

2.1.6. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Вариант № 1

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $3\vec{a} - 2\vec{b}$.
2. Найти $2\vec{m} \cdot \vec{n} + 4\vec{n}^2 + 1$ и $|(2\vec{m} + \vec{n}) \times (\vec{n} - 2\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = \frac{1}{3}$, $|\vec{n}| = 6$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 60^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - 2\vec{c})$;
 б) $2(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} - 3\vec{i} \cdot (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i})^2$;
 в) $2(\vec{i} + \vec{j}) \times \vec{k} + 3\vec{i} \times (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} + \vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; -2; \gamma)$, $\vec{b} = (3; \beta; 4)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 2)$, $\vec{d} = (\alpha; 4; -2)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ приложены к точке $A(0; 1; 2)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; -1; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 0)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(0; -4; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; -4; 3)$, $A_2(7; 3; 0)$, $A_3(-1; 2; 3)$, $A_4(3; 0; 2)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ;
 б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$;
 г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(1; -2; 3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; -1; 1)$, $D(-1; 2; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 3$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 2

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $3\vec{m} \cdot (\vec{n} + \vec{m}) + (4\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{n} + 2$ и $|\vec{m} \times (4\vec{m} - \vec{n})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{c} - 2\vec{b}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$;
 б) $2(\vec{k} + \vec{j}) \cdot \vec{i} - 2\vec{j} \cdot (\vec{k} + \vec{i}) + (\vec{k} - \vec{i})^2$;
 в) $(\vec{k} + \vec{j}) \times \vec{i} - 2\vec{j} \times (\vec{k} + \vec{i}) + (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} - \vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; -2; \gamma)$, $\vec{b} = (\beta; 2; 1)$, $\vec{c} = (\alpha; 2; 1)$, $\vec{d} = (\alpha; 0; -4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + 2\vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ приложены к точке $A(0; -2; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(1; 2; 4)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 4; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(-3; 4; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 1; 2)$, $A_2(-1; 3; 4)$, $A_3(0; 4; 3)$, $A_4(1; 0; -1)$.
 Найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоту, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(-1; 2; 4)$, $C(2; -4; 3)$, $D(0; 1; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 2$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 3

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$.

2. Найти $\vec{m}^2 + \vec{n}^2 - \vec{m} \cdot \vec{n}$ и $|(2\vec{m} - 3\vec{n}) \times (\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 0.2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.

3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} - \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - 3\vec{i} \cdot \vec{j} + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{i} - \vec{j})$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - 3\vec{i} \times \vec{j} + 4\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; -3; 4)$, $\vec{b} = (2; \beta; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 4)$, $\vec{d} = (\alpha; 2; -4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - 3\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = -\vec{i} + 2\vec{k}$ приложены к точке $A(-3; 0; 4)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 2; 3)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (1; 2; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 2; 4)$ в положение $B(4; -2; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(2; -1; 3)$, $A_2(4; 3; 0)$, $A_3(-1; 3; 4)$, $A_4(0; 1; -3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(1; -2; 4)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-1; 1; 2)$, $D(1; -1; 4)$.

Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 4

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $(2\vec{m} - 3\vec{n})^2 + 4\vec{m}^2 + 8$ и $|(8\vec{m} - \vec{n}) \times (\vec{n} - 3\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 4$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$.
3. Упростить: а) $(2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{a} - 2\vec{c}) \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$;
 б) $(\vec{i} - 2\vec{k})^2 + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
 в) $(\vec{i} - 2\vec{k}) \times (\vec{i} + 2\vec{k}) + 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \times \vec{j}$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (-4; \gamma; 3)$, $\vec{b} = (\beta; 4; 8)$, $\vec{c} = (\alpha; 1; 2)$, $\vec{d} = (2; \alpha; 4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 3\vec{a} - 4\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(2; -1; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-3; 0; 1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 4; -2)$ при перемещении материальной точки из положения $A(4; -1; 3)$ в положение $B(-2; 3; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(2; -3; 4)$, $A_2(-1; 0; -3)$, $A_3(2; 2; -1)$, $A_4(1; 0; 2)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(2; 1; 4)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-2; 3; 4)$, $D(1; 1; -1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 5

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b}$.

2. Найти $(\vec{m} - 2\vec{n}) \cdot (\vec{m} + 3\vec{n}) - 2$ и $|(\vec{m} - 2\vec{n}) \times (\vec{n} + \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{n}| = 3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 60^\circ$.

3. Упростить: а) $(\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}) \times \vec{a} + (\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} + \vec{b})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j}) \cdot (\vec{k} - \vec{j}) - 2\vec{i} \cdot (\vec{j} + \vec{k}) + (\vec{i} - \vec{j})^2$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{k} - \vec{j}) - 2\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} - \vec{j})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 3; -1)$, $\vec{b} = (2; \beta; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 4)$, $\vec{d} = (-1; 5; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = \vec{a} - 3\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ приложены к точке $A(-2; 4; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(2; 0; 4)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 2; -3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-2; 0; 1)$ в положение $B(2; 1; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(2; 4; 0)$, $A_2(3; -1; 2)$, $A_3(1; -2; 3)$, $A_4(2; 0; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(1; -2; 4)$, $B(-1; 3; 1)$, $C(0; 1; 2)$, $D(1; 4; 3)$.

Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 4$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 6

1. По векторам \vec{a}  и \vec{b}  построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} - 4\vec{n}) \cdot (\vec{m} - 4\vec{n}) - 8$ и $|(\vec{m} - 4\vec{n}) \times (\vec{n} + 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{b} \times (\vec{a} - \vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c})$;
 б) $(\vec{k} + \vec{j})^2 - \vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{i}) + (\vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{k} - \vec{j})$;
 в) $(\vec{k} + \vec{j}) \times (\vec{k} + \vec{j}) - \vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{i}) + (\vec{k} - \vec{j}) \times (\vec{j} + \vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 10; \gamma)$, $\vec{b} = (\beta; -1; 4)$, $\vec{c} = (\alpha; -1; 2)$, $\vec{d} = (2; \alpha; 4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ приложены к точке $A(2; -1; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-4; 3; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 2; -1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 0; 3)$ в положение $B(-3; 4; 0)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 0; 3)$, $A_2(2; 3; 4)$, $A_3(2; -1; -2)$, $A_4(2; 4; -3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 4)$, $B(1; -1; 2)$, $C(0; 1; 4)$, $D(-1; 2; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 3$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 7

1. По векторам \vec{a}  и \vec{b}  построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a} - 4\vec{b}$.
2. Найти $(2\vec{m} - \vec{n}) \cdot (\vec{n} - 2\vec{m}) + 3$ и $|(\vec{n} + 4\vec{m}) \times (2\vec{m} - \vec{n})|$, если $|\vec{m}| = 4$, $|\vec{n}| = \frac{1}{3}$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 120^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$;
 б) $(\vec{j} - 2\vec{i}) \cdot (\vec{j} + 2\vec{i}) + (3\vec{j} + \vec{k})^2 + \vec{i} \cdot (\vec{k} - \vec{j})$;
 в) $(\vec{j} + 2\vec{i}) \times (\vec{j} - 2\vec{i}) + (3\vec{j} + \vec{k}) \times (3\vec{j} + \vec{k}) + \vec{i} \times \vec{k}$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 4; -3)$, $\vec{b} = (1; \beta; 2)$, $\vec{c} = (\alpha; 2; -1)$, $\vec{d} = (2; \alpha; -3)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = 3\vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(-1; 2; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 2; 4)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; -4; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; -2; 4)$ в положение $B(0; 1; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; -1; 2)$, $A_2(4; 2; -3)$, $A_3(-1; 0; 2)$, $A_4(1; 2; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = -4\vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(-1; 4; 1)$, $C(1; 2; -2)$, $D(0; 1; 2)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 8

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найти $\frac{3}{2}\vec{m} \cdot \vec{n} + 4(\vec{m} + 2\vec{n})^2 - 3$ и $|(4\vec{n} + \vec{m}) \times \vec{n}|$, если $|\vec{m}| = 8$, $|\vec{n}| = 3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 150^\circ$.
3. Упростить: а) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$;
 б) $(\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot \vec{k} - (2\vec{j} + \vec{i}) \cdot \vec{i} + 2(\vec{j} + \vec{k})^2$;
 в) $(\vec{i} - 3\vec{j}) \times \vec{k} - (2\vec{j} + \vec{i}) \times \vec{i} + 2(\vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{j} + \vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 4; -3)$, $\vec{b} = (1; \beta; 7)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; 0)$, $\vec{d} = (3; \alpha; 7)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 3\vec{a} + 5\vec{d}$, $\vec{f} = -\vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{j} - 8\vec{k}$ приложены к точке $A(-7; 8; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-3; 4; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (1; 0; 4)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 3; 4)$ в положение $B(1; 0; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 3; 4)$, $A_2(0; 1; 3)$, $A_3(1; 4; 7)$, $A_4(-2; 4; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 3)$, $B(-2; 1; 4)$, $C(0; 1; 3)$, $D(0; 1; 1)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{5}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 9

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $2\vec{a} + 3\vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $2\vec{n}^2 - 1 + 3\vec{m} \cdot \vec{n}$ и $|(2\vec{m} - \vec{n}) \times (\vec{n} + 2\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{c} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - 2\vec{b})$;
б) $\vec{j} \cdot (\vec{k} - 3\vec{i}) + (\vec{k} - \vec{j})^2 + 2\vec{k} \cdot (\vec{k} + \vec{i})$;
в) $\vec{j} \times (\vec{k} - 3\vec{i}) + (\vec{k} - \vec{j}) \times (\vec{k} - \vec{j}) + 2\vec{k} \times (\vec{k} + \vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 2; -8)$, $\vec{b} = (2; \beta; -1)$, $\vec{c} = (\alpha; 2; -2)$, $\vec{d} = (4; \alpha; 3)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
Определить: а) координаты векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = \vec{a} + 4\vec{d}$, $\vec{f} = -\vec{b} + 2\vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ приложены к точке $A(-1; 2; 4)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; 0; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 1; -2)$ при перемещении материальной точки из положения $A(4; 3; -1)$ в положение $B(0; -1; 1)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 2; 3)$, $A_2(0; 4; 3)$, $A_3(0; 2; 3)$, $A_4(0; 1; 0)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(1; -1; 2)$, $B(0; 1; 2)$, $C(4; 2; 0)$, $D(1; 0; 1)$.
Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$;
д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 10

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

2. Найти $(2\vec{n} + \vec{m}) \cdot (3\vec{m} - \vec{n}) + 5\vec{n} \cdot \vec{m} - 1$ и $|(2\vec{n} - 4\vec{m}) \times \vec{m}|$, если $|\vec{m}| = 8$, $|\vec{n}| = 4$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$.

3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - 2\vec{c})$;

б) $\vec{i} \cdot (\vec{j} + 4\vec{k}) - \vec{j} \cdot (\vec{k} - 2\vec{i}) + 4(\vec{j} + 2\vec{i})^2$;

в) $\vec{i} \times (\vec{j} + 4\vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{k} - 2\vec{i}) + 4(\vec{j} + 2\vec{i}) \times (\vec{j} + 2\vec{i})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 8)$, $\vec{b} = (\beta; 4; 7)$, $\vec{c} = (\alpha; 8; 1)$, $\vec{d} = (7; \alpha; -8)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;

б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = \vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = 3\vec{b} - 2\vec{c}$;

в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;

г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -7\vec{i}$ приложены к точке $A(-1; 14; 5)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 4; 7)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 8; -7)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 8; 7)$ в положение $B(2; 1; 4)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 0; 4)$, $A_2(4; 2; 5)$, $A_3(1; 2; 3)$, $A_4(3; -2; 1)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;

д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 4)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(1; 1; 2)$.

Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 11

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + 3\vec{b}$; $-\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} - 2\vec{b}$.
2. Найти $4\vec{n} \cdot \vec{m} + 7(\vec{m} - 2\vec{n})^2$ и $|(\vec{m} - 2\vec{n}) \times 3\vec{m}|$, если $|\vec{m}| = 12$, $|\vec{n}| = 7$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{c} \times (\vec{b} + \vec{a}) + \vec{b} \times (\vec{b} - \vec{c})$;
 б) $\vec{i} \cdot (\vec{j} + 4\vec{k}) - (2\vec{j} - \vec{i})^2 + \vec{k} \cdot (\vec{j} + 8\vec{k})$;
 в) $\vec{i} \times (\vec{j} + 4\vec{k}) - (2\vec{j} - \vec{i}) \times (2\vec{j} - \vec{i}) + \vec{k} \times (\vec{j} + 8\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (-12; \gamma; 8)$, $\vec{b} = (\beta; 7; 11)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (3; \alpha; 0)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} - 2\vec{j}$ приложены к точке $A(-2; 4; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; 0; 1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (2; 1; 0)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 2; 0)$ в положение $B(2; 1; 4)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-4; 0; 3)$, $A_2(0; 1; 4)$, $A_3(-2; 3; 1)$, $A_4(2; 4; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 12\vec{i} - 3\vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(1; -2; 3)$, $B(0; 1; 4)$, $C(-2; 1; 3)$, $D(0; 1; 3)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь ΔABC , его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 12

1. По векторам $\vec{a} \nearrow$ и $\vec{b} \searrow$ построить векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $4\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $1 + 4\vec{n} \cdot \vec{m} + (\vec{m} + 2\vec{n})^2$ и $|(\vec{n} + 4\vec{m}) \times (\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = \frac{1}{3}$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 120^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}) + (\vec{b} + \vec{a}) \times \vec{c}$;
 б) $\vec{k} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j}) - (\vec{i} + \vec{j}) \cdot 4\vec{k} - (\vec{j} + \vec{k})^2$;
 в) $\vec{k} \times (\vec{i} + 2\vec{j}) - (\vec{i} + \vec{j}) \times 4\vec{k} - (\vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{j} + \vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (2; 4; \gamma)$, $\vec{b} = (3; \beta; -2)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -3)$, $\vec{d} = (1; \alpha; 0)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 3\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{f}_3 = -4\vec{i} + 3\vec{k}$ приложены к точке $A(-3; 4; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; 0; -1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 1; -3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-3; 1; 0)$ в положение $B(3; 4; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-2; 1; 4)$, $A_2(0; 3; 4)$, $A_3(2; 1; 4)$, $A_4(7; 1; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(2; -1; 0)$, $B(0; 1; 4)$, $C(-1; 3; 2)$, $D(0; 1; 2)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 13

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $-4\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найти $1 + 4\vec{n} \cdot \vec{m} - 5\vec{n}^2$ и $|\vec{m} \times (\vec{n} - 3\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 0.5$, $|\vec{n}| = 0.3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - 2\vec{c})$;
 б) $2(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} - (\vec{k} + \vec{i})^2 - 3\vec{i} \cdot (\vec{j} + \vec{k})$;
 в) $2(\vec{i} + \vec{j}) \times \vec{k} - (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} + \vec{i}) - 3\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; \beta; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 4)$, $\vec{d} = (2; \alpha; 1)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = 3\vec{b} - \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{j} - 4\vec{k}$ приложены к точке $A(-1; 2; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(2; 0; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 1; 2)$ при перемещении материальной точки из положения $A(1; 2; 3)$ в положение $B(-1; 2; 0)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-4; 3; 0)$, $A_2(1; 2; -1)$, $A_3(-2; 1; 4)$, $A_4(0; 0; 1)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(0; 1; 3)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(-3; 4; 2)$, $D(0; 1; 2)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{4}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 14

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-2\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} - 3\vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$.

2. Найти $2\vec{m}^2 - 3\vec{n} \cdot \vec{m} + 2$ и $|(\vec{m} + 2\vec{n}) \times (\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 0.25$, $|\vec{n}| = 0.1$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$.

3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} - \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$;

б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - 3\vec{i} \cdot \vec{j} + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{i} - \vec{j})$;

в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - 3\vec{i} \times \vec{j} + 4\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} - \vec{j})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 3; \gamma)$, $\vec{b} = (\beta; 4; 2)$, $\vec{c} = (\alpha; -4; 1)$, $\vec{d} = (1; \alpha; -2)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;

б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 3\vec{a} + 2\vec{d}$, $\vec{f} = 2\vec{b} + \vec{c}$;

в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;

г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(0; 1; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 4; 2)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (-1; 2; 0)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(-2; 1; 4)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 4; 3)$, $A_2(-2; 3; -1)$, $A_3(0; 1; -2)$, $A_4(4; 3; 1)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;

д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(0; 1; 4)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(1; 3; 4)$, $D(0; 1; 0)$.

Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{4}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 15

1. По векторам \vec{a}  и \vec{b}  построить векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$; $-4\vec{a} + 3\vec{b}$; $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

2. Найти $7(\vec{m} + \vec{n}) \cdot (4\vec{n} - 3\vec{m}) - 1$ и $|(\vec{m} + 7\vec{n}) \times (\vec{n} - 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$.

3. Упростить: **а)** $(\vec{a} + \vec{c}) \times \vec{b} + \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$;
б) $(\vec{i} - 3\vec{j})^2 + 4\vec{k} \cdot (\vec{j} - 2\vec{i}) + 4\vec{j} \cdot (2\vec{i} - \vec{k})$;
в) $(\vec{i} - 3\vec{j}) \times (\vec{i} - 3\vec{j}) + 4\vec{k} \times (\vec{j} - 2\vec{i}) + 4\vec{j} \times (2\vec{i} - \vec{k})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 1; 4)$, $\vec{b} = (2; 4; \beta)$, $\vec{c} = (\alpha; -1; 4)$, $\vec{d} = (2; 1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: **а)** координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ приложены к точке $A(-1; 2; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; -1; 0)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 0; 1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(-1; 3; 4)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-2; 0; 3)$, $A_2(2; 4; -3)$, $A_3(-1; -4; 5)$, $A_4(-1; 2; 1)$. Сделать чертеж и найти: **а)** длину ребра A_1A_2 ; **б)** угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; **г)** объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(0; 4; 3)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(1; 3; 1)$, $D(0; 1; 0)$.

Определить: **а)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; **б)** $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; **в)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 16

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} + 2\vec{b}$; $-\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} + 3\vec{n}) \cdot (2\vec{n} - 4\vec{m}) + 2$ и $|(\vec{m} + 3\vec{n}) \times (\vec{n} - 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = \frac{1}{2}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.
3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{c} + 2\vec{a})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - (\vec{k} + 2\vec{j}) \cdot \vec{k} - 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{k} + 2\vec{j}) \times \vec{k} - 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 2; \gamma)$, $\vec{b} = (\gamma; 1; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (2; -1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(1; 3; -1)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 3; 1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(-1; 2; 3)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 4; -1)$, $A_2(3; 0; 2)$, $A_3(-1; 2; 1)$, $A_4(0; 2; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 4)$, $B(0; 1; 3)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(4; 3; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 17

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$; $-4\vec{a} + 2\vec{b}$; $-3\vec{a} - 2\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} - 3\vec{n}) \cdot (4\vec{n} + 2\vec{m}) + 3$ и $|(\vec{m} - 3\vec{n}) \times (4\vec{n} + \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 0.1$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}) + (\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c}$;
б) $(\vec{i} - \vec{j})^2 + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{k} + 2\vec{i})$;
в) $(\vec{i} - \vec{j}) \times (\vec{i} - \vec{j}) + 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{k} + 2\vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 2; -1)$, $\vec{b} = (-1; 3; \beta)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 2)$, $\vec{d} = (1; \alpha; 3)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
Определить: а) координаты векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} + \vec{k}$ приложены к точке $A(0; 1; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 3; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (-1; 0; 1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; -1; 4)$ в положение $B(-2; 3; 4)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 0; 2)$, $A_2(3; 4; 1)$, $A_3(0; 1; 4)$, $A_4(-1; 2; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 8\vec{j}$ и $\vec{b} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 0)$, $B(4; 3; 2)$, $C(-3; 4; 2)$, $D(-3; 2; 1)$.
Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{5}$;
д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 18

1. По векторам \vec{a}  и \vec{b}  построить векторы $-3\vec{a} + 2\vec{b}$; $-2\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} + 2\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} + 2\vec{n}) \cdot (\vec{n} + 3\vec{m}) - 4\vec{m}^2$ и $|(\vec{m} - 2\vec{n}) \times (\vec{n} + 8\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 3$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 120^\circ$.
3. Упростить: **а)** $\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$;
б) $(\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot \vec{k} - (2\vec{j} + \vec{i}) \cdot \vec{i} + 2(\vec{i} + \vec{k})^2$;
в) $(\vec{i} - 3\vec{j}) \times \vec{k} - (2\vec{j} + \vec{i}) \times \vec{i} + 2(\vec{i} + \vec{k}) \times (\vec{i} + \vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; -3; \gamma)$, $\vec{b} = (\beta; 2; 5)$, $\vec{c} = (\alpha; 1; 3)$, $\vec{d} = (2; \alpha; -1)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: **а)** координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 3\vec{j}$ приложены к точке $A(-2; 4; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 1; 4)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (2; -1; 5)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-4; 3; 1)$ в положение $B(1; 2; -1)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-2; 1; 3)$, $A_2(1; 0; -3)$, $A_3(4; 2; 1)$, $A_4(2; 0; 1)$. Сделать чертеж и найти: **а)** длину ребра A_1A_2 ; **б)** угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; **г)** объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 2\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-2; 4; 3)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(3; 4; 2)$, $D(-1; 2; 1)$.
 Определить: **а)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; **б)** $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; **в)** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;
г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{4}{3}$;
д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
е) площадь ΔABC , его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 19

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-3\vec{a} - 3\vec{b}$; $\vec{a} - 2\vec{b}$; $-\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} + 3\vec{n}) \cdot (2\vec{n} - 4\vec{m}) + 2$ и $|(\vec{m} + 3\vec{n}) \times (\vec{n} - 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = \frac{1}{2}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.
3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{c} + 2\vec{a})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - (\vec{k} + 2\vec{j}) \cdot \vec{k} - 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{k} + 2\vec{j}) \times \vec{k} - 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 2; \gamma)$, $\vec{b} = (\gamma; 1; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (2; -1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(1; 3; -1)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 3; 1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(-1; 2; 3)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 4; -1)$, $A_2(3; 0; 2)$, $A_3(-1; 2; 1)$, $A_4(0; 2; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 4)$, $B(0; 1; 3)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(4; 3; 1)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 20

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-2\vec{a} - 3\vec{b}$; $\vec{a} - 4\vec{b}$; $-\frac{1}{4}\vec{a} + 6\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} - 3\vec{n}) \cdot (\vec{n} + 3\vec{m}) + 4$ и $|(\vec{m} - 2\vec{n}) \times (4\vec{n} + \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 4$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$;
 б) $(\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (\vec{i} - 2\vec{j}) + (\vec{k} + 3\vec{j})^2 + \vec{i} \cdot (\vec{k} - \vec{j})$;
 в) $(\vec{i} + 2\vec{j}) \times (\vec{i} - 2\vec{j}) + (\vec{k} + 3\vec{j}) \times (\vec{k} + 3\vec{j}) + \vec{i} \times (\vec{k} - \vec{j})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 4; 3)$, $\vec{b} = (-1; \gamma; 2)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; 3)$, $\vec{d} = (3; -2; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + 3\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = \vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - \vec{j}$ приложены к точке $A(2; 4; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-3; 4; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(4; 3; 8)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 2; 3)$, $A_2(4; -3; 5)$, $A_3(0; 1; 2)$, $A_4(7; 3; 8)$.
 Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ и $\vec{b} = -2\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(0; 1; 4)$, $B(0; -1; 3)$, $C(2; 1; -3)$, $D(-1; 4; 3)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 21

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-2\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - 3\vec{b}$; $-3\vec{a} - 4\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n}) \cdot (4\vec{n} - 8\vec{m}) - 3$ и $|(\vec{m} - \vec{n}) \times (\vec{n} + \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = \frac{1}{2}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 120^\circ$.
3. Упростить: а) $(2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{a} - 2\vec{c}) \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$;
 б) $(\vec{j} - 2\vec{k})^2 + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
 в) $(\vec{j} - 2\vec{k}) \times (\vec{j} - 2\vec{k}) + 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{j} - 2\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (2; 4; \gamma)$, $\vec{b} = (-1; \gamma; 8)$, $\vec{c} = (-4; \alpha; 3)$, $\vec{d} = (8; 1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 4\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 2\vec{i}$ приложены к точке $A(-1; 0; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; 0; 2)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (2; 1; -1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 0; 3)$ в положение $B(1; 2; -1)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1; -1; 2)$, $A_2(-1; 4; 3)$, $A_3(-7; 4; -3)$, $A_4(0; 3; 2)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 3)$, $B(4; 3; 0)$, $C(0; 1; 2)$, $D(-1; 0; 3)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{5}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь ΔABC , его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 22

1. По векторам \vec{a}  и \vec{b}  построить векторы $-2\vec{a} + \vec{b}$; $3\vec{a} - 4\vec{b}$; $-\vec{a} - 2\vec{b}$.

2. Найти $(\vec{m} + \vec{n})^2 + 2\vec{n} \cdot (\vec{n} + 3\vec{m}) - 1$ и $|(\vec{m} + \vec{n}) \times (\vec{n} + \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = \frac{1}{3}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$.

3. Упростить: а) $\vec{b} \times (\vec{a} - \vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c})$;

б) $(\vec{k} + \vec{j})^2 - \vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{i}) + (\vec{k} - \vec{j}) \cdot (\vec{k} + \vec{j})$;

в) $(\vec{k} + \vec{j}) \times (\vec{k} + \vec{j}) - \vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{i}) + (\vec{k} - \vec{j}) \times (\vec{k} + \vec{j})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 1; 8)$, $\vec{b} = (2; \beta; -3)$, $\vec{c} = (\alpha; 8; 3)$, $\vec{d} = (4; \alpha; 2)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;

б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - 3\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;

в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;

г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ приложены к точке $A(-1; 0; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 3; 4)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (-2; 1; -3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; -3; 1)$ в положение $B(-1; 0; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(-1; 0; 2)$, $A_2(4; 3; 2)$, $A_3(2; 1; 3)$, $A_4(3; 0; 1)$.

Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;

д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(4; 3; -1)$, $C(1; -1; 0)$, $D(3; 0; 1)$.

Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{5}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 23

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $-2\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - 3\vec{b}$; $4\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.
2. Найти $\vec{n} \cdot (\vec{n} + 2\vec{m}) + \vec{m} \cdot (4\vec{n} - \vec{m}) + 2$ и $|(2\vec{m} + \vec{n}) \times (4\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 4$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{b} \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{a} \times (\vec{c} - \vec{a} - 2\vec{b})$;
б) $(\vec{j} + \vec{k})^2 + \vec{j} \cdot (\vec{k} + \vec{i}) + \vec{i} \cdot (2\vec{j} - 3\vec{k})$;
в) $(\vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{j} \times (\vec{k} + \vec{i}) + \vec{i} \times (2\vec{j} - 3\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; 1; -1)$, $\vec{b} = (2; \beta; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (-1; \alpha; 0)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ приложены к точке $A(2; 1; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 2; 4)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; 0; 1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(4; 2; 3)$ в положение $B(0; 1; -1)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1; 0; 2)$, $A_2(3; 4; -1)$, $A_3(0; 4; -1)$, $A_4(2; 3; 1)$.
Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ и $\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(2; 1; -3)$, $B(4; -1; 2)$, $C(3; -4; 1)$, $D(-2; 1; 3)$.
Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;
г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$;
д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 24

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

2. Найти $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{m} + \vec{n} \cdot (4\vec{n} - \vec{m})$ и $|(\vec{m} + \vec{n}) \times (4\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$, $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.

3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$;
 б) $(\vec{k} + \vec{i})^2 + \vec{i} \cdot (\vec{j} + 2\vec{k}) + (\vec{i} - \vec{j}) \cdot (\vec{k} + \vec{j})$;
 в) $(\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} + \vec{i}) + \vec{i} \times (\vec{j} + 2\vec{k}) + (\vec{i} - \vec{j}) \times (\vec{k} + \vec{j})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; -1; 2)$, $\vec{b} = (2; -3; \beta)$, $\vec{c} = (\alpha; 1; 3)$, $\vec{d} = (\alpha; 4; 2\alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

- Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = \vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ приложены к точке $A(1; -1; 4)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(1; 2; -3)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 2; 1)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(2; 4; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 1; 2)$, $A_2(1; -1; 3)$, $A_3(4; -2; 3)$, $A_4(0; 1; 0)$.

- Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(1; 2; 3)$, $B(-4; 1; 0)$, $C(2; -3; 0)$, $D(0; 1; 2)$.

- Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{5}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 25

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} + \vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$.

2. Найти $(\vec{m} + 3\vec{n}) \cdot (2\vec{n} - 4\vec{m}) + 2$ и $|(\vec{m} + 3\vec{n}) \times (\vec{n} - 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = \frac{1}{2}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.

3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{c} + 2\vec{a})$;

б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - (\vec{k} + 2\vec{j}) \cdot \vec{k} - 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;

в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{k} + 2\vec{j}) \times \vec{k} - 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 2; \gamma)$, $\vec{b} = (\gamma; 1; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (2; -1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;

б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;

в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;

г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(1; 3; -1)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 3; 1)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(-1; 2; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 4; -1)$, $A_2(3; 0; 2)$, $A_3(-1; 2; 1)$, $A_4(0; 2; 3)$.

Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;

д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(-1; 2; 4)$, $B(0; 1; 3)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(4; 3; 1)$.

Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 26

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} + 2\vec{b}$; $-\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найти $(\vec{m} + 3\vec{n}) \cdot (2\vec{n} - 4\vec{m}) + 2$ и $|(\vec{m} + 3\vec{n}) \times (\vec{n} - 4\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = \frac{1}{2}$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.
3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{c} + 2\vec{a})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - (\vec{k} + 2\vec{j}) \cdot \vec{k} - 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{k} + 2\vec{j}) \times \vec{k} - 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; 2; \gamma)$, $\vec{b} = (\gamma; 1; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 4; -1)$, $\vec{d} = (2; -1; \alpha)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(1; 3; -1)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-2; 3; 1)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 4; -3)$ в положение $B(-1; 2; 3)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 4; -1)$, $A_2(3; 0; 2)$, $A_3(-1; 2; 1)$, $A_4(0; 2; 3)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(-1; 2; 4)$, $B(0; 1; 3)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(4; 3; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{5}$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 27

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$; $3\vec{a} - 4\vec{b}$.
2. Найти $2\vec{m} \cdot \vec{n} + 4\vec{n}^2 + 1$ и $|(2\vec{m} + \vec{n}) \times (\vec{n} - 2\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = \frac{1}{3}$, $|\vec{n}| = 6$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^\circ$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} - 2\vec{c})$;
 б) $2(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} - 3\vec{i} \cdot (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i})^2$;
 в) $2(\vec{i} + \vec{j}) \times \vec{k} + 3\vec{i} \times (\vec{k} + \vec{j}) - (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} + \vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; -2; \gamma)$, $\vec{b} = (3; \beta; 4)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 2)$, $\vec{d} = (\alpha; 2; -1)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} + \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} - \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ приложены к точке $A(0; 1; 2)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(0; -1; 0)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (4; -1; 0)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(0; -4; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; -4; 3)$, $A_2(7; 3; 0)$, $A_3(-1; 2; 3)$, $A_4(3; 0; 2)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(1; -2; 3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; -1; 1)$, $D(-1; 2; 1)$.
 Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 3$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 28

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Найти $3\vec{m} \cdot (\vec{n} + \vec{m}) + (4\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{n} + 2$ и $|\vec{m} \times (4\vec{m} - \vec{n})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
3. Упростить: а) $\vec{a} \times (\vec{c} - 2\vec{b}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$;
 б) $2(\vec{k} + \vec{j}) \cdot \vec{i} - 2\vec{j} \cdot (\vec{k} + \vec{i}) + (\vec{k} - \vec{i})^2$;
 в) $(\vec{k} + \vec{j}) \times \vec{i} - 2\vec{j} \times (\vec{k} + \vec{i}) + (\vec{k} + \vec{i}) \times (\vec{k} - \vec{i})$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = (1; -2; \gamma)$, $\vec{b} = (\beta; 2; 1)$, $\vec{c} = (\alpha; 2; 1)$, $\vec{d} = (\alpha; 0; -4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.
 Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - \vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + 2\vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .
5. Силы $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ приложены к точке $A(0; -2; 3)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(1; 2; 4)$.
6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 4; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(0; 1; 2)$ в положение $B(-3; 4; 2)$.
7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(0; 1; 2)$, $A_2(-1; 3; 4)$, $A_3(0; 4; 3)$, $A_4(1; 0; -1)$. Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .
8. На векторах $\vec{a} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.
9. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(-1; 2; 4)$, $C(2; -4; 3)$, $D(0; 1; 1)$.
 Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DA}$;
 г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = 2$;
 д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;
 е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 29

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$.

2. Найти $\vec{m}^2 + \vec{n}^2 - \vec{m} \cdot \vec{n}$ и $|(2\vec{m} - 3\vec{n}) \times (\vec{n} - \vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 0.2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$.

3. Упростить: а) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} - \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$;
 б) $(\vec{i} + \vec{j})^2 - 3\vec{i} \cdot \vec{j} + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} + \vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{i} - \vec{j})$;
 в) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) - 3\vec{i} \times \vec{j} + 4\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k})$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (\gamma; -3; 4)$, $\vec{b} = (2; \beta; 3)$, $\vec{c} = (\alpha; 0; 4)$, $\vec{d} = (\alpha; 2; -4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
 б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 2\vec{a} - 3\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
 в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
 г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
 д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = -\vec{i} + 2\vec{k}$ приложены к точке $A(-3; 0; 4)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-1; 2; 3)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (1; 2; 3)$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 2; 4)$ в положение $B(4; -2; 3)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(2; -1; 3)$, $A_2(4; 3; 0)$, $A_3(-1; 3; 4)$, $A_4(0; 1; -3)$.

Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
 д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(1; -2; 4)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-1; 1; 2)$, $D(1; -1; 4)$.

Определить: а) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$; б) $\vec{AC} \times \vec{DA}$; в) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .

Вариант № 30

1. По векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} + \vec{b}$; $-\vec{a} - \vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

2. Найти $(2\vec{m} - 3\vec{n})^2 + 4\vec{m}^2 + 8$ и $|(8\vec{m} - \vec{n}) \times (\vec{n} - 3\vec{m})|$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 4$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$.

3. Упростить: а) $(2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{a} - 2\vec{c}) \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{k})^2 + 4\vec{i} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{j} - 2\vec{k})$;
в) $(\vec{i} - 2\vec{k}) \times (\vec{i} + 2\vec{k}) + 4\vec{i} \times (\vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \times \vec{j}$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = (-4; \gamma; 3)$, $\vec{b} = (\beta; 4; 8)$, $\vec{c} = (\alpha; 1; 2)$, $\vec{d} = (2; \alpha; 4)$ и $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Определить: а) координаты векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} ;
б) $\text{Pr}_{\vec{g}} \vec{f}$, если $\vec{g} = 3\vec{a} - 4\vec{d}$, $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$;
в) направляющие косинусы вектора \vec{a} ;
г) компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;
д) орт вектора \vec{d} .

5. Силы $\vec{f}_1 = 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ приложены к точке $A(2; -1; 0)$. Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки $O(-3; 0; 1)$.

6. Найти работу, совершаемую силой $\vec{F} = (0; 4; -2)$ при перемещении материальной точки из положения $A(4; -1; 3)$ в положение $B(-2; 3; 2)$.

7. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(2; -3; 4)$, $A_2(-1; 0; -3)$, $A_3(2; 2; -1)$, $A_4(1; 0; 2)$.

Сделать чертеж и найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$; г) объем пирамиды;
д) длину высоты, опущенной из вершины A_4 .

8. На векторах $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{j}$ построен параллелограмм. Найти площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма. Сделать чертеж.

9. Даны точки $A(2; 1; 4)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-2; 3; 4)$, $D(1; 1; -1)$.

Определить: а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$;

г) координаты точки M , делящей отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$;

д) лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости;

е) площадь $\triangle ABC$, его углы и длину медианы, проведенной к стороне AB .