53
Ф50

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

А.И. Илларионов, Т.А. Колесникова, Н.Н. Ляхов,
Н.Е. Чайкина, Н.А. Черных

ФИЗИКА

Часть II

Сборник задач
«Электричество, магнетизм, колебания и волны».

Учебное пособие
для студентов инженерно-технических специальностей
заочной формы обучения

Иркутск 2008

УДК 53.1/530
ББК 22.34
Ф51

Под редакцией доктора физико-математических наук, профессора
А. И. Илларионова

Физика. Ч. II.: сборник задач / А.И. Илларионов, Т.А. Колесникова, Н.Н. Ляхов, Н.Е. Чайкина, Н.А. Черных. – Иркутск : ИрГУПС, 2008. – 77 с.

Рецензенты: доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики ИГУ ***Е.Ф. Мартынович;***

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики ИГПУ ***А.В. Семиров***

В учебном пособии содержатся основные сведения по разделам: «Электростатика», «Постоянный электрический ток», «Электромагнетизм», «Механические и электромагнитные колебания и волны», примеры решения задач, контрольные работы № 4, 5, 6.

Учебное пособие предназначено, в первую очередь, студентам заочной формы обучения.

Ил. 26. Табл. 3. Библиогр.: 7.

© А.И. Илларионов, Т.А. Колесникова,
Н.Н. Ляхов, Н.Е. Чайкина, Н.А. Черных, 2008.
© Иркутский государственный университет
путей сообщения, 2008.

ОГЛАВЛЕНИЕ

РАЗДЕЛ III
ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....4
3.1. Основные законы и формулы.....4
3.2. Примеры решения задач.....10
3.3. Контрольная работа № 4.....22

РАЗДЕЛ IV
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.....33
4.1. Основные законы и формулы.....33
4.2. Примеры решения задач.....36
4.3. Контрольная работа № 5.....47

РАЗДЕЛ V
ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ.....56
5.1. Основные законы и формулы.....56
5.2. Примеры решения задач.....63
5.3. Контрольная работа № 6.....68

Библиографический список.....77

Раздел III
Электростатика. Постоянный электрический ток

3.1. Основные законы и формулы

1. Закон Кулона (сила $\vec{F}$ взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2):

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, [F]=1, \text{ Н (ньютон)}$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная; r – расстояние между зарядами (векторная величина – $\vec{r}$). Для решения задач удобнее использовать численное значение $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{м}{Ф} = 9\cdot 10^9 \frac{м}{Ф}$.

2. Линейная τ и поверхностная σ плотности заряда:

$$\tau = \frac{Q}{l}, \quad [\tau]=1\frac{Кл}{м};$$

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \quad [\sigma]=1\frac{Кл}{м^2}.$$

3. Напряжённость электрического поля:

а) через величину пробного заряда q_0, внесённого в электрическое поле:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad [E]=1 {}^{B}\!/_{м},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на пробный положительный заряд со стороны электрического поля,

б) созданного зарядом Q на расстоянии r от него:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \times \frac{\vec{r}}{r};$$

в) образованного заряженной бесконечной нитью на расстоянии r от неё:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \times \frac{\vec{r}}{r},$$

где τ – линейная плотность заряда нити;

г) образованного заряженной бесконечно протяжённой плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда;

д) образованного разноимённо заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

4. Связь между напряжённостью $\vec{E}$ электрического поля и электрической индукцией $\vec{D}$:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E},\ [D] = 1\,{Кл}/{м^2}.$$

5. Теорема Остроградского–Гаусса (поток напряжённости N электрического поля через замкнутую поверхность S, охватывающую заряды Q_i):

$$N = \oint_S E\cos\alpha \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i, \qquad [N] = 1В\cdot м.$$

6. Потенциал электрического поля:

$$\varphi = \frac{E_П}{q_0}, \qquad [\varphi] = 1В,$$

где $E_П$ – потенциальная энергия пробного заряда q_0, внесённого в это поле.

7. Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

8. Напряжённость и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиуса R на расстоянии r от центра сферы:

а) $E = 0$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ (при $r < R$);

б) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r = R$);

в) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ (при $r > R$).

9. Напряжённость и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i, \qquad \varphi=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i,$$

где $\vec{E}_i$, φ_i – напряжённость и потенциал в данной точке поля, созданного зарядом q_i.

10. Связь между напряжённостью E и потенциалом φ электрического поля:

$$E=-\frac{d\varphi}{dr},$$

в случае однородного поля (поля плоского конденсатора)

$$E=\frac{u}{d},$$

где u – разность потенциалов между пластинами конденсатора, d – расстояние между пластинами конденсатора.

11. Напряжённость и потенциал поля, создаваемого распределёнными зарядами:

$$d\vec{E}=\frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},\ d\varphi=\frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где $\vec{r}$ – вектор, направленный из точки, где находится заряд dQ, в рассматриваемую точку поля; $dQ=\tau\cdot dl$ (для линейного заряда); $dQ=\sigma dS$ (для поверхностного заряда)

12. Работа перемещения заряда q в электрическом поле:

$$A=q\int_{r_1}^{r_2}Edr=q(\varphi_1-\varphi_2), \quad [A]=1Дж.$$

13. Энергия взаимодействия W системы точечных зарядов Q_1, Q_2, $\ldots Q_n$:

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}Q_i\varphi_i, \qquad [W]=1Дж.$$

14. Электрический момент диполя (диполь – система, состоящая из двух точечных зарядов, равных по величине, но различных по знаку):

$$\vec{p}=Q\vec{l}, \qquad [p]=1Кл\cdot м,$$

где $\vec{l}$ – плечо диполя, Q – любой из зарядов диполя.

15. Электрическая ёмкость уединённого проводника и конденсатора:

$$C = \frac{Q}{\varphi};\ C = \frac{Q}{u},\ [C] = 1Ф\ (\text{фарад}),$$

где Q – заряд, сообщённый проводнику (пластине конденсатора); φ – потенциал проводника; u – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

16. Электрическая ёмкость:

а) уединённой проводящей сферы радиуса R

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R;$$

б) плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

где S – площадь одной пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами конденсатора.

17. Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2},$$

где C – ёмкость проводника; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов на концах проводника.

18. Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Cu^2}{2},$$

где C – емкость конденсатора, u – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

19. Объемная плотность энергии электрического поля:

$$\omega = \frac{dW}{dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где dW – энергия малого элемента обьема электростатического поля, D – электрическая индукция поля.

20. Ёмкость системы конденсаторов:

при параллельном соединении: $C = C_1 + C_2 + ... + C_n,$

при последовательном соединении: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}.$

21. Сила и плотность электрического тока:

$$I=\frac{dQ}{dt},\quad [I]=1A;\ j=\frac{dI}{dS},\ [j]=1\frac{A}{м^2};$$

где dQ – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время dt; dS – площадь поперечного сечения проводника.

22. Электрическое сопротивление R и электрическая проводимость G кругового цилиндрического проводника:

$$R=\rho\frac{l}{S},\quad [R]=1Ом;\quad G=\gamma\frac{S}{l},\quad [G]=1См(сименс)=Ом^{-1},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, $[\rho]=1Ом\cdot м$; l – длина проводника; γ – удельная проводимость проводника $[\gamma]=(Ом\cdot м)^{-1}$; S – площадь поперечного сечения проводника.

23. Сопротивление системы проводников:

а) $R=\sum_{i=1}^{n}R_i$ – при последовательном соединении;

б) $\frac{1}{R}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}$ – при параллельном соединении,

где R_i – сопротивление i-го проводника.

24. Законы Ома:

а) $I=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\frac{U}{R}$ – для участка цепи, не содержащего ЭДС,

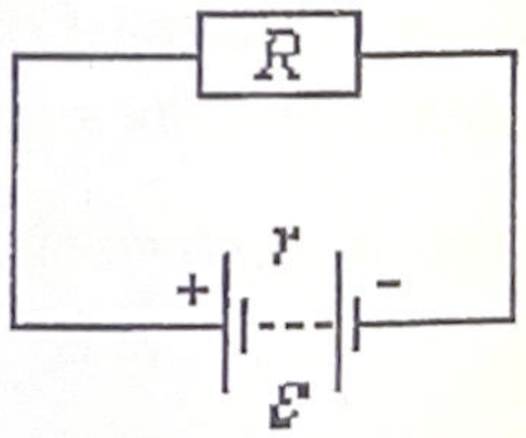
где $\varphi_1-\varphi_2=U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка;

б) $I=\frac{\varphi_1-\varphi_2\pm\mathcal{E}}{R}$ – для участка цепи, содержащего ЭДС,

где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений). Если напряженность поля в источнике тока совпадает с направлением обхода участка (то есть внутри источника перемещение происходит от катода к аноду), то ЭДС считается положительной, в противном случае – отрицательной.

в) $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$ для замкнутой (полной) цепи,

где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление цепи.



25. Законы Кирхгофа для разветвленной цепи (разветвленная цепь – электрическая цепь, содержащая узлы – места, где сходятся не менее трех проводников):

а) $\sum I_i = 0$ – первый закон (для узла);

б) $\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_i$ – второй закон (для замкнутого участка контура),

где $\sum I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

$\sum I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления замкнутых участков;

$\sum \mathcal{E}_i$ – алгебраическая сумма ЭДС источников тока на замкнутом участке цепи.

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи;
2. Выбрать направление обхода контура; произведение $I \cdot R$ положительно, если ток на участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот; ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода (перемещение происходит внутри источника тока от катода к аноду), считаются положительными, против – отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу неизвестных электрических величин; каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержавшийся в предыдущих контурах;

26. Закон Джоуля–Ленца (количество теплоты Q, выделившейся на участке цепи сопротивлением R за время dt при прохождении через него электрического тока силой I)

$$dQ = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt = IUdt, \qquad [Q] = 1Дж.$$

27. Полная мощность, развиваемая источником электрического тока силой I с ЭДС $\mathcal{E}$

$$P = I\mathcal{E}, \quad [P] = 1Вт.$$

28. Полезная мощность P_R, выделяемая на внешнем сопротивлении R

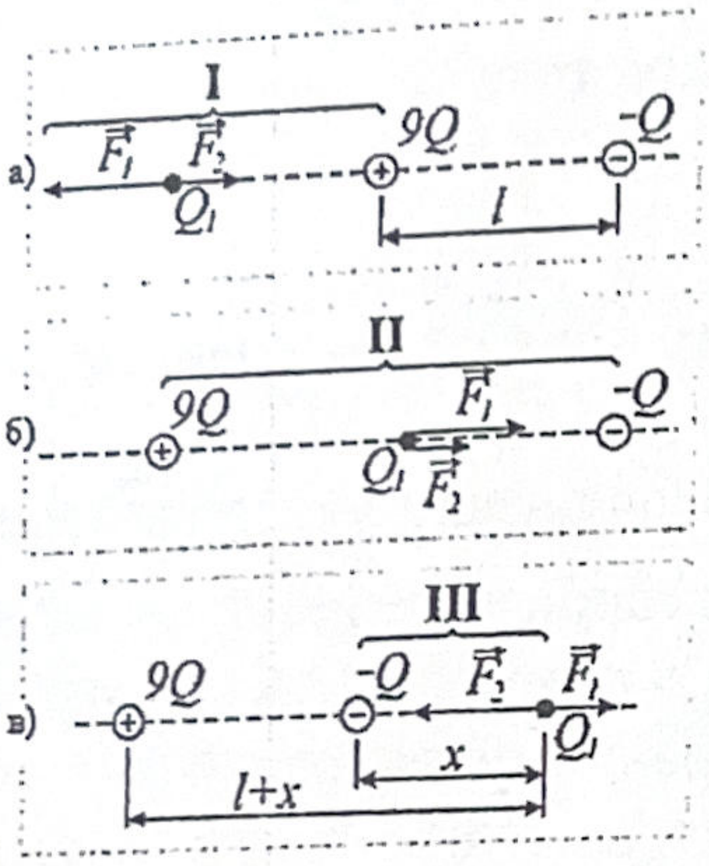
$$P_R = IU = I^2 R.$$

29. КПД источника тока: $$\eta = \frac{P_R}{P}.$$

3.2. Примеры решения задач

Пример 1

Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящий через заряды. Определить положение заряда Q_1, при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_1 равновесие будет устойчивым?



Дано:

9Q

-Q

Q_1

$l = 50$ см $= 0{,}5$ м

---

x - ?

Рис. 1

Решение:

Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трёх участков I, II, III (см. рис. 1) может быть выполнено это условие. Для определённости будем считать, что заряд Q_1 – положительный.

На участке I (рис. 1*а*) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы: F_1 и F_2. Сила F_1, действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка больше силы F_2, действующей со стороны заряда $-Q$, так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1, чем меньший (по модулю) заряд $-Q$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II (рис. 1*б*) обе силы F_1 и F_2 направлены в одну сторону – к заряду $-Q$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III (рис. 1*в*) силы F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший заряд $-Q$ всегда находится ближе к заряду Q_1, чем больший заряд $9Q$. Это зна-

чит, что можно найти такую точку на прямой, где силы F_1 и F_2 будут одинаковы по модулю, т. е. $F_1 = F_2$.

Пусть x и $l+x$ – расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1. Выражая F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим:

$$\frac{9Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (l+x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 x^2},$$

или

$$l + x = 3x,$$

откуда

$$x = \frac{l}{2} = 0{,}25 \text{ м}.$$

Определим знак заряда Q_1, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и отрицателен.

Если заряд Q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают. Так как сила F_1 возрастает медленнее, то результирующая сила, действующая на заряд Q_1, будет направлена в ту же сторону, в которую смещён заряд Q_1, т е. влево. Под действием этой силы заряд Q_1 будет удаляться от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила F_2 убывает быстрее, чем сила F_1. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т. е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие будет неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1 и F_2, но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2, т. е. $|F_2| > |F_1|$, результирующая сила будет направлена вправо, под её действием заряд Q_1 будет возвращаться в положение равновесия. При смещении Q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1, т. е. $|F_2| < |F_1|$, результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться в положение равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 несущественна.

Ответ: Равновесие будет устойчивым, если заряд Q_1 будет отрицательным и находиться на расстоянии $x = 0{,}25$ м от заряда Q.

Пример 2

Два точечных электрических заряда $Q_1 = 1$ *нКл* и $Q_2 = -2$ *нКл* находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряжённость E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удалённой от заряда Q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда Q_2 на расстоянии $r_2 = 7$ см.

