Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный
университет путей сообщения»

Кафедра «Физика»

ОПТИКА

Сборник задач по общей физике

2-е издание,
дополненное и переработанное

Под редакцией Г.П. Стариченко

Рекомендовано
Методическим советом ДВГУПС
в качестве учебного пособия

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2008

УДК 53 (075.8)
ББК В 3 я 73
С 232

Рецензенты:

Кафедра общей физики Дальневосточного государственного гуманитарного университета (заведующий кафедрой кандидат физико-математических наук, доцент *А.В. Гаврилов*)

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Дальневосточного государственного гуманитарного университета
В.И. Крылов

С 232 Оптика: сборник задач по общей физике / под ред. Г.П. Стариченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2007. – 106 с.: ил.

Пособие разработано в соответствии с профессиональной образовательной программой.

Цель настоящего учебного пособия – оказать помощь студентам очной и заочной форм обучения инженерно-технических специальностей ДВГУПС и аспирантам в изучении разделов оптики курса общей физики.

Приведены задачи, примеры их решения и краткая теория оптики и ее прикладным разделам. При подготовке второго издания часть задач заменена на новые.

Предназначено студентам 2–3-го курсов технических специальностей и всех форм обучения для аудиторной, дистанционной и самостоятельной работы.

Пособие подготовил коллектив кафедры «Физика» под ред. Г.П. Стариченко: гл. 1 – канд. физ.-мат. наук, доцент Н.А. Дейнекина; гл. 2 – доцент Т.К. Толкунова, гл. 3 – доцент Л.Л. Коваленко; гл. 4 – канд. физ.-мат. наук, проф. Д.С. Фалеев; гл. 5 – канд. физ.-мат. наук, доцент Г.П. Стариченко; гл. 6 – доцент В.Б. Гороховский; гл. 7 – канд. физ.-мат. наук, доцент Т. Н. Шабалина; гл. 8 – канд. физ.-мат. наук, доцент И.А. Коростелева; гл. 9 – д-р физ.-мат. наук, доцент Ю.М. Карпец; гл. 10 – канд. физ.-мат. наук, доцент Троилин В.И.; гл. 11 – канд. физ.-мат. наук, доцент Алексеева Л.В.; гл. 12 – д-р физ.-мат. наук, проф. В.И. Строганов; гл. 13 – канд. физ.-мат. наук, доц. И.В. Повх.

УДК 53 (075.8)
ББК В 3 я 73

ВВЕДЕНИЕ

Растущие связи физики с техникой указывают на значительную роль курса физики в вузе: это фундаментальная база для теоретической подготовки инженера, без которой его успешная деятельность невозможна. В усвоении курса физики важная роль отводится решению задач.

При подготовке второго издания часть задач заменена на новые и добавлены по нетрадиционным вопросам оптики.

Задачи по курсу физики «Оптика» распределены по 13 главам. В 1–9 гл. представлены задачи по традиционным вопросам оптики, в 10–13 гл. – по нетрадиционным вопросам оптики. Эти задачи актуальны в углубленном изучении оптики и в существующих сборниках задач отсутствуют или их количество недостаточно.

Самостоятельное решение физических задач способствует формированию навыков практического применения знаний и развитию у студентов инженерного мышления, без которого невозможна творческая работа на транспорте, промышленных предприятиях и стройках.

Прежде чем приступить к решению задач, студент должен изучить теоретический материал, используя учебные пособия и конспекты лекций, дать ответы на вопросы по самоконтролю, разобрать примеры решений задач.

Самостоятельное решение задач целесообразно проводить в следующей последовательности:

– внимательно изучить условие задачи и выполнить рисунок или схему, поясняющие сущность рассматриваемого физического явления;

– выяснить, каким законам подчиняется явление или процесс, о котором говорится в условии задачи;

– составить план решения;

– решить задачу в общем виде, т. е. выразить искомую величину через буквенные обозначения физических величин, заданных в условии;

– подставить в правую часть полученного общего решения вместо обозначения физических величин их единицы измерения и проверить, получается ли в результате единица измерения искомой физической величины;

– выразить числовые значения величин в системе СИ, подставить их в расчетную формулу и произвести вычисления;

– оценить правдоподобность полученных результатов вычисления.

Решение задач должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

1.1. Основные формулы и соотношения

Закон отражения

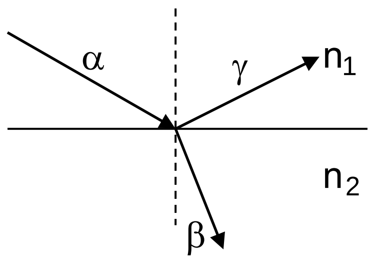

Рис. 1.1

$$\alpha = \gamma, \quad (1.1)$$

где α – угол падения луча; γ – угол отражения луча (рис. 1.1).

Закон преломления света

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.2)$$

где α – угол падения луча; β – угол преломления луча; n_{12} – относительный показатель преломления двух сред (второй среды относительно первой); n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред (рис. 1.1).

Предельный угол полного внутреннего отражения

$$\alpha_{пр} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \; n_2 < n_1. \quad (1.3)$$

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (1.4)$$

где F – фокусное расстояние тонкой линзы; d – расстояние от центра линзы до предмета; f – расстояние от центра линзы до изображения. Если фокус мнимый (линза рассеивающая), то величина F отрицательная.

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F}. \quad (1.5)$$

Увеличение тонкой линзы

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{H}{h}, \quad (1.6)$$

где h – линейный размер предмета; H – размер изображения.

Правила построения изображения в тонкой линзе:

1. Луч, проходящий через оптический центр линзы, не преломляется (рис. 1.2, *а*).

2. Луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе проходит через фокус (рис. 1.2, *б*).

3. Лучи, параллельные побочной оптической оси, после преломления в линзе пересекаются в фокальной плоскости (рис. 1.2, *в*)

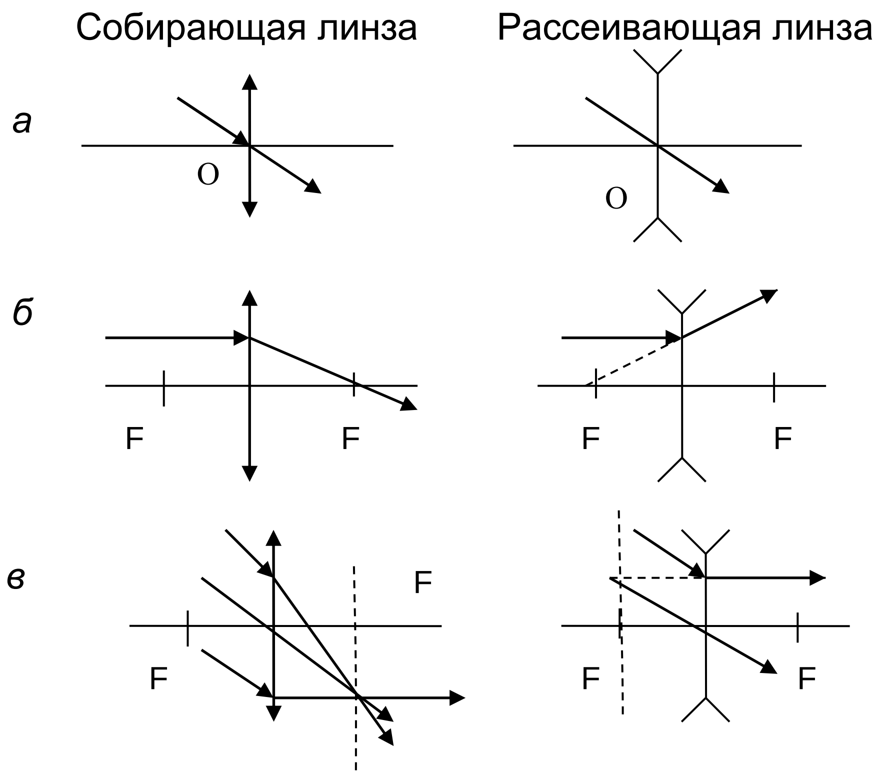

Рис. 1.2

1.2. Примеры решения задач

Задача 1. На рис. 1.3. указаны положения главной оптической оси 00_1 тонкой линзы, светящейся точки S и ее изображения S_1. Найти построением положения оптического центра линзы и ее фокуса.

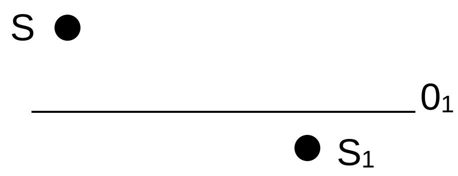

Рис. 1.3

Решение. Прямая SS_1 пересекает оптическую ось 00_1 в оптическом центре линзы, так как через эту точку луч проходит не преломляясь (рис. 1.4). Видно, что изображение обратное уменьшенное, предмет и его изображение находятся по разные стороны от линзы, следовательно, линза собирающая. Чтобы найти положение фокуса, проводим прямую SA параллельную прямой 00_1 (рис. 1.5). После преломления в линзе ее продолжение должно пройти через точку S_1. Точка пересечения AS_1 с 00_1 и есть фокус линзы.

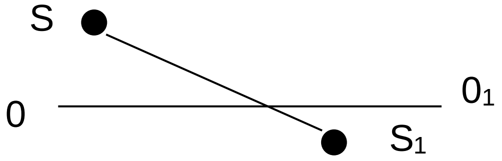

Рис. 1.4

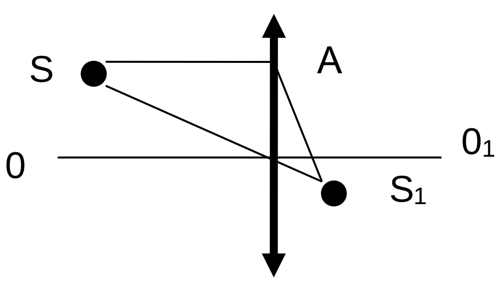

Рис. 1.5

Задача 2. На стеклянную призму с преломляющим углом $\varphi = 50°$ падает под углом $\alpha = 30°$ луч света. Определить угол θ отклонения луча призмой, если показатель преломления стекла 1,56.

Дано:

$\varphi = 50°$

$\alpha = 30°$

$n = 1{,}56$

$\theta = ?$

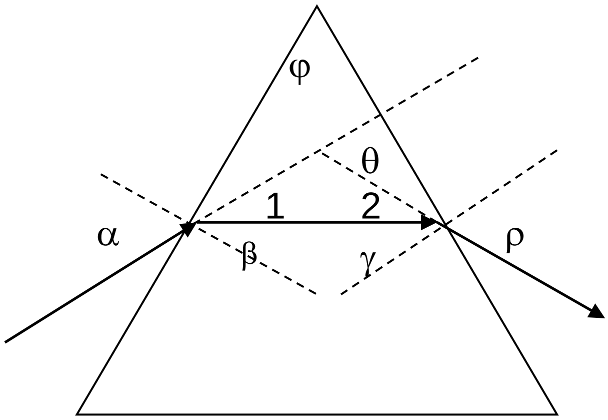

Рис. 1.6

Решение. Из рис. 1.6. видно, что угол отклонения:

$$\theta = \angle 1 + \angle 2,$$

а углы $\angle 1$ и $\angle 2$ выражаются через углы падения α, γ и углы преломления β, ρ

$$\angle 1 = \alpha - \beta \quad \text{и} \quad \angle 2 = \rho - \gamma.$$

Из закона преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n,$$

имеем $\beta = \arcsin\left(\dfrac{\sin\alpha}{n}\right) = 18{,}7°$. Из рис. 1.6 следует, что угол падения луча на вторую грань призмы $\gamma = \varphi - \beta = 31{,}3°$. Угол меньше предельного ($\gamma_{\text{пред}} = \arcsin\left(\dfrac{1}{n}\right) = 39{,}9°$). Поэтому на второй грани луч преломляется и выходит из призмы. Используя закон преломления

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\rho} = \frac{1}{n},$$

можно определить угол $\rho = 54{,}1°$.

Теперь найдем углы $\angle 1$ и $\angle 2$:

$$\angle 1 = \alpha - \beta = 11{,}3°; \quad \angle 2 = \rho - \gamma = 22{,}8°.$$

Угол отклонения $\theta = 34{,}1°$.

1.3. Задачи для самостоятельного решения

101. Дана стеклянная пластинка с показателем преломления $n = 1,5$. При каком угле падения из воздуха, отраженного и преломленного пластиной, лучи будут взаимно-перпендикулярны. (Ответ: 56°).

102. Под каким углом должен падать луч на поверхность воды ($n = 1,33$), если известно, что он больше угла преломления на 10°. (Ответ: 37°).

103. Под каким углом должен падать луч света на поверхность материала с показателем преломления $n = 1,732$, чтобы угол преломления был в 2 раза меньше угла падения. (Ответ: 60°).

104. Столб вбит в дно реки так, что часть столба высотой 1 м возвышается над водой. Найти длину тени столба на поверхности воды и на дне реки, если высота солнца над горизонтом $\alpha = 30°$, а глубина реки 2 м. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 1,73 м, 3,44 м).

105. На поверхности водоема глубиной 2 м находится круглый плот, радиус которого 8 м. Определить радиус полной тени от плота на дне водоема при освещении воды рассеянным светом. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 5,72 м).

106. На дне водоема, имеющего глубину 3 м, находится точечный источник света. Какой минимальный радиус должен иметь круглый непрозрачный диск, плавающий на поверхности воды над источником, чтобы с вертолета нельзя было обнаружить этот источник света. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 3,41 м).

107. Какова истинная глубина ручья, если при определении на глаз по вертикальному направлению глубина его кажется равной 60 см. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 79,8 см).

108. Пловец смотрит из-под воды на лампу на потолке находящуюся на расстоянии 4 м от поверхности воды. Каково кажущееся расстояние от поверхности воды до лампы? Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 5,32 м).

109. На горизонтальном дне водоема глубиной 1,2 м лежит плоское зеркало. На каком расстоянии от места вхождения луча в воду этот луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Угол падения луча $\alpha = 30°$. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 97 см).

110. На горизонтальном дне бассейна, имеющего глубину $h = 2$ м, лежит плоское зеркало. Луч света, преломившись на поверхности воды, отражается от зеркала и выходит в воздух. Расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода отраженного луча из воды 1,5 м. Найти угол падения луча. Показатель преломления воды 1,33. (Ответ: 28°).

111. Для системы вода–воздух предельный угол полного внутреннего отражения $\alpha_1 = 49°$, для системы стекло–воздух он равен $\alpha_1 = 42°$. Найти предельный угол полного внутреннего отражения для системы стекло–вода. (Ответ: 63°).

112. Построить ход луча через стеклянную пластинку, если угол падения луча α = 60°. Каким будет смещение луча относительно первоначального направления после выхода из пластины в воздух, если толщина пластины 2 см. Показатель преломления стекла 1,6. (Ответ: 1,1 см).

113. Каким должен быть внешний радиус R изгиба световода толщиной d (рис. 1.7), чтобы свет, вошедший в световод перпендикулярно поперечному сечению, распространялся, не выходя через боковую поверхность? Показатель преломления среды n. (Ответ: $R = \frac{dn}{n-1}$).

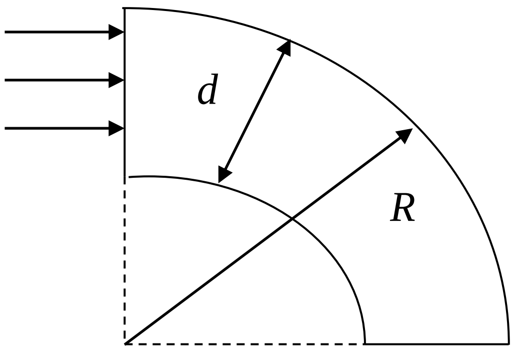

Рис. 1.7

114. Луч света падает на стеклянную пластинку с показателем преломления n = 1,7 под углом α, для которого sin α = 0,8. Вышедший из пластинки луч оказался смещенным относительно падающего луча на расстояние 2 см. Какова толщина пластинки? (Ответ: 4,2 см).

115. Луч света выходит из призмы под тем же углом, под каким входит в призму, причем отклоняется от первоначального направления на угол θ = 15°. Преломляющий угол призмы φ = 45°. Найти показатель преломления n материала призмы. (Ответ: 1,3).

116. Найти угол θ отклонения луча стеклянной призмой с преломляющим углом φ = 15°, если луч падает на грань призмы под малым углом. Показатель преломления стекла n = 1,8. (Ответ: 4°).

117. На призму с преломляющим углом φ = 30° перпендикулярно боковой грани падает луч света (рис. 1.8). На какой угол отклонится луч после выхода из призмы, если показатель преломления вещества призмы $n = 1{,}73$? (Ответ: 30°).

118. В воду опущен прямоугольный стеклянный клин (рис. 1.9) При каких значениях угла α луч света, падающий нормально на грань AB, испытывает полное внутреннее отражение. Показатель преломления воды 1,33, показатель преломления стекла 1,6. (Ответ: 56°).

119. Два параллельных световых луча падают на боковую поверхность круглого прозрачного цилиндра (рис. 1.10). Расстояние между лучами равно радиусу R основания цилиндра. Лучи параллельны основанию цилиндра. Найти показатель преломления материала цилиндра, при котором лучи пересекаются на его поверхности. (Ответ: 1,93).

120. Преломляющий угол стеклянной призмы равен φ = 60°. Луч света падает на грань перпендикулярно ее поверхности и выходит в воздух из другой грани, отклоняясь при этом на угол θ = 20° от первоначального направления. Определить показатель преломления стекла. (Ответ: 1,3).

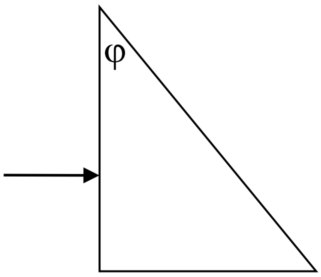

Рис. 1.8

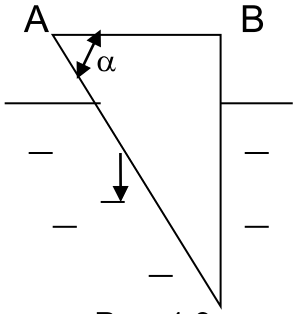

Рис. 1.9

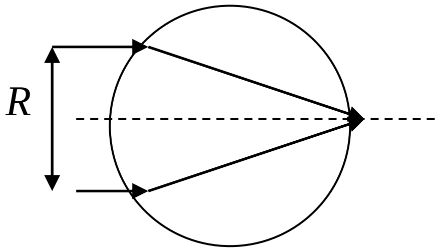

Рис. 1.10

121. На рис. 1.11, *а*, *б* изображены точечный источник света S и ее изображения S_1, указано положение главной оптической оси 00_1 тонкой линзы. Найти построением положения оптического центра линзы и ее фокуса.

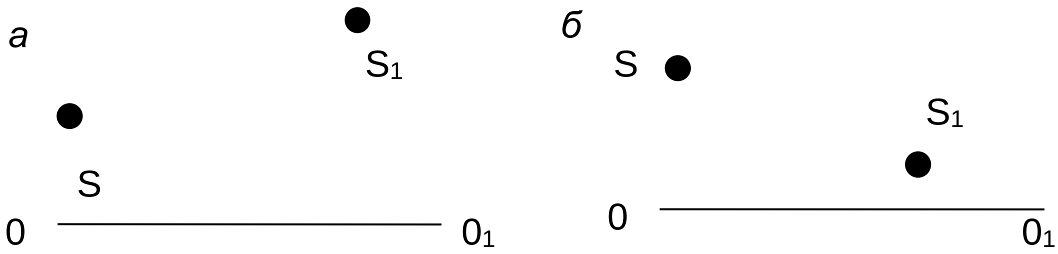

Рис. 1.11

122. На рис. 1.12 дан ход луча АВС. Построить ход произвольного луча ДЕ.

123. На рис. 1.13 дан ход луча АВС через собирающую линзу. Определить построением фокус линзы.

124. На рис.1.14 дан ход луча АВС через рассеивающую линзу. Определить построением фокус линзы.

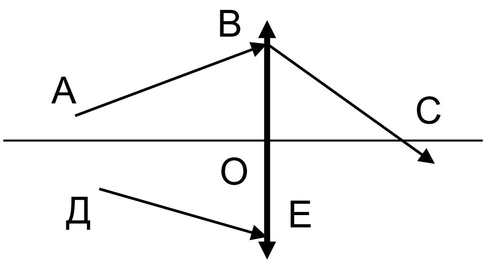

Рис. 1.12

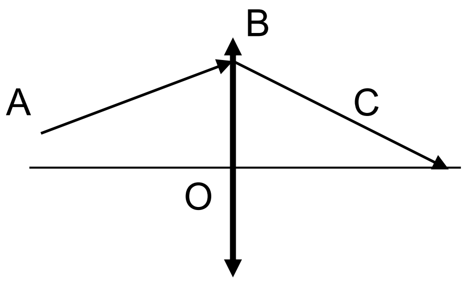

Рис. 1.13

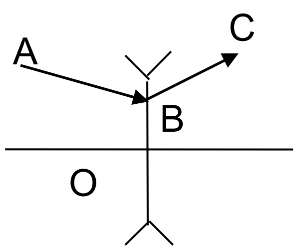

Рис. 1.14

125. На каком расстоянии от объектива проекционного аппарата с фокусным расстоянием 0,1 м нужно поместить экран, чтобы изображение на экране было в 50 раз больше предмета на диапозитиве? (Ответ: 5,1 м)

126. Какое увеличение диапозитива дает объектив проекционного фонаря с фокусным расстоянием 0,25 м, если экран удален от объектива на расстояние 4 м? (Ответ: 15).

127. Расстояние между предметом и его действительным изображением 6,25 F, где F – фокусное расстояние собирающей линзы. Найти расстояние от предмета до линзы и от линзы до изображения. (Ответ: 5F и 1,25F).

128. Изображение некоторого предмета находится на расстоянии 10 см от тонкой линзы, при этом его величина в 2 раза меньше предмета. Найти оптическую силу линзы. Рассмотреть все возможные случаи. (Ответ: 15 Дптр, –5 Дптр.).

129. Построить изображения предметов в линзах, показанных на рис. 1.15.

Рис. 1.15

130. В каком из ящиков (рис. 1.16) находится собирающая линза, а в каком – рассеивающая? Сделать пояснительные чертежи.

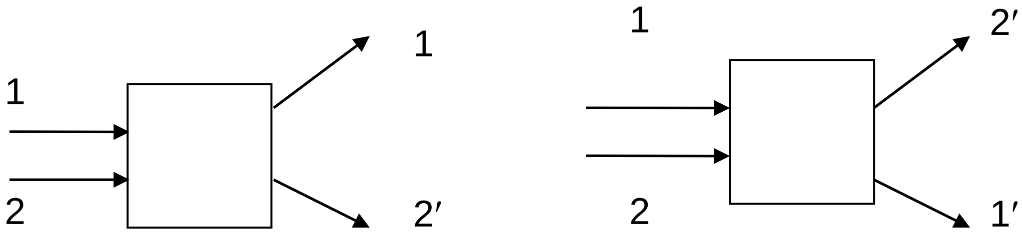

Рис. 1.16

2. ФОТОМЕТРИЯ

2.1. Основные формулы и соотношения

Световой поток Ф измеряется количеством световой энергии (оцениваемой по зрительному ощущению), проходящей за единицу времени через заданную поверхность:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \tag{2.1}$$

Величина, измеряемая световым потоком, приходящаяся на единицу телесного угла по заданному направлению, называется силой света источника:

$$J = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \tag{2.2}$$

Освещенность поверхности E, численно равна световому потоку, падающему на единицу площади:

$$E = \frac{d\Phi}{dS}. \tag{2.3}$$

Освещенность, создаваемая точечным источником на расстоянии r от него:

$$E = \frac{J}{r^2}\cos\alpha, \tag{2.4}$$

где α – угол падения.

Яркость светящейся поверхности B измеряется силой света источника в определенном направлении на единицу площади, перпендикулярной этому направлению:

$$B = \frac{J}{S}\cos\alpha. \tag{2.5}$$

Источник света называется косинусным излучателем, если сила света любой элементарной площадки на его поверхности прямо пропорционально косинусу угла между нормалью к площадке и направлением наблюдения:

$$J = J_0 \cos\alpha. \tag{2.6}$$

Яркость поверхности косинусного излучателя одинакова по всем направлениям.

Светимость R равномерно светящейся поверхности численно равна световому потоку, испускаемого с единицы поверхности:

$$R = \frac{\Phi}{S}. \tag{2.7}$$

Для косинусного излучателя светимость связана с яркостью:

$$R = \pi \cdot B \tag{2.8}$$

2.2. Примеры решения задач

Задача 1. Источник света с площадью поверхности 0,5 см^2, проектируется линзой с фокусным расстоянием 30 см на экран. Расстояние между источником и линзой 120 см. Диаметр линзы 5 см. Определить освещенность изображения на экране, если сила света источника 40 кд.

Дано:
F = 0,3 м
a = 1,2 м
b = 0,05 м
J = 40 кд
$S = 5{\cdot}10^5$ м^2

E = ?

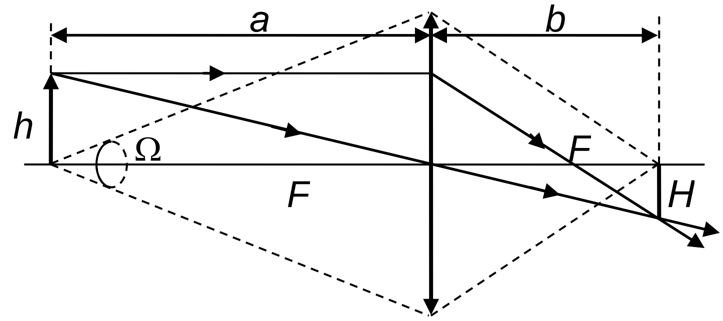

Рис. 2.1

Решение. По определению освещенность изображения равна:

$$E = \frac{\Phi}{S}, \qquad (2.9)$$

где Φ – световой поток, падающий на экран и создающий изображение. Световой поток равен произведению силы света на телесный угол $\Phi = J\,\Omega$, телесный угол $\Omega = \frac{\pi\, d^2}{4\, a^2}$, подставив значение телесного угла в формулу светового потока, получаем:

$$\Phi = \frac{J\,\pi\, d^2}{4\, a^2}.$$

На рис. 2.1 видно, что $h/H = a/b$. Используя условия задачи, можно записать:

$$\frac{h^2}{H^2} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{S}{S_1},$$

где S и S_1 – площади источника и его изображения соответственно. Из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ находим фокус линзы $F = \frac{a\,b}{a+b}$.

Определим расстояние

$$b = \frac{F\,a}{a-F}. \qquad (2.10)$$

Подставив полученные выражения (2.10) в формулу освещенности (2.9), получаем:

$$E = \frac{J\,\pi\, d^2\, a^2}{4a^2\, S\, b^2} = \frac{J\,\pi\, d^2\,(a-F)^2}{4\,S\,F^2\, a^2}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[E] = \left[\frac{кд \cdot м^2 \cdot м^2}{м^2 \cdot м^2 \cdot м^2}\right] = \left[\frac{кд}{м^2}\right] = [лк].$$

Вычислим освещенность:

$$E = \frac{40 \cdot 3{,}14 \cdot 25 \cdot 10^{-4}\,(1{,}2 - 0{,}3)^2}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 9 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}2^2} = 10 \text{ лк}.$$

Задача 2. Освещенность E поверхности, покрытой слоем сажи, равна 150 лк, яркость B одинакова по всем направлениям и равна 1 кд/м^2. Определить коэффициент отражения сажи.

Решение: Освещенность поверхности

$$E = \frac{\Phi_0}{S},$$

где Φ_0 – световой поток, падающий на поверхность.

Отсюда

$$\Phi_0 = E\,S.$$

Светимость поверхности:

$$R = \frac{\Phi}{S},$$

где Φ – поток, отраженный от поверхности. Так как яркость поверхности одинакова по всем направлениям, то сажу можно считать косинусным излучателем, для которого светимость R и яркость B связаны соотношением $R = \pi B$.

Тогда $\Phi = R\,S = \pi\,B\,S$.

Коэффициент отражения:

$$k = \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad \text{или} \quad k = \frac{\pi\,B\,S}{E\,S}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[k] = \left[\frac{кД \cdot м^2}{м^2 \cdot кД}\right] = 1.$$

Вычислим коэффициент отражения:

$$k = \frac{\pi\,B\,S}{E\,S} = \frac{3{,}14 \cdot 1}{150} = 0{,}02.$$

2.3. Задачи для самостоятельного решения

201. При печатании фотоснимка негатив освещается в течение 3 с ампочкой силой света 60 кд с расстояния 50 см. Сколько времени нужно освещать негатив лампочкой силой света 60 кд с расстояния 2 м, чтобы получить отпечаток с такой же степенью почернения, как и в первом случае? (Ответ: t = 12 с).

202. На высоте 3 м над Землей и на расстоянии 4 см от стены висит лампа силой света 100 кд. Определить освещенность стенки и горизонтальной поверхности Земли у линии их пересечения. (Ответ: E_1 = 3,2 лк; E_2 = 2,4 лк).

203. Лампа, сила света которой 200 кд, укреплена на потолке комнаты. Определить суммарный световой поток, падающий на все стены и пол комнаты. (Ответ: Ф = 1256 лк).

204. Чему равен полный световой поток, создаваемый источником, помещенный на мачте, высотой 12 м, если на расстоянии 16 м от основания мачты он создает освещенность 3 лк? (Ответ: Ф = 25120 лк).

205. Круглый зал диаметром 30 м освещается лампой, укрепленной в центре потолка. Найти высоту зала, если известно, что наименьшая освещенность стены зала в два раза больше наименьшей освещенности пола. (Ответ: H = 7,5 м).

206. Экран освещается двумя лампами, расположенными симметрично относительно центра экрана. Расстояние от каждой лампы до экрана 4 м, расстояние между лампами 2 м. Сила света каждой лампы 200 кд. Какой силы света нужно взять одну лампу, помещенную на расстоянии 6 м от центра экрана, чтобы она дала в центре экрана такую же освещенность, как две лампы? (Ответ: I = 826 кд).

207. Над поверхностью на высоте 2 м расположен точечный источник света силой 120 кд. На расстоянии 1 м от источника перпендикулярно поверхности находится плоское зеркало. Определить освещенность поверхности под источником. (Ответ: E = 40,65 лк).

208. Точечный источник света расположен на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии 30 см от нее. Освещенность светлого пятна на белом экране, помещенном за линзой на расстоянии 60 см от нее, в 4 раза меньше освещенности того же экрана, расположенного вплотную к линзе. Определить фокусное расстояние линзы. (Ответ: F_1 = 0,12 м; F_2 = 0,60 м).

209. В фокусе собирающей с фокусным расстоянием 10 см находится точечный источник света. На расстоянии 2 м от линзы помещен экран, перпендикулярный к оптической оси линзы. Во сколько раз освещенность в центре светового пятна, получающегося на экране больше, чем освещенность в том же месте экрана, создаваемая источником линзы? Потерями в линзе пренебречь. (Ответ: в 121 раз).

210. На оси собирающей линзы на расстоянии 25 см от нее находится точечный источник света. По другую сторону линзы один раз на расстоянии 27 см, а другой раз на расстоянии 48 см становится экран. Освещенность светового пятна на экране в обоих случаях оказывается одинаковой. Определить фокусное расстояние линзы. (Ответ: $F = 0{,}15$ м).

211. Источник света в виде шарика диаметром 10 мм помещен на расстоянии 1 м от белого экрана, дает в точке экрана, ближайшей к источнику, освещенность E_0. С помощью линзы, фокусное расстояние которой 21 см и диаметр 3 см, на экране получают увеличенное изображение источника. Найти освещенность изображения. (Ответ: $E = 18\ E_0$).

212. При осмотре внутренней поверхности сферического резервуара диаметром 20 м в его верхней точке был укреплен точечный источник света 100 кд. Определить освещенность в той точке поверхности резервуара, в которой лучи падают под углом 34°. Свет, отраженный от стенок, не учитывать. (Ответ: $E = 3$ лк).

213. Над столом на высоте 120 см и на расстоянии 80 см от стены висит лампа в 72 кд. Ниже лампы на стене вертикально весит зеркало, причем расстояние от его середины до лампы 100 см. Определить освещенность на столе под лампой. Как изменится эта освещенность, если убрать зеркало? (Ответ: $E = 61$ лк; $\Delta E = 11$ лк).

214. На высоте 2 м над серединой круглого стола диаметром 3 м висит лампа силой света 100 кд. Ее заменили лампой силой света 25 кд, изменив расстояние до стола так, что освещенность середины стола не изменилась. Как изменится освещенность края стола? (Ответ: уменьшится в 3 раза)

215. На столбе одна над другой весят две лампы силой света по 200 кд на высоте 3 м и 4 м над Землей. Найти освещенность поверхности Земли на расстоянии 2 м от основания столба. (Ответ: $E = 21{,}7$ лк).

216. Солнечные лучи проходят через линзу, вставленную в круглое отверстие в непрозрачном экране, и освещают расположенный за ним белый экран. Диаметр отверстия 20 мм. На каком расстоянии следует расположить белый экран, чтобы освещенность в его центре была в три раза меньше освещенности, создаваемой лучами света в плоскости отверстия? Известно, что линза с фокусным расстоянием 2 м дает изображение Солнца диаметром 17,4 мм. (Ответ: $r = 4$ м).

217. Правдоподобна ли легенда о том, что греческие воины по совету Архимеда сожгли деревянный корабль римлян, направив на него солнечные лучи, отраженные от плоских щитов? Сколько для этого понадобиться воинов, если известно, что в солнечную погоду удается зажечь кусок сухого дерева при помощи линзы диаметром 3 см с фокусным расстоянием 0,1 м? Угловой размер Солнца 0,01 рад. Диаметр щита 1 м, расстояние до корабля 20 м. (Ответ: 900 воинов).

218. Энергия солнечных лучей, падающих на поверхность Луны, частично поглощается (коэффициент поглощения 0,9) и частично рассеивается. Во

сколько раз освещенность Земли во время полнолуния меньше освещенности, создаваемой прямыми солнечными лучами? Угловой диаметр Луны, видимый с Земли 0,02 рад. Считать, что освещенная поверхность Луны рассеивает свет равномерно в телесном угле 12π. (Ответ: в $8\cdot10^5$ раз).

219. Освещенность поверхности, покрытая слоем сажи 150 лк, яркостью одинаковой во всех направлениях и равной $1\,\frac{кд}{м^2}$. Определить коэффициент поглощения сажи. (Ответ: k = 0,98).

220. На какой высоте надо повесить лампочку силой света 10 кд над листом матовой белой бумаги, чтобы яркость бумаги была равна $1\,\frac{кд}{м^2}$, если коэффициент отражения бумаги 0,8? (Ответ: H = 1,6 м).

221. В комнате имеются две одинаковых лампы, прикрепленные к потолку на расстоянии 4 м друг от друга. Найти отношение освещенностей центра стола в двух его положениях: а) под одной из ламп; б) посередине между лампами. Высота лампы от поверхности стола 2 м. (Ответ: в 1,5 раза).

222. Светильник из молочного стекла имеет форму шара диаметром 20 см. Сила света шара 80 кд. Определить полный световой поток, светимость и яркость шара. (Ответ: Ф = 1 кФ; R = 8 клм; $B = 2{,}5\,\frac{ккд}{м^2}$).

223. Солнце находится вблизи зенита, создает на горизонтальной поверхности освещенность 10^5 лк. Диаметр Солнца виден под углом 32′. Определить по этим данным видимую яркость Солнца. (Ответ: $B = \frac{E}{\pi}\,\mathrm{tg}^2\,\frac{\alpha}{2} = 1{,}5\,\frac{Гкд}{м^2}$).

224. Определить освещенность, светимость и яркость киноэкрана, равномерно рассеивающего свет во всех направлениях, если световой поток, падающий на экран из объектива киноаппарата 175 клм. Размер экрана $5\times3{,}6$ м^2, коэффициент отражения 0,75. (Ответ: E = 97 лк; R = 73 лк; $B = 23\,\frac{кд}{м^2}$).

225. Лампа в 400 кд находится на расстоянии 1 м от экрана. На каком расстоянии следует поставить позади лампы плоское зеркала, параллельное экрану, чтобы освещенность в центре экрана увеличивалась на 100 лк? (Ответ: 0,5 м).

226. Над двором на одинаковой высоте в 3 м висят три лампы по 200 кд. Все лампы расположены на расстоянии 2,5 м друг от друга. Найти освещенность под каждой лампой. (Ответ: E_1 = 42 лк; E_1 = 35,3 лк).

227. Точечный источник монохроматического света излучает мощность W_0 = 10 Вт на длине волны λ = 0,5 мкм. На каком максимальном расстоянии этот источник будет замечен человеком, если глаз реагирует на световой поток в 60 фотонов в секунду? Диаметр зрачка d = 0,5 см. (Ответ: R = 10^6 м).

228. Длина раскаленной добела металлической нити 30 см, диаметр 0,2 мм. Сила света нити в направлении, перпендикулярном ее длине, 24 кд. Определить яркость нити. (Ответ: $B = 400\,\frac{кд}{м^2}$).

229. Точечный источник света S освещает поверхность AB. Во сколько раз увеличивается освещенность в точке C под источником, если над источником на расстоянии SD = SC поместить плоское зеркало? Коэффициент отражения зеркала равен 1. (Ответ: в 1,11 раз).

230. Отверстие в корпусе фонаря закрыто плоским молочным стеклом размером 10×15 см^2. Сила света фонаря в направлении, составляющем угол 60°, с нормалью I = 15 кд. Определить яркость стекла. (Ответ: $B = 2\,\frac{ккд}{м^2}$).

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

3.1. Основные формулы и соотношения

Оптическая длина пути световой волны:

$$L = \ell\, n, \tag{3.1}$$

где ℓ – геометрическая длина пути; n – показатель преломления среды.

- Оптическая разность хода двух световых волн:

$$\Delta = L_2 - L_1. \tag{3.2}$$

Интерференция от двух когерентных источников света (щели Юнга, зеркала и бипризмы Френеля) (рис. 3.1)

- Положения последовательных максимумов:

$$x = \pm k \cdot \lambda \frac{\ell}{d},\ (k = 0;\ 1;\ 2\ldots). \tag{3.3}$$

- Положения последовательных интерференционных минимумов:

$$x = \pm \frac{(2k+1)\,\lambda\,\ell}{2d},\ (k = 0;\ 1;\ 2\ldots). \tag{3.4}$$

- Расстояние между интерференционными полосами:

$$\Delta x = \frac{\ell\,\lambda}{d}. \tag{3.5}$$

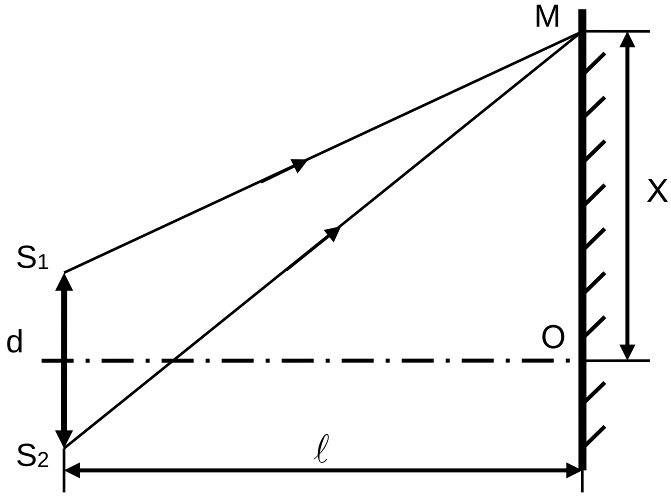

Рис. 3.1. К интерференции Юнга: S_1 и S_2 – когерентные источники света с длиной волны λ ; d – расстояние между источниками света; ℓ – расстояние от источников до экрана

Интерференция в тонких пленках (пластинках) (рис. 3.2).

- Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой пленки (пластинки), находящейся в воздухе (рис. 3.2, *а*),

$$\Delta = 2\,h\,n\cos\beta + \frac{\lambda}{2}. \tag{3.6}$$

Второе слагаемое $\frac{\lambda}{2}$ учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной. В проходящем свете (рис. 3.2, *б*) отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

- Результат интерференции отраженных лучей *1* и *2* (рис. 3.2, *а*):

– усиление света:

$$\Delta = 2\,h\,n\cos\beta + \frac{\lambda}{2} = 2\,k\,\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0;\ 1;\ 2\ldots); \tag{3.7}$$

– ослабление света:

$$\Delta = 2\,h\,n\cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\,\frac{\lambda}{2}, \ (k = 0;\ 1;\ 2\ldots). \tag{3.8}$$

- В проходящем свете условия усиления и ослабления света обратны условиям в отраженном свете.

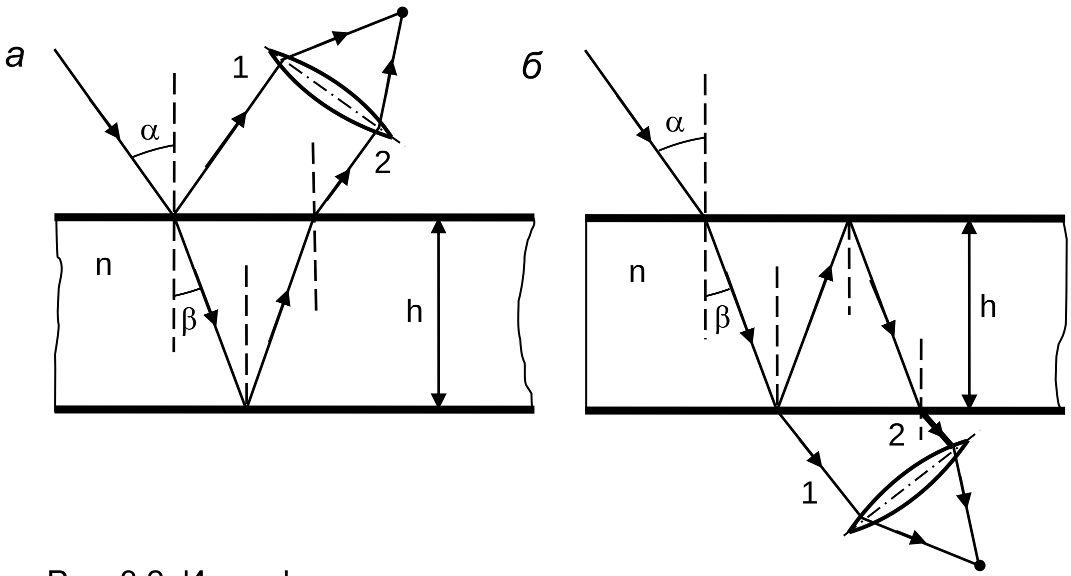

Рис. 3.2. Интерференция в тонких пленках: *а* – в отраженном свете; *б* – в проходящем свете; h – толщина пленки; n – абсолютный показатель преломления пленки; α – угол падения; β – угол преломления

Кольца Ньютона (рис. 3.3).

• Оптическая разность хода световых волн *1* и *2*, отраженных от воздушной прослойки (рис. 3.3, *а*):

$$\Delta = 2\,h\,n + \frac{\lambda}{2}, \qquad (3.9)$$

где h – толщина воздушной прослойки; $\frac{\lambda}{2}$ – дополнительная разность хода (луч 2 отражается от оптически более плотной среды).

• Радиусы светлых колец в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)\,R\,\lambda}{2}}\,. \qquad (3.10)$$

• Радиусы темных колец в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{k\,R\,\lambda}\,, \qquad (3.11)$$

где k– номер кольца (k = 0; 1; 2…); R – радиус кривизны линзы; λ – длина волны света.

• В проходящем свете (рис. 3.3, *б*) расположение темных и светлых колец обратно их расположению в отраженном свете.

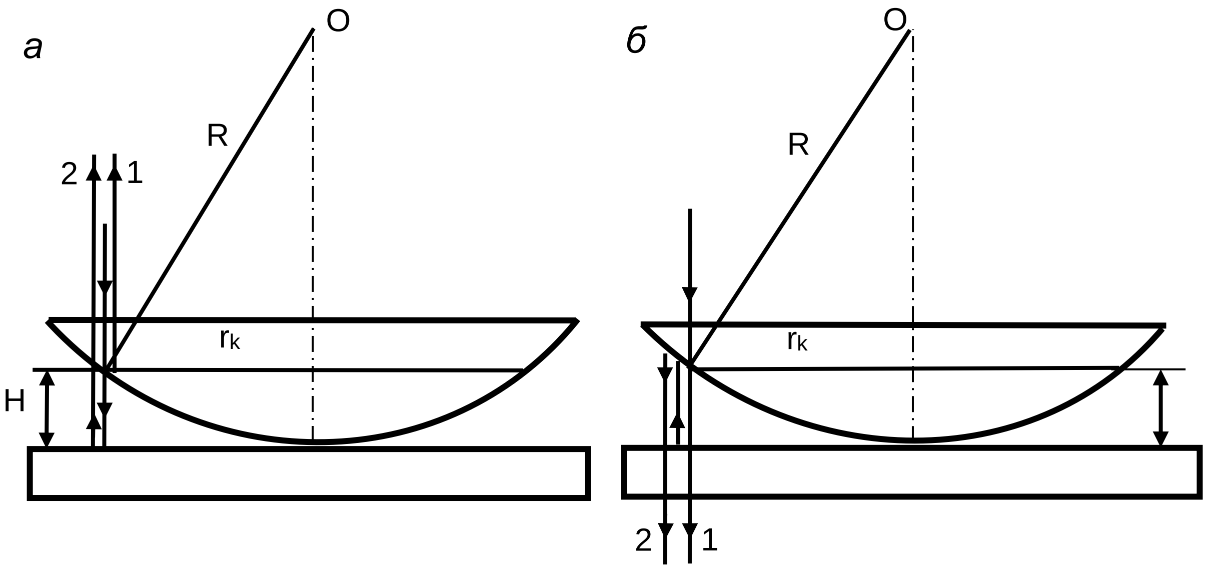

Рис. 3.3. Кольца Ньютона: *а* – в отраженном свете; *б* – в проходящем свете

3.2. Примеры решения задач

Задача 1. На толстую стеклянную пластину, покрытую тонкой пленкой с показателем преломления n = 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ = 0,6 мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину пленки.

Дано:
n = 1,4
λ = 0,6 мкм = $6{\cdot}10^{-7}$ м
$\alpha = 0°$
$\beta = 0°$

h = ?

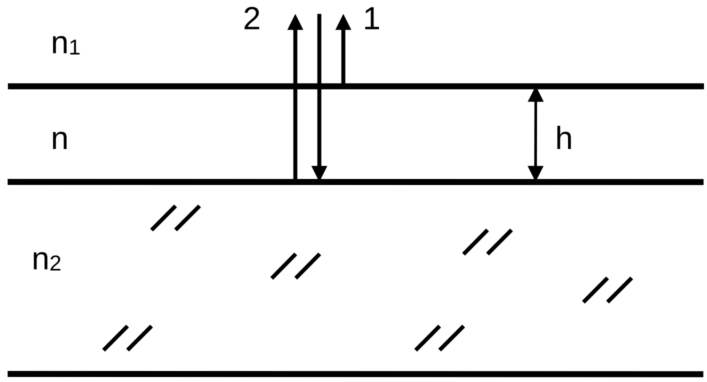

Рис. 3.4

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально на пленку, отражается как от верхней, так и от нижней ее плоскостей (рис. 3.4). Эти отраженные пучки света когерентны. Оптическая разность хода интерферирующих волн 1 и 2 зависит только от толщины пленки h и ее показателя преломления n для случая, когда условия отражения этих лучей одинаковы ($n_2 \rangle n \rangle n_1$) и выражается формулой:

$$\Delta = 2 \cdot h\, n \cos\beta + \frac{\lambda}{2} = 2\, h\, n. \qquad (3.12)$$

Как известно, условие максимального ослабления при интерференции света в тонких пленках

$$\Delta = (2k+1)\,\frac{\lambda}{2}. \qquad (3.13)$$

Приравнивая правые части (3.12) и (3.13), получим выражение для искомой величины

$$h = \frac{(2k+1)\,\lambda}{4n}. \qquad (3.14)$$

Полагая k = 0; 1; 2; … в (3.14), получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$h_0 = \frac{\lambda}{4n} = 0{,}11\cdot 10^{-6}\ \text{м};\ \ h_1 = \frac{3\,\lambda}{4n} = 0{,}33\cdot 10^{-6}\ \text{м}.$$

Задача 2. На стеклянный клин (n = 1,5), с малым преломляющим углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны λ = 0,6 мкм. В возникшей интерференционной картине на отрезке b = 1 см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол клина γ.

Дано:
n = 1,5
λ = 0,6 мкм = $6\cdot 10^{-7}$ м
N = 10
b = 10^{-2} м

γ = ?

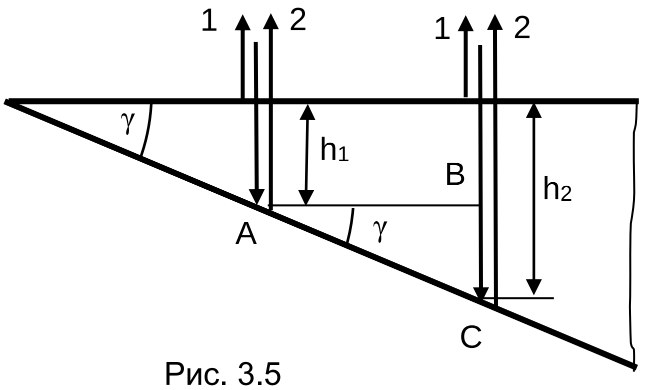

Рис. 3.5

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней граней. Эти отраженные пучки света когерентны, поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки света 1 и 2 (рис. 3.5) будут практически параллельны. Разность хода пучков определяется соотношением (3.6), с учетом того, что cos β = 1:

$$\Delta = 2\,h\,n + \frac{\lambda}{2}, \qquad (3.15)$$

где h – толщина клина; n – показатель преломления стекла; $\frac{\lambda}{2}$ – добавочная разность хода, возникающая при отражении светового пучка 1, от оптически более плотной среды. Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ (k = 0; 1; 2; …).} \qquad (3.16)$$

Приравняем правые части равенств (3.15) и (3.16), раскроем скобки, и, после упрощения, получим:

$$2\,h\,n = k\,\lambda\,. \qquad (3.17)$$

Пусть произвольной темной полосе k соответствует определенная толщина клина в этом месте h_k, темной полосе номера (k + 10) соответствует толщина клина h_{k+10}. По условию задачи 10 полос укладываются на отрезке b = 1 см. Запишем формулу (3.17) для h_k и h_{k+10}:

$$2 \cdot h_k \cdot n = k\lambda\,;$$

$$2 \cdot h_{k+1} \cdot n = (k+10)\,\lambda\; h_{k+10}\,. \qquad (3.18)$$

Из треугольника ABC (рис. 3.5) (AB = b; $BC = h_{k+10} - h_k$) найдем:

$$\mathrm{tg}\gamma = \frac{h_{k+10} - h_k}{b}. \qquad (3.19)$$

Из системы уравнений (3.18) выразим ($h_{k+10} - h_k$) и подставим в (3.19), учитывая, что $\mathrm{tg}\gamma \approx \gamma$ (из-за малости угла γ), получим окончательное выражение:

$$\gamma = \frac{5\lambda}{nb}.$$

Произведем вычисления:

$$\gamma = \frac{5 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-6}}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{рад} = 0{,}69'.$$

Задача 3. Плосковыпуклая линза (n = 1,6) выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке. Расстояние между первыми двумя кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,5 мм. Определить оптическую силу линзы, если освещение производится монохроматическим светом с λ = 550 нм, падающим нормально.

Дано:
n = 1,6
$r_2 - r_1 = 0{,}5\ \text{мм} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м
$\lambda = 550\ \text{нм} = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м

D = ?

Решение. Оптическая сила линзы в общем случае:

$$D = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{3.20}$$

где $\frac{n}{n_1}$ – относительный показатель преломления (n и n_1 – соответственно показатели преломления линзы и окружающей среды); R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы.

Поскольку линза – плосковыпуклая и находится в воздухе ($n_1 = 1$), для нее оптическая сила

$$D = \frac{(n-1)}{R}. \tag{3.21}$$

Для определения радиуса линзы воспользуемся выражением для радиуса темного кольца Ньютона в отраженном свете (рис. 3.3, *а*):

$$r_k = \sqrt{k\lambda R} \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots).$$

Тогда разность радиусов первых двух темных колец $r_2 - r_1 = \sqrt{R}(\sqrt{2\lambda} - \sqrt{\lambda})$, откуда

$$R = \frac{(r_2 - r_1)^2}{(\sqrt{2} - 1)^2 \lambda}. \tag{3.22}$$

Подставив (3.22) в (3.21), найдем искомую оптическую силу линзы:

$$D = (n-1)\frac{\lambda(\sqrt{2} - 1)^2}{(r_2 - r_1)^2}.$$

Вычисляя, получим D = 0,547 диоптр.

3.3. Задачи для самостоятельного решения

301. От двух когерентных источников S_1 и S_2 (λ = 0,8 мкм) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку (n = 1,33), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине пленки это возможно? (Ответ: $h = 1{,}21 \cdot 10^{-6}$ м).

302. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ_1 = 500 нм) заменить красным (λ_1 = 650 нм)? (Ответ: в 1,3 раза).

303. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом (λ = 600 нм). Расстояние между отверстиями d = 1 мм, расстояние от отверстий до экрана ℓ = 3 м. Найти положение трех первых светлых полос. (Ответ: $x_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ м; $x_2 = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ м; $x_3 = 5{,}4 \cdot 10^{-3}$ м).

304. На тонкую пленку (n = 1,33) падает параллельный пучок белого света. Угол падения равен $\alpha = 52°$. При какой толщине пленки отраженный свет будет окрашен в желтый свет (λ = 0,6 мкм)? (Ответ: h = 0,14 (2k + 1) мкм; k = 0; 1…).

305. Найти минимальную толщину пленки (n = 1,33), при которой свет с длиной волны $\lambda_{кр}$ = 0,64 мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны $\lambda_{ф}$ = 0,40 мкм не отражается совсем. Угол падения света $\alpha = 30°$. (Ответ: $h_{кр} = h_{ф} = h_{min} = 0{,}65 \cdot 10^{-6}$ м).

306. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления n = 1,3. Пластинка освещена параллельным пучком света с длиной волны λ = 640 нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость? (Ответ: $h = 123 \cdot 10^{-9}$ м).

307. Расстояние от щелей до экрана в опыте Юнга равно ℓ = 1 м. Определить расстояние между щелями d, если на отрезке длиной a = 1 см укладывается N = 10 темных интерференционных полос. Длина волны света λ = 0,7 мкм. (Ответ: $d = 7 \cdot 10^{-4}$ м).

308. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает свет с длиной волны λ = 500 нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки, если показатель преломления материала пленки равен n = 1,4. (Ответ: $h = 70 \cdot 10^{-9}$ м).

309. На тонкий стеклянный клин (n = 1,6) падает нормально параллельный пучок света с длиной волны λ = 500 нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете b = 0,5 мм. Определить угол γ между поверхностями клина. (Ответ: $\gamma = 3 \cdot 10^{-4}$ рад).

310. Пучок света (λ = 582 нм) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина (n = 1,5). Угол клина $\gamma = 20''$. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? (Ответ: N = 500 $м^{-1}$).

311. Между двумя плоскопараллельными пластинами на расстоянии ℓ = 10 см от границы их соприкосновения находится проволока диаметром d = 1,01 мм, образуя воздушный клин. Пластины освещаются нормально падающим светом (λ = 0,6 мкм). Определить ширину N = 6 интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете. (Ответ: $a = 18 \cdot 10^{-3}$ м).

312. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Интерференция наблюдается в отраженном свете через красное стекло (λ_k = 631 нм). Расстояние между сосед-

ними красными полосами при этом $b_k = 3\,мм$. Затем эта пленка наблюдается через синее стекло (λ_c = 400 нм). Найти расстояние b_c между соседними синими полосами. Форма пленки с течением времени не меняется. (Ответ: b_c = $1{,}9 \cdot 10^{-3}$).

313. На тонкий стеклянный клин (n = 1,55) падает нормально монохроматический свет. Угол между поверхностями клина равен (γ = 2′). Определить длину волны света, если расстояние между соседними интерференционными максимумами в отраженном свете b = 0,3 мм. (Ответ: $\lambda = 541 \cdot 10^{-9}$ м).

314. Поверхности стеклянного клина образуют между собой угол $\gamma = 0{,}2'$. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей света с $\lambda = 0{,}55$ мкм. Определить ширину интерференционной полосы. (Ответ: $\Delta x = 4{,}7 \cdot 10^{-3}$ м).

315. Две стеклянные пластинки образуют клин с углом $\gamma = 30''$. Пространство между пластинками заполнено глицерином (n = 1,46). На клин нормально к его поверхности падает пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Какое число темных полос приходится на a = 1 см длины клина? (Ответ: N = 8,5).

316. Плосковыпуклая линза с оптической силой B = 2 диоптрии выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке ($n_{ст}$ = 1,5). Радиус четвертого темного кольца в проходящем свете равен $r = 0{,}7$ мм. Определить длину световой волны. (Ответ: $\lambda = 56 \cdot 10^{-8}$ м).

317. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус восьмого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r = 2$ мм. Радиус кривизны линзы равен $R = 1$м . Найти показатель преломления жидкости, если длина волны света $\lambda = 700$ нм. (Ответ: $n = 1{,}4$).

318. Расстояние между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете $\Delta r_{1,2} = 1$мм. Определить расстояние между десятым и девятым кольцами. (Ответ: $\Delta r_{9,10} = 3{,}9 \cdot 10^{-4}$м).

319. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления жидкости. (Ответ: $n = 1{,}56$).

320. Пространство между плосковыпуклой линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно $n_1 = 1{,}50$; $n_2 = 1{,}63$; $n_3 = 1{,}7$. Радиус кривизны поверхности линзы $R = 100$ см. Определить радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. (Ответ: $r = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ м).

321. Между краями двух хорошо отшлифованных плоских пластинок помещена тонкая проволочка диаметром $d = 0{,}05$ мм. Противоположные концы пластинок плотно прижаты друг к другу. Пластинки освещаются нормально к поверхности. На пластинке длиной $\ell = 10$ см наблюдатель видит интерференционные полосы, расстояние между которыми равно $b = 0{,}6$ мм. Определить длину волны света. (Ответ: $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м).

322. На стеклянный клин с показателем преломления $n = 1{,}5$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 698$ нм. Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно $b = 2$ мм. (Ответ: $\gamma = 0{,}4'$).

323. Свет от лазера с длиной волны $\lambda = 0{,}63$ мкм падает по нормали к непрозрачной поверхности, имеющей две узкие параллельные щели, расстояние между которыми $d = 0{,}5$ мм. Определить ширину интерференционных полос на экране, находящемся в вакууме на расстоянии L = 1 м от плоскости щелей. (Ответ: $\Delta x = 1{,}2$ мкм).

324. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R = 2{,}5$ см прижата к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1 = 1$мм и $d_2 = 1{,}5$ мм. Определить длину волны света. (Ответ: $\lambda = 0{,}5$ мкм).

325. Плосковыпуклая линза с показателем преломления $n = 1{,}6$ выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус третьего светлого кольца в отраженном свете ($\lambda = 0{,}6$ мкм) равен $r = 0{,}9$ мм. Определить фокусное расстояние линзы. (Ответ: $F = 0{,}9$ м).

326. Пучок монохроматических световых волн ($\lambda = 0{,}6$ мкм) падает под углом $\alpha = 30^\circ$ на находящуюся в воздухе мыльную пленку ($n = 1{,}3$). При какой наименьшей толщине пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией и максимально усилены? (Ответ: $h_1 = 0{,}25$ мкм; $h_2 = 0{,}125$ мкм).

327. Кольца Ньютона наблюдаются с помощью двух одинаковых плосковыпуклых линз радиусом кривизны поверхностей $R = 1$м, сложенных вплотную выпуклыми поверхностями (плоские поверхности линз параллельны). Определить радиус восьмого темного кольца в отраженном свете ($\lambda = 660$ нм) при нормальном падении света на поверхность верхней линзы. (Ответ: $r = 7{,}04 \cdot 10^{-4}$ м).

328. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 4$ м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1{,}8$ мм. (Ответ: $n = 1{,}48$).

329. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0{,}5 мм$, расстояние от них до экрана $\ell = 3$ м. Длина волны света $\lambda = 0{,}6$ мкм. Определить ширину полос интерференции на экране. (Ответ: $\Delta x = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ м).

330. В оба пучка света интерферометра Жамена были помещены цилиндрические трубки длиной $\ell = 10$ см, закрытые с обоих концов прозрачными пластинками; воздух из трубок был откачан. При этом наблюдалась интерференционная картина. В одну из трубок впустили водород, после чего интерференционная картина сместилась на $N = 23{,}7$ полосы. Найти показатель преломления водорода, если длина волны света $\lambda = 590$ нм. (Ответ: $n = 1{,}00014$).

4. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

4.1. Основные формулы и соотношения

- Радиус внешней границы k-й зоны Френеля:

– для сферической волны

$$r = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a + b} k \cdot \lambda}\ , \tag{4.1}$$

где a – расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света; b – расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; k – номер зоны Френеля; λ – длина волны;

– для плоской волны

$$r = \sqrt{b \cdot k \cdot \lambda}\,. \tag{4.2}$$

- Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей.

Условия минимума интенсивности света:

$$a \sin\varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \cdot \lambda, \ \ (k = 1{,}2{,}3....)\ , \tag{4.3}$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – номер минимума; λ – длина волны света.

Условия максимумов интенсивности света:

$$a \cdot \sin\varphi' = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \ \ (k = 1{,}2{,}3.....), \tag{4.4}$$

где φ' – приближенное значение угла дифракции.

- Дифракционная решетка. Нормальное падение света.

Условия главных максимумов интенсивности:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm k \cdot \lambda, \ (k = 0,1,2.....), \qquad (4.5)$$

где d – период (постоянная) решетки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифракционных волн (угол дифракции).

Условия добавочных минимумов:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm k \frac{\lambda}{2}, \qquad (4.6)$$

где k = 1,2,3,… кроме O, N, 2N….; d – постоянная решетки; φ – угол дифракции; k – порядок спектра.

При наклонном падении света на дифракционную решетку условие для главных максимумов имеет вид:

$$d(\sin\varphi - \sin i) = \pm k\lambda, \quad (k = 0,1,2,...),$$

где i – угол падения на поверхность решетки; φ – угол дифракции

- Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}. \qquad (4.7)$$

Линейная дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\ell = \frac{\delta\ell}{\delta\lambda}; \qquad (4.8)$$

$$D_\ell = F \cdot D_\varphi = \frac{F \cdot k}{d}, \qquad (4.9)$$

где F – главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагирующий свет.

- Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = k \cdot N, \qquad (4.10)$$

где N – число штрихов решетки; k – порядок спектра.

- Разрешающая сила объектива:

$$R = \frac{1}{\delta\psi} = \frac{D}{1{,}22\lambda}, \qquad (4.11)$$

где $\delta\psi$ – минимальное угловое расстояние, разрешаемое объективом; D – диаметр объектива.

• Распределение интенсивности дифракционного спектра от одной щели:

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot a}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi \cdot a}{\lambda}\sin\varphi\right)^2}, \qquad (4.12)$$

где I_0 – интенсивность в центре дифракционной картины; a – ширина щели; φ – угол между нормалью к плоскости щели и направлением дифрагирующего луча.

4.2. Примеры решения задач

Задача 1. На узкую щель шириной $a = 0{,}03$ мм падает нормально монохроматический свет длиной волны 0,65 мкм. Определить угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на пятую темную дифракционную полосу.

Дано:
$a = 3 \cdot 10^{-5}$
$\lambda = 65 \cdot 10^{-8}$
$k = 5$

φ = ?

Решение. На экране образуется дифракционный спектр, состоящий из чередующихся темных и светлых полос, расходящихся от центрального максимума влево и вправо (рис. 4.1). Из условия минимума интенсивности света имеем:

$$a \cdot \sin\varphi = \pm k \cdot \lambda,$$

где a – ширина щели; λ – длина волны; φ – угол между первоначальным направлением света и направлением на k-ю темную полосу. Из этого уравнения получаем выражение $\sin\varphi = \pm k\,\lambda/a$.

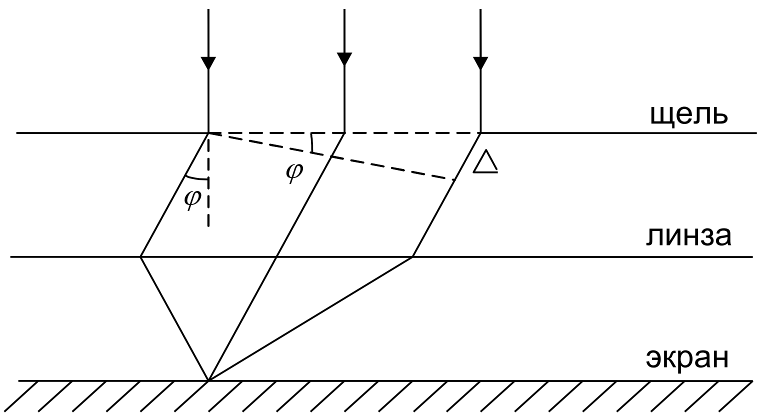

Рис. 4.1

Производим вычисления:

$$\sin\varphi = \frac{5\cdot 0{,}65\cdot 10^{-8}}{3\cdot 10^{-5}} = 1{,}083\cdot 10^{-3}; \qquad \varphi = \arcsin 1{,}083\cdot 10^{-3} = 1{,}32^\circ.$$

Задача 2. На дифракционную решетку, содержащую n = 200 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 700 нм. За решеткой помещена собирающая линза с главным фокусным расстоянием F = 50 см. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить линейную дисперсию D_l такой системы для максимума третьего порядка. Ответ выразить в миллиметрах на нанометр.

Дано:

$n = 200\ \frac{1}{\text{мм}}$

$l = 10^{-3}$ м

$\lambda = 7\cdot 10^{-7}$ м

$F = 0{,}5$ м

$D_l = ?$

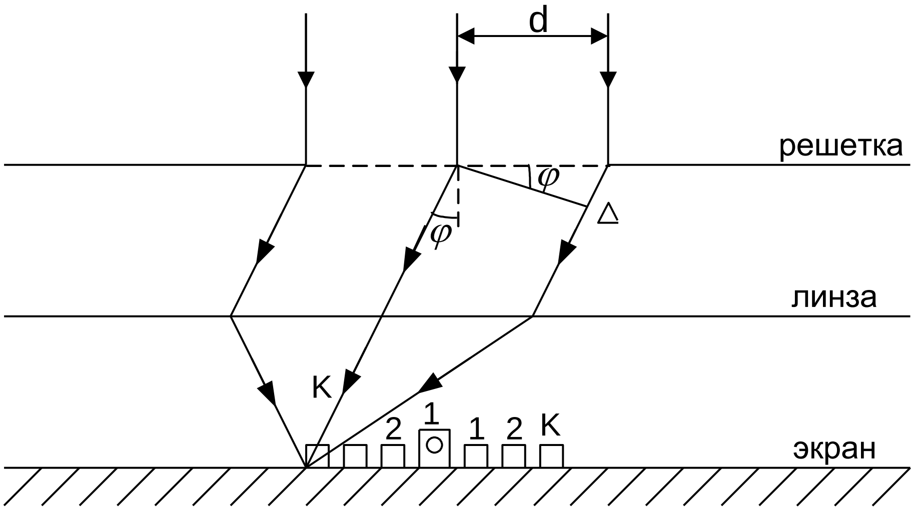

Рис. 4.2

Решение. Если в оптической разности хода дифрагированных лучей $\Delta = d\sin\varphi$ укладывается целое число длин волн, т. е. $d\sin\varphi = \pm k\lambda$ (k = 1,2,3…), то собранные линзой лучи на экране образуют максимумы освещенности (рис. 4.2). Знаки «+» и «–» указывают, что максимумы от центрального идут влево и вправо, d = 1/n называется постоянной дифракционной решетки. Из условия максимума определим угол φ:

$$d\sin\varphi = \pm k\frac{\lambda}{d} = k\cdot\lambda\cdot n; \ \sin\varphi = \pm 3\cdot 7\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{5} = 0{,}42;$$

По значению sin φ находим угол φ = 24,8°.

Линейная дисперсия $D_l = F\cdot D$, где F – фокусное расстояние линзы; D – угловая дисперсия дифракционной решетки; D_l – линейная дисперсия решетки. Подставив в это выражение формулы (4.7) и (4.8), получаем выражение:

$$D_\ell = F\frac{k}{d\cdot\cos\varphi} = F\frac{k\cdot n}{\ell\cdot\cos\varphi}.$$

Произведем вычисления:

$$D_l = 0{,}5 \cdot 3 \cdot 200 : (10^{-3} \cos 24{,}8) = 3{,}3 \cdot 10^5 = 0{,}33 \text{ мм/нм}.$$

Задача 3. На шпиле башни высотного здания укреплены одна над другой две красные лампочки (λ = 650 нм). Расстояние между лампочками d = 20 см. Рассматривают здание ночью в телескоп с расстояния L = 16 км. Определить наименьший диаметр Д объектива телескопа, при котором в его фокальной плоскости получаются раздельные дифракционные изображения.

Дано:
$\lambda = 65 \cdot 10^{-8}$ м
$d = 0{,}2$ м
$L = 16 \cdot 10^3$ м

D_l = ?

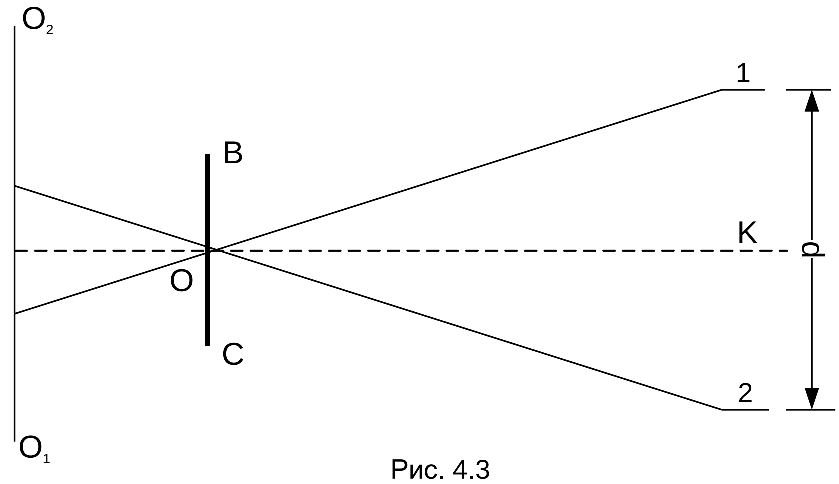

Рис. 4.3

На рис. 4.3 O_1O_2 – фокальная плоскость объектива телескопа; A_1 и A_2 – изображения *1* и *2* ламп; 1К = 2К = d/2; ОК = L; ВС – объектив телескопа.

Решение. Разрешающая способность телескопа: $R = \dfrac{1}{\delta\psi}$, где $\delta\psi$ – угловое расстояние между лампами, при котором их изображения в фокальной плоскости объектива получаются раздельно A_1 и A_2.

Разрешающая способность объектива:

$$R = \frac{D_{min}}{1{,}22 \cdot \lambda},$$

где D_{min} – наименьший диаметр объектива телескопа; λ – длина волны света, излучаемого лампами *1* и *2*.

Следовательно:

$$\frac{1}{\delta\psi} = \frac{D_{min}}{1{,}22 \cdot \lambda}.$$

Отсюда:

$$D_{min} = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{\delta\psi} \qquad (4.13)$$

Из треугольника $O1K$ имеем:

$$\operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{2} = \frac{1K}{OK} = \frac{d}{2L}.$$

Так как значение тангенса очень мало, то его можно заменить значением самого угла, выраженного в радианах,

$$\operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{2} = \frac{\delta\psi}{2}\ , \quad \frac{\delta\psi}{2} = \frac{d}{2L}\ ; \qquad (4.14)$$

подставляем в (4.13) выражение (4.14) и получаем:

$$D_{min} = \frac{1{,}22 \cdot \lambda \cdot L}{d}.$$

Произведем вычисления:

$$D_{min} = \frac{1{,}22 \cdot 65 \cdot 10^{-8} \cdot 16 \cdot 10^{3}}{0{,}2} = 634 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

4.3. Задачи для самостоятельного решения

401. Точечный источник света с длиной волны λ = 0,50 мкм расположен на расстоянии a = 100 см перед диафрагмой с круглым отверстием радиуса r = 1,0 мм. Найти расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии составляет k = 3. (Ответ: b = 2 м).

402. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которой можно менять в процессе опыта. Расстояние от источника до диафрагмы a = 100 см, расстояние от диафрагмы до экрана b = 125 см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при r = 1,0 мм и следующий максимум при r = 1,29 мм. (Ответ: $\lambda = 6{\cdot}10^{-7}$ м).

403. Интенсивность нулевого максимума дифракционной картины от одной щели равна I_0. Определить интенсивности последующих трех максимумов. (Ответ: I_1 = 0,047 I_0; I_2 = 0,017 I_0; I_3 = 0,008 I_0).

404. Вычислить наименьшее расстояние между двумя точками на Луне, которое можно разрешить телескопом-рефлектором с диаметром зеркала в 5 м. Считать, что длина волны света λ = 0,55 мкм. (Ответ: 50 м).

405. На щель шириной a = 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ = 0,60 мкм). Определить угол между первоначальным направлением луча света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу. (Ответ: $\Delta\varphi = 2°45'$).

406. Точечный источник S света (λ = 0,50 мкм), плоская диафрагма с круглым отверстием радиусом r = 1 мм и экран расположены на одной прямой (a = 1 м). Определить расстояние b от экрана до диафрагмы, при котором отверстие открывало бы для точки P три зоны Френеля. (Ответ: b = 2 м).

407. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения пучков света, соответствующих второй дифракционной полосе,

равен 1°. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели? (Ответ: в = 143 λ).

408. Сколько штрихов на каждый мм содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете (λ = 0,60 мкм) максимумы пятого порядка угол φ = 18°. (Ответ: 103 штриха)

409. Дифракционная решетка содержит n = 200 шт./мм. На решетку падает нормально монохроматический свет (λ = 0,60 мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка? (Ответ: k = 8).

410. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга. На какую длину в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (λ = 0,40 мкм) спектра третьего порядка? (Ответ: λ = 0,60 мкм).

411. Какую разрешающую силу должен иметь спектральный аппарат (дифракционная решетка) для разрешения дублета D – линии натрия (λ = 589,0 нм (λ = 589,6 нм). (Ответ: около 1000).

412. Свет длиной волны 0,50 мкм падает на щель шириной b = 10 мкм под углом θ = 30° к ее нормали. Найти угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального максимума. (Ответ: θ_1 = 27° и θ_2 = 33°).

413. При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции для линии λ_1 = 0,65 мкм во втором порядке равен 45°. Найти угол дифракции для линии λ_1 = 0,50 мкм в третьем порядке. (Ответ: 55°).

414. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом d = 2,2 мкм, если угол между направлениями на максимумы первого и второго порядков $\Delta\varphi$ = 15°. (Ответ: $\lambda = 5{,}4\cdot10^{-7}$ м).

415. Свет с длиной волны λ = 530 нм падает на дифракционную решетку, период которой равен d = 1,5 мкм. Найти угол с нормалью к решетке, под которым образуется максимум наибольшего порядка, если свет падает на решетку: а) нормально; б) под углом 20° к нормали. (Ответ: а) 45° и б) 69°).

416. Свет с длиной волны λ падает нормально на дифракционную решетку. Найти ее угловую дисперсию в зависимости от угла дифракции. (Ответ: $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{tg\varphi}{\lambda}$).

417. На дифракционную решетку, содержащую n = 400 штрихов на миллиметр, падает нормально монохроматический свет (λ = 0,6 мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. Определить угол дифракции φ, соответствующий последнему максимуму. (Ответ: k = 8; φ = 74°).

418. На дифракционную решетку с периодом в = 10 мкм падает монохроматический свет с длиной волны λ = 600 нм. Определить угол дифракции, соответствующий второму главному максимуму. (Ответ: φ = 38,3°).

419. Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки длиной l = 1,5 см и периодом d = 5 мкм. Определить, в спектре какого наименьшего порядка этой картины получатся раздельные изображения двух спектральных линий с разностью длин вол $\Delta\lambda$ = 0,1 нм, если линии лежат в красной части спектра (λ = 760 нм). (Ответ: k = 3).

420. Какой наименьшей разрешающей силой R должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было разрешить две спектральные линии калия (λ_1 = 578 нм; λ_2 = 580 нм)? Какое наименьшее число N штрихов должна иметь эта решетка, чтобы разрешение было возможно в спектре второго порядка? (Ответ: R = 290; N = R/k).

421. Каково должно быть минимальное расстояние между двумя точками на поверхности Марса, чтобы их изображение в телескопе с диаметром объектива 60 см можно было отличить от изображения одной точки? Считать, что Марс наблюдается в момент великого противостояния, когда расстояние до него от Земли минимально и составляет $56 \cdot 10^6$ км. (Ответ: около 28000 м).

422. Угловая дисперсия D дифракционной решетки для некоторой длины волны (при малых углах дифракции) составляет 5 угловых минут на 10^{-9} м. Определить разрешающую силу R этой решетки для той же длины волны, если длина решетки равна 2 см. (Ответ: R = $2{,}91 \cdot 10^4$).

423. На дифракционную решетку, содержащую n = 500 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 700 нм. За решеткой помещена собирающая линза с главным фокусным расстоянием F = 50 см. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить линейную дисперсию D_l такой системы для максимума третьего порядка. (Ответ: D_l = 1 мм/нм).

424. При нормальном падении света на дифракционную решетку шириной 10 мм обнаружено, что компоненты желтой линии натрия (λ_1 = 589,0 и λ_2 = 589,6 нм) оказываются разрешенными, начиная с пятого порядка спектра. Оценить период этой решетки. (Ответ: в = $5 \cdot 10^{-5}$ м).

425. Свет с длиной волны 589 нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом d = 2,5 мкм, содержащую N = 10000 штрихов. Найти угловую ширину дифракционного максимума второго порядка. (Ответ: $\Delta\varphi$ = 11′).

426. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ = 650 нм. За решеткой находится линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. На экране наблюдается дифракционная картина под углом дифракции φ = 30°. При каком главном фокусном расстоянии линзы линейная дисперсия D = 0,5 мм/нм? (Ответ: $F = D \cdot \gamma \cdot cos^3 \varphi / sin\varphi = 21{,}1$ см).

427. На дифракционную решетку с постоянной d = 0,006 мм нормально падает монохроматический свет. Угол между спектрами первого и второго порядков равен 4°36′. Определить длину световой волны. (Ответ: λ = 478 нм).

428. Наименьший угол зрения, при котором средний глаз видит раздельно два штриха, равен 1′. Каково наименьшее расстояние, которое может различать средний глаз на расстоянии наилучшего зрения (25 см). (Ответ: $7{,}3\cdot10^{-5}$ м).

429. Показать, исходя из зависимости интенсивности света от угла распространения лучей при дифракции от одной щели, что минимумы наблюдаются при условии $\sin\varphi = k\lambda / a$ ($k = 1, 2, 3 \ldots$), а максимумы при $\sin\varphi = m k \lambda / a$, где m = 1,43; 2,46; 3,47; 4,48 (a – ширина щели).

430. Две дифракционные решетки имеют одинаковую ширину l = 3 мм, но разные периоды: $d_1 = 3\cdot10^{-3}$ мм и $d_2 = 6\cdot10^{-3}$ мм. Определить их наибольшую разрешающую способность для желтой линии натрия (λ = 5896 А). (Ответ: R = 5000).

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТОВЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

5.1. Основные формулы и соотношения

Поглощение света

Закон Бугера

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \tag{5.1}$$

где I и I_0 интенсивность света на входе и выходе из слоя среды толщиной X, α – коэффициент поглощения.

Коэффициент поглощения среды

$$\alpha = \frac{4\pi\beta}{\lambda}, \tag{5.2}$$

где β – константа для данной среды; λ – длина волны света.

Для растворов $\alpha = b\cdot c$, где b – константа для данного вещества и c – концентрация раствора в процентах.

Отражательная способность среды при нормальном падении света:

$$\delta = \frac{W_{отр}}{W_{пад}} = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}, \tag{5.3}$$

где n – относительный показатель преломления сред; $W_{отр}$ и $W_{пад}$ – энергии отраженной и падающей световой волны.

Коэффициент пропускания среды при нормальном падении света:

$$r = \frac{W_{про}}{W_{пад}} = \frac{4n}{(n+1)^2} = 1 - \delta, \tag{5.4}$$

где n – относительный показатель преломления; $W_{про}$ и $W_{пад}$ – энергии прошедшей и падающей волн; δ – отражательная способность.

Скорость световой волны в среде

Групповая скорость

$$U = \frac{d\omega}{dk}, \quad (5.7)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Фазовая скорость

$$V = \frac{\omega}{k}. \quad (5.8)$$

Связь между групповой и фазовой скоростями

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda} \quad . \quad (5.9)$$

5.2. Примеры решения задач

Задача 1. На поверхности воды (n_1 = 1,33) лежит тонкая стеклянная пластина (n_2 = 1,5). Какая доля падающего света отразится назад? Свет падает на поверхность пластины нормально.

Дано:
n_1 = 1,33
n_2 = 1,5
$n_в$ = 1

I/I_o = ?

Решение. Рассмотрим ход лучей (рис. 5. 1). Если на границу раздела воздух-стекло падает свет интенсивностью I_0, то отразится свет интенсивностью I_1, и пройдет в стекло свет интенсивностью I_{01}. На второй границе раздела стекло-вода отразится свет интенсивность I_2.

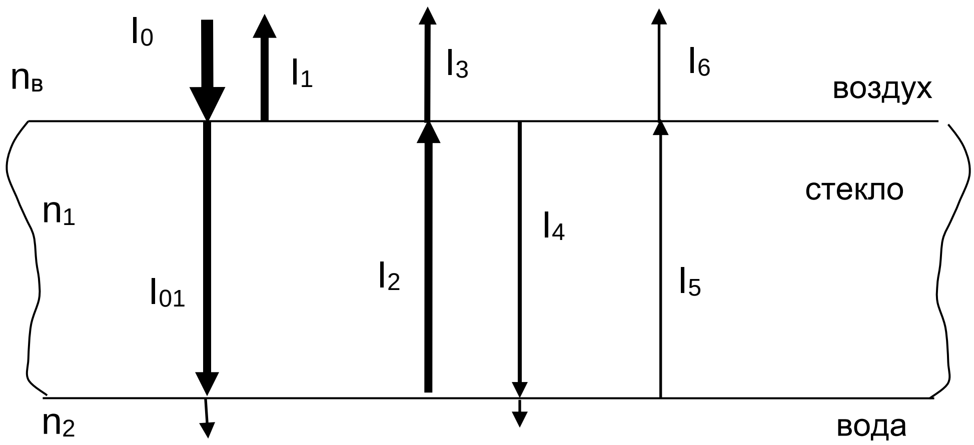

Рис. 5.1. Отражение света на границе раздела

Свет интенсивностью I_2 претерпит вторичное отражение от первой границы раздела интенсивностью I_4 и выйдет через нее интенсивностью I_3 . Если не учитывать дальнейшие отражения и поглощение света, то интенсивность отраженного света от стекла будет: $I_{отр} = I_1 + I_3$.

Вычислим эти интенсивности. С учетом отражательной способности сред интенсивность отраженного света на первой границе раздела:

$$I_1 = I_0\delta_1, \qquad (5.10)$$

где δ_1 – коэффициент отражения для первой границы раздела.

Так как поглощение не учитывается, то $I_{01} = I_0 - I_1 = I_0 (1 - \delta_1)$ и интенсивность отраженного света от второй границы раздела будет:

$$I_2 = I_{01}\delta_2 = I_0(1-\delta_1)\delta_2. \qquad (5.11)$$

На первой границе раздела свет вновь претерпит отражение, и только часть его выйдет в воздух. Интенсивность отраженного в стекло света

$$I_4 = I_2\delta_1. \qquad (5.12)$$

Подставляя в (5.12) выражение (5.11) получим

$$I_4 = I_0(1-\delta_1)\delta_2\delta_1. \qquad (5.13)$$

Тогда интенсивность вышедшего света в воздух после вторичного отражения:

$$I_3 = I_2 - I_4 = I_0(1-\delta_1)\,\delta_2 - I_0(1-\delta_1)\,\delta_2\delta_1 = I_0(1-\delta_1)\,\delta_2\,(1-\delta_1). \qquad (5.14)$$

Суммарная интенсивность света, отраженная от стеклянной пластины в воздух, будет иметь вид:

$$I_{отр} = I_1 + I_3 = I_0\delta_1 + I_0\delta_2(1-\delta_1)^2, \qquad (5.15)$$

где $\delta_1 = \left(\dfrac{n_В - n_1}{n_В + n_1}\right)^2$ и $\delta_2 = \left(\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$ – отражательная способность соответственно первой и второй границ раздела.

Доля отраженного света от стеклянной пластины:

$$\frac{I_{отр}}{I_0} = \left(\frac{n_1 - n_в}{n_1 + n_в}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{n_в - n_1}{n_в + n_1}\right)^2\right]^2 \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2. \qquad (5.16)$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_{отр}}{I_0} = \left(\frac{1{,}5-1}{1{,}5+1}\right)^2 + \left[1-\left(\frac{1-1{,}5}{1+1{,}5}\right)^2\right]^2 \left(\frac{1{,}33-1{,}5}{1{,}33+1{,}5}\right)^2 = 0{,}043,$$

т. е. отразится 4,3 % света.

Задача 2. Определить во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего в среде с коэффициентом поглощения α = 2,0 м$^{-1}$, расстояние 60 см.

Дано:
α = 2,0 м$^{-1}$
x = 60 см

I_0/I = ?

Решение. Согласно закону Бугера интенсивность прошедшего света определяется формулой $I = I_0 e^{-\alpha x}$.

Тогда $\frac{I_0}{I} = e^{\alpha x}$.

Вычислим: $I_0/I = e^{1.2}$ = 3, 32.

Задача 3. Под действием электромагнитного излучения длиной волны λ = 600 нм, электрон совершает гармоническое колебание с амплитудой $2{\cdot}10^{-19}$ м. Определить интенсивность падающего света.

Дано:
λ = 600 нм
A = $2{\cdot}10^{-19}$ м

I = ?

Решение. Со стороны электрической составляющей электромагнитного излучения на электрон действует сила F = e · E · cos (wt), где e – заряд электрона и E – амплитуда напряженности электрического поля. Эта сила вызывает колебание электрона с ускорением

$$a = \frac{eE}{m}\cos wt. \qquad (5.17)$$

Из теории гармонических колебаний известно, что a = –x · w^2, тогда из (5.17) получаем

$$x = \frac{eE}{mw^2}\cos wt, \qquad (5.18)$$

где X = A cos wt – закон гармонических колебаний электрона.

Следовательно, из (5.18) получаем, что амплитуда колебаний электрона имеет вид:

$$A = \frac{eE}{mw^2}. \qquad (5.19)$$

По определению интенсивности электромагнитного излучения

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot S} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot c \cdot E^2, \qquad (5.20)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ ф/м – электрическая постоянная вакуума.

Из (5.19) выражаем амплитуду напряженности электрического поля E и, подставив в (5.20), определим интенсивность излучения

$$I = \frac{\varepsilon_0 \cdot c \cdot m^2 \cdot A^2 \cdot \omega^4}{2e^2}, \qquad (5.21)$$

где $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda}$ – частота колебаний электромагнитного излучения.

Проверим размерность интенсивности:

$$[I] = \left[\frac{ф \cdot м^2 \cdot м \cdot кг^2}{м \cdot с \cdot кл^2 \cdot с}\right] = \left[\frac{Вт}{м}\right].$$

Подставим в (5.21) числовые значения величин и вычислим интенсивность электромагнитного излучения:

$$I = \frac{4 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 9{,}1^2 \cdot 10^{-68} \cdot 16 \cdot 3{,}14^4 \cdot 3^4 \cdot 10^{32}}{2 \cdot 6^4 \cdot 10^{-28} \cdot 1{,}6^2 \cdot 10^{-38}} =$$
$$= 2{,}016 \cdot 10^{-5}\left(\frac{Вт}{м}\right).$$

5.3. Задачи для самостоятельного решения

501. Для многих прозрачных бесцветных веществ зависимость показателя преломления от длины волны света в вакууме может быть представлена выражением $n = a + b/\lambda^2$, где $a = 1{,}502$ и $b = 0{,}004563$ мкм^2 – константы. Вычислить показатели преломления для длин волн красной части видимого спектра $\lambda_к = 780$ нм и фиолетовой части $\lambda_ф = 380$ нм. (Ответ: $n_к = 1{,}5095$, $n_ф = 1{,}5336$)

502. При прохождении в некотором веществе пути L интенсивность света уменьшается в два раза, за счет поглощения. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути 3L? (Ответ: в 8 раз).

503. В некоторой среде распространяется плоская монохроматическая волна. Коэффициент поглощения среды $\alpha = 1$ м$^{-1}$. На сколько процентов уменьшится интенсивность света при прохождении волной пути, равного: а) 5мм; б) 4,6 м? (Ответ: 0,5 %; 99 %).

504. Имеется прозрачная пластина толщиной d = 10 см. Для некоторой длины волны коэффициент поглощения пластины изменяется линейно от значения α_1 = 0,8 м$^{-1}$ у одной поверхности, до α_2 = 1,2 м$^{-1}$ у другой поверхности. Определить (в процентах) ослабление интенсивности света при прохождении им толщи пластины. (Ответ: $\frac{I}{I_0} = e^{-d\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}} = 0{,}095$ или 9,5 %).

505. На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 = 100 лм/м^2. Показатель преломления пластины n = 1,5, коэффициент поглощения α = 1,0 м$^{-1}$. Толщина пластины d = 10 см. Длина когерентности волны намного меньше d. Определить интенсивность света, прошедшего через пластинку, с учетом отражения от двух границ раздела. (Ответ: I = 83,4 лм/м^2).

506. Найти коэффициент пропускания при нормальном падении света из воздуха на стекло, показатель преломления которого равен n = 1,5. (Ответ: г = 0,96).

507. На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 = 100 лм/м^2. Показатель преломления пластины n = 1,5, коэффициент поглощения α = 1,0 м$^{-1}$. Толщина пластины d = 10 см. Длина когерентности волны намного меньше d. Определить интенсивность света прошедшего через пластинку, с учетом отражений только от первой границы раздела. (Ответ: I = 86,859 лм/м^2).

508. При прохождении монохроматического света через 10 % раствор глюкозы интенсивность света составила 0,29 I_0. Определить толщину столба раствора, если b = 1,7 м$^{-1}$. Отражение не учитывать. (Ответ: x = 0,073 м).

509. На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 = 100 лм/м^2. Показатель преломления пластины n = 1,5, толщина пластины d = 10 см. Длина когерентности волны намного меньше d. Определить интенсивность света, прошедшего через пластинку, при условии, что поглощение в пластинке отсутствует. (Ответ: I = 92,2 лм/м^2).

510. На сколько процентов уменьшается интенсивность света при прохождении им оконного стекла толщиной 4 мм за счет поглощении,? Коэффициент поглощения равен 1,23 м$^{-1}$. (Ответ: на 0,49 %).

511. На какую долю уменьшится интенсивность света при прохождении через стеклянную пластинку толщиной 4 мм за счет отражения? Показатель преломления стекла n = 1,52. (Вторичными отражениями пренебречь). (Ответ: 8,33 %).

512. Во сколько раз уменьшение интенсивности света при прохождении через стеклянную пластинку толщиной d = 2 мм за счет отражения превосходит уменьшение интенсивности за счет поглощения, если показатель

преломления n = 1,5 и коэффициент поглощения α = 1,2 м$^{-1}$? (Ответ: $\dfrac{1-e^{-\alpha d}}{\left[1-\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2\right]^2} = 417{,}4$ раза).

513. На сколько процентов уменьшится интенсивность света, прошедшего через стеклянную пластинку толщиной 4 мм, с учетом поглощения и отражения? Коэффициент поглощения α = 1,2 м$^{-1}$ и показатель преломления стекла n = 1,52. (Ответ: $\dfrac{\Delta I}{I_0} = 1-(1-\delta)^2 e^{\ \alpha d} = 0{,}0829$ на 8,29 %).

514. Стеклянная пластина толщиной d = 3,82 мм, пропускает 88,2 % упавшего на нее света. Определить коэффициент поглощения стекла для данной длины волны. (Ответ: α = 32,8 м$^{-1}$).

515. Рассматривая цуг света, представляющий собой суперпозицию двух гармонических волн cos(wt-kx) и cos(w_1t-k_1x), найти выражение для групповой скорости. (Ответ: U = (w_1 – w)/(k_1 – k).

516. Интенсивность монохроматической световой волны, падающей на стеклянную пластинку с показателем преломления n = 1,5, равна 300 лм/м^2. Определить интенсивность отраженной волны. Учитывать отражение от двух границ раздела. (Ответ: $I_{отр}$ = 23,06 лм/м^2)

517. Найти коэффициент отражения света при нормальном падении на поверхность воды (n = 1,33). (Ответ: δ = 0,04).

518. Определить коэффициенты отражения и пропускания при нормальном падении света из воды (n_1 = 1,33) на стекло (n_2 = 1,5). (Ответ: б = 0,0047; г = 0,9953).

519. Коэффициент поглощения монохроматического света длиной волны 600 нм для некоторой среды равен α_0 = 1,25 м$^{-1}$. Определить коэффициент поглощения этой среды для света с длиной волны 400 нм. (Ответ: α = 1,875 м$^{-1}$)

520. Найти максимальную скорость вынужденных колебаний оптического электрона под действием монохроматической волы λ = 550 нм, если амплитуда напряженности электрического поля E_0 = 700 В/м. (Ответ: $V_{мах}$ = = $\dfrac{e \cdot E_0 \cdot \lambda}{2\pi \cdot m \cdot C} = 3{,}59$ см/с)

521. На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 = 200 лм/м^2. Коэффициент поглощения стекла α = I,0 м$^{-1}$. Толщина пластины d = 5 см. Определить интенсивность света прошедшего через пластинку, если отражение отсутствует. (Ответ: I = 190,24 лм/м^2).

522. Монохроматический свет нормально падает на две сложенные вместе стеклянные пластинки толщиной соответственно X_1 = 1 см и X_2 = 1,5 см, имеющие коэффициенты поглощения α_1 = 1,5 м$^{-1}$ и α_2 = 1,8 м$^{-1}$ соответственно. Определить на какую долю уменьшится интенсивность прошедшего света за счет поглощения. (Ответ: на 4,1 %).

523. Монохроматический свет падает на две сложенные вместе стеклянные пластинки с показателями преломления n_1 = 1,5 и n_2 = 1,8. Определить на какую долю уменьшится интенсивность прошедшего света за счет отражения от пластин (многократное отражение не учитывать)? (Ответ: $\frac{\Delta I}{I_0} = 1 - (1-\delta_1)(1-\delta_2)(1-\delta_3) =$ 12,6 %).

524. Выразить групповую скорость $U = \frac{d\omega}{dk}$ через фазовую скорость V и dV/dλ. (Ответ: $U = V - \frac{dV}{d\lambda}$).

525. Интенсивность монохроматической волны прошедшей через прозрачную пластинку толщиной 10 см уменьшилась на 20 %. Определить коэффициент поглощения. (Ответ: α = 2,23 м$^{-1}$).

526. Во сколько раз коэффициент поглощения синего света ($\lambda_с$ = 460 нм) больше коэффициента поглощения красного света ($\lambda_к$ = 650 нм) для одного и того же вещества? (Ответ: в 1,41 раза).

527. Световой поток одновременно проходит через два поглощающих раствора сахара и одинаково ослабляется в них. Один раствор имеет толщину 2 см и концентрацию 10 %, второй раствор имеет толщину 5 см. Определить концентрацию второго раствора. (Ответ: 4 %).

528. При прохождении белого света через некоторую среду толщиной 1 см интенсивность синего света ($\lambda_с$ = 400 нм) оказалась равна интенсивности красного света ($\lambda_к$ = 600 нм). Определить константу поглощения данной среды, если в падающем потоке интенсивность синего света была в два раза больше интенсивности красного света. (Ответ: $\beta = 6{,}87 \cdot 10^{-6}$).

529. Для некоторой длины волны света диэлектрическая проницаемость среды равна 2,323. Чему равен показатель преломления среды для этой длины волны? (Ответ: n = 1,524).

530. Скорость света в некоторой среде равна $2{,}386 \cdot 10^8$ м/с. Определить относительную диэлектрическую постоянную среды. Значение относительной магнитной проницаемости среды принять равной μ = 1. (Ответ: ε = 1,581).

6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

6.1. Основные формулы и соотношения

Закон Брюстера:

$$tg i_Б = n, \tag{6. 1}$$

где $i_Б$ – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована: n – относительный показатель преломления сред.

При отражении естественного света от диэлектрического зеркала имеют место формулы Френеля:

$$I_{пер} = 0{,}5 \cdot I_o \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^2; \tag{6.2}$$

$$I_{пар} = 0{,}5 \cdot I_o \left(\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)}\right)^2, \tag{6.3}$$

где $I_{пер}$ и $I_{пар}$ – интенсивность световых волн, колебания в которых совершаются в направлении перпендикуляром и параллельном плоскости падения света; I_o – интенсивность падающего естественного света; i – угол падения; r – угол преломления.

Закон Малюса:

$$I = I_o \cos^2 \varphi, \tag{6.4}$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через поляризатор и анализатор; I_o – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через поляризатор; φ – угол между главными плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{пар} - I_{пер}}{I_{пар} + I_{пер}}, \tag{6.5}$$

где $I_{пар}$ и $I_{пер}$ – максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света пропускаемого анализатором.

Угол поворота плоскости поляризации оптически активным веществом определяется соотношениями:

– в твердых телах

$$\varphi = \alpha \cdot d, \tag{6.6}$$

где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденная светом в оптически активном веществе;

– в чистых жидкостях

$$\varphi = [\alpha] \cdot \rho \cdot d, \tag{6.7}$$

Где $[\alpha]$ – удельное вращение; ρ – плотность жидкости; d – длина столба жидкости;

– в растворах

$$\varphi = [\alpha] \cdot C \cdot d, \tag{6.8}$$

где C – концентрация раствора (масса оптически активного вещества в единице объема раствора).

6.2. Примеры решения задач

Задача 1. Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины луч составляет угол φ = 97° с падающим лучом (рис. 6.1). Определить показатель преломления **n** жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Дано:
n_2 = 1,5
φ = 1,5
n_2 = ?

Решение. Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения равен относительному показателю преломления $tg\phi_Б = n$, где n – относительный показатель преломления второй среды (стекло) относительно первой среды (жидкость). Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно:

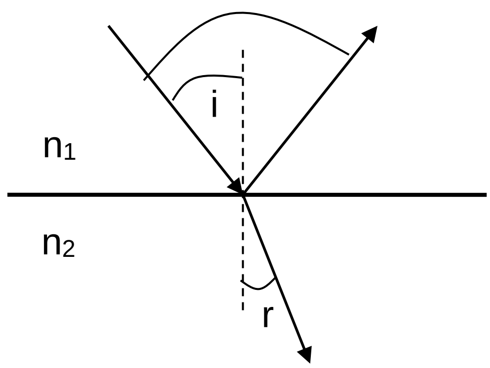

Рис. 6.1

$$tg\phi_Б = \frac{n_2}{n_1}.$$

Согласно условию задачи отраженный луч повернут на угол φ относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то $I = \frac{\varphi}{2}$ и, следовательно, $\frac{tg\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}$, откуда

$$n_1 = \frac{2n_2}{tg\varphi}.$$

Произведем вычисления $n_1 = \frac{3{,}0}{tg97^\circ} = \frac{3{,}0}{0{,}565} = 1{,}33.$

Задача 2. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между плоскостями колебаний составляет 60°. 1. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь N_1? 2. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5 %.

Дано:
$\alpha = 60°$
$K = 0{,}05$

$\frac{I_1}{I_2} = ?$; $\frac{I_2}{I_0} = ?$

Решение. 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рис. 6.2), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два луча: обыкновенный и необыкновенный. Оба луча одинаковы по интенсивности и линейно поляризованы. Плоскость колебаний для необыкновенного луча лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения).

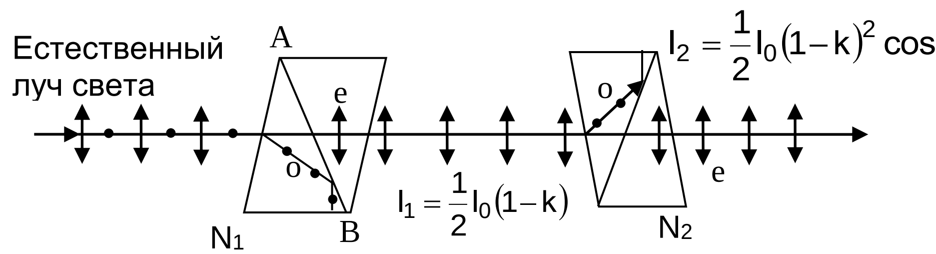

Рис. 6.2

Плоскость колебаний для обыкновенного луча перпендикулярна к плоскости чертежа. Обыкновенный луч О вследствие полного внутреннего отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею.

Необыкновенный луч е проходит через призму, уменьшая свою интенсивность на величину потери интенсивности, света в толще призмы.

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму N_1:

$$I_1 = 0{,}5 I_o (1-k),$$

где k – коэффициент потерь в николе; I_o – интенсивность естественного света, падающего на первый николь.

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность естественного света I_o на интенсивность поляризованного света I_1.

$$\frac{I_o}{I_1} = \frac{I_o}{0{,}5 \cdot I_o (1-k)} = \frac{2}{(1-k)} \quad . \qquad (6.9)$$

Подставив числовые значения, найдем:

$$\frac{I_o}{I_1} = \frac{2}{(1-0{,}05)} = 2{,}10\,.$$

Такими образом, интенсивность света при прохождении через николь N_1 уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный луч света интенсивности I_1 падает на второй николь N_2 и также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой, а интенсивность необыкновенного луча I_2, вышедшего из призмы N_2, определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2\varphi\,,$$

где φ – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2. Учитывая потери интенсивности во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1 \cdot (1-k) \cdot \cos^2\varphi\,.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_o естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей получим:

$$\frac{I_o}{I_2} = \frac{I_o}{I_1(1-k)\cdot\cos^2\varphi}\,,$$

заменив $\frac{I_o}{I_1}$ его выражением по формуле (6.9), получим:

$$\frac{I_o}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2\cdot\cos^2\varphi}\,.$$

Подставляя данные, произведем вычисления:

$$\frac{I_o}{I_2} = \frac{2}{(1-0{,}05)^2\cdot\cos^2 60^o} = 8{,}86\,.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раз.

Задача 3. Определить коэффициент отражения естественного света, падающего на стекло (n = 1,54) под углом полной поляризации. Найти степень поляризации лучей, прошедших в стекло. Поглощением света пренебречь.

Решение. Коэффициент отражения падающего света $K = \frac{I}{I_o}$, где $I = I_{пер} + I_{пар}$ – интенсивность поляризованного света; I_0 – интенсивность естественного света. Причем

$$I_{пер} = 0{,}5 \cdot I_o \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}; \qquad I_{пар} = 0{,}5 \cdot I_o \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}.$$

В нашем случае при падении под углом полной поляризации $tgi = n = 1{,}54$.
По тригонометрическим таблицам находим i = 57°.
Так как I + г = 90°, то угол преломления r = 33°. Тогда i – г = 24°.
Поэтому

$$I_{пер} = 0{,}5 \cdot I_o \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}; \qquad I_{пар} = 0{,}5 \cdot I_o \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)},$$

т. е. в отраженном свете при угле падения, равном углу полной поляризации, колебания происходят только в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При этом $K = I/I_o = (I_{пер} + I_{пар})/I_o = 0{,}083$, т. е. отражается от стекла 8,3 % энергии падающих естественных лучей. Это будут лучи с колебаниями, перпендикулярными плоскости падения. Следовательно, энергия колебаний, перпендикулярных плоскости падения и прошедших во вторую среду, будет составлять 41,7 % от общей энергии лучей, упавших на границу раздела, а энергия колебаний, лежащих в плоскости падения, 50 %. Степень поляризации лучей, прошедших во вторую среду, будет:

$$P = \frac{I_{пар} - I_{пер}}{I_{пар} + I_{пер}}; \qquad P = \frac{0{,}083}{0{,}917} = 0{,}091 = 9{,}1\%.$$

6.3. Задачи для самостоятельного решения

601. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом 54°. Определить угол преломления пучка, если отраженный пучок полностью поляризован. (Ответ: 36°).

602. На какой угловой высоте над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован? (Ответ: 37°).

603. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения отраженный свет полностью поляризован? (Ответ: 61°12′).

604. Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57°. Определить скорость света в этом кристалле. (Ответ: $V = 1{,}94 \cdot 10^6$ м/с).

605. Предельный угол полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43°. Определить угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости. (Ответ: 55°45′).

606. Пучок естественного света падает на полированную поверхность

стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол 97° с падающим пучком. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован. (Ответ: n = 1,33).

607. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным пучками. (Ответ: 178°26′) .

608 Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом 42°37′. Найти: а) показатель преломления жидкости; б) под каким углом должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

(Ответ: а) n = 1,63; б) 66°56′).

609. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол равный 40°. Принимая, что коэффициент поглощения каждого николя равен 15 %. Найти, во сколько раз пучок света выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь? (Ответ: в 4,72 раза).

610. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения отраженный пучок света максимально поляризован? (Ответ: 45°30′).

611. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза? Поглощением света пренебречь. (Ответ: 45°).

612. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен α. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8 % падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол α. (Ответ: α = 62°32′).

613. Угол между плоскостями пропускания поляроидов равен 50°. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 8 раз. Пренебрегая потерями света при отражении, определить коэффициент поглощения света в поляроидах. (Ответ: k = 0,222).

614. Угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45°. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60°? (Ответ: в 2 раза)

615. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол 30°, если в каждом из николей в отдельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света? (Ответ: в 3,3 раза).

616. Анализатор в два раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора. Определить угол между плоскостями про-

пускания поляризатора и анализатора. (Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь). (Ответ: φ = 45°).

617. Пластинку кварца толщиной 2 мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол 53°. Какой наименьшей толщины следует взять пластинку, чтобы интенсивность вышедшего из этой системы света была минимальной? (Ответ: d = $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ м).

618. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине кварцевой пластинки поле зрения будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца равна 27 гр/мм. (Ответ: d = $3{,}33 \cdot 10^{-3}$ м).

619. При прохождении света через трубку длиной 20 см, заполненную раствором сахара концентрацией 10 %, плоскость поляризации света повернулась на угол 13,3°. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной 15 см плоскость поляризации повернулась на угол 5,2°. Определить концентрацию второго раствора. (Ответ: С = 5,2 %).

620. Никотин (чистая жидкость), содержащийся в стеклянной трубке длиной 8 см, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол 137°. Плотность никотина $1{,}01 \cdot 10^{3}$ кг/м. Определить удельное вращение никотина. (Ответ: α = 169 гр·см^3/дм·г).

621. Раствор глюкозы с массовой концентрацией 280 кг/м^3, содержащийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол 32°. Определить массовую концентрацию глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол 24°. (Ответ: С = 0,21 г/см^3).

622. Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через трубку с раствором сахара равен 40°. Длина трубки 15 см, удельное вращение сахара равно $1{,}17 \cdot 10^{-2}$ рад м^3/м кг. Определить плотность раствора. (Ответ: ρ = 0,4 г/см^3).

623. Отраженный свет максимально поляризован, когда угол преломления равен 38°. Найти показатель преломления вещества. (Ответ: n = 1,28).

624. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения через призму Николя, если на призму падает неполяризованный свет, потери света при прохождении сквозь призму составляют 12 %? (Ответ: в 2,27 раза).

625. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность плоскополяризованного света после прохождения сквозь анализатор, если угол между плоскостями поляризации света и анализатора равен 45°, а потери света при прохождении через анализатор составляют 10 %? (Ответ: в 2,22 раза).

626. Раствор сахара концентрации 0,1 г/см^3, налитый в сахарометр, вращает плоскость поляризации света на 10°. Определить концентрацию

раствора сахара, вращающего плоскость поляризации света в тех же условиях на 2,5°. (Ответ: С = 0,025 г/см^3).

627. В частично поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в 2 раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации света. (Ответ: Р = 0,33).

628. Степень поляризации частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемая через анализатор от минимальной? (Ответ: в 3 раза).

629. Луч естественного света проходит сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку (n = 1,54), падая на нее под углом полной поляризации. Найти степень поляризации света, прошедшего через пластину. (Ответ: P_1 = 18,9 %).

630. Определить коэффициент отражения и степень поляризации отраженных лучей при падении естественного света на стекло (n = 1,5) под углом 45°. (Ответ: σ = 5,06 %; Р = 83 %).

7. ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ И СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

7.1. Основные формулы и соотношения

В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета. K(x,y,z) – неподвижная система координат, K′(x′,y′,z′) – система координат, движущаяся относительно системы K со скоростью V вдоль общей оси OX–O′X′. Координатные оси OY–Y′X′ и OZ–Z′X′ сонаправлены.

Если в начальный момент времени $t_0 = t'_0 = 0$ системы K и K′ совпадали, то координаты и время материальной точки в системе K′ определяются прямыми преобразованиями Лоренца:

$$x' = \frac{x - V \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z;$$

$$t' = \frac{\left(t - \frac{V \cdot x}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (7.1)$$

где c – скорость света в вакууме.

Координаты этой же точки в системе $K - x, y, z, t$ определяются через ее координаты в системе K′ обратными преобразованиями Лоренца:

$$x' = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}; \quad y = y', \quad z = z',$$

$$t = \frac{\left(t' + \dfrac{V \cdot x'}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}. \qquad (7.2)$$

Длина стержня L, параллельного оси OX и движущегося в ее направлении со скоростью V, задается формулой лоренцева сокращения:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \qquad (7.3)$$

где L_0 – длина покоящегося стрежня.

Интервал времени Δt_0 между двумя событиями, происходящими в одной точке, измеренный движущимися со скоростью V часами, связан интервалом времени Δt, показанным покоящимися часами, формулой замедления времени:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}, \qquad (7.4)$$

где c – скорость распространения света в вакууме.

Если в системе K′ материальная точка движется со скоростью U', то соответствующие проекции этой скорости в системе K определяются формулами:

$$U_x = \frac{U'_x + V}{1 + \dfrac{V \cdot U'_x}{c^2}}; \quad U_y = \frac{U'_y \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V \cdot U'_x}{c^2}}; \quad U_y = \frac{U'_z \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V \cdot U'_x}{c^2}}, \qquad (7.5)$$

где V – скорость движения системы K′.

Релятивистская масса частицы, движущейся со скоростью V:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \tag{7.6}$$

где m_0 – масса покоящейся частицы.

Импульс частицы, движущейся со скоростью V:

$$p = m \cdot V = \frac{m_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \tag{7.7}$$

Полная энергия тела:

$$E = m \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 + T = E_0 + T, \tag{7.8}$$

где T – кинетическая энергия тела; E_0 – энергия покоя тела.

Полная энергия и импульс тела связаны формулой:

$$E^2 = p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4. \tag{7.9}$$

Вследствие движения наблюдателя относительно источника света со скоростью V в направлении, перпендикулярном направлению луча, происходит аберрация света, заключающаяся в изменении направления луча на угол α, определяемый из условия

$$\sin\alpha = \frac{V}{c}. \tag{7.10}$$

При относительном движении источника света со скоростью V, имеющего частоту света ν_0, наблюдатель определит эту частоту другой (эффект Доплера) по формуле

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{V}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{V}{c}}}, \quad \text{если } \theta = 0; \qquad \nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c}\cos\theta}, \tag{7.11}$$

где θ – угол между вектором V и направлением на источник в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

Если заряженная частица движется в веществе со скоростью $V > \frac{c}{n}$ (больше скорости света в веществе), то она излучает (излучение Вавилова-Черенкова). Максимум излучения наблюдается под углом δ от вектора скорости частицы:

$$\cos\delta = \frac{c}{(n \cdot V)}, \tag{7.12}$$

где n – абсолютный показатель преломления света в веществе.

7.2. Примеры решения задач

Задача 1. Космический корабль движется со скоростью V = 0,8 с (где во всех задачах с – скорость света в вакууме) к Земле. Какое расстояние S пройдет корабль в системе отсчета, связанной с Землей (система К), за интервал времени Δt = 1 с, отсчитанный по часам, находящимся в космическом корабле (система К′)? На какое расстояние S приблизится к кораблю Земля за это время?

Решение. Расстояние S, пройденное космическим кораблем в системе К: $S = V \cdot \Delta t$ (Δt – интервал времени в системе К), которая движется относительно системы К′. Выразив его по формуле (7.4), получаем расстояние S, пройденное Землей в системе К:

$$S = \frac{V \cdot \Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - (0{,}8)^2}} = 4 \cdot 10^8 \text{ (м)}.$$

Задача 2. Какую работу должен совершить ускоритель, чтобы скорость сближения двух электронов составляла 0,999 с? Задачу решить для случаев: 1) один электрон неподвижен; 2) два электрона движутся навстречу друг другу с одинаковой скоростью.

Решение. Скорость сближения есть скорость движения второго электрона относительно первого, т. е. в системе отсчета К′: принимаем $U' = U'_x$, тогда $U'_y = U'_z = 0$.

1. Скорость первого электрона, с которым связана система К′, $V = 0$.

Тогда $U' = U'_x = U_x$, поскольку система К′ неподвижна (совпадает с системой К). Работа А ускорителя затрачивается на сообщение электрону 2 (рис. 7.1) кинетической энергии Т, соответствующей скорости $U_x = U'$. В соответствии с формулой (7.8) полная энергия:

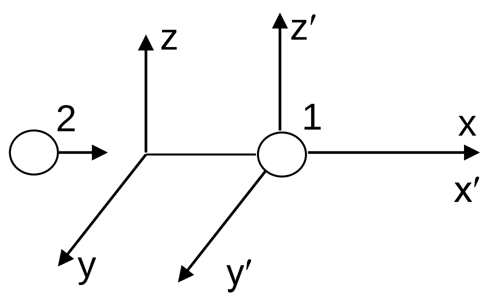

Рис. 7.1. Электроны движущиеся в системах координат

$$E = m \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 + T.$$

Откуда, используя формулу (7.6), получим:

$$A = T = (m - m_0)\,c^2 = \frac{m_0\ c^2}{\sqrt{1 - \frac{U_x^2}{c^2}}} - 1 =$$

$$= \frac{9{,}11 \cdot 10^{31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{\sqrt{1 \cdot (0{,}999)^2}}\ 1 = 21{,}4 \cdot 10^{13}\ \text{Дж} = 17{,}5\ \text{Мэв}.$$

2. Скорость второго электрона, с которым связана система К′, $V = -U_x$. Тогда по формуле (7.5) скорость второго электрона в системе К, U_x выразится через скорость его движения U'_x в системе К и скорость движения системы К′ следующим образом:

$$U_x = \frac{U'_x + V}{1 - \frac{V \cdot U'_x}{c^2}} = \frac{U'_x - U_x}{1 - \frac{U'_x \cdot U_x}{c^2}},$$

откуда:

$$U_x = \frac{c^2}{U_x} \pm \sqrt{\frac{c^4}{(U'_x)^2} - c^2},$$

где знак (+) перед радикалом противоречит теории относительности, поскольку при $U'_x \to 0$, $U_x \to \infty$.

Работа ускорителей затрачивается на ускорение второго электрона до скорости U_x и первого электрона до скорости $V = -U_x$. Тогда в соответствии с формулами (7.6) и (7.8):

$$A_1 = 2 \cdot T = \frac{m_0\ c^2}{\sqrt{1 \frac{U_x^2}{c^2}}}\ 1 = 2\, m_0\ c^2 \left[\left(1 \frac{c^2}{U'_x} \frac{\sqrt{\frac{c^4}{U'^{\,2}_x}}\ c^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} 1 \right] = 3{,}96 \cdot 10^{13}\,\text{Дж} = 2{,}46\ \text{Мэв}.$$

Как видно, второй случай ускорения электронов ускорителем на встречных пучках более выгоден, так как требует меньших затрат энергии.

Задача 3. Используя прямое преобразование Лоренца, получить формулы проекций скорости тела в подвижной системе отсчета К′?

Решение. По определению скорости имеем:

$$U'_x = \frac{dx'}{dt'}; \qquad U'_y = \frac{dy'}{dt'}; \qquad U'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

В соответствии с формулами (7.1) имеем:

$$dx' = \frac{dx - V\cdot dt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \quad dy' = dy; \quad dz' = dz; \quad dt' = \frac{dt - V\cdot\frac{dx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}.$$

После подстановки дифференциалов в предыдущие выражения получим:

$$U'_x = \frac{dx - V\cdot dt}{dt - \frac{V\cdot dx}{c^2}} = \frac{\frac{dx}{dt} - V}{1-\frac{V}{c^2}\cdot\frac{dx}{dt}} = \frac{U_x - V}{1-\frac{V\cdot U_x}{c^2}};$$

$$U'_y = \frac{\frac{dy}{dx - \frac{V\cdot dx}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V}{c^2}\cdot\frac{dx}{dt}} = \frac{U_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V\cdot U_x}{c^2}},$$

аналогично

$$U'_z = \frac{U_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V\cdot U_x}{c^2}}.$$

Знак перед скоростью V с переходом в систему К меняется на противоположный формулам (7.5), поскольку V есть скорость движения системы К′ относительно системы К $V = V_x$. Скорость же движения системы К относительно системы К′ $V'_x = -V$.

Задача 4. Определить массу, импульс и энергию фотона, частота которого равна ν.

Решение. Энергия фотона $E_0 = h\cdot\nu$. По формуле (7.8) масса фотона равна:

$$m = \frac{E_ф}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; \qquad p = m\cdot c = \frac{E_ф}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Задача 5. Свет частотой $\nu_0 = 6\cdot 10^{14}$ Гц направлен от звезды к планете, движущейся перпендикулярно лучу света со скоростью 60 км/с. Определить угол отклонения луча от перпендикуляра в системе отсчета, связанной с планетой, и наблюдаемую с планеты частоту света. Показать, что скорость света относительно планеты равна по величине скорости света относительно звезды.

Решение. Величину абберации α определим по формуле (7.10) $\sin\alpha = \dfrac{V}{c} \approx \alpha$, так как угол $\alpha << 1$.

$$\sin\alpha = \frac{6 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 41{,}3''.$$

Наблюдаемая на планете частота света определится по формуле (7.11), в которой необходимо положить угол между векторами скорости света и скорости планеты $\theta = 90^\circ$. Тогда:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = 6 \cdot 10^{14} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-8}} = 599999988 \cdot 10^6 \text{ (Гц)}.$$

Расположим координатные оси так, чтобы в системе координат К, связанной со звездой, ось OY совпала с направлением распространения света, а ось OX совпала с направлением скорости планеты. Координатная система К′ связана с планетой. Тогда в системе К: $U_x = 0; U_y = c; U = 0$. Воспользуемся формулами задачи 3 и получим:

$$U = \frac{c - V}{1 - \dfrac{V}{c}} = c.$$

Задача 6. Определить наименьшую скорость частицы, чтобы в среде с показателем преломления $n = 2,4$ возникло излучение Вавилова-Черенкова. Найти угол максимального излучения θ при скорости $V = V_{min}$.

Решение. Наименьшую скорость найдем из определения излучения Вавилова-Черенкова:

$$V_{min} = \frac{c}{n},$$

откуда

$$V_{min} = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}4} = 1{,}25 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Угол направления максимального излучения определим по формуле (7.12):

$$\cos\theta = \frac{c}{n \cdot V} = \frac{c}{2 \cdot n \cdot V_{min}} = \frac{c}{2 \cdot c} = 0{,}5; \quad \theta = 60^\circ.$$

7.3. Задачи для самостоятельного решения

701. При какой скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составит η = 25 %? (Ответ: $\upsilon = 1{,}98 \cdot 10^8$ м/с).

702. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $\upsilon = 6$ с. Во сколько раз замедлится ход часов в ракете с точки зрения земного наблюдателя? (Ответ: в 1,25 раз.)

703. Собственное время жизни мю-мезона $\tau_0 = 2$ мкс. От точки рождения до точки отсчета в лабораторной системе отсчета мю-мезон пролетел расстояние $\ell = 6$ км. С какой скоростью двигался мю-мезон? (Ответ: $\upsilon = 2{,}98 \cdot 10^8$ м/с).

704. Во сколько раз изменится плотность тела при его движении со скоростью, равной 0,8 от скорости света? $\upsilon = 0{,}8$ с. (Ответ: Возрастет в 2,8 раз).

705. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, оказалось равным $k = 0{,}88 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Найти релятивистскую массу электрона и его скорость. (Ответ: $m = 18{,}2 \cdot 10^{-31}$ кг; $\upsilon = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с).

706. Полная энергия тела возросла на 1 Дж. На сколько при этом изменилась масса тела? (Ответ: $\Delta m = 1{,}11 \cdot 10^{-17}$ кг).

707. С единицы площади поверхности Солнца ежесекундно испускается энергия $W = 74$ МДж/(м^{2}с). На сколько уменьшится масса Солнца за год? (Ответ: $\Delta m \cong 1{,}6 \cdot 10^{17}$ кг).

708. Объем воды в Мировом океане $V \approx 1{,}3 \cdot 10^9$ км^3. На сколько возрастет масса воды в Океане, если температура воды повысится на $\Delta t = 1\ ^\circ C$? Плотность воды в Океане $\rho = 1{,}03 \cdot 10^3$ кг/м^3. (Ответ: $\Delta m = 0{,}62 \cdot 10^8$ кг).

709. Найти скорость частицы, если ее полная энергия в $n = 10$ раз больше энергии покоя. (Ответ: $\upsilon = 2{,}98 \cdot 10^8$ м/с).

710. Максимальная скорость движения электронов в катодной трубке равна 0,04 от скорости света. Найти разность потенциалов между электродами. (Ответ: $U = 512$ В).

711. Электрон, кинетическая энергия которого $E_k = 1{,}5$ Мэв движется в однородном магнитном поле по окружности. Индукция магнитного поля $B = 0{,}02$ Тл. Найти период его вращения. Энергия покоя электрона $E_0 = 0{,}5$ Мэв. (Ответ: $T = 7{,}1 \cdot 10^{-9}$ с)

712. Определить кинетическую энергию релятивистской частицы, если ее импульс $p = m_0 c$, где m_0 – масса покоя частицы. (Ответ: $E_k = 0{,}41 \cdot m_0 c^2$).

713. Найти скорость, при которой релятивистский импульс частицы в $n = 2$ раза превышает ее импульс, определяемый в классической механи-

ке. (Ответ: $\upsilon = 2{,}598 \cdot 10^8$ м/с).

714. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза? (Ответ: $U = 9{,}39 \cdot 10^8$ В).

715. Ионизированный атом, вылетев из ускорителя со скоростью $\upsilon = 0{,}8$ с, испустил фотон в направлении своего движения. Найти скорость фотона относительно ускорителя. (Ответ: $\upsilon = c$).

716. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость υ = 0,4 с. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β-частицу со скоростью υ = 0,75 с относительно ускорителя. Найти скорость частицы относительно ядра. (Ответ: υ = 0,5 с).

717. При наблюдении спектральной линии λ = 0,59 мкм в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили различие в длинах волн на $\delta\lambda = 0{,}080$ Å. Найти период обращения Солнца. Ответ дать в днях. (Ответ: $T \cong 25$ дней).

718. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $\upsilon_1 = 0{,}50$ с и $\upsilon_2 = 0{,}75$ с. Найти их относительную скорость. (Ответ: $\upsilon = 0{,}91$ с).

719. Две ракеты движутся навстречу друг другу с равными скоростями $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \dfrac{3}{4}$ с по отношению к неподвижному наблюдателю. Найти скорость сближения ракет по классической и релятивистской формулам сложения скоростей. (Ответ: $u_{кл} = 1{,}5$ с; $u_{рел} = 0{,}96$ с).

720. Найти скорость фотона, испущенного звездой, движущейся к Земле со скоростью υ. (Ответ: скорость приближения фотона к Земле равна с).

721. Электрон вызывает свечение Вавилова-Черенкова попадая в воду (n = 1,33). под каким наименьшим углом будет это свечение, если такой же электрон попадет в стекло (n = 1,5)? (Ответ: $\theta = 27°30'$).

722. На стекло падают протоны со скоростью $\upsilon = 2{,}8 \cdot 10^8$ м/с. Показатель преломления стекла n = 1,5. Найти угол максимального излучения Вавилова-Черенкова. (Ответ: $\theta = 45°$).

723. Свет частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц от источника направляется перпендикулярно на зеркало, движущееся параллельно лучу со скоростью 900 км/ч и отражается. На сколько (и как: уменьшится или увеличится) изменится частота отраженного света, если зеркало удаляется от источника? (Ответ: $\Delta\nu = -83{,}2 \cdot 10^7$ Гц – уменьшится).

724. Свет частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц от источника направляется перпендикулярно на зеркало, движущееся параллельно лучу со скоростью 900 км/ч и отражается. На сколько и как изменится частота отраженного света, если зеркало приближается к источнику? (Ответ: увеличится на $\Delta\nu = 83{,}2 \cdot 10^7$ Гц).

725. Каким наименьшим напряжением необходимо ускорить электроны, чтобы в стекле с показателем преломления $n = 1{,}5$ они вызвали свечение Вавилова-Черенкова при $\theta = 0^\circ$? (Ответ: $U = 1{,}5$ кВ).

726. Сигнал частотой $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц принимается от неподвижного источника света приемником, приближающимся к источнику со скоростью $\upsilon = 720$ км/ч. Найти на сколько Гц частота принимаемого сигнала отличается от частоты посылаемого сигнала? (Ответ: $\Delta\nu = 4 \cdot 10^{8}$ Гц (увеличивается).)

727. Какой должна быть кинетическая энергия частицы с массой покоя m_o, чтобы ее собственное время стало в k раз меньше лабораторного? Произвести расчет для протона, если $k = 5$. (Ответ: $E_k = m_o c^2 (k-1)$; $E_k = 0{,}6$ нДж).

728. Какой должна быть кинетическая энергия частицы, чтобы ее продольный размер стал в k раз меньше поперечного? (Ответ: $E_k = m_o c^2 (k-1)$).

729. Выразить в мегаэлектронвольтах энергии покоя электрона и протона. (Ответ: $E_{oe} = 0{,}51$ МэВ; $E_{op} = 939$ МэВ.)

730. Определить импульс протона масса которого равна массе покоя гелия (He^4). Какую ускоряющую разность потенциалов должен был пройти протон, чтобы приобрести этот импульс? (Ответ: $p \cong 19{,}4 \cdot 10^{-19}$ кг $\cdot$ м/с; $U = 2{,}82 \cdot 10^{9}$ В).

8. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

8.1. Основные формулы и соотношения

Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = A + T_{max}, \qquad (8.1)$$

где ε – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона из металла; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов. В случае, если энергия фотона много больше работы выхода ($h\nu >> A$), $h\nu = T_{max}$.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов:

– нерелятивистский случай, если $T << 0{,}51$ МэВ, то

$$T_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2}; \qquad (8.2)$$

– релятивистский случай, если $T \geq 0{,}51$ МэВ

$$T_{max} = (m - m_0) \cdot c^2 \text{ или } T_{max} = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right), \tag{8.3}$$

где m – масса релятивистского электрона; m_0 – масса покоящегося электрона; c – скорость света в вакууме; v – скорость движения электрона.

Красная граница фотоэффекта:

$$\lambda_к = \frac{hc}{A} \quad \text{или} \quad \nu_к = \frac{A}{h}, \tag{8.4}$$

где $\lambda_к$ – максимальная длина волны излучения ($\nu_к$ – соответственно минимальная частота), при которой еще возможен фотоэффект.

Давление света при нормальном падении:

$$P = E\,\frac{(1+\rho)}{c} \quad \text{или } P = \omega\,(1+\rho), \tag{8.5}$$

где c – скорость света в вакууме; E – освещенность поверхности; ω – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения.

Масса фотона:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \tag{8.6}$$

Импульс фотона:

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}. \tag{8.7}$$

Эффект Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = 2\,\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{8.8}$$

где m – масса электрона отдачи; λ и λ' – длины волн падающего и рассеянного фотонов.

8.2. Примеры решения задач

Задача 1. Красная граница фотоэффекта для цезия $\lambda = 653$ нм. Определить скорость фотоэлектронов при облучении цезия фиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 400$ нм.

Решение. Скорость фотоэлектронов найдем из уравнения для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T = \frac{hc}{\lambda} + \frac{mv^2}{2},$$

где ε – энергия фотона; A – работа выхода; T – кинетическая энергия фотоэлектронов.

Работа выхода равна энергии фотона с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта:

$$A = \frac{hc}{\lambda_К}.$$

Так как энергия фотонов видимой части спектра очень мала по сравнению с энергией покоя электрона, то кинетическую энергию можно выразить формулой классической механики:

$$T = \frac{mv^2}{2},$$

тогда получаем:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_к} + \frac{mv^2}{2}$$

или

$$v = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_к - \lambda)}{m\lambda_к\lambda}}.$$

Произведем проверку размерности и вычислим:

$$[V] = [Дж \cdot с \cdot м \cdot с^{-1} \cdot м/(кг \cdot м \cdot м)]^{-1/2} = [нм/кг]^{-1/2} = [кг \cdot м \cdot с^{-2} \cdot м/кг]^{-1/2} = [м/с];$$

$$v = \sqrt{\frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (6{,}53 - 4) \cdot 10^{-7}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 6{,}53 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}} = 6{,}5 \cdot 10^5 \text{ (м/с)}.$$

Задача 2. Параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на зачерненную поверхность, оказывая давление 10^{-5} н/м^2. Определить: 1) концентрацию фотонов в потоке света; 2) число фотонов, падающих на единицу площади в единицу времени.

Решение. 1. Концентрация фотонов в потоке может быть определена как частное от деления объемной плотности энергии на энергию одного фотона:

$$n_0 = \frac{\omega}{\varepsilon};$$

$$\omega = \frac{P}{(1+\rho)},$$

где ρ – коэффициент отражения; ε – энергия одного фотона.

Подставив выражение ω в формулу для концентрации n_0, получим:

$$n_0 = \frac{P}{(1+\rho)\varepsilon} = \frac{P\lambda}{(1+\rho)hc}.$$

Для зачерненной поверхности коэффициент отражения равен нулю.

Проверим размерность и вычислим концентрацию фотонов:

$$[n_0] = [(н\cdot м\cdot с)/(м^2\cdot Дж\cdot с\cdot м)] = [н/(м^2\cdot н\cdot м)] = [м^{-3}];$$

$$n_0 = \frac{10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 6{,}625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2{,}5 \cdot 10^{13}\ (м^{-3}).$$

2. Число фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади, определим, если разделим энергетическую освещенность (энергию, падающую в единицу времени на единицу площади) на энергию одного фотона:

$$n = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{E\lambda}{hc}.$$

Энергетическая освещенность равна объемной плотности энергии, умноженной на скорость распространения света в вакууме:

$$E = \omega c = \frac{Pc}{(1+\rho)}.$$

После подстановок получаем:

$$n = n_0 c.$$

Проверим размерность и вычислим число фотонов:

$$[n] = [м^{-3}\cdot м\cdot с^{-1}] = [м^{-2}\cdot с^{-1}];$$

$$n = 2{,}5 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^8 = 7{,}5 \cdot 10^{21}\ (м^{-2}\cdot с^{-1}).$$

Задача 3. Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежительно малы, определить: 1) энергию рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию электрона отдачи; 3) направление движения электрона отдачи.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right).$$

Выразив длины волн через энергии соответствующих фотонов по формуле $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, получим выражение:

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta).$$

Разделив обе части этого равенства на hc, получим:

$$\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{(1 - \cos\theta)}{m_0 c^2}.$$

Обозначив для краткости энергию покоя электрона $m_0 c^2 = E_0$, найдем

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon E_0}{E_0 + \varepsilon(1 - \cos\theta)}.$$

Проверим размерность и вычислим:

$$[\varepsilon'] = [\text{Дж}^2/\text{Дж}] = [\text{Дж}];$$

$$\varepsilon' = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}51}{0{,}51 + 0{,}75(1 - \cos 60^\circ)} = 0{,}43 \text{ МэВ}.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией падающего фотона и энергией рассеянного фотона:

$$T_e = \varepsilon - \varepsilon' = 0{,}32 \text{ МэВ}.$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона и электрона отдачи:

$$p_ф = p'_ф + mv.$$

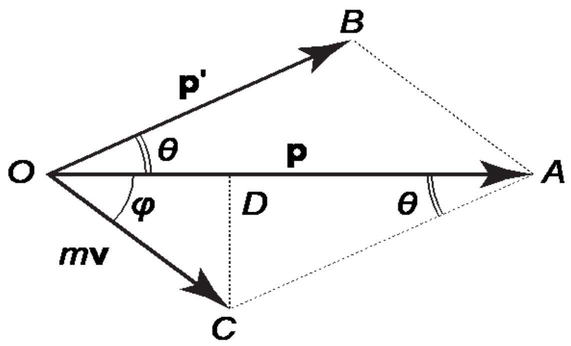

Рис. 8.1

Векторная диаграмма импульсов изображена на рис. 8.1. Все векторы проведены из точки 0, где находится электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника OCD находим:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{CD}{OD}$$

или

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{p'_ф \cdot \sin\theta}{p_ф - p'_ф \cdot \cos\theta},$$

так как $p_ф = \frac{\varepsilon}{c}$ и $p'_ф = \frac{\varepsilon'}{c}$, то $\mathrm{tg}\varphi = \frac{\varepsilon' \sin\theta}{\varepsilon - \varepsilon' \cos\theta}$.

Произведем вычисления:

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{0{,}43 \sin 60^\circ}{0{,}75 - 0{,}43 \cos 60^\circ} = 0{,}701; \quad \varphi = 35^\circ.$$

8.3. Задачи для самостоятельного решения

801. Определить работу выхода электрона из натрия, если красная граница фотоэффекта λ = 500 нм. (Ответ: А = 2,48 эВ).

802. Фотоны с энергией ε = 5 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода А = 4,7 эВ. Определить максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона. (Ответ: $p = 2{,}96 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с).

803. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта λ = 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна 1 эВ? (Ответ: $\frac{A}{\varepsilon} = 0{,}8$).

804. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны 310 нм. Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов не менее 1,7 В. Определить работу выхода электрона. (Ответ: А = 2,3 эВ).

805. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновых пластин, нужно приложить задерживающую разность потенциалов 3,7 В. Если платиновую пластину заменить другой

пластиной, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу выхода электронов. (Ответ: $A = 6{,}42 \cdot 10^{-19}$ Дж).

806. На цинковую пластинку падает свет с длиной волны 220 нм. Определить максимальную скорость электронов. (Ответ: $v_{max} = 7{,}5 \cdot 10^{5}$ м/с).

807. Определить длину волны света, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости электронов, равной 10 Мм/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь. (Ответ: $\lambda = 4{,}32 \cdot 10^{-9}$ м).

808. Определить максимальную скорость электронов, вырываемых с поверхности цинка γ-лучами с длиной волны 0,1 нм. (Ответ: $v_{max} = 2{,}85 \cdot 10^{8}$ м/с).

809. Определить максимальную скорость электронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовым излучением с энергией 8 эВ. (Ответ: $v_{max} = 1{,}1 \cdot 10^{6}$ м/с).

810. Максимальная скорость электронов, вылетающих из металла при облучении его γ-фотонами, равна 2,91 Мм/с. Определить энергию фотонов. (Ответ: ε = 1,58 МэВ).

811. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_к$ = 275нм. Найти работу выхода электронов из металла, максимальную скорость электронов, выбитых из металла светом с длиной волны $\lambda = 180$ нм, и максимальную энергию электронов. (Ответ: A = 4,5 эВ, $v_{max} = 9{,}3 \cdot 10^{5}$ м/с, $T_{max} = 3{,}94 \cdot 10^{-19}$ Дж).

812. Найти частоту света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов 3 В. Фотоэффект начинается при частоте света $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти работу выхода электронов из металла. (Ответ: $\nu = 1{,}32 \cdot 10^{15}$ Гц; A = 2,48 эВ).

813. Найти задерживающую разность потенциалов для электронов, вырываемых при освещении калия светом с длиной волны 330 нм. (Ответ: U = 1,75 В).

814. Найти постоянную Планка, если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $\nu = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ Гц полностью задерживаются разностью потенциалов 6,6 В, а вырываемые светом с частотой $\nu = 4{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц – разностью потенциалов 16,5 В. (Ответ: $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

815. Фотоны с энергией 4,9 эВ вырывают электроны из металла с работой выхода 4,5 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона. (Ответ: $p = 3{,}42 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с).

816. Определить давление солнечного излучения на зачерненную пластинку, расположенную перпендикулярно к солнечным лучам и находящуюся вне земной атмосферы на среднем расстоянии Земли от Солнца. Солнечная постоянная равна 1,4 кДж/м^2·с. (Ответ: $P = 4{,}67 \cdot 10^{-6}$ н/м^2).

817. Давление монохроматического света на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,15 мкПа. Определить длину волны излучения, если за одну секунду на поверхность площадью 40 см^2 падает $4{,}52 \cdot 10^{17}$ фотонов. (Ответ: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м).

818. Пучок монохроматического света падает нормально на зеркальную поверхность. Поток энергии F_E = 0,6 Вт. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью. (Ответ: F = 4 нН).

819. Рентгеновское излучение длиной волны 55,8 пм рассеивается графитом. Определить длину волны рассеянного света под углом 60° к направлению падающего пучка света. (Ответ: $\lambda = 57 \cdot 10^{-12}$ м).

820. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии: 1) на свободных электронах; 2) на свободных протонах. (Ответ: $\Delta\lambda_1 = 4{,}85 \cdot 10^{-12}$ м, $\Delta\lambda_2 = 2{,}64 \cdot 10^{-15}$ м).

821. Определить угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии равно 3,62 пм. (Ответ: θ = 120° или 240°).

822. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол θ = 90°. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon' = 4$ МэВ. Определить энергию фотона ε до рассеяния. (Ответ: ε = 1,84 МэВ).

823. Определить длину волны лучей, кванты которых имеют такую же энергию, что и электрон, пролетевший разность потенциалов 4,1 В. (Ответ: λ = 0,3 мкм).

824. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол 180°? Энергия ε фотона до рассеяния равна 0,255 МэВ. (Ответ: $\frac{T_e}{\varepsilon} = 0{,}5$).

825. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния. (Ответ: θ = 60° или 300°).

826. Рентгеновские лучи с длиной волны λ = 70,8 пм испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны λ' рентгеновских лучей, рассеянных в направлениях: 1) $\theta = \frac{\pi}{2}$; 2) $\theta = \pi$. (Ответ: $\lambda'_1 = 73{,}22 \cdot 10^{-12}$ м, $\lambda'_2 = 75{,}65 \cdot 10^{-12}$ м).

827. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 640$ нм? (Ответ: $v = 1140$ м/с).

828. Длина волны фотона равна 2,436 пм. Определить энергию и импульс фотона. (Ответ: $\varepsilon = 8{,}16 \cdot 10^{-14}$ Дж; $p = 2{,}7 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с).

829. Энергия падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фо-

тон; долю энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния равен: 1) 60°; 2) 90°; 3) 180°. (Ответ: 1) $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = 0{,}67; \frac{T_e}{\varepsilon} = 0{,}33$; 2) $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{T_e}{\varepsilon} = 0{,}5$; 3) $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = 0{,}33; \frac{T_e}{\varepsilon} = 0{,}67$).

830. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов $U = 8$ В. (Ответ: $\lambda = 434$ пм).

9. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

9.1. Основные формулы и соотношения

Энергетическая светимость $R_э$ тела измеряется потоком излучения Ф, (средней мощности излучения за время, значительно большее периода световых колебаний), испускаемым единицей площади светящейся поверхности:

$$R_э = \frac{\Phi_э}{S} = \frac{1}{S} \cdot \frac{dW_э}{dt}, \qquad (9.1)$$

где $dW_э$ – энергия, излучаемая поверхностью S за время dt.

Спектральная плотность энергетической светимости $r_{\nu,T}$, характеризующая распределение энергии в спектре излучения тела по частотам, определяется соотношением:

$$r_{\nu,T} = \frac{dR_э}{d\nu}; \quad R = \int_0^\infty r_{\nu,T} \cdot d\nu, \qquad (9.2)$$

где $dR_э$ – энергетическая светимость, приходящаяся на интервал частот от ν до $\nu + d\nu$.

Закон Кирхгофа. Отношение спектральной плотности энергетической светимости любого тела к его коэффициенту поглощения, есть величина постоянная и численно равна спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = \varepsilon_{\nu,T}, \qquad (9.3)$$

где $a_{\nu,T}$ – монохроматический коэффициент поглощения, показывающий какая часть падающего потока излучения на поверхность тела поглощается им; $\varepsilon_{\nu,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела.

Закон Стефана-Больцмана. Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$R_э = \sigma \cdot T^4, \tag{9.4}$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2 \cdot$ К^4 – постоянная Стефана-Больцмана.

Законы Вина

Произведение термодинамической температуры абсолютно черного тела на длину волны, при которой спектральная плотность энергетической светимости максимальна, равна постоянной величине:

$$\lambda_m \cdot T = C_1, \tag{9.5}$$

где $C_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м$\cdot$К – постоянная Вина.

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени температуры:

$$r_{max} = C_2 T^5, \tag{9.6}$$

где $C_2 = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/м$^3 \cdot$ К^5 – постоянная Вина.

Формула Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$r_{\nu,T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \nu^5}{c^2} \frac{1}{e^{h/kT} - 1}, \tag{9.7}$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с – постоянная Планка; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Наряду с величиной $r_{\nu,T}$, определяемой по формуле (9.2), спектральную плотность энергетической светимости тела характеризуют также величиной r_T, показывающей распределение энергии излучения по длинам волн. Между $r_{\nu,T}$ и $r_{\lambda,T}$ существует простое соотношение:

$$r_{\lambda,T} = r_{\nu,T} \frac{C}{\lambda^2}. \tag{9.8}$$

Формулы (9.4)–(9.7) справедливы лишь для абсолютно черного тела. Для нечерных тел (серых) вместо (9.4) используют следующее выражение:

$$R_э^1 = -a_{\nu,T} \cdot R_э = a_{\nu,T} \cdot \sigma \cdot T^4, \tag{9.9}$$

где $a_{\nu,T}$ – коэффициент излучения, показывающий, какую часть составляет энергетическая светимость $R_э^1$ данного тела от энергетической светимости $R_э$, абсолютно черного тела, взятого при той же температуре.

9.2. Примеры решения задач

Задача 1. Исследование спектра-излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны 500 нм.

Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) энергетическую светимость Солнца; 2) поток энергии, излучаемой Солнцем; 3) массу, теряемую Солнцем за одну секунду.

Решение. 1. Энергетическая светимость абсолютно черного тела определяется законом Стефана-Больцмана (9.4):

$$R_э = \sigma \cdot T^4.$$

Температура может быть определена из закона смещения Вина (9.5):

$$\lambda_m \cdot T = C_1.$$

Выразив из закона смещения Вина температуру T и подставив ее в (9.4), получим:

$$R_э = \sigma \cdot \left(\frac{C_1}{\lambda_m} \right)^4. \qquad (9.10)$$

Проверим размерность $R_э$:

$$[R] = \left[\frac{Вт \cdot м^4 \cdot К^4}{м^2 \cdot К^4 \cdot м^4} \right] = \left[Вт / м^2 \right].$$

Подставив числовые значения в выражение (9.10) и произведя вычисления, получим:

$$R_э = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 2{,}9 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-28} = 64 \ (МВт/м^2).$$

2. Поток энергии Ф, излучаемой Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности:

$$Ф = R_э \cdot S \quad или \quad Ф = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot R_э, \qquad (9.11)$$

где $r = 6{,}96 \cdot 10^8$ м – радиус Солнца.

Проверим размерность Ф:

$$[\Phi] = [м^2 \cdot Вт/м^2] = [Вт].$$

Подставив числовые значения в формулу (9.11), получаем:

$$\Phi = 4 \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}96 \cdot 10^{-8})^2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^7 = 3{,}9 \cdot 10^{26} \text{ (Вт)}.$$

3. Массу, теряемую Солнцем за 1 с, определим, применив закон эквивалентности массы и энергии:

$$E = m \cdot c^2; \tag{9.12}$$

где E – энергия, теряемая Солнцем за 1 секунду, в виде электромагнитного излучения. Энергия электромагнитных волн, излученных за время t, равна произведению потока энергии (мощности излучения) на время:

$$E = \Phi \cdot t.$$

Подставив это выражение в (9,12), получим:

$$\Phi \cdot t = mc^2, \text{ откуда имеем: } m = \frac{\Phi t}{c^2}.$$

Проверим размерность m:

$$[m] = \left[\frac{Вт \cdot c^3}{м^2}\right] = \left[\frac{кг \cdot м^2 \cdot c^2}{м^2 \cdot c^2}\right] = [кг].$$

Сделав подстановку числовых значений величин, найдем:

$$m = \frac{3{,}9 \cdot 10^{26} \cdot 1}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2} = 4 \cdot 10^9 \text{ (кг)}.$$

Задача 2. Электрическая печь потребляет мощность P = 500 Вт. Температура ее внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром d = 5,0 см равна 700 °C. Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

Решение. При установившемся тепловом режиме печи вся ежесекундно потребляемая ею электрическая энергия P (т. е. мощность) излучается наружу отверстием и стенками. Следовательно:

$$P = \Phi'_э + \Phi''_э, \tag{9.13}$$

где $\Phi'_э$, $\Phi''_э$ – потоки излучения, испускаемые отверстием и стенками соответственно. В задаче требуется определить отношение $\alpha = \Phi''_э / P$.

С учетом формулы (9.13) его можно выразить так:

$$\alpha = \frac{P - \Phi'_э}{P} = 1 - \frac{\Phi'_э}{P}. \qquad (9.14)$$

Рассматривая излучение печи через небольшое отверстие в ней, как излучение абсолютно черного тела, находим:

$$\Phi'_э = R_э \cdot S = \sigma \cdot T^4 \cdot \pi \cdot d^2 / 4. \qquad (9.15)$$

Теперь по формуле (9.14) с учетом формулы (9.15) получим:

$$\alpha = 1 - \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \sigma \cdot T^4}{4P}.$$

Подставив в полученную формулу числовые значения величин, получим:

$$\alpha = 1 - 3{,}14 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 973^4 / 4 \cdot 500 = 0{,}8.$$

Задача 3. В спектре Солнца максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны 470 нм. Приняв, что солнце излучает как абсолютно черное тело, найти интенсивность солнечной радиации (т. е. плотность потока излучения) вблизи Земли за пределами ее атмосферы.

Решение. Согласно определения плотности потока излучения I, называемой также интенсивностью излучения, можно записать:

$$I = W_э / S \cdot t = \Phi_э / S,$$

где $W_э$ – энергия излучения; $\Phi_э = W_э / t$ – поток излучения сквозь поверхность S .

Очевидно, что интенсивность излучения I Солнца вблизи Земли пропорциональна энергетической светимости $R_э$ поверхности Солнца. Чтобы найти связь между I и $R_э$, учтем, что весь поток излучения, испускаемый поверхностью Солнца, проходит сквозь поверхность сферы радиусом $r_{с-э}$, равным расстоянию от Солнца до Земли:

$$\Phi_э = R_э \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_c^2 = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_{с-э}^2.$$

Отсюда

$$I = R_э \cdot r_c^2 / r_{c-э}^2. \qquad (9.16)$$

Используя закон Стефана-Больцмана и вычислив температуру солнечной поверхности по закону смещения Вина, находим:

$$R_э = \sigma \cdot T^4 = \sigma \cdot C_1^4 / \lambda_m^4. \qquad (9.17)$$

Так как величины $r_c, r_{c-э}$ – табличные, то, записав в (9.16) вместо $R_э$, ее значение из (9.17), определим искомую величину:

$$I = \sigma \cdot \left(\frac{C_1}{\lambda_m}\right)^4 \left(\frac{r_c}{r_{c-э}}\right)^4 .$$

Подставив в формулу числовые значения величин, выраженные в единицах СИ, получим:

$$I = 1{,}8 \cdot 10^3 \text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

Задача 4. Определить с помощью формулы Планка энергетическую светимость $\Delta R_э$, абсолютно черного тела, приходящуюся на узкий интервал длин волн $\Delta\lambda = 10^{-9}$ м, соответствующий максимуму спектральной плотности энергетической светимости при температуре тела T = 3000 К.

Решение. Из формулы (9.2), поскольку речь идет об узком интервале длин волн, следует:

$$\Delta R_э = r_m \cdot \Delta\lambda , \tag{9.18}$$

где r_m – максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре.

Чтобы определить величину r_m по формуле Планка, надо, кроме температуры T, знать длину волны, соответствующую величине r_m. Эту длину волны найдем по закону смещения Вина:

$$\lambda_m = C_1 / T .$$

Теперь, подставив это значение длины волны в формулу (9.7), получим:

$$r_m = \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot T^5}{C_1^5} \frac{1}{e^{hc/ck} - 1} . \tag{9.19}$$

Из формул (9.18), (9.19) получаем:

$$\Delta R_э = \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot T^5}{C_1^5} \frac{\Delta\lambda}{e^{hc/ck} - 1} . \tag{9.20}$$

Проверим размерность полученной величины:

$$[\Delta R] = \left[\frac{Дж \cdot с \cdot м^2 \cdot К^5 \cdot м}{с^2 \cdot м^5 \cdot К^5}\right] = \left[\frac{Вт}{м^2}\right].$$

Подставив числовые значения, произведем вычисления:

$$\Delta R = 3{,}2 \cdot 10^3 \text{ (Вт/м}^2\text{)}.$$

9.3. Задачи для самостоятельного решения

901. Многие вещества в инфракрасной области спектра даже в тонких слоях не прозрачны. Как определить поглощательную способность таких тел, если известен коэффициент отражения ρ? (Ответ: $a_т = 1 - \rho$).

902. При какой температуре энергетическая светимость абсолютно черного тела $R = 10$ кВ/м^2? (Ответ: $T = 645$ К).

903. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка плавильной печи, $\Phi = 34$ Вт. Определить температуру печи, если площадь отверстия $S = 6$ см^2. (Ответ: $T = 1000$ К).

904. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличилась на 1 %? (Ответ: на 4 %).

905. Как изменяется энергетическая светимость абсолютно черного тела при увеличении его температуры в 2; 5 и 10 раз? Как она изменяется для серых тел? (Ответ: в 16; 625 и 10^4 раз).

906.Чему равна энергия, излучаемая абсолютно черным телом с площади 1 м^2 при температуре 1 К в среде с температурой, близкой к 0 К? (Ответ: $W = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт).

907. Определить установившуюся температуру зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно к солнечным лучам, вне земной атмосферы на среднем расстоянии Земли от Солнца. (Ответ: $T = 3{,}3 \cdot 10^2$ К).

908. Солнечная постоянная $C = 1{,}4$ кДж/(м$^2 \cdot$с). Угол, под которым с Земли виден радиус Солнца, равен $16'$. Определить по этим данным энергетическую светимость Солнца. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, вычислить температуру его поверхности. (Ответ: $T = 5800$ К).

909. Рассчитать интегральную плотность потока излучения вольфрама при температуре 3000 К ($a_{3000} = 0{,}347$). (Ответ: $R = 16 \cdot 10^5$ Вт/м^2).

910. Какой лучистый поток излучает абсолютно черное тело с площади 1 м^2, если его температура на 1° выше температуры среды, равной 27°С? (Ответ: $\Phi = 6$ Вт).

911. Вольфрамовая нить диаметром $d_1 = 0{,}1$ мм соединена последовательно с вольфрамовой нитью неизвестного диаметра. Нити накаливаются в вакууме током, при этом их установившиеся температуры $T_1 = 2 \cdot 10^3$ К, $T_2 = 3 \cdot 10^3$ К. Найти диаметр d_2 второй нити. Коэффициенты полного излучения

вольфрама и его удельное сопротивление соответственно равны a_1 = 0,26; a_2 = 0,334; $\rho_1 = 5{,}91 \cdot 10^{-7}$ Ом·м; $\rho_2 = 9{,}62 \cdot 10^{-7}$ Ом·м. (Ответ: $d_2 = 6 \cdot 10^{-5}$ м).

911. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела при температуре 0 °С? (Ответ: $\lambda = 10{,}62 \cdot 10^{-6}$ м).

913. Какова должна быть температура абсолютