часто выражают не в джоулях, а в электронвольтах (эВ).  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

## Примеры решения задач

### Пример 1

Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной 10 км при силе тока 400 А.

### Решение

Ток в металле – это направленное движение электронов. Суммарный импульс всех движущихся в проводнике электронов

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = m \sum_{i=1}^N \vec{v}_i = mN \langle \vec{v} \rangle,$$

где  $m$  – масса электрона;  $N$  – число свободных электронов в проводнике;  $\langle \vec{v} \rangle$  – средняя скорость направленного движения электронов.

Так как плотность тока  $j$  определяется соотношением:

$$j = en \langle \vec{v} \rangle,$$

то  $\langle \vec{v} \rangle = \frac{j}{en}$ , с другой стороны,  $j = \frac{I}{S}$ , поэтому  $\langle \vec{v} \rangle = \frac{I}{enS}$  и  $p = \frac{mNI}{enS}$ ,

концентрация  $n$  электронов равна числу электронов в единице объема, то

есть  $n = \frac{N}{V}$ , поэтому  $p = \frac{mNI}{e \frac{N}{V} S}$ , учитывая, что объем  $V = Sl$ , получаем:

$$p = \frac{mIl}{e}.$$

где  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона.

### Пример 2

Определите коэффициент диссоциации водного раствора хлористого калия ( $KCl$ ) с концентрацией  $c = 100$  кг/м<sup>3</sup>. Удельное сопротивление такого раствора при 18 °С равно  $7,36 \cdot 10^{-2}$  Ом·м.

### Решение

Коэффициент диссоциации показывает, какая доля всех молекул распалась на ионы:

$$\alpha = \frac{n}{n_0}, \quad (1)$$

где  $n$  – концентрация пар ионов;  $n_0$  – концентрация молекул растворенного вещества.

Если концентрация растворенного вещества  $c$ , то в  $1 \text{ м}^3$  раствора находится  $\frac{c}{M}$  молей хлористого калия; так как в каждом моле содержится  $N = 6,02 \cdot 10^{23}$  молекул, то

$$n_0 = \frac{c}{M} N_A. \quad (2)$$

От концентрации пар ионов зависит электропроводность электролита:

$$\gamma = Zen(b_+ + b_-) = \frac{1}{\rho}. \quad (3)$$

Выразим отсюда  $n$ :

$$n = \frac{1}{\rho Ze(b_+ + b_-)}. \quad (3a)$$

Подставляя (2) и (3a) в (1), получаем:

$$\alpha = \frac{M}{\rho Ze(b_+ + b_-)c N_A}. \quad (4)$$

Из физических таблиц находим:  $M = (39 + 35) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

$$Z = 1$$

$$\rho = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$b_+ = 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{с}\cdot\text{Вольт})$$

$$b_- = 6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{с}\cdot\text{Вольт})$$

После подстановки всех числовых данных в формулу (4) получаем:

$$\alpha = 0,77.$$

### Пример 3

Через водный раствор соляной кислоты пропускают электрический ток  $0,5 \text{ А}$  в течение  $2 \text{ мин}$ . Найдите массу образующегося при этом гремучего газа.

#### Решение

Масса гремучего газа равна сумме масс водорода  $\text{H}_2$  и кислорода  $\text{O}_2$ , образовавшихся при электролизе подкисленной воды:

$$m = m_1 + m_2. \quad (1)$$

Массу вещества, получившегося при электролизе, можно найти по закону Фарадея:

$$m_1 = \frac{1}{F} \frac{A_1}{n_1} It, \quad m_2 = \frac{1}{F} \frac{A_2}{n_2} It, \quad (2)$$

где  $F$  – число Фарадея;  $A_1, A_2$  – атомная масса водорода и кислорода;  $n_1, n_2$  – их валентность.

Подставив выражение (2) в уравнение (1), получим

$$m = \frac{It}{F} \left( \frac{A_1}{n_1} + \frac{A_2}{n_2} \right).$$

Расчет дает  $m = 5,8 \cdot 10^{-6}$  кг.

### Задачи для самостоятельного решения

1. Принимая, что на каждый атом меди и вольфрама приходится один свободный электрон, определите для этих металлов отношение: а) концентраций свободных электронов; б) времен свободного пробега электронов при комнатной температуре; в) средних скоростей упорядоченного движения электронов при одинаковой плотности тока. (Ответ: а) 1,35; б) 0,31; в) 0,74).

2. В медном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения  $0,4 \text{ мм}^2$  идет ток. Мощность, выделяющаяся в проводнике, 0,35 Вт. Определите число электронов, проходящих за 1 с через поперечное сечение этого проводника, и напряженность электрического поля. (Ответ:  $N = 1,26 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}$ ;  $E = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ В/м}$ ).

3. По железному проводнику течет ток с плотностью  $10^4 \text{ А/м}^2$ . Считая, что на каждый атом металла приходится один свободный электрон, определите: а) среднюю скорость упорядоченного движения электронов (дрейфовую скорость); б) механический импульс электронов в единице объема проводника. (Ответ:  $\langle v \rangle = 7,45 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$ ;  $\delta = 5,67 \cdot 10^{-16} \text{ Н} \cdot \text{с}$ ).

4. На аноде двухэлектродной лампы за 1 ч работы выделилось 63 Дж энергии при токе насыщения в лампе 6,3 мА. Считая, что тепло выделяется только за счет кинетической энергии электронов, определите: а) скорость электронов, ударяющихся в анод; б) число электронов, покидающих катод в течение 1 с. (Ответ: а)  $v = 9,8 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ;  $n = 3,94 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ).

5. Определите ток насыщения в электронной лампе с вольфрамовым катодом при таких данных: длина нити накала 3 см; диаметр 0,1 мм; температура нити накала 2700 К; эмиссионная постоянная для вольфрама  $B = 60 \text{ А/(см}^2 \cdot \text{К}^2)$ . (Ответ: 4,17 мкА).

6. Какова работа выхода электронов из металла, если повышение температуры нити накала, сделанной из этого металла, от 2000 до 2001 К уве-

личивает ток в двухэлектродной лампе на 1 %? (Ответ:  $\dot{A} = 3,1 \text{ ЭВ}$ ).

7. Чему равно отношение числа свободных электронов в единице объема у висмута и сурьмы, если при нагревании одного из спаев на  $100^\circ\text{C}$  возникает термоэлектродвижущая сила  $0,011 \text{ В}$ ? Какой металл имеет больше свободных электронов в единице объема, если ток через нагретый спай идет от висмута к сурьме? (Ответ: в сурьме число свободных электронов в единице объема больше в 3,57 раза).

8. Термопара висмут–железо сопротивлением  $5 \text{ Ом}$  присоединена к гальванометру, сопротивление которого  $110 \text{ Ом}$ . Какой ток покажет гальванометр, если один спай поместить в пары кипящей воды (при нормальном давлении), а другой в тающий лед? (Ответ:  $70 \text{ мкА}$ ).

9. Для определения температуры печи в нее вставляют термопару никель–нихром с постоянной  $\beta = 5 \cdot 10^{-7} \text{ В} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ , присоединенную к гальванометру с внутренним сопротивлением  $2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$ , с чувствительностью  $10^{-8} \text{ А/дел}$ . Сопротивлением термопары пренебрегите. При температуре второго спая  $+15^\circ\text{C}$  гальванометр дает отклонение 25 делений. Какова температура печи? (Ответ:  $10^8 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

10. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделился цинк массой  $3,9 \text{ г}$ , во второй – за то же время – железо массой  $2,24 \text{ г}$ . Цинк двухвалентен. Какова валентность железа? (Ответ: 3).

11. Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с электродвижущей силой  $4 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $0,1 \text{ Ом}$ . Определите: а) количество меди, выделившееся за  $10 \text{ мин}$ , если эдс поляризации равна  $1,5 \text{ В}$  и сопротивление раствора  $0,5 \text{ Ом}$ ; б) отношение заряда иона меди к его массе. Медь двухвалентна. (Ответ: а)  $8,15 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$ ; б)  $3,06 \cdot 10^6 \text{ Кл/кг}$ ).

12. При электролизе раствора разлагается  $4,77 \text{ г}$  медного купороса за  $1 \text{ ч}$ . Определите число ионов меди, нейтрализующихся ежесекундно на катоде. Каков заряд каждого иона? (Ответ:  $5 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$ ;  $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ).

13. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне находится раствор хлористого железа ( $\text{FeCl}_2$ ), а во второй – раствор хлорного железа ( $\text{FeCl}_3$ ). Определите массу выделившегося железа и хлора в каждой ванне при прохождении заряда  $9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл}$ . (Ответ:  $m_{1\text{Fe}} = 27,9 \text{ кг}$ ;  $m_{2\text{Fe}} = 18,6 \text{ кг}$ ;  $m_{\text{Cl}} = 35,35 \text{ кг}$ ).

14. Электропроводность нормального раствора соляной кислоты равна  $0,035 \text{ Ом}^{-1}\text{-см}^{-1}$ . Определите коэффициент диссоциации. Какое число ионов каждого знака находится в единице объема раствора? (Ответ:  $0,094$ ;  $5,65 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ).

15. В сосуд прямоугольной формы, противоположные стенки которого служат электродами, налит десятипроцентный раствор поваренной соли массой  $780 \text{ г}$ . Каков коэффициент диссоциации, если сопротивление раствора  $6,9 \text{ Ом}$  и расстояние между электродами  $25 \text{ см}$ ? (Ответ:  $0,62$ ).

16. Каков электрохимический потенциал системы цинк–раствор, если в растворе содержится 0,1 г  $ZnCl_2$  в  $100\text{ см}^3$  воды? Считайте диссоциацию полной. (Ответ:  $-0,561\text{ В}$ ).

17. При электролизе медного купороса за время 1 ч выделилась масса 0,5 г меди. Площадь каждого электрода  $75\text{ см}^2$ . Найти плотность тока. (Ответ:  $56\text{ А/м}^2$ ).

18. Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной с раствором  $AgNO_3$ , показывает ток 0,90 А. Верен ли амперметр, если за время 5 мин прохождения тока выделилось 316 мг серебра? (Ответ: амперметр показывает меньше на 0,04 А).

19. При получении алюминия электролизом раствора  $AlO_3$  в расплавленном криолите проходил ток 20 кА при разности потенциалов на электродах 5 В. За какое время выделится 1 т алюминия? Какая электрическая энергия при этом будет затрачена? (Ответ: 149 ч; 53,7 ГДж).

20. Найти сопротивление раствора  $AgNO_3$ , заполняющего трубку длиной 84 см и площадью поперечного сечения  $5\text{ мм}^2$ . Эквивалентная концентрация раствора 1 моль/л, степень диссоциации 81 %. (Ответ: 180 кОм).

21. В сосуд с газом поместили такой радиоактивный элемент, что каждую секунду в  $1\text{ см}^3$  газа ионизируется  $10^{10}$  молекул. В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в  $1\text{ см}^3$  находится  $10^8$  положительных ионов. Определите коэффициент рекомбинации. Во сколько раз изменится электропроводность воздуха через 1 с после удаления радиоактивного препарата? (Ответ:  $10^{-6}\text{ см}^3\cdot\text{с}^{-1}$ ; 101).

22. Рентгеновские лучи ионизируют воздух так, что в  $1\text{ см}^3$  каждую секунду образуется  $10^9$  пар ионов. Коэффициент рекомбинации равен  $10^{-5}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ . Заряд иона равен заряду электрона. Какую удельную электропроводность имеет ионизированный воздух при равновесии? (Ответ:  $5,25\cdot 10^{-7}\text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ).

23. Воздух между двумя пластинами конденсатора ионизируется. Ток насыщения равен  $2\cdot 10^{-10}\text{ А}$ . Площадь пластинок  $100\text{ см}^2$ ; расстояние между ними 0,5 см. Коэффициент рекомбинации в данных условиях  $10^{-5}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ . Заряд иона равен заряду электрона. Определите число пар ионов, образующихся за 1 с в  $1\text{ см}^3$ , и концентрацию ионов через 10 с после удаления ионизатора. (Ответ:  $2,5\cdot 10^{-7}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ ;  $10^4\text{ см}^{-3}$ ).

24. При освещении сосуда с газом рентгеновскими лучами в единице объема в единицу времени ионизируется число молекул  $10^{16}\text{ м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ . В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в единице объема газа находится число ионов каждого знака  $10^{14}\text{ м}^{-3}$ . Найти коэффициент рекомбинации. (Ответ:  $10^{-12}\text{ м}^3/\text{с}$ ).

25. К электродам разрядной трубы приложена разность потенциалов 5 В, расстояние между ними 10 см. Газ, находящийся в трубке, однократно ионизирован. Число ионов каждого знака в единице объема газа  $10^8\text{ м}^{-3}$ ; подвижности ионов  $b_+ = 3\cdot 10^{-2}\text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и  $b_- = 3\cdot 10^2\text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Найти плотность тока в трубке. Какая часть полного тока переносится положительными

ми ионами? (Ответ:  $0,24 \text{ мкА/м}^2$ ;  $0,01 \%$ )

26. Площадь каждого электрода ионизационной камеры  $0,01 \text{ м}^2$ , расстояние между ними  $6,2 \text{ см}$ . Найти ток насыщения в такой камере, если в единице объема в единицу времени образуется число однозарядных ионов каждого знака  $10^{15} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ .

27. Энергия ионизации атома водорода  $2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ . Определить потенциал ионизации водорода. (Ответ:  $13,6 \text{ В}$ ).

28. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон, чтобы ионизовать атом гелия? Энергия ионизации атома гелия равна  $24,5 \text{ эВ}$ . (Ответ:  $v_{\min} = 2,94 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ).

29. Азот ионизируется рентгеновскими лучами. Определить проводимость азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия  $10^7$  пар ионов. Подвижность положительных ионов  $b_+ = 1,27 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и отрицательных ионов  $b_- = 1,81 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ . (Ответ:  $G = 0,5 \text{ нСм}$ ).

30. Найти силу тока насыщения между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами каждую секунду образуется  $10^8$  пар ионов, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние между пластинами конденсатора равно  $1 \text{ см}$ , площадь пластины равна  $100 \text{ см}^2$ . (Ответ:  $I_H = 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ А}$ ).

О ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, являются большей частью приближенными.

К таким величинам относятся, в частности, многие константы, приводимые в справочниках. Например, для нормального ускорения свободного падения в справочниках дается значение  $9,81 \text{ м/с}^2$ , для отношения длины окружности к диаметру – 3,14 и т. п. При более точном вычислении или измерении эти величины оказываются равными  $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ ,  $\pi = 3,1416$ . Однако и эти значения являются приближенными или в силу недостаточной точности измерения, или в силу того, что получены путем округления еще более точных значений.

Очень часто при вычислениях добиваются получения такой точности результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной затрате труда и времени.

Рассмотрим такой пример. Пусть требуется определить плотность  $\rho$  вещества некоторого тела. При взвешивании тела на весах с точностью до 0,01 г определили массу тела:  $m = (9,38 \pm 0,01) \text{ г}$ . Затем с точностью до 0,01  $\text{м}^3$  был измерен объем тела:  $V = (3,46 \pm 0,01) \text{ см}^3$ .

Без критического подхода к вычислениям можно получить такой результат:  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{9,38 \text{ г}}{3,46 \text{ см}^3} = 2,71098 \text{ г/см}^3$ . Но так как числа 9,38 и 3,46 приближенные, то последние цифры в этих числах сомнительны. Эти числа при измерении могли быть получены такими: первое – 9,39 или 9,37, второе – 3,45 или 3,47. В самом деле, при взвешивании с указанной выше точностью могла быть допущена погрешность на 0,01 как в сторону увеличения массы, так и в сторону ее уменьшения. То же самое в отношении объема.

Таким образом, плотность тела, если ее вычислять с точностью до пятого десятичного знака, как это сделано выше, могла оказаться

$$\rho = \frac{9,37 \text{ г}}{3,47 \text{ см}^3} = 2,70028 \text{ г/см}^3, \text{ или } \rho = \frac{9,39 \text{ г}}{3,45 \text{ см}^3} = 2,72174 \text{ г/см}^3.$$

Сравнение всех трех результатов показывает, что они отличаются уже вторыми десятичными знаками и что достоверным является лишь первый десятичный знак, а второй – сомнительным. Цифры, выражающие

остальные десятичные знаки, являются совершенно случайными и способ

## Продолжение прил. 1

ны лишь ввести в заблуждение пользующегося вычисленными результатами. Следовательно, работа по вычислению большинства знаков затрачена впустую.

Во избежание бесполезных затрат труда и времени принято вычислять, кроме достоверных знаков еще только один сомнительный.

В рассмотренном примере надо было вести вычисление до второго десятичного знака:

$$\rho = \frac{9,38 \text{ г}}{3,46 \text{ см}^3} = 2,71 \text{ г/см}^3.$$

Приближенные вычисления следует вести с соблюдением следующих правил:

**1. При сложении и вычитании** приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из приближенных данных. Например, при сложении чисел:

$$4,462 + 2,38 + 1,17273 + 1,0262 = 9,04093$$

следует сумму округлить до сотых долей, т. е. принять ее равной 9,04.

**2. При умножении** следует округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр.

Например, вместо вычисления выражения

$$3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846$$

следует вычислять выражение

$$3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2.$$

В окончательном результате необходимо оставлять такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления.

В промежуточных результатах следует сохранять на одну значащую цифру больше. Такое же правило соблюдается и при делении приближенных чисел.

**3. При возведении в квадрат или в куб** следует в степени брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени. Например,

$$1,32^2 \approx 1,74.$$

**При извлечении квадратного или кубического корня** в результате нужно брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении. Например,

$$\sqrt{1,17 \cdot 10^{-8}} \approx 1,08 \cdot 10^{-4}.$$

5. При вычислении сложных выражений следует применять указанные правила в соответствии с видом производимых действий. Например,  
**Окончание прил. 1**

$$\frac{(3,2 + 17,062)\sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3}.$$

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трех значащих цифр:

$$\frac{(3,2 + 17,062)\sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3} \approx \frac{20,3 \cdot 1,92}{10,3 \cdot 10^3} \approx \frac{39,0}{10,3 \cdot 10^3} \approx 3,79 \cdot 10^{-3}.$$

После округления результата до двух значащих цифр получаем  $3,8 \cdot 10^{-3}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Элементарный заряд	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Планка	$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,997925 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

#### ПЛОТНОСТИ НЕКОТОРЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ (при нормальных условиях)

Алюминий	$2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Железо	$7,88 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Никель	$8,90 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Серебро	$10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Вода (при 4 °С)	$1,00 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Ртуть	$13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Касторовое масло	$0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Спирт	$0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Керосин	$0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$		
Водород	$0,09 \text{ кг/м}^3$	Воздух	$1,29 \text{ кг/м}^3$
Гелий	$0,18 \text{ кг/м}^3$	Кислород	$1,43 \text{ кг/м}^3$

### ПРИЛОЖЕНИЕ 4

#### ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Воск	7,8	Слюда	6
Вода	81	Стекло	6
Керосин	2	Фарфор	6
Масло	5	Эбонит	2,6
Парафин	2		

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев, И. В. Курс общей физики. Т. 2 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1988.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1997.
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высш. шк., 1988.
4. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985.
5. Решение задач по физике : учеб. пособие / В. М. Кириллов [и др.]. – М. : Эдиториал УРСС, 2000.
6. Анисимов, В. М. Физика в задачах : учеб. пособие / В. М. Анисимов, Л. А. Лаушкина, О. Н. Третьякова ; под ред. О. Н. Третьяковой. – М. : Вузовская книга, 2002.
7. Электростатика. Постоянный ток. Сборник задач по физике : учеб. пособие / под ред. И. С. Кривенького. – Хабаровск : ДВГУПС, 1999.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА .....	4
1. Сила тока. Плотность тока. Сопротивление проводника. Закон Ома для однородного участка цепи.....	4
2. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Закон Ома для замкнутой цепи .....	16
3. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа .....	26
4. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля–Ленца.....	38
5. Электропроводность различных сред (электрический ток в различных средах) .....	47
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. О ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ .....	57
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ .....	60
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ПЛОТНОСТИ НЕКОТОРЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ.....	61
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ДИЭЛЕКТРИКОВ.....	61
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	62

Учебное издание

**Кравцова** Наталья Анатольевна  
**Фалеев** Дмитрий Серафимович

**ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

Сборник задач по физике

Редактор *А.А. Иванова*  
Технический редактор *С.С. Заикина*

---

План 2008 г. Поз. 9.9.  
Сдано в набор 26.12.2007. Подписано в печать 15.07.2008.  
Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура «ARIAL». Печать RISO.  
Усл. печ. л. 3,7. Зак. 221. Тираж 100 экз. Цена 71 руб.

---

Издательство ДВГУПС  
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.