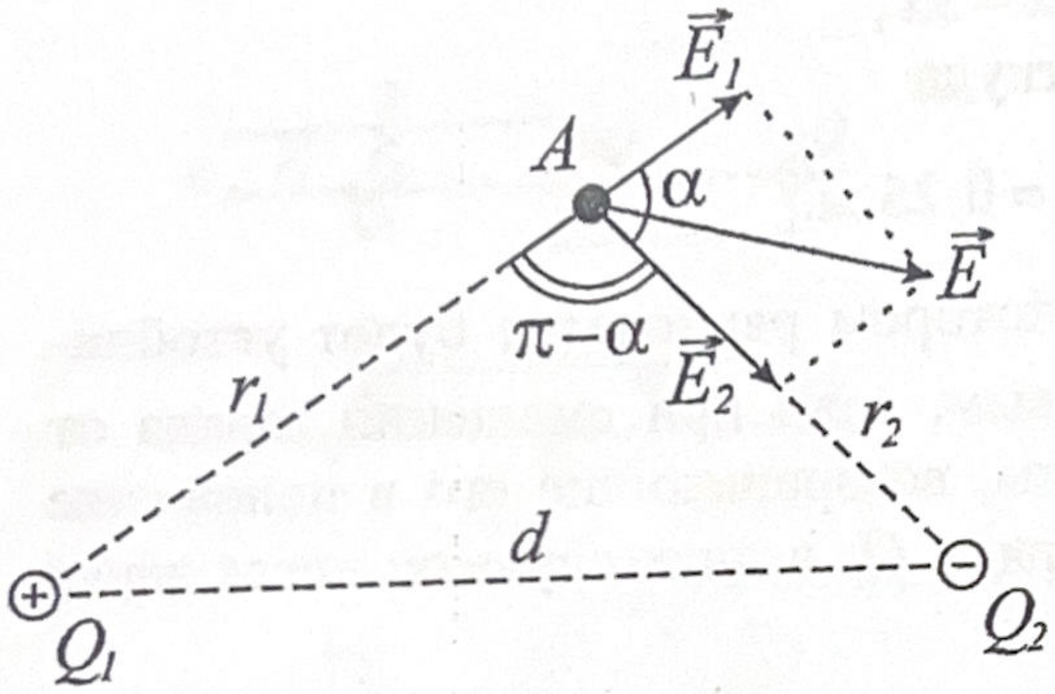


Рис. 2

Дано:

$Q_1 = 1$ нКл $= 1 \cdot 10^{-9}$ Кл

$Q_2 = -2$ нКЛ $= -2 \cdot 10^{-9}$ Кл

$\varepsilon = 1$

$r_1 = 9$ см $= 0,09$ м

$r_2 = 7$ см $= 0,07$ м

$d = 10$ см $= 0,1$ м

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

$E - ?$

$\varphi - ?$

Решение:

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создаёт поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряжённость $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряжённостей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Величина напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе $(\varepsilon = 1)$ зарядами Q_1 и Q_2:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 2) направлен по силовой линии от заряда Q_1, так как этот заряд положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2, так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора $\vec{E}$ найдём по правилу векторной алгебры:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

По теореме косинусов:

$$\cos(\pi-\alpha)=\frac{d^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2}.$$

Так как $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$ по формуле приведения, то

$$-\cos\alpha=\frac{d^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$-\cos\alpha=\frac{0{,}1^2-0{,}09^2-0{,}07^2}{2\cdot0{,}09\cdot0{,}07}=-0{,}238,\ \cos\alpha=0{,}238.$$

Подставляя выражения E_1, E_2 и $\cos\alpha$ в выражение модуля вектора $\vec{E}$, получаем:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+2\frac{|Q_1Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}\,. \qquad (3)$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2. \qquad (4)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой:

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (5)$$

В нашем случае, согласно формулам (4) и (5), получим:

$$\varphi=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

или

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}\right). \qquad (6)$$

Проведём проверку единиц измерения:

$$[E]=\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+2\frac{|Q_1Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}\right]=\frac{1}{Ф/м}\sqrt{\frac{Кл^2}{м^4}}=\frac{Кл\cdot м}{Ф\cdot м}=\frac{Кл\cdot В}{Кл\cdot м}=\frac{В}{м};$$

$$\varphi=\left[\frac{1}{Ф/м}\frac{Кл}{м}\right]=\frac{Кл}{Ф}=В.$$

Произведём вычисления:

$$E = 9\cdot 10^9 \sqrt{\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{0,09^4} + \frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{0,07^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{0,09^2\cdot 0,07^2}}\, 0,238 = 3,88\cdot 10^3 \left(\frac{В}{м}\right).$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0,07}\right) = -157 \text{ В}.$$

Ответ: Напряжёность и потенциал в точке A соответственно равны: $E = 3,88\cdot 10^3$ В/м, $\varphi = -157$ В.

Пример 3

На прямом стержне длиной $l = 20$ см находится равномерно распределённый электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $Q_1 = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

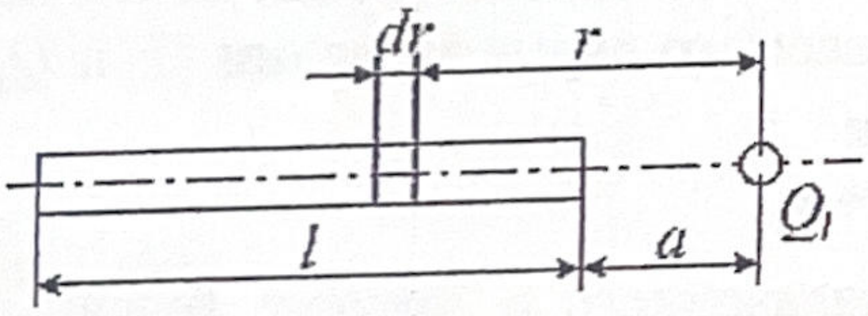


Рис. 3

Дано:

$l = 20$ см $= 0,2$ м

$a = 10$ см $= 0,1$ м

$Q_1 = 40$ нКл $= 4\cdot 10^{-8}$ Кл

$F = 6$ мкН $= 6\cdot 10^{-6}$ Н

$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}$ Ф/м

$\tau - ?$

Решение:

Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом Q_1 зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ. При вычислении силы F следует иметь в виду, что заряд не является точечным, поэтому закон Кулона непосредственно применить нельзя. В этом случае надо поступить следующим образом. Выделим на стержне (рис. 3) малый участок длиной dr и зарядом $dQ = \tau\cdot dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда согласно дифференциальному закону Кулона.

$$dF = \frac{Q_1\tau dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (\varepsilon = 1).$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $a+l$, получим:

$$F = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{Q_1\tau\cdot l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)},$$

откуда

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}.$$

Проверим, даёт ли расчётная формула единицу измерения линейной плотности электрического заряда. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерения:

$$[\tau] = \left[\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}\right] = \frac{Ф/_{м} \cdot м \cdot м \cdot Н}{Кл \cdot м} = \frac{Кл \cdot Н}{В \cdot Кл} = \frac{Н}{В} = \frac{Н \cdot Кл}{Дж} = \frac{Н \cdot Кл}{Н \cdot м} = \frac{Кл}{м}.$$

Произведём вычисления:

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l} = \frac{0{,}1 \cdot (0{,}1+0{,}2) \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}2} = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\,\frac{Кл}{м}.$$

Ответ: Линейная плотность заряда на стержне $\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м.

Пример 4

Заряд $q = 10 \cdot 10^{-9}$ *Кл* переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1$ *см* от поверхности заряженного шара радиусом $R = 9$ *см*. Поверхностная плотность положительного заряда $\sigma = 10^{-4}$ *Кл/м*^{2}. Определить совершаемую при этом работу.

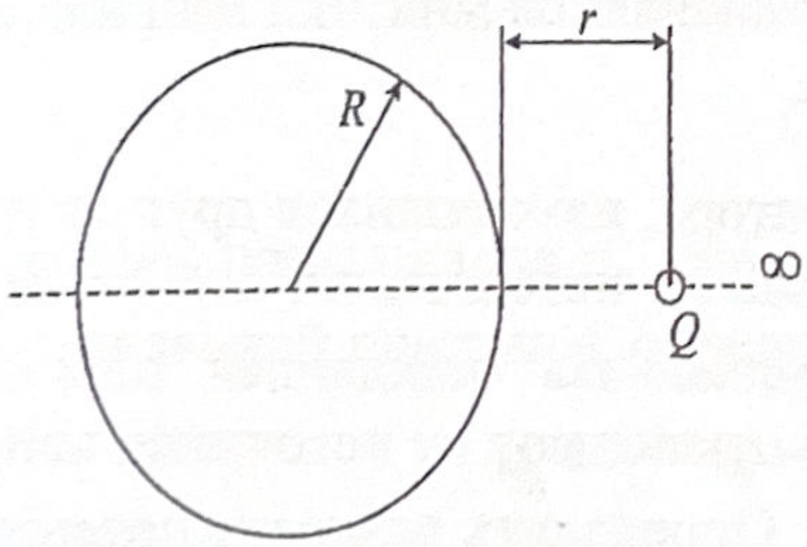


Рис. 4

Дано:

$q = 20 \cdot 10^{-9}$ Кл

$r = 1$ см $= 0{,}01$ м

$R = 9$ см $= 0{,}09$ м

$\sigma = 10^{-4}$ Кл/м^2

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

$A - ?$

Решение:

Работа внешней силы A по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в другую точку с потенциалом φ_2 равна по абсолютной величине, но противоположна по знаку работе A' сил поля по перемещению заряда между этими точками поля, т. е. $A = -A'$. Работа сил электрического поля определяется по формуле $A' = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Тогда:

$$A = q(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где φ_1 – потенциал в начальной точке поля; φ_2 – потенциал в конечной точке поля.

Потенциал, создаваемый заряжённым шаром радиуса R в точке, нахо-

дящейся на расстоянии r от его поверхности, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0(R+r)},$$

где $Q = 4\pi\sigma R^2$ – заряд шара.

Потенциал φ_1 в бесконечно удалённой точке (при $r \to \infty$) будет равен нулю.

Подставим в выражение для работы потенциал φ_2 и получим:

$$A = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R+r)}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[A] = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R+r)} = \frac{Кл \cdot Кл/м^2 \cdot м^2}{Ф/м \cdot м} = \frac{Кл \cdot Кл}{Ф} = \frac{Кл \cdot Кл \cdot В}{Кл} = Дж.$$

Произведём вычисления $(\varepsilon = 1)$:

$$A = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R+r)} = \frac{1 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09^2}{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}(0{,}09+0{,}01)} = 9{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Ответ: Работа по перемещению заряда из бесконечности в данную точку поля равна $A = 9{,}2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Пример 5

Между пластинами плоского конденсатора, находящихся друг от друга на расстоянии $d_0 = 1$ см, приложена разность потенциалов $u = 200$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная стеклянная пластина $(\varepsilon_1 = 7)$ толщиной $d_1 = 9$ мм. Конденсатор отключают от источника напряжения и после этого вынимают пластину. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора. Во сколько раз изменится энергия конденсатора?

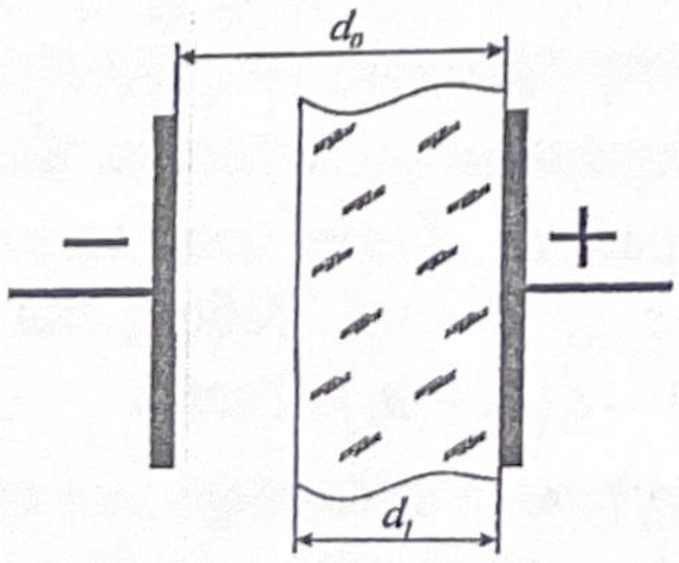


Рис. 5

Дано:

$d_0 = 1$ см $= 0{,}01$ м

$d_1 = 9$ мм $= 9 \cdot 10^{-3}$ м

$u_1 = 200$ В

$\varepsilon_1 = 7$

$\varepsilon_2 = 1$

$u_2 - ?$ $\quad \frac{W_2}{W_1} - ?$

Решение:

Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора в случае отключения его от источника напряжения находится из условия, что заряд на его пластинах остаётся неизменным, т. е.

$$C_1 u_1 = C_2 u_2, \qquad (1)$$

где C_1 и C_2 – ёмкости конденсатора, u_1 и u_2 – разности потенциалов до и после выключения источника напряжения.

В условиях данной задачи конденсатор вначале является слоистым и его ёмкость C_1 находится по формуле, используемой для определения ёмкости батареи последовательно соединённых конденсаторов:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1'} + \frac{1}{C_2'} \qquad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_0 - d_1}{\varepsilon_2}}, \qquad (2)$$

$$C_1' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d_0 - d_1},$$

где S – площадь пластины, ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости стекла и воздуха соответственно, d_1 – толщина стеклянной пластины, d_0 – зазор между пластинами конденсатора.

После удаления стеклянной пластины из зазора конденсатор становится простейшим плоским конденсатором с ёмкостью:

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_0}. \qquad (3)$$

Разность потенциалов u_2, которая устанавливается после удаления из зазора стеклянной пластины, определим из формул (1-3):

$$u_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot u_1 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} \cdot u_1. \qquad (4)$$

Энергия плоского конденсатора определяется из выражения:

$$W = \frac{C u^2}{2}.$$

Тогда

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 u_2^2}{C_1 u_1^2}. \qquad (5)$$

Это отношение можно определить двумя способами.

1. Если подставить выражения для входящих в отношение (5) величин, то после преобразования получим:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 + \varepsilon_1 (d_0 - d_1)} \quad (\varepsilon_2 = 1).$$

2. Отношение (5) можно представить в виде:

УрАУчЛ ИрГУПС Библиотека

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{C_2u_2u_2}{C_1u_1u_1}.$$

Так как по условию задачи $C_1u_1=C_2u_2$, то:

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{u_2}{u_1}=\frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1+\varepsilon_1(d_0-d_1)} \quad (\varepsilon_2=1).$$

Проверим единицу измерения:

$$\left[\frac{W_2}{W_1}\right]=\left[\frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1\varepsilon_2+(d_0-d_1)\varepsilon_1}\right]=\frac{м}{м}B=B.$$

Проведем вычисления:

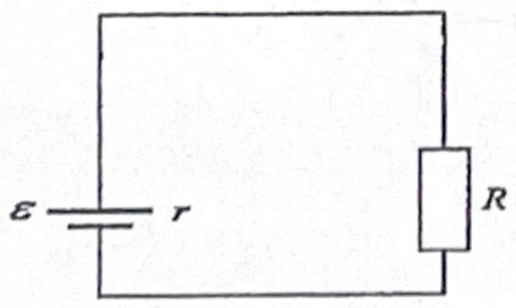
$$u_2=\frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1+(d_0-d_1)\varepsilon_1}u_1=\frac{7\cdot1\cdot10^{-2}}{9\cdot10^{-3}\cdot1+(1\cdot10^{-2}-9\cdot10^{-3})\cdot7}\cdot200=875 \text{ В}$$

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{u_2}{u_1}=\frac{875}{200}=4{,}375.$$

Ответ: Разность потенциалов между пластинами конденсатора стала равной 875 В, а энергия увеличилась в 4,375 раза.

Пример 6

Определить максимальную мощность, которая может выделиться во внешней цепи, питаемой от батареи с ЭДС равной 12 В, если наибольшая сила тока, которую может дать батарея, равна $I_{max}=5$ А.



Дано:
$I_{max}=5$ А
$\varepsilon=12$ В
$N_{max}-?$

Рис. 6

Решение:

Используем закон Ома для полной цепи:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}, \qquad (1)$$

где R – сопротивление внешней цепи, r – внутреннее сопротивление источника тока.

Мощность N, выделяемая во внешней цепи, определяется по формуле $N=I^2R$. Преобразуем это выражение, используя формулу (1):

$$N=\frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}. \qquad (2)$$

Таким образом, мощность зависит от внешнего сопротивления цепи R. Мощность будет максимальной при таком значении R, при котором первая производная $\frac{dN}{dR}$ обращается в ноль.

Возьмём первую производную:

$$\frac{dN}{dR}=\frac{\varepsilon^2\left(r^2-R^2\right)}{(R+r)^4}=\frac{\varepsilon^2(r-R)}{(R+r)^3}. \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что $\frac{dN}{dR}=0$ при $R=r$. Определим r. Максимальный ток возникает при коротком замыкании цепи, т. е. когда внешнее сопротивление $R=0$. Исходя из этого $I_{\max}=\frac{\varepsilon}{r}$, значит:

$$R=\frac{\varepsilon}{I_{\max}}=r. \qquad (4)$$

Подставив выражение (4) в уравнение (2), получим:

$$N_{\max}=\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}.$$

Проверим единицу измерения N_{max}:

$$[N_{\max}]=\left[\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}\right]=\text{ВА}=\text{Вт}.$$

Произведём вычисления:

$$N_{\max}=\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}=\frac{12\cdot 5}{4}=15\ (\text{Вт}).$$

Ответ: Максимальная мощность, выделяемая во внешней цепи, $N_{\max}=15$ Вт.

Пример 7

Три источника тока с электродвижущими силами $\varepsilon_1=2{,}5$ В, $\varepsilon_2=2$ В, $\varepsilon_3=15$ В и сопротивления $R_1=2$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=8$ Ом соединены, как показано на рис. 7. Определить токи в сопротивлениях. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

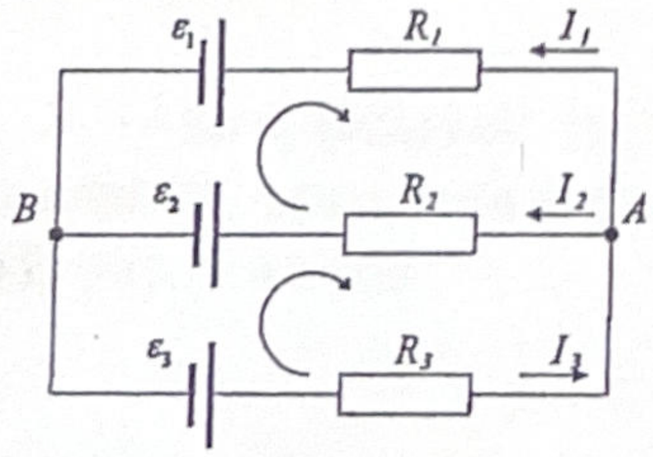


Рис. 7

Дано:

$\varepsilon_1=2{,}5$ В $R_1=2$ Ом

$R_2=3$ Ом

$\varepsilon_2=2$ В $R_3=8$ Ом

$\varepsilon_3=15$ В

$I_1-?\ I_2-?\ I_3-?$

Решение:

Заданная цепь содержит узлы A и B, т.е. является разветвленной.

Для решения задачи применим правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0.$$

При этом токи, подходящие к узлу, считаются положительными, а токи, отходящие от узла – отрицательными. Для узла A (рис. 7) имеем:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре.

При этом, если токи по направлению совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными, а несовпадающие – отрицательными.

ЭДС источника берётся со знаком «плюс», если при выбранном обходе контура осуществляется переход внутри источника от отрицательного полюса к положительному, в противном случае ЭДС берётся со знаком «минус».

По второму правилу Кирхгофа для контура $A\varepsilon_2 B\varepsilon_1 A$ имеем:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 - I_1 R_1, \quad (1)$$

для контура $A\varepsilon_3 B\varepsilon_2 A$: $$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = -I_3 R_3 - I_2 R_2. \quad (2)$$

Преобразуем формулы (1), (2), подставляя в них численные значения ЭДС и сопротивлений, взятые из условия задачи:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0, \quad (3)$$

$$-2I_1 + 3I_2 = 0{,}5, \quad (4)$$

$$3I_2 + 8I_3 = 13. \quad (5)$$

Из уравнения (3) найдем I_3 и подставим в уравнение (5):

$$I_3 = I_1 + I_2,$$

$$3I_2 + 8(I_1 + I_2) = 13.$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 3I_2 - 2I_1 = 0{,}5 \\ 3I_2 + 8I_1 + 8I_2 = 13 \end{cases} \Big| \times 4$$

$$\begin{cases} 12I_2 - 8I_1 = 2 \\ 11I_2 + 8I_1 = 13 \end{cases}$$

$$23I_2 = 15$$

$$I_2 = 0{,}65 \text{ A}.$$

Значение I_2 подставим в первое уравнение системы и найдём значение I_1: $3 \cdot 0,65 - 2I_1 = 0,5$, $I_1 = 0,73$ А.

Найдём значение I_3, подставляя значение I_2, I_1 в уравнение (3):

$I_3 = I_1 + I_2 = 0,73 + 0,65 = 1,38\ A.$

Ответ: $I_1 = 0,73\ A,\ I_2 = 0,65\ A,\ I_3 = 1,38\ A.$

Пример 8

Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20\ Ом$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2\ c$ по линейному закону от $I_0 = 0\ A$ до $I = 6\ A$ (рис. 8). Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за вторую секунду.

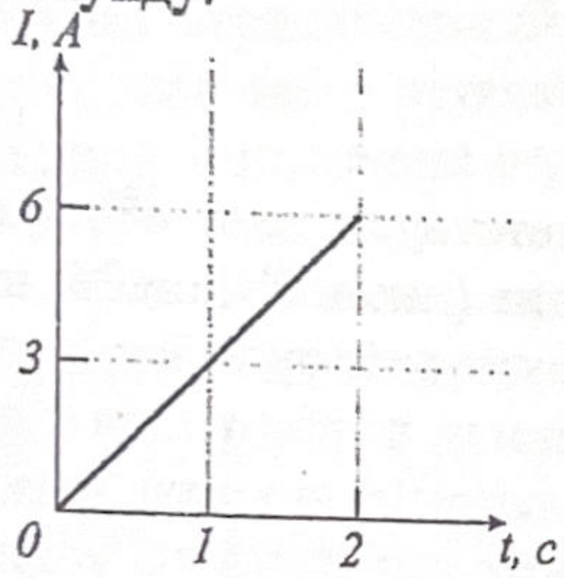


Рис. 8

Дано:

$R = 20\ Ом$

$\Delta t = 2\ c$

$I = 6\ A$

$I_0 = 0\ A$

$Q - ?$

Решение:

Закон Джоуля–Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде:

$$dQ = I^2 R dt. \qquad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае:

$$I = kt, \qquad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока и равный тангенсу угла наклона прямой линии к оси t. Из рис. 8 имеем:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3\ \text{А/с}.$$

С учётом выражения (2) формула (1) примет вид:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \qquad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2^3 - t_1^3 \right).$$

Проверим единицу измерения Q:

$$[Q] = \left[\frac{1}{3} k^2 R \left(t_2^3 - t_1^3 \right) \right] = \frac{A^2 \cdot Ом \cdot c^3}{c^2} = A^2 \cdot Ом \cdot c = A \cdot B \cdot c = Дж .$$

Произведём вычисления:

$$Q = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2^3 - t_1^3 \right) = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20 \left(2^3 - 1^3 \right) = 420 \text{ Дж.}$$

Ответ: За вторую секунду в проводнике выделится 420 Дж теплоты.

3.3. Контрольная работа № 4

Первая задача в каждом варианте соответствует теме «Напряжённость поля точечных зарядов и их взаимодействие (закон Кулона)»; вторая задача – «Теорема Остроградского–Гаусса, взаимодействие распределённых зарядов», третья задача – «Потенциал, разность потенциалов и потенциальная энергия заряда; связь потенциала и напряжённости», четвёртая задача – «Электроёмкость, конденсаторы, энергия заряженного конденсатора», пятая задача – «Основные законы постоянного тока, работа и мощность тока, КПД источника, закон Джоуля–Ленца», шестая задача – «Правила Кирхгофа» (рекомендуется после составления уравнений сразу подставить числовые данные).

Таблица 1

Варианты к контрольной работе № 4

	Номер задачи					
Вариант	1	2	3	4	5	6
0	410	420	430	440	450	460
1	401	411	421	431	441	451
2	402	412	422	432	442	452
3	403	413	423	433	443	453
4	404	414	424	434	444	454
5	405	415	425	435	445	455
6	406	416	426	436	446	456
7	407	417	427	437	447	457
8	408	418	428	438	448	458
9	409	419	429	439	449	459

4 – 8 вар

401. На расстоянии $l = 12$ см друг от друга расположены два тела с положительными точечными зарядами $Q_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ Кл и $Q_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл. На каком расстоянии от тела с меньшим зарядом помещён пробный точечный заряд, если он находится в равновесии? Какой знак он имеет?

402. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряжённость поля в точке, удалённой от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

403. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды по $3 \cdot 10^{-10}$ Кл каждый. Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

404. В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 2 \cdot 10^{-3}$ м находятся равные заряды $Q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти равнодействующую сил, действующих на четвёртый заряд $Q_4 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, помещенный на середине стороны треугольника. Как изменится равнодействующая, если заряд поместить на середине другой стороны треугольника?

405. В трёх вершинах квадрата со стороной $a = 0{,}4$ м находятся одинаковые положительные заряды по $Q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряжённость поля в четвёртой вершине.

406. Два шарика массой по $m = 0{,}5$ г подвешены на шёлковых нитях длиной $l = 1$ м в одной точке. При сообщении шарикам зарядов они разошлись на $r = 4$ см. Определить заряд каждого шарика и силу их электростатического отталкивания.

407. На расстоянии $d = 20$ см друг от друга находятся два точечных заряда $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу F, действующую на заряд $Q_3 = -10$ нКл, удалённый от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

408. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивым или неустойчивым будет равновесие?

409. В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см находятся заряды $Q_1 = 10$ мкКл, $Q_2 = 20$ мкКл и $Q_3 = 30$ мкКл. Определить силу F, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

410. На шёлковых нитях длиной $l = 1$ м висят, соприкасаясь друг с другом, два шарика малого диаметра, масса шариков по $m = 1$ г каждый. На какое расстояние разойдутся шарики, если каждому из них сообщить заряд $Q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл? Принять $g = 10$ м/с^2.

411. Тонкий прямой стержень длиной 10 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда 100 нКл/м. На продолжении оси стержня, на расстоянии 10 см от ближайшего конца, находится точечный заряд 10 нКл. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

412. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда 1 нКл/см, на расстоянии 10 см от конца стержня находится точечный заряд 0,1 мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

413. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью 0,2 мкКл/см. Определить силу, действующую на точечный заряд 10 нКл, находящийся на расстоянии 2 см от стержня, вблизи его середины.

414. Тонкое полукольцо радиусом 10 см несёт равномерно распределённый заряд 0,2 мкКл. В центре кривизны полукольца находится точечный заряд 10 нКл. Найти силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

415. Заряд 10 нКл равномерно распределён по тонкому кольцу радиусом 10 см. Определить силу взаимодействия заряженного кольца с точечным

зарядом 0,5 нКл, находящимся на оси кольца на расстоянии 10 см от его центра.

416. Тонкая нить несёт равномерно распределённый по длине заряд ($\tau = 2$ мкКл/м). Вблизи средней части нити на расстоянии $r = 1$ см, малом по сравнению с её длиной, находится точечный заряд $q = 0{,}1$ мкКл. Определить силу, действующую на заряд.

417. Расстояние между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, $d = 16$ см. Проволоки равномерно заряжены разноимёнными зарядами с линейной плотностью $\tau = 150$ нКл/м. Какова напряжённость поля в точке, удалённой на $r = 10$ см как от первой, так и от второй проволоки?

418. Тонкий стержень длиной $l = 2$ см имеет линейную плотность заряда $\tau = 200$ нКл/м. Найти напряжённость электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от стержня против его середины.

419. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределённый по площади заряд ($\sigma = 1$ нКл/м^2). Определить напряжённость поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин.

420. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределённый по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = 3$ нКл/м^2. Определить напряжённость поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин.

421. На окружности радиусом $R = 2$ см на одинаковом расстоянии расположены электрические заряды $Q_1 = 4{,}8 \cdot 10^{-7}$ Кл, $Q_2 = Q_3 = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Кл, $Q_4 = -1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Кл. Определить потенциал электрического поля, образованного всеми зарядами в центре окружности.

422. Два точечных электрических заряда $Q_1 = 2{,}64 \cdot 10^{-8}$ Кл и $Q_2 = 3{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 0,5 м один от другого.

Какую работу следует совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния 25 см?

423. Определить потенциал электрического поля в точке, удалённой от зарядов $Q_1 = -0{,}2$ мкКл и $Q_2 = 0{,}5$ мкКл соответственно на расстоянии $r_1 = 15$ см и $r_2 = 25$ см.

424. На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью 10^8 см/с?

425. Шарик массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1 \cdot 10^{-8}$ Кл перемещается из точки A, потенциал которой $\varphi_A = 600$ В, в точку B, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке A, если в точке B она стала равной $V_B = 20$ см/с?

426. Длинная тонкая бесконечная нить несёт равномерно распределённый по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 0{,}01$ мкКл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, удалённых от нити на расстояния $r_1 = 2$ см и $r_2 = 4$ см.

427. Вычислить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов $Q_1 = 100$ нКл, $Q_2 = 10$ нКл, находящихся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга.

428. Два маленьких шарика массой по $m = 1$ г, заряженных одинаково, расположены на одной вертикали на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга. Верхнему шарику сообщают скорость $\upsilon_0 = 10$ см/с, направленную вниз, в результате чего он сближается с нижним неподвижным шариком на минимальное расстояние $r_2 = 2$ см. Найти заряд q на каждом шарике. Среда – воздух, её сопротивлением пренебречь.

429. В однородном поле напряженностью $E = 20$ кВ/м переместили заряд $q = 2$ нКл под углом $\alpha = 30°$ к направлению силовых линий поля. Модуль перемещения $|\Delta\vec{r}| = 80$ см. Найти работу поля A, изменение по-

тенциальной энергии взаимодействия заряда с полем ΔW_n и напряжение U между начальной и конечной точками перемещения.

430. На расстоянии $r_1 = 4$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0{,}67 \cdot 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается до расстояния $r_2 = 2$ см, при этом совершается работа $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найти максимальную плотность заряда нити.

431. Плоский конденсатор состоит из двух обкладок площадью $S = 40$ см^2 каждая. Между ними находится слой стекла с диэлектрической проницаемостью, $\mathcal{E} = 7$. Какой максимальный заряд q может быть накоплен на обкладках этого конденсатора, если при напряженности поля между обкладками $E = 8$ МВ/м происходит пробой?

432. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого $d_1 = 2$ см заряжен до разности потенциалов $U_1 = 3000$ В. Какова будет напряженность поля E_2 конденсатора, если, не отключая источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 5$ см? Вычислить энергию конденсаторов W_1 и W_2 до и после раздвижения пластин. Площадь пластин $S = 100$ см^2.

433. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора ёмкостью $C = 100$ пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится ёмкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином с диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 2$.

434. К плоскому воздушному конденсатору, площадь пластин которого $S = 60$ см^2, приложено напряжение $U = 90$ В, при этом заряд конденсатора оказался равным $Q = 10^{-9}$ Кл. Определить ёмкость конденсатора, энергию, запасённую в нём, и расстояние между пластинами.

435. Сферический конденсатор состоит из двух концентрических сфер радиусами $r_1 = 5$ см и $r_2 = 5{,}5$ см. Пространство между обкладками конденсатора заполнено маслом ($\varepsilon = 2{,}2$). Определите: 1) ёмкость этого конденса-

тора; 2) шар какого радиуса, помещённый в масло, обладает такой же ёмкостью?

436. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200$ см^2 каждая заряжен до разности потенциалов $u = 2$ кВ. Расстояние между пластинами $d = 2$ см; диэлектрик – стекло – имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 7$. Определить энергию поля конденсатора и плотность энергии поля.

437. Конденсатор ёмкостью $C_1 = 3$ мкФ заряжен до разности потенциалов $u = 40$ В. После отключения от источника тока конденсатор был соединён параллельно с другим, незаряженным конденсатором, ёмкостью $C_2 = 5$ мкФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора.

438. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью $C = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$ Ф заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi = 300$ В. После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 5 раз. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсаторов после их раздвигания; 2) работу внешних сил по раздвиганию пластин.

439. Два конденсатора ёмкостью 3 мкФ и 6 мкФ соединены последовательно. Напряжение, приложенное к этой батарее конденсаторов, 9 В. Определить заряды Q_1, Q_2 и разность потенциалов U_1 и U_2 на каждом конденсаторе.

440. Пространство между пластинами плоского конденсатора объёмом $V = 20$ см^3 заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma = 8{,}35 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить против сил электрического поля при удалении диэлектрика, если удаление диэлектрика производится после отключения источника напряжения?

441. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 8$ А. Определить

количество теплоты Q_1, выделившееся в этом проводнике за первую секунду, и количество теплоты Q_2 – за вторую секунду.

442. За время $t = 30$ с при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника $R = 5$ Ом.

443. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 50$ с равномерно возрастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

444. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

445. Какое сопротивление R нужно подключить к $n = 10$ одинаковым последовательно соединённым источникам с внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальной?

446. Источник постоянного тока с ЭДС $\varepsilon = 120$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом включен в цепь. Какую наибольшую мощность может развить источник во внешней части цепи? При каком сопротивлении внешней части цепи это происходит? Чему равен КПД источника в этом случае?

447. За время $t = 8$ с при равномерно возраставшей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q, протекающий в проводнике, если сила тока в момент времени $t = 0$ равна нулю?

448. Ток в проводнике сопротивлением 12 Ом равномерно убывает от 5 А до нуля в течение 10 с. Определить теплоту, выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

449. ЭДС батареи $\varepsilon = 12$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{max} = 6$ А. Определить максимальную мощность, которая может выделиться во внешней цепи.

450. ЭДС батареи $\varepsilon = 16$ В, внутреннее сопротивление $r = 3$ Ом. Найти сопротивление внешней цепи, если известно, что в ней выделяется мощность $N = 16$ Вт. Определить КПД батареи.

451.

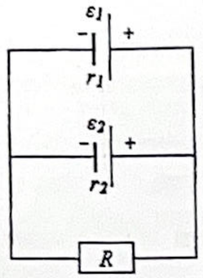


Рис. 9

Два источника тока: $\varepsilon_1 = 14$ В с внутренним сопротивлением $r_1 = 2$ Ом и $\varepsilon_2 = 6$ В с внутренним сопротивлением $r_2 = 4$ Ом, а также реостат $R = 10$ Ом соединены, как показано на рис. 9. Определить силы токов в реостате и в источниках тока.

452. Три сопротивления $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 1$ Ом и $R_3 = 3$ Ом, а также источник тока $\varepsilon_1 = 1{,}4$ В соединены, как показано на рис. 10. Определить ЭДС источника, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении R_3 шёл ток силой 1 А в направлении, указанном стрелкой.

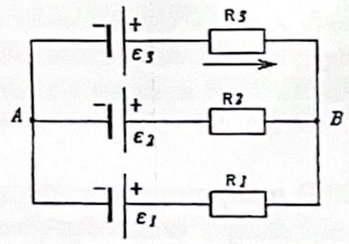


Рис. 10

453. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 3$ В. Сопротивления $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0{,}5$ кОм и $R_3 = 0{,}2$ кОм, сопротивление амперметра $R_A = 0{,}2$ кОм (рис. 11). Найти показание амперметра. Сопротивлением источников тока пренебречь.

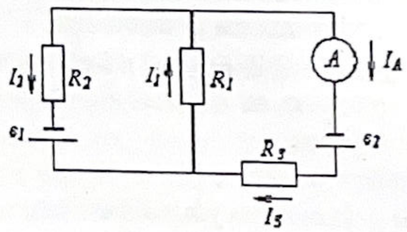


Рис. 11

454. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, сопротивления $R_2 = 2R_1$ (рис. 12). Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление R_2? Сопротивлениями источников токов пренебречь.

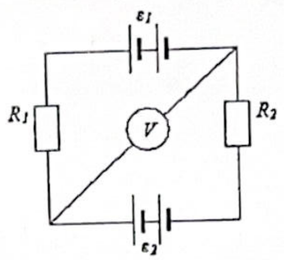


Рис. 12

455. Три батареи $E_1 = 8$ В, $E_2 = 3$ В, $E_3 = 4$ В с внутренними сопротивлениями $r = 2$ Ом каждая соединены одноимёнными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить токи, идущие через батареи.

456. Резистор сопротивлением $R = 6$ Ом подключен к двум параллельно соединённым источникам тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2{,}2$ В и $\varepsilon_2 = 2{,}4$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}8$ Ом и $r_2 = 0{,}2$ Ом. Определить силу тока I в этом резисторе и напряжение U на зажимах второго источника тока.

457. ЭДС элементов $\varepsilon_1 = 2{,}1$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}9$ В. Сопротивления $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Определить силу тока во всех участках цепи (рис. 13). Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

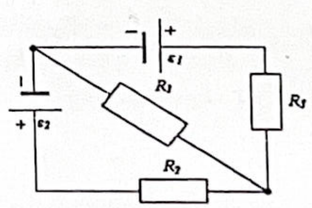


Рис. 13

458. Два источника тока, у которых $\varepsilon_1 = 8$ В, $r_1 = 2$ Ом, $\varepsilon_2 = 6$ В, $r_2 = 1{,}5$ Ом, и резистор сопротивлением $R = 10$ Ом соединены, как показано на рис. 14. Вычислить силу тока, текущего через резистор.

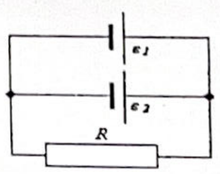
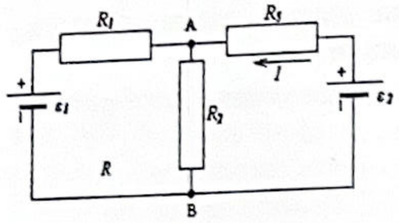


Рис. 14

459. Определить силу тока в резисторе R_3 (рис. 15) и напряжение на концах этого резистора, если $\varepsilon_1 = 4$ В, $\varepsilon_2 = 3$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 1$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



Р и с. 15

460. Три батареи с ЭДС $\varepsilon_1 = 16$ В, $\varepsilon_2 = 6$ В, $\varepsilon_3 = 8$ В и внутренними сопротивлениями $r_i = 4$ Ом каждая соединены одноимёнными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить силы токов, идущих через батареи.

Раздел IV
Электромагнетизм

4.1. Основные законы и формулы

1. Закон Био–Савара–Лапласа:

$$dH = \frac{Idl\sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где dH – величина напряжённости в произвольной точке магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; α – угол между векторами $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый от середины элемента проводника в рассматриваемую точку поля.

2. Напряжённость магнитного поля, создаваемого:

а) бесконечно длинным прямым проводником с током I:

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

где r – минимальное расстояние (перпендикуляр) от оси провода до точки, в которой определяется напряжённость;

б) отрезком проводника с током I:

$$H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos a_1 - \cos\alpha_2),$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от оси проводника до точки; α_1 и α_2 – углы между проведёнными в данную точку поля радиусами-векторами соответственно из начала и конца проводника и направлением тока;

в) кольцевым проводником радиусом R в его центре:

$$H = \frac{I}{2R};$$

г) кольцевым проводником радиусом R на расстоянии h от центра витка до точки, в которой определяется напряжённость:

$$H = \frac{R^2 I}{2\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}};$$

д) бесконечно длинным соленоидом:

$$H = \frac{N}{l} I,$$

где N – число витков на длине соленоида l.

Единица измерения $[H] = 1\frac{A}{м}$.

3. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ в среде с напряжённостью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная постоянная.
Единица измерения [B]=1Тл(Тесла).

4. Принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i,\ \vec{H} = \sum_{i=1}^{n}\vec{H}_i,$$

где $\vec{B}_i$ и $\vec{H}_i$ – соответственно индукция и напряженность магнитного поля, создаваемого *i*-м источником.

5. Магнитный момент элементарного контура с током I:

$$\vec{p}_m = IS\cdot\vec{n},$$

где S – площадь контура; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура.

6. Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (закон Ампера):

а) в дифференциальном виде

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l},\vec{B}\right] \text{ или } dF = I\cdot dl\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

б) в интегральном виде

$$\vec{F} = I\cdot[\vec{l},\vec{B}] \text{ или } F = I\cdot l\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где l – длина прямого проводника

7. Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещённый в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m,\vec{B}\right] \text{ или } M = p_m\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

8. Закон полного тока для тока проводимости:

$$\oint_L(\vec{H}d\vec{l}) = \sum_{i=1}^{n}I_i,$$

где L – длина произвольного замкнутого контура в магнитном поле; n – число проводников с током, охватываемых контуром.

9. Сила, действующая на заряд q, движущийся в магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$ (сила Лоренца):

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{\upsilon}\cdot\vec{B}\right], \text{ или } \quad F_л = q\cdot\upsilon\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

10. Магнитный поток через плоский контур (поток вектора магнитной индукции):

а) в дифференциальном виде (для сложного контура)

$$\Phi = \oint_S\vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint_S B\cdot dS\cdot\cos\alpha\ ;$$

б) в интегральном виде:

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура dS *(S)*.

Единица измерения [Ф]= 1Вб (вебер)

11. Потокосцепление (полный магнитный поток, сцеплённый со всеми N витками соленоида или тороида):

$$\psi = N\Phi = LI,$$

где L – коэффициент самоиндукции; I – сила тока, текущего по виткам.

12. Работа силы Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – изменение магнитного потока через контур при его перемещении.

13. Основной закон электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\psi}{dt},$$

где $\mathcal{E}_i$ – ЭДС индукции.

14. ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{di}{dt}.$$

15. Индуктивность катушки (когда $l >> d$, d – диаметр катушки):

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS,$$

где $n=\dfrac{N}{l}$ – число витков на единицу длины, l – длина катушки, S – площадь сечения катушки.

Единица измерения[L]=1Гн (генри).

16. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L:

а) при замыкании цепи:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи:

$$I=I_0e^{-\frac{R}{L}t},$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t=0$; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

17. Энергия магнитного поля:

$$W=\frac{LI^2}{2}.$$

18. Объёмная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объёму):

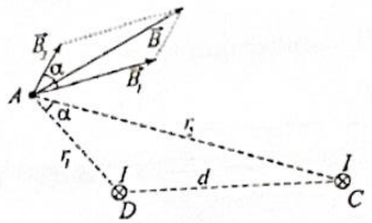
$$w=\frac{W}{V} \text{ или } w=\frac{BH}{2},$$

где B – магнитная индукция; H – напряжённость магнитного поля.

4.2. Примеры решения задач

Пример 1

Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I=60$ А, расположены на расстоянии $d=10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводниками с током в точке A (рис. 16), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1=5$ см, от другого – на расстоянии $r_2=12$ см.



Р и с. 16

Дано:
$I_1=I_2=I=60$ А
$d=10$ см $=0{,}1$ м
$r_1=5$ см $=0{,}05$ м
$r_2=12$ см $=0.12$ м
$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

B – ?

Решение:

Для нахождения магнитной индукции B в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности (рис. 16), и сложим их геометрически: $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$.

Модуль вектора $\vec{B}$ найдем по правилу векторной алгебры:

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2+2B_1B_2\cos\alpha}, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитные индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A:

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \qquad B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1), получаем:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1r_2}\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Проверим единицу измерения:

$$[B]=\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1r_2}\cos\alpha}\right]=\frac{Гн\cdot А}{м}\sqrt{\frac{1}{м^2}}=\frac{В\cdot с\cdot А}{А\cdot м\cdot м}=\frac{Дж}{А\cdot м^2}=$$

$$=\frac{Нм}{А\cdot м^2}=\frac{Н}{А\cdot м}=Тл.$$

Сначала вычислим $cos\alpha$. Заметив, что $\alpha=\angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов найдём:

$$d^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\alpha,$$

где d – расстояние между проводами. Тогда

$$\cos\alpha=\frac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2}=\frac{5^2+12^2-10^2}{2\cdot5\cdot12}=\frac{23}{40}.$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведём вычисления:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}=$$

$$=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{1}{0{,}0025}+\frac{1}{0{,}0144}+\frac{2}{0{,}05\cdot 0{,}12}\cdot\frac{23}{40}}=3{,}08\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Ответ: В точке A магнитная индукция, создаваемая проводниками с током, $B=3{,}08\cdot 10^{-4}$ Тл.

Пример 2

По двум одинаковым круговым виткам радиусом $R=5$ см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой $I=2$ А. Найти индукцию магнитного поля в центре витков.

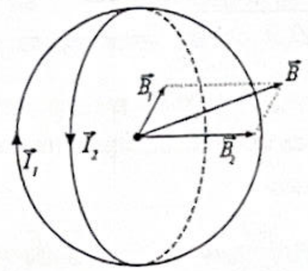


Рис. 17

Дано:

$R_2=R_1=R=5$ см $=5\cdot 10^{-2}$ м

$I_2=I_1=I=2$ А

$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м

B – ?

Решение:

Индукцию магнитного поля, созданного каждым круговым током в центре соответствующего витка, находим по формуле:

$$B_1=B_2=\frac{\mu\mu_0 I}{2R},\qquad (1)$$

где $\mu=1$ – магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная постоянная.

По правилу буравчика для выбранных направлений тока в витках находим направления $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ (рис. 17). По принципу суперпозиции индукция результирующего магнитного поля:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2;$$

так как $\vec{B}_1\perp\vec{B}_2$, то:

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=B_1\sqrt{2}.\qquad (2)$$

Подставляя в (2) выражение (1), получим:

$$B=\frac{\mu\mu_0 I\sqrt{2}}{2R}.$$

Проверим единицу измерения:

$$[B]=\left[\frac{\mu\mu_0 I\sqrt{2}}{2R}\right]=\frac{Гн\cdot А}{м\cdot м}=\frac{В\cdot с\cdot А}{А\cdot м^2}=\frac{Дж}{А\cdot м^2}=\frac{Н}{А\cdot м}=Тл.$$

Расчёт:

$$B=\frac{\mu\mu_0 I\sqrt{2}}{2R}=\frac{1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2\sqrt{2}}{2\cdot 5\cdot 10^{-2}}=35\cdot 10^{-6}(Тл)=35(мкТл).$$

Ответ: Результирующая индукция магнитного поля $B=35$ мкТл.

Пример 3

По двум параллельным прямым проводам длиной $l=2{,}5$ м каждый, находящихся на расстоянии $d=20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I=1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

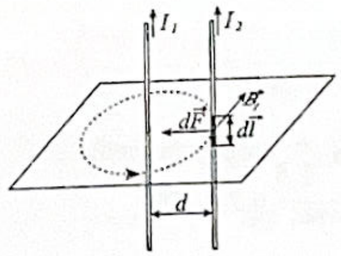


Рис. 18

Дано:

$l_1=l_2=l=2{,}5$ м

$d=20$ см $=0{,}2$ м

$I=1$ кА $=10^3$ А

F – ?

Решение:

Взаимодействие двух проводов, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создаёт магнитное поле, которое действует на другой провод.

Предположим, что оба тока (обозначим их для удобства I_1 и I_2) текут в одном направлении. Ток I_1 создаёт в месте расположения второго провода (с током I_2) магнитное поле.

Проведём линию магнитной индукции (пунктир на рис. 18) через первый провод и по касательной к ней – вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}. \qquad (1)$$

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила:

$$dF = I_2 B_1 dl \sin(d\vec{l}, \vec{B}). \qquad (2)$$

Так как вектор $d\vec{l}$ перпендикулярен вектору $\vec{B}_1$, то $\sin(d\vec{l}, \vec{B})=1$. Подставив в выражение (2) B_1, согласно формуле (1), получим:

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Направление силы определяется правилом левой руки.

Силу F взаимодействия проводов с током найдём интегрированием:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$, получим:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Проверим единицу измерения:

$$[F] = \left[\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}\right] = \frac{Гн \cdot А^2 \cdot м}{м \cdot м} = \frac{Гн \cdot А^2}{м} = \frac{В \cdot с \cdot А^2}{А \cdot м} = \frac{Дж}{м} = \frac{Н \cdot м}{м} = Н.$$

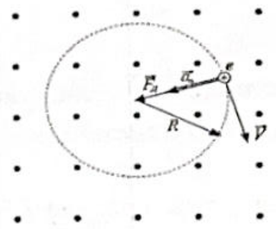
Расчёт:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2{,}5}{2\pi \cdot 0{,}2} = 2{,}5 \text{ (Н)}.$$

Ответ: Сила взаимодействия токов $F = 2{,}5$ Н.

Пример 4

Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $u = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.



Р и с. 19

Дано:
u= 600 В
e = $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ Кл
m = $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг
B = 0,3 Тл
R – ?

Решение:

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{\upsilon}$, то она сообщает частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$. По второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_Л = m\vec{a}_n, \qquad (1)$$

где m – масса протона.

На рис. 19 совмещена траектория протона с плоскостью чертежа и дано (произвольно) направление вектора $\vec{\upsilon}$. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору $\vec{\upsilon}$ к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_Л$ сонаправлены). Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий (направление вектора $\vec{B}$).

Перепишем выражение (1) в скалярной форме (в проекции на радиус окружности):

$$F_Л = ma_n. \qquad (2)$$

В скалярной форме $F_Л = e\upsilon B \sin\alpha$. В нашем случае $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ и $\sin\alpha = 1$, тогда $F_Л = e\upsilon B$. Так как нормальное ускорение $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$, то выражение (2) перепишем следующим образом:

$$e\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R}.$$

Отсюда находим радиус окружности:

$$R = \frac{m\upsilon}{eB}.$$

Произведение $m\upsilon$ есть импульс протона p, следовательно:

$$R = \frac{p}{eB}. \qquad (3)$$

Импульс протона найдём, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т. е. $A = \Delta E$, или:

$$e(\varphi_1-\varphi_2)=E_{k2}-E_{k1},$$

где $(\varphi_1-\varphi_2)$ – ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение u); E_{k1} и E_{k2} – начальная и конечная кинетические энергии протона.

Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ($E_{k1}\approx 0$) и выразив кинетическую энергию E_{k2} через импульс p, получим:

$$eu=\frac{p^2}{2m}.$$

Найдём из этого выражения импульс $p=\sqrt{2meu}$ и подставим его в формулу (3):

$$R=\frac{\sqrt{2meu}}{eB},$$

или

$$R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}.$$

Проверим единицу измерения:

$$[R]=\left[\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}\right]=\frac{1}{Тл}\sqrt{\frac{кг\cdot B^2}{A\cdot с\cdot B}}=\frac{A\cdot м}{Н}\sqrt{\frac{кг\cdot B^2}{Дж}}=\frac{A\cdot м\cdot B}{Н}\sqrt{\frac{кг\cdot с^2}{кг\cdot м^2}}=$$

$$=\frac{A\cdot м\cdot B\cdot с}{Н\cdot м}=\frac{Дж\cdot м}{Дж}=м.$$

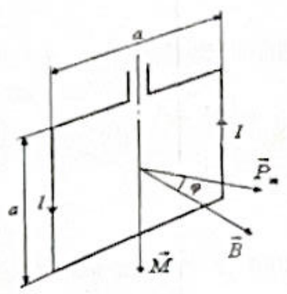
Расчёт:

$$R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{e}}=\frac{1}{0{,}3}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 600}{1{,}6\cdot 10^{-19}}}=1{,}18\cdot 10^{-2}\ м.$$

Ответ: Радиус окружности, по которой движется протон, $R=1{,}18\cdot 10^{-2}$ м.

Пример 5

Плоский квадратный контур со стороной $a=10$ *см*, по которому течёт ток $I=100$ *А*, свободно установился в однородном магнитном поле с индукции $B=1$ *Тл*. Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол: 1) $\varphi_1=90°$; 2) $\varphi_2=3°$. При повороте контура сила тока в нём поддерживается неизменной.



Дано:
A = 10 см = 0,1 м
I = 100
B = 1
$\varphi_1=90°$
$\varphi_2=3°$

$A_1-?$ $A_2-?$

Р и с. 20

Решение:

На контур с током в магнитном поле действует момент силы (рис. 20):

$$M=p_m B\sin\varphi, \qquad (1)$$

где $p_m=IS=Ia^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами $\vec{p}_m$ ($\vec{p}_m$ направлен по нормали к контуру) и $\vec{B}$.

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент силы равен нулю ($M=0$), а значит, $\varphi=0$, т. е. векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчёта работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA=Md\varphi$. Учитывая формулу (1), получим:

$$dA=IBa^2\sin\varphi d\varphi.$$

Проинтегрировав выражение, найдём работу при повороте на конечный угол:

$$A=IBa^2\int_0^{\varphi}\sin\varphi d\varphi=-IBa^2\cos\varphi\Big|_0^{\varphi}=IBa^2(1-\cos\varphi).$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1=90°$ определяется по формуле:

$$A_1=IBa^2.$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$[A]=\left[IBa^2\right]=A\cdot Тл\cdot м^2=A\cdot\frac{Н}{A\cdot м}\cdot м^2=Н\cdot м=Дж.$$

Расчёт:

$$A_1=IBa^2=100\cdot 1\cdot 0{,}1^2=1\ Дж.$$

Во втором случае угол φ мал, т.е. $\sin\varphi_2\approx\cos\varphi\approx\varphi$.

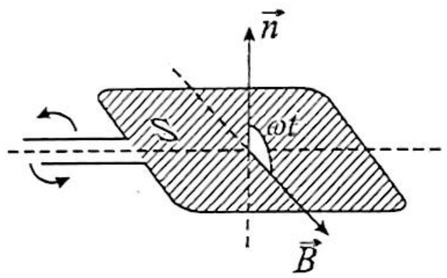
$\varphi_2=3°=5{,}25\cdot 10^{-2}$ рад поэтому

$$A=\frac{1}{2}IDa^2\varphi_2^2=100\cdot1\cdot0.1^2\cdot5.25\cdot10^{-2}=5{,}25\cdot10^{-2}\ \text{Дж}.$$

Ответ: Работа, совершаемая внешними силами, по повороту рамки на угол $\varphi_1=90°$ равна 1 Дж, а на $\varphi_2=3°$ равна $5{,}25\cdot10^{-2}$ Дж.

Пример 6

В однородном магнитном поле с индукцией $B=0{,}1$ Тл равномерно с частотой $\nu=10\ \text{с}^{-1}$ вращается рамка, содержащая N = 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь S рамки равна 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу φ поворота рамки, равному 30°.



Дано:
B = 0,1 Тл
$\nu=10\ \text{с}^{-1}$
N = 1000 витков
φ = 30°
S = 150 см^2 = 0,015 м^2

$\varepsilon_i-?$

Рис. 21

Решение:

Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея–Максвелла:

$$\varepsilon_i=-\frac{d\psi}{dt},\qquad(1)$$

где ψ – потокосцепление.

Потокосцепление ψ связано с магнитным потоком Ф и числом N витков, плотно прилегающих друг к другу, соотношением:

$$\psi=N\Phi.\qquad(2)$$

Подставляя выражения ψ в формулу (1), получаем:

$$\varepsilon_i=-N\frac{d\Phi}{dt}.\qquad(3)$$

При вращении рамки (рис. 20) магнитный поток Ф, пронизывающий контур рамки в момент времени t, определяется из выражения:

$$\Phi=B\cdot S\cdot\cos\omega\cdot t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (2) выражение Ф и продифференцировав полученное выражение по времени, найдём мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i=NBS\omega\sin\omega t.\qquad(4)$$

Круговая частота ω связана с частотой вращения ν соотношением:

$$\omega=2\pi\nu.$$

Подставляя выражение ω в формулу (4) и заменив $\omega\cdot t$ на φ получим:

$$\varepsilon_i=2\pi\nu NBS\sin\varphi.$$

Проверим единицу измерения:

$$[\varepsilon_i]=[2\pi\nu NBS\sin\varphi]=\frac{1}{c}Тл\cdot м^2=\frac{1}{c}\cdot\frac{Н}{А\cdot м}\cdot м^2=\frac{Дж}{А\cdot с}=\frac{А\cdot В\cdot с}{А\cdot с}=В.$$

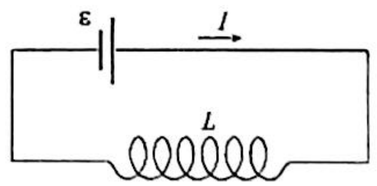
Расчёт:

$$\varepsilon_i=2\pi\nu NBS\sin\varphi=2\pi\cdot10\cdot1000\cdot0{,}1\cdot0{,}015\cdot0{,}5=47{,}1\ (\text{В}).$$

Ответ: Мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу поворота рамки, равному 30°, $\varepsilon_i=47{,}1$ В.

Пример 7

Соленоид, сопротивление которого $R=2$ Ом, подключается к аккумулятору с ЭДС $\varepsilon=8$ В. Спустя время $t=0{,}01$ с, сила тока в цепи достигает значения $I=1$ А. Определить коэффициент самоиндукции соленоида, если сопротивление аккумулятора ничтожно мало.



Дано:
$\mathcal{E}=8$ В $R=2$ Ом
$t=0{,}01$ с $r=0$
$I=1$ А

$L-?$

Рис. 22

Решение:

Зависимость силы тока от времени, прошедшего с момента замыкания соленоида, определяется соотношением:

$$I=I_0\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right),\qquad(1)$$

где I_0 – сила тока, устанавливающаяся после затухания индукционных явлений (определяется по закону Ома для полной цепи):

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим:

$$L = \frac{Rt}{\ln\dfrac{\mathcal{E}}{\mathcal{E} - IR}}.$$

Проверим единицу измерения:

$$[L] = \left[\frac{Rt}{\ln\dfrac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}-IR}}\right] = \frac{Ом \cdot с}{\ln\dfrac{В}{В - А \cdot ом}} = Ом \cdot с = Гн.$$

Расчёт:

$$L = \frac{Rt}{\ln\dfrac{\mathcal{E}}{\mathcal{E} - IR}} = \frac{2 \cdot 0{,}01}{\ln\dfrac{8}{8 - 1 \cdot 2}} = 0{,}07 \text{ Гн}.$$

Ответ: Индуктивность соленоида $L = 0{,}07$ Гн.

Пример 8

Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

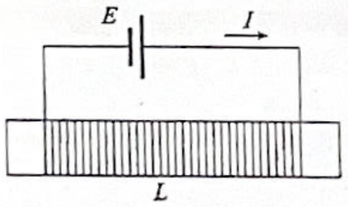


Рис. 23

Дано:
I = 4 A
N = 1200
Ф = 6 мкВб
L – ? W – ?

Решение:

Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением:

$$\psi = LI. \qquad (1)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \qquad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида:

$$W = \frac{1}{2}LI^2. \qquad (4)$$

С учётом выражения (3) получим:

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I.$$

Проверим единицы измерения:

$$[L] = \left[\frac{N\Phi}{I}\right] = \frac{Вб}{А} = Гн;$$

$$[W] = \left[\frac{1}{2}N\Phi I\right] = Вб \cdot А = В \cdot с \cdot А = Дж.$$

Подставим в формулы (3) и (4) значения физических величин и произведём вычисления:

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн};$$

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1{,}44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Ответ: Индуктивность соленоида равна $1{,}8 \cdot 10^{-3}$ Гн; энергия магнитного поля соленоида равна $1{,}44 \cdot 10^{-2}$ Дж.

4.3. Контрольная работа № 5

Первая задача в каждом варианте – «напряжённость и индукция магнитного поля; закон Био–Савара–Лапласа». Вторая задача – «закон Ампера, магнитный момент, рамка с током в магнитном поле». Третья задача – «движение заряженных частиц в магнитном и электрическом полях». Четвёртая задача – «магнитный поток, работа в магнитном поле; электромагнитная индукция». Пятая задача – «самоиндукция, индуктивность, токи замыкания и размыкания цепи». Шестая задача – «энергия и плотность энергии магнитного поля».

Таблица 2

Варианты к контрольной работе № 5

Вариант	Номер задачи					
	1	2	3	4	5	6
0	510	520	530	540	550	560
1	501	511	521	531	541	551
2	502	512	522	532	542	552
3	503	513	523	533	543	553
4	504	514	524	534	544	554
5	505	515	525	535	545	555
6	506	516	526	536	546	556
7	507	517	527	537	547	557
8	508	518	528	538	548	558
9	509	519	529	539	549	559

501. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить индуктивность B магнитного поля в точке, удалённой от первого провода на расстояние $r_1 = 8$ см, а от второго – на расстояние $r_2 = 6$ см.

502. По двум длинным параллельным проводам текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить индуктивность магнитного поля в точке, удалённой от первого провода на расстояние $r_1 = 15$ см, а от второго – на расстояние $r_2 = 10$ см.

503. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, течёт ток $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

504. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол 30° с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности 10 см. Определить угол, на который повернётся магнитная стрелка, если по проводнику потечёт ток силой 1,6 А (дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной 20 мкТл.

505. Какова напряжённость магнитного поля в центре квадрата со стороной $a = 10$ см, если по его периметру протекает ток силой $I = 20$ А?

506. Ток силой $I = 20$ А идёт по очень длинному проводу, согнутому под углом $\alpha = 120°$. Какова напряжённость магнитного поля в точке на биссектрисе угла на расстоянии $r = 4$ см от его вершины?

507. Проводник согнут в виде равностороннего треугольника со стороной $a = 20$ см. Какой ток протекает по периметру треугольника, если в его центре напряжённость поля равна $H = 71{,}64$ А/м?

508. Проволочный виток радиусом 20 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, вращающаяся вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой 12 А? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной 20 мкТл.

509. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см, течёт ток силой 20 А. Определить напряжённость и индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

510. Два бесконечно длинных проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи силой $I_1 = 100$ А и $I_2 = 50$ А. Расстояние между проводниками $d = 0{,}2$ м. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам.

511. По двум параллельным проводам, расположенным на расстоянии $d = 0{,}3$ м один от другого, протекают в одном направлении постоянные токи. Расстояние между опорами, на которых закреплены провода, $l = 50$ м. Сила тока в проводах $I = 150$ А. Определить модуль и направление силы, с которой взаимодействуют провода.

512. На прямой провод длиной $l = 0{,}5$ м при силе тока в нём $I = 4$ А действует однородное магнитное поле с силой $F = 2{,}8$ Н, когда проводник образует угол $\frac{\pi}{2}$ с линиями индукции. Определить величину индукции поля. С какой силой будет действовать на проводник то же поле при угле $\alpha = 30°$?

513. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две её стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой 100 А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки.

514. Короткая катушка площадью поперечного сечения 150 см^2, содержащая 200 витков провода, по которому течёт ток силой 4 А, помещена в однородное магнитное поле напряжённостью 8000 А/м. Найти: 1) магнитный момент p_m катушки; 2) вращающий момент М, действующий на катушку со стороны поля, если ось катушки составляет угол 60° с линиями поля.

515. По витку радиусом $R = 10$ см течёт ток силой $I = 50$ А. Виток помещён в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Определить момент силы М, действующий на виток, если плоскость витка составляет угол $\varphi = 60°$ с линиями индукции.

516. Виток диаметром 20 см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток 10 А. Какой вращающий момент M нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной 20 мкТл.

517. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I_1 = 10$ А. Под ним на расстоянии $R = 1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I_2 = 1,5$ А. Определите, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия 2,7 г/см^3.

518. Горизонтальные рельсы находятся в вертикальном однородном магнитном поле на расстоянии $l = 0,3$ м друг от друга. На них лежит стержень, перпендикулярный рельсам. Какова должна быть индукция магнитного поля для того, чтобы стержень начал равномерно двигаться вдоль рельсов, если по нему пропускать ток $I = 50$ А? Коэффициент трения стержня о рельсы $k = 0,2$, масса стержня $m = 0,5$ кг.

519. Прямой провод длиной 20 см, по которому течёт ток силой 50 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией 2 *Тл*. Какую работу совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на 10 см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине провода.

520. Напряжённость магнитного поля в центре круглого витка равна $H = 100$ А/м. Магнитный момент витка $p_m = 6,28$ А·м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

521. Найти радиус траектории протона в магнитном поле с индукцией 1 Тл, если он движется перпендикулярно линиям магнитной индукции и обладает кинетической энергией 1 МэВ.

522. Электрон с энергией 300 эВ движется перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля напряжённостью 465 А/м. Определить силу Лоренца, скорость и радиус траектории электрона.

523. Момент импульса протона в однородном магнитном поле напряжённостью 20 кА/м равен $6{,}6\cdot10^{-23}$ кг·м^2/с. Найти кинетическую энергию протона, если он движется перпендикулярно линиям магнитной индукции поля.

524. На расстояние 3 мм параллельно прямолинейному длинному проводнику движется электрон с кинетической энергией 500 эВ. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток силой 10 А?

525. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов, влетела в скрещённые под прямым углом электрическое ($E=400$ В/м) и магнитное ($B=0{,}2$ Тл) поля. Определить ускоряющую разность потенциалов u, если, двигаясь перпендикулярно полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Отношение заряда к массе частицы $\frac{e}{m}=9{,}64\cdot10^7$ Кл/кг.

526. Протон движется в магнитном поле напряжённостью 105 А/м по окружности радиусом 2 см. Найти кинетическую энергию протона.

527. В области пространства одновременно существуют магнитное поле с индукцией $B=0{,}2$ Тл и перпендикулярное ему электрическое поле напряжённостью $E=2\cdot10^3$ В/м (поля однородные и постоянные). Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, электрон. Какова скорость электрона?

528. Электрон движется по окружности радиусом $R=1$ см в магнитном поле с индукцией $B=0{,}02$ Тл. Какова кинетическая энергия электрона?

529. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом $R=10$ см. Определить скорость υ протона, если магнитная индукция $B=1$ Тл.

530. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R=5$ см и шагом $h=20$ см. Определить скорость υ электрона, если магнитная индукция $B=0{,}1$ Тл.

531. На длинный картонный каркас диаметром $D = 5$ см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0{,}2$ мм. Определить магнитный поток Φ, создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 0{,}5$ А.

532. Рамка площадью $S = 50$ см^2, содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 40$ мТл. Определить максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i\,max}$, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960$ об/мин.

533. В средней части соленоида, содержащего $n = 8$ витков/см, помещён круговой виток диаметром $d = 4$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 60°$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течёт ток силой $I = 1$ А.

534. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0 \cos \omega t$ ($B_0 = 0{,}1$ Тл, $\nu = 4$ с$^{-1}$), помещена квадратная рамка со стороной 50 см, причём нормаль к рамке образует с направлением поля угол 45°. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени 5 с.

535. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течёт ток силой $I = 6$ А, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}8$ Тл под углом $\alpha = 50°$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

536. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0{,}4$ Дж.

537. Плоский контур с током силой $I = 5$ А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. Площадь контура $S = 200$ см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 40°$. Определить совершённую при этом работу.

538. Рамка, содержащая $N = 1000$ витков площадью $S = 100$ см^2, равномерно вращается с частотой $\nu = 10$ с$^{-1}$ в магнитном поле напряжённостью $H = 10^4$ А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряжённости. Определить максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i\,max}$, возникающую в рамке.

539. Проволочная рамка площадью $S = 400$ см^2 равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукций $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл вокруг оси, перпендикулярной направлению поля. Период вращения рамки $T = 0,05$ с. Рамка состоит из $N = 300$ витков. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке.

540. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно с частотой $\nu = 5$ с$^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряжённости, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов u.

541. Определить силу тока в цепи через $t = 0,01$ с после её размыкания. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I_0 = 50$ А.

542. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 20$ Ом. Через время $t = 0,1$ с сила тока I замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность L катушки.

543. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, равно $t = 0,07$ с. Определить сопротивление катушки.

544. По замкнутой цепи с сопротивлением $R = 20$ Ом течёт ток. Через время $t = 8$ мс после размыкания цепи сила тока в ней уменьшилась в 20 раз. Определите индуктивность L цепи.

545. В электрической цепи, содержащей резистор сопротивлением $R = 20$ Ом и катушку индуктивностью $L = 60$ мГн, течёт ток силой $I = 20$ А. Определите силу тока в цепи через время $t = 0,2$ мс после её размыкания.

546. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 200$ мГн. Через какое время сила тока в цепи достигнет половины своего предельного значения?

547. Соленоид сечением $S = 10$ см^2 содержит $N = 1000$ витков. При силе тока $I = 5$ А магнитная индукция B поля внутри соленоида равна 0,05 Тл. Определите индуктивность соленоида.

548. На картонный каркас длиной $l = 0{,}8$ м и диаметром $D = 40$ мм намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}25$ мм так, что витки плотно прилегают друг к друг. Вычислите индуктивность получившегося соленоида.

549. Индуктивность L соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 0,5 мГн. Длина l соленоида равна 60 см, а диаметр $D = 20$ мм. Определить отношение n числа витков соленоида к его длине.

550. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Площадь сечения сердечника из немагнитного материала $S = 10$ см^2. По обмотке течёт ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0{,}8$ мс.

551. Соленоид с сердечником из никеля на длине $l = 0{,}5$ м имеет $N = 1000$ витков с площадью поперечного сечения $S = 50$ см^2. Определить магнитный поток внутри соленоида и энергию магнитного поля, если сила тока в соленоиде $I = 10$ А и магнитная проницаемость никеля $\mu = 200$.

552. В соленоиде сечением $S = 5$ см^2 создан магнитный поток $\Phi = 20$ мкВб. Определить объёмную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всём объёме соленоида считать однородным.

553. Диаметр тороида (по средней линии) $D = 50$ см. Тороид содержит $N = 2000$ витков и имеет площадь сечения $S = 20$ см^2. Вычислите энергию магнитного поля тороида при силе тока $I = 1$ А. Сердечник выполнен из немагнитного материала, а магнитное поле тороида можно считать однородным.

554. По проводнику, изогнутому в виде кольца радиусом $R = 20$ см, содержащему $N = 500$ витков, течёт ток силой $I = 1$ А. Определите объёмную плотность энергии магнитного поля в центре кольца.

555. При какой силе тока в длинном прямолинейном проводе на расстоянии $r = 5$ см от него объёмная плотность энергии магнитного поля $w = 1$ мкДж/м^3?

556. Обмотка тороида имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объёмную плотность энергии w магнитного поля при силе тока $I = 10$ А. Сердечник выполнен из немагнитного материала, магнитное поле во всём объёме однородно.

557. Обмотка соленоида содержит $n = 20$ витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока I объёмная плотность энергии магнитного

поля $w = 0{,}1$ Дж/м^3? Сердечник выполнен из немагнитного материала, магнитное поле во всём объёме однородно.

558. Обмотка соленоида имеет длину $l = 0{,}6$ м и сечение $S = 10$ см^2. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создаётся магнитный поток $\Phi = 0{,}1$ мВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала, магнитное поле во всём объёме однородно.

559. Обмотка электромагнита, находясь под напряжением, имеет сопротивление $R = 15$ Ом и индуктивность $L = 0{,}3$ Гн. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

560. Сила тока I в обмотке соленоида, содержащего $N = 1500$ витков, равна 5 А. Магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида составляет 200 мкВб. Определить энергию магнитного поля в соленоиде.

Раздел V
Волновые процессы

5.1. Основные законы и формулы

1. Уравнение гармонического колебательного движения:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

или

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины относительно положения равновесия; A – амплитуда колебаний; w_0 – круговая (циклическая) частота; φ_0 – начальная фаза в момент времени $t = 0$; $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$; T – период колебаний; ν – частота колебаний.

2. Период колебаний маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu},$$

где ν – частота колебаний.

Единицы измерения: $[T] = 1c.; [\nu] = 1c^{-1} = 1Гц(герц)$.

3. Периоды колебаний:

а) физического маятника

$$T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}},$$

где $L = \frac{I}{md}$ – приведенная длина физического маятника, т.е. длина такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду данного физического маятника; I – момент инерции маятника относительно оси качения; d – расстояние от оси до центра масс тела; m- масса физического маятника;

б) математического маятника

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина математического маятника; g – ускорение свободного падения

в) пружинного маятника

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса груза; k – коэффициент упругости (жесткости) пружины.

Единицы измерения: $[k]=1\frac{H}{м}$.

4. Скорость колеблющейся точки:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}).$$

5. Ускорение колеблющейся точки:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 = \pi).$$

6. Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку:

$$F = ma = -m\omega_0^2 x = -A\omega_0^2 m\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -kx,$$

где $k = m\omega_0^2 = \frac{m\cdot 2\pi^2}{T^2}$.

7. Кинетическая энергия колеблющейся точки массой m:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

8. Потенциальная энергия:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

9. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания:

$$E = T + \Pi = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}.$$

10. Период колебаний в идеальном колебательном контуре определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки; C – электроёмкость конденсатора.

11. Амплитуда и фаза результирующего колебания, получающегося при сложении двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты соответственно задаются соотношениями:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

12. Период биений, т.е. период изменения результирующей амплитуды при сложении колебаний с близкими частотами ω_1 и ω_2:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega},$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$.

13. Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{2xy}{AB}\cos\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\varphi,$$

где A и B – амплитуды; φ – разность фаз складываемых колебаний.

14. Уравнение затухающих колебаний:

$$x = A_0e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi),$$

где x – колеблющаяся величина, описывающая физический процесс; δ – коэффициент затухания; $[\delta] = 1c^{-1}$; $\delta = \frac{r}{2m}$ в случае механических колебаний и $\delta = \frac{R}{2L}$ – в случае электромагнитных колебаний; r – коэффициент сопротивления; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний ω_0 – собственная частота колеблющегося тела, $A(t) = A_0e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний.

15. Декремент затухания:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T},$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период; δ – коэффициент затухания.

16. Логарифмический декремент затухания:

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где $\tau = \frac{1}{\delta}$ – время релаксации; N – число колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в e раз ($e = 2{,}72$).

17. Добротность колебательной системы:

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)},$$

где $W(t)$ – энергия системы в момент времени t. Для малого значения логарифмического декремента θ добротность колебательной системы равна:

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

18. Амплитуда и начальная фаза вынужденных колебаний $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ определяются из выражений:

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}},\ tq\varphi_0 = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

где ω_0 – частота собственных колебаний; ω – частота вынужденных колебаний, $x_0 = \frac{F_0}{m}$ в случае механических колебаний тела массой m под действием внешней периодической силы $F = F_0\sin\omega t$, $x_0 = \frac{U_m}{L}$ в случае электромагнитных колебаний в колебательном контуре с индуктивностью L под действием вынуждающей ЭДС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0\sin\omega t$.

19. Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}\ ;\ A_{рез} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

20. Закон Ома для переменного тока записывается в виде

$$I = \frac{U}{Z},$$

где I и U – действующие (эффективные) значения тока и напряжения, связанные с их амплитудными значениями I_0 и U_0 соотношениями $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ и

$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$, $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ – полное сопротивление цепи при последовательно включенных R, C и L. При этом сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой

$$tq\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

21. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока

$$P = UI\cos\varphi.$$

Катушка, обладающая сопротивлением R и индуктивностью L в цепи переменного тока, соответствует последовательно включинным R и L. Конденсатор с утечкой, т.е. конденсатор, обладающий ёмкостью C и сопротивлением R. Соответствует параллельно включенным R и C.

22. Связь длины волны λ, периода T и частоты ν:

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu},$$

где υ - скорость волны в среде.

23. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $y(x,t)$ – смещение точек среды от положения равновесия с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Уравнение сферической волны, распространяющейся вдоль направления r:

$$y(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr),$$

где A_0 – амплитуда смещения частиц среды. Для однородной поглощающей среды в эти формулы входит множитель соответственно $e^{-\gamma x}$ и $e^{-\gamma r}$, где γ – коэффициент затухания волны, $[\gamma] = 1\ м^{-1}$.

24. Уравнение стоячей волны:

$$y(x,t) = 2A\cos kx\cos\omega t.$$

25. Координаты пучностей и узлов:

$$y(x,t) = \pm m\frac{\lambda}{2};\ x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$

26. Скорость распространения продольных (звуковых) волн в газах:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса газа; $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ – отношение молярных теплоёмкостей при постоянных давлении и объёме для данного газа; T – термодинамическая температура.

27. Скорость продольных волн в тонком стержне:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга для материала стержня, ρ – плотность материала стержня.

28. Скорость поперечных волн в струне:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

где F – сила натяжения струны; ρ и S – плотность материала струны и площадь её поперечного сечения соответственно.

29. Эффект Доплера в акустике:

$$\nu = \nu_0 \frac{\left(\upsilon \pm \upsilon_{пр}\right)}{\left(\upsilon \mp \upsilon_{ист}\right)},$$

где ν – частота колебаний, воспринимаемых приёмником; υ – скорость движения источника; $\upsilon_{ист}$ и $\upsilon_{пр}$ – соответственно скорости движения источника и приемника; ν_0 – частота колебаний источника (верхний знак берётся в случае взаимного сближения источника и приёмника, нижний знак – в случае их удаления).

30. Фазовая скорость плоской электромагнитной волны в непроводящей среде

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ – скорость света в вакууме, ε – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость среды.

31. Плотность мощности (плотность потока) электромагнитной волны определяется вектором Умова–Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}],$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженности электрической и магнитной составляющих волны соответственно.

$$E = E_m \cos(\omega t - kx),\ H = H_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

$\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота магнитной волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число, x – расстояние, пройденное волной.

Модуль $|\vec{S}| = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu} E_m^2 \cos^2(\omega t - kx)}$.

32. Интенсивность плоской электромагнитной волны равна модулю среднего значения вектора Пойнтинга за период его полного колебания

$$I = |\langle \vec{S} \rangle| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_m^2$$

33. Коэффициент затухания α и фазовая постоянная β электромагнитной волны зависят от величины отношения плотности тока проводимости $\vec{j}_{пр}$ к плотности тока смещения $\vec{j}_{см}$ в проводящей среде при заданной частоте волны:

$$\eta = \left|\frac{\vec{j}_{пр}}{\vec{j}_{см}}\right| = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon},$$

где γ – удельная электрическая проводимость среды.

Для хорошего диэлектрика:

$$\eta \ll 1\ ;\ \alpha = \frac{\gamma}{2}\sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}}\ ;\ \beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}\,.$$

Для хорошего проводника (или при распространении волны с малой циклической частотой ω в проводящей среде):

$$\eta \gg 1\ ;\ \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu \gamma}{2}}\,.$$

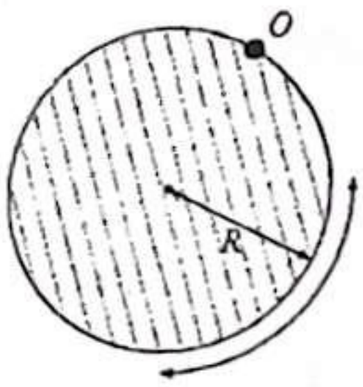
34. Фазовая скорость и длина волны в проводящей среде определяются соотношениями:

$$\upsilon = \frac{\omega}{\beta};\ \lambda = \frac{2\pi}{\beta}.$$

35. Глубина проникновения волны (расстояние, на котором амплитуда волны уменьшается в $e = 2{,}7$раз) в хорошо проводящую среду

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu \gamma}}.$$

5.2. Примеры решения задач



Пример 1

Сплошной однородный диск колеблется около оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через край диска (рис. 24). Найти радиус диска, если приведенная длина этого физического маятника равна 0,15 м.

Р и с. 24

Решение:

Период колебаний физического маятника может быть рассчитан двояко:

$$T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \text{ или } T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}, \qquad (1)$$

где I – момент инерции диска относительно оси вращения, проходящей через точку O; d – расстояние от оси вращения до центра масс, в данном случае $d = R$.

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) находим L:

$$L = \frac{I}{md}. \qquad (3)$$

По теореме Штейнера:

$$I = I_0 + md^2, \qquad (4)$$

где I_0 – момент инерции относительно оси, параллельной оси вращения и проходящей через центр масс.

Для диска:

$$I_0 = \frac{mR^2}{2}. \qquad (5)$$

Подставим выражения (5) и (4) в выражение (3):

$$L = \frac{I_0 + md^2}{md} = \frac{mR^2/2 + md^2}{md} = \frac{3}{2}R.$$

Тогда R будет равно:

$$R=\frac{2}{3}L.$$

Проверим размерность:

$$[R]=м.$$

Расчёт:

$$R=\frac{2}{3}L=\frac{2}{3}\cdot 0{,}15=0{,}10\ (м).$$

Ответ: Радиус диска равен 0,10 м.

Пример 2

Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu=10$ Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение: $x_{max}=1$ мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение:

Уравнение колебаний точки можно записать в виде:

$$x=A\sin(\omega t+\varphi_0), \qquad (1)$$

где A – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота; t – время; φ_1 – начальная фаза.

По определению, амплитуда колебаний: $A=x_{max}$.

Циклическая частота связана с частотой ν соотношением: $\omega=2\pi\nu$.

Для момента времени $t=0$ формула (1) примет вид:

$$x_{max}=A\sin\varphi_0,$$

откуда начальная фаза:

$$\varphi_0\ \arcsin\left(\frac{x_{max}}{A}\right)=\arcsin 1$$

или

$$\varphi_0=(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k=0,\ 1,\ 2,\ldots \qquad (2)$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состояния колеблющейся точки, поэтому можно принять $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$.

С учётом равенств (1) и (2) уравнение колебаний примет вид:

$$x=A\sin(2\pi\nu t+\varphi_0),\ \text{или}\ x=A\cos 2\pi\nu t,$$

где $A=1$ мм $=10^{-3}$ м, $\nu=10$ Гц, $\varphi=\frac{\pi}{2}$, т. е. $x=10^{-3}\cos 20\pi t$ (м).

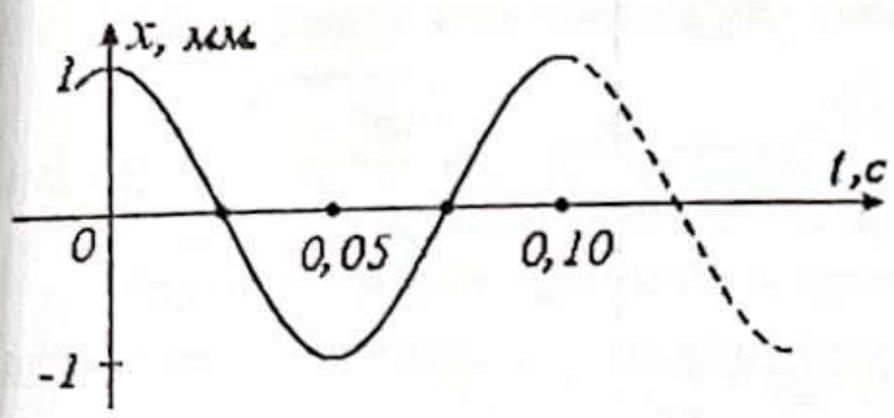


Рис. 25

Ответ: $x = A\cos 2\pi\nu t$ или $x = 10^{-3}\cos 20\pi t$

Пример 3

Частица массой $m = 0{,}01$ кг совершает гармонические колебания с периодом $T = 2$ с. Полная энергия колеблющейся частицы $E = 0{,}1$ мДж. Определить амплитуду А колебаний и наибольшее значение силы F_{max}, действующей на частицу.

Решение:

Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2, \qquad (1)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Отсюда амплитуда:

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}. \qquad (2)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на неё, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением:

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент жесткости; x – смещение колеблющейся точки.

Модуль силы будет максимальным при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде, т.е.

$$F_{max} = kA. \qquad (3)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}, \qquad (4)$$

Подставив выражения (2) и (4) в (3) и произведя упрощения, получим:

$$F_{max} = \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{T} \qquad (5)$$

Проверим размерность:

$$[F_{max}]=\left[\frac{2\pi\sqrt{2mE}}{T}\right]=\frac{\sqrt{кг\cdot Дж}}{с}=\frac{\sqrt{кг\cdot Н\cdot м}}{с}=\frac{\sqrt{\frac{кг^2\cdot м^2}{с^2}}}{с}=$$

$$=\frac{\sqrt{кг^2\cdot м^2}}{с^2}=\frac{кг\cdot м}{с^2}=Н;$$

$$[A]=с\sqrt{\frac{Дж}{кг}}=с\sqrt{\frac{Н\cdot м}{кг}}=с\cdot\sqrt{\frac{кг\cdot м\cdot м}{с^2\cdot кг}}=\frac{с\cdot м}{с}=м.$$

Расчет:

$$A=\frac{2}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}=0{,}045\ (м)=45\ (\text{мм});$$

$$F_{max}=\frac{2\cdot 3{,}14}{2}\sqrt{2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}}=4{,}44\cdot 10^{-3}(\text{Н}).$$

Ответ: $A=4{,}5\cdot 10^{-2}$ м, $F_{max}=4{,}4\cdot 10^{-3}$ Н.

Пример 4

Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями:

$$x_1=A_1\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_1);\ x_2=A_2\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_2),$$

где $A_1=3$ см; $A_2=2$ см; $\tau_1=1/6$ с; $\tau_2=1/3$ с; $T=2$ с.

Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

Решение:

Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени $t=0$. Преобразовав оба уравнения в каноническую форму $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$, получим:

$$x_1=A_1\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{T}\tau_1\right);\ x_2=A_2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{T}\tau_2\right)$$

или

$$x_1=3\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{\pi}{3T}\right)\text{ см};\ x_2=2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{3T}\right)\text{ см}.$$

Отсюда видно, что оба складываемых гармонических колебания име-

ют одинаковую циклическую частоту $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi(c^{-1})$. Для первого колебания: $A_1 = 3$ см, $\varphi_{10} = \frac{\pi}{6}$, $T_1 = 2$ с; для второго: $A_2 = 2$ см, $\varphi_{20} = \frac{\pi}{3}$, $T_2 = 2$ с.

Для того чтобы написать уравнение результирующего колебания, надо определить период T, амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Для определения амплитуды результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой (см. рис. 26). Согласно правилу векторной алгебры, получим:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\Delta\varphi},$$

где $\Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10}$.

Подставим числовые значения:

$$A = \sqrt{9 + 4 + 2 \cdot 3 \cdot 2\cos\left(\pi/3 - \pi/6\right)} = 4{,}8 \text{ (см)}.$$

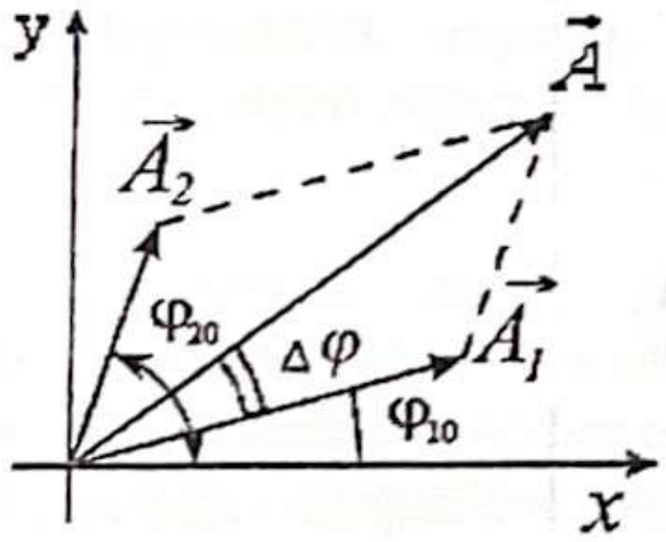


Рис. 26

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{10} + A_2 \sin\varphi_{20}}{A_1 \cos\varphi_{10} + A_2 \cos\varphi_{20}}.$$

$$\varphi_0 = arctg \frac{3 \cdot \sin\frac{\pi}{6} + 2 \cdot \sin\frac{\pi}{3}}{3 \cdot \cos\frac{\pi}{6} + 2 \cdot \cos\frac{\pi}{3}} = arctg\,0{,}898.$$

$$\varphi_0 = 42^\circ = 0{,}23\pi.$$

Ответ: Уравнение результирующего колебания $x = 4{,}8\cos(\pi t + 0{,}23\pi)$ см.

Пример 5

Найти амплитуду напряженностей электрического и магнитного полей плоской монохроматической линейно поляризованной волны, интенсивность которой равна 1 Вт/м^2. Волна распространяется в вакууме.

Решение:

Интенсивность данной волны определяется выражением

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}\right)} \cdot E_m^2,$$

из которого определяем

$$E_m = \left(2I \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu} \right)^{-1}} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Для вакуума $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, тогда

$$E_m = \left(2 \cdot 1 \sqrt{\left(\frac{8.85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right)^{-1}} \right)^{\frac{1}{2}} = 27{,}45 \left(\frac{B}{м} \right).$$

Амплитуда напряженности магнитного поля H_m связана с E_m соотношением

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_m .$$

Тогда

$$H_m = \sqrt{\frac{8.85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} \cdot 27{,}45 = 0{,}073 \left(\frac{A}{м} \right).$$

Ответ: $E_m = 27{,}45 \ \frac{B}{м}$; $H_m = 0{,}073 \ \frac{A}{м}$.

5.3. Контрольная работа № 6

Первая задача в каждом варианте относится к разделу «Механические колебания», вторая задача – «Электромагнитные колебания», третья задача – «Сложение колебаний», четвёртая задача – «Затухающие колебания», пятая задача – «Вынужденные колебания», шестая задача – «Волновые процессы».

Таблица 3

Варианты к контрольной работе № 6

	Номер задачи					
Вариант	1	2	3	4	5	6
0	610	620	630	640	650	660
1	601	611	621	631	641	651
2	602	612	622	632	642	652
3	603	613	623	633	643	653
4	604	614	624	634	644	654
5	605	615	625	635	645	655
6	606	616	626	636	646	656
7	607	617	627	637	647	657
8	608	618	628	638	648	658
9	609	619	629	639	649	659

601. Определить возвращающую силу F в момент времени $t = 0,2$ с и полную энергию E точки массой $m = 20$ г, совершающей гармонические колебания согласно уравнению $x = A\sin\omega t$, где $A = 0,15$ м и $\omega = 4\pi$ с$^{-1}$.

602. Определить период колебаний стержня длиной $l = 0,3$ м около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

603. Точка движется прямолинейно по закону $x = 3\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{8}\right)$. Найти момент времени, в который скорость и ускорение достигают максимальной величины.

604. Определить частоту ν гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

605. Определить период T гармонических колебаний диска радиусом $R = 40$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

606. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период колебаний T гармонических колебаний. Массой стержня пренебречь.

607. Сплошной однородный диск радиусом $R = 10$ см колеблется около оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его край. Найти приведенную длину этого физического маятника.

608. Период колебаний математического маятника $T = 10$ с. Длина маятника равна сумме длин двух других математических маятников, один из которых имеет частоту $\nu = 1/6$ Гц. Чему равен период колебаний второго из этих маятников?

609. Сплошной однородный диск радиусом $R = 0,1$ м колеблется около оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через край диска. Какой длины должен быть математический маятник, имеющий тот же период колебаний, что и диск?

610. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость её $v = 0,2$ м/с и ускорение

$a = -0{,}8$ м/с^2. Найти циклическую частоту, период колебаний и фазу колебаний в рассматриваемый момент времени, а также амплитуду колебаний.

611. Катушка индуктивностью $L = 1$ Гн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Определить период T колебаний.

612. Конденсатор ёмкостью $C = 500$ пФ соединён параллельно с катушкой длиной $l = 40$ см и сечением $S = 5$ см^2, содержащий $N = 1\,000$ витков. Сердечник магнитный. Найти период T колебаний.

613. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1{,}6$ мГн, ёмкость $C = 0{,}04$ мкФ и максимальное напряжение на зажимах $U = 200$ В. Чему равна I_{max} в контуре? Сопротивление контура ничтожно мало.

614. Колебательный контур содержит конденсатор ёмкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0{,}5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока равна $I_{max} = 40$ мА?

615. Катушка (без сердечника) длиной $l = 50$ см и сечением $S_1 = 3$ см^2 имеет $N = 1\,000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 75$ см^2 каждая. Расстояние между пластинами $d = 5$ мм, диэлектрик – воздух. Определить период T колебания контура.

616. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 5$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн. Определить максимальную силу тока I_m в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора $U_m = 90$ В. Сопротивлением контура R пренебречь.

617. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $U = 50\cos 10^4 \pi \cdot t$ (В). Ёмкость конденсатора $C = 0{,}1$ мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем тока I в цепи.

618. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $I = -0{,}02\sin 400\pi \cdot t$ (А). Индуктивность контура $L = 1$ Гн. Найти период T колебаний, ёмкость C контура, максимальную энергию W, электрического поля.

619. Найти отношение энергии $\frac{W_м}{W_э}$ магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $t = \frac{T}{8}$.

620. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 25$ нФ и катушки с индуктивностью $L = 1{,}015$ Гн. Обкладкам конденсатора сообщается заряд $q = 2{,}5$ мкКл. Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U на обкладках конденсатора и тока I в цепи. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора и ток в цепи в моменты времени $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$. Построить графики U и I в пределах одного периода.

621. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

622. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

623. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одного направления и периода: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см; $\omega = \pi$ с$^{-1}$; $\tau = 0{,}5$ с. Записать уравнение результирующего колебания.

624. Два камертона звучат одновременно. Частоты ν_1 и ν_2 их колебаний соответственно равны 440,0 Гц и 440,5 Гц. Определить период T биений.

625. Складываются два взаимно-перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi^2$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}5$ с. Найти уравнение траектории, построить её, показав направление движения точки.

626. Точка участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях, $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin 0{,}5\omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 3$ см. Найти уравнение траектории, построить её, показав направление движения точки.

627. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями $x = A\sin 3\omega t$ и $y = A\sin 2\omega t$. Найти уравнение траектории, построить её, показав направление движения светящейся точки. Принять $A = 4$ см.

628. Точка совершает одновременно два колебания, происходящих по взаимно-перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1 \sin \omega_1 t$, $y = A_2 \cos \omega_2 t$, где $A_1 = 2$ см; $\omega_1 = 1$ с$^{-1}$; $A_2 = 2$ см; $\omega_2 = 2$ с$^{-1}$. Найти уравнение траектории, построить её с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

629. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1{,}5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, написать его уравнение и построить векторную диаграмму сложения амплитуд.

630. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\omega = 1$ с$^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ_0. Записать уравнение этого движения.

631. За время $t = 8$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания δ.

632. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1$ м за время $t = 10$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент затухания θ.

633. Определить период T затухающих колебаний, если период T_0 собственных колебаний системы равен 1 с и логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}628$.

634. Найти число N полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в $n = 2$ раза. Логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}01$.

635. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $\nu =$ 1000 Гц. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота $\nu_{рез} = 998$ Гц.

636. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 10$ мГн, конденсатора ёмкостью $C = 10$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 20$ Ом. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.

637. Частота затухающих колебаний ν в колебательном контуре с добротностью $Q = 2\,500$ равна 550 кГц. Определить время, за которое амплитуда тока в этом контуре уменьшится в 4 раза.

638. В цепь колебательного контура, содержащего последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 40$ Ом, катушку индуктивностью $L = 0{,}36$ Гн и конденсатор емкостью $C = 28$ мкФ, подключено внешнее переменное напряжение с амплитудным значением $U_m = 180$ В и частотой $\omega = 314$ с$^{-1}$. Определить амплитудное значение силы тока I_m в цепи.

639. Добротность колебательного контура $Q = 5{,}0$. Определить, на сколько процентов отличается частота ω свободных колебаний контура от его собственной частоты ω_0.

640. В цепи переменного тока напряжением $U = 220$ В включены последовательно ёмкость C, сопротивление R и индуктивность L. Найти падение напряжения U_R на сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 2 \cdot U_R$, на индуктивности $U_L = 3 \cdot U_R$.

641. В цепи, состоящей из последовательно соединённых резистора сопротивлением $R = 20$ Ом, катушки индуктивностью $L = 1{,}0$ мГн и конденсатора ёмкостью $C = 0{,}1$ мкФ, действует синусоидальная ЭДС ε. Определить частоту ω ЭДС, при которой в цепи наступает резонанс. Найти действующее значения силы тока и напряжений на всех элементах цепи, если при этом действующее значение ЭДС равно 30 В.

642. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний при резонансе $A_{рез}$, если при очень малой (по сравнению с собственной) частоте вынужденных колебаний она равна $A_0 = 0{,}1$ см, а логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}01$?

643. По грунтовой дороге прошёл трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $l = 32$ см друг от друга. По этой дороге покатили детскую каляску, имеющую две одинаковые рессоры, каж-

дая из которых прогибается на $x_0 = 2{,}1$ см под действием груза массой $m_0 = 1{,}2$ кг. С какой скоростью υ катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M = 12$ кг.

644. Гиря массой $m = 150$ г, висящая на вертикальной пружине, совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания $\delta = 0{,}6$ $с^{-1}$. Жёсткость пружины $k = 0{,}45 \frac{кН}{м}$. Начертить зависимость амплитуды A вынужденных колебаний гири от частоты ω внешней силы, если известно, что максимальное значение внешней силы $F_m = 1$ Н. Для построения графика найти значение A для частот: $\omega = 0$, $\omega = 0{,}5\omega_0$, $\omega = 0{,}75\omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega = 1{,}5\omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$, где ω_0 – частота собственных колебаний подвешенной гири.

645. Тело массой $m = 15$ г совершает затухающие колебания с максимальной амплитудой $A_m = 8$ см, начальной фазой $\varphi_0 = 0$ и коэффициентом затухания $\delta = 1{,}5$ $с^{-1}$. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила F, под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x = 5\sin\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$см. Найти (с числовыми коэффициентами) уравнение собственных колебаний и уравнение внешней периодической силы.

646. Цепь, содержащая последовательно соединённые конденсатор и катушку с активным сопровивлением, подключена к источнику гармонического напряжения, частоту которого можно менять, не изменяя амплитуды напряжения. При частотах $\omega_1 = 1{,}5$ кГц и $\omega_2 = 2{,}0$ кГц амплитуды тока оказались в $n = 2$ раза меньше резонансной амплитуды. Найти: 1) резонансную частоту; 2) добротность цепи.

647. Соленоид с индуктивностью $L = 7$ мГн и активным сопротивлением $R = 44$ Ом подключили сначала к источнику постоянного напряжения U_0, а затем к генератору синусоидального напряжения с действующим значением $U = U_0$. При какой частоте генератора мощность, потребляемая соленоидом, будет в $n = 5$ раз меньше, чем в первом случае?

648. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах $\xi_1 = 400\,с^{-1}$ и $\omega_2 = 600\,с^{-1}$ равны между собой. Найти частоту, при которой амплитуда смещения максимальна.

649. Цепь переменного тока, состоящая из последовательно соединённых катушки и конденсатора, подключена к источнику переменной ЭДС, причём индуктивность катушки подобрана так, что ток в цепи максимален. Найти добротность системы, если известно, что при увеличении индуктивности в $n = 3$ раза ток в цепи уменьшается в $\kappa = 4$ раза.

650. Переменное напряжение с частотой $\omega = 314$ с$^{-1}$ и амплитудным значением $U_0 = 180$ В подключено к концам цепи, состоящей из последовательно соединённых конденсатора и катушки с активным сопротивлением $R = 40$ Ом и индуктивностью $L = 0{,}36$ Гн. При каком значении ёмкости конденсатора амплитуда напряжения на катушке будет максимальной? Чему равна эта амплитуда и соответствующая амплитуда напряжения на конденсаторе?

651. Уравнение бегущей плоской звуковой волны имеет вид $y = 60\cos(1800t - 5{,}3x)$, где y выражено в микрометрах, t – в секундах, x – в метрах. Найти: 1) отношение амплитуды смещения частиц среды к длине волны; 2) амплитуду колебаний скорости частиц среды и её отношение к скорости распространения волны; 3) амплитуду колебаний относительной деформации среды и её связь с амплитудой колебания скорости частиц среды.

652. На струне длиной 120 см. образовалась стоячая волна, причём точки струны, для которых амплитуда смещения равна 3,5 мм. находятся друг от друга на расстоянии 15,0 см. Найти максимальную амплитуду смещения. Какому обертону соответствуют эти колебания?

653. Источник звуковых колебаний с частотой ν = 1 700 Гц и приёмник находится в одной точке. В момент времени $t = 0$ источник начинает удаляться от приёмника с постоянным ускорением $a = 10$ м/с^2. Считая скорость звука υ = 340 м/с, найти частоту колебаний, воспринимаемых неподвижным приёмником через 10 с после начала движения источника.

654. Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой $\nu = 1{,}45$ кГц. На расстоянии $r_0 = 5$ м от источника амплитуда смещения частиц среды $A_0 = 50$ мкм, а в точке A, находящейся на расстоянии $r = 10$ м от источника, амплитуда смещения в $\eta = 3$ раза меньше A_0. Найти 1) коэффициент затухания волны γ; 2) амплитуду колебаний скорости частиц среды в точке A.

655. В однородной среде распространяется плоская упругая волна вида $y = ae^{-\gamma x}\cos(\omega t - kx)$, где a, γ, ω, k – постоянные. Найти разность фаз ко-

лебаний в точках, где амплитуды смещения частиц среды отличаются друг от друга на $\eta = 1{,}0$ %, если $\gamma = 0{,}42$ м$^{-1}$ и длина волны $\lambda = 50$ см.

656. Определить коэффициент затухания α, фазовую постоянную β и длину λ электромагнитной волны с частотой $\nu = 1$ МГц, распространяются в среде с проницаемостями $\varepsilon = 60$, $\mu = 1$ и удельной электропроводимостью $\gamma = 3$ $(TOм \cdot м)^{-1}$.

657. Плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрической составляющей $E_m = 50$ мВ/м, частота $\nu = 100$ МГц. Найти: 1) действующее значение плотности тока смещения; 2) среднюю за период колебания плотность потока энергии.

658. Два параллельных провода погружены в глицерин, индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний частотой $\nu = 420$ МГц. Расстояние между пучностями стоячих волн на проводах $l = 7$ см. Найти диэлектрическую проницаемость ε глицерина принять равной единице.

659. Плоская электромагнитная волна с частотой $\nu = 10$ мГц распространяется в слабо проводящей среде с удельной проводимостью 1 $(TOм \cdot м)^{-1}$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9$. Найти отношение амплитуд плотностей токов проводимости и смещения.

660. Во сколько раз отличаются длины электромагнитных волн одинаковой частоты в меди и олове? Медь и олово считать немагнитными средами с удельными электрическими сопротивлениями 0,0175 мкОм·м и 0,115 мкОм·м соответственно.

Библиографический список

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М. : Изд-во «СпецЛит», 2002. – 327 с.

2. *Детлов А.А.* Курс физики / А.А. Детлов, Б.М. Яворский. – М. : Высшая школа, 2000. – 718 с.

3. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1990. – 408 с.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа , 1998. – 478 с.

5. *Трофимова Т.И.* Оптика и атомная физика / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1999.

6. *Фирган Е.В.* Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирган. – М. : Высшая школа, 1977. – 350 с.

7. *Чертов А.Г.* Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М. : Физматлит, 2003. – 638 с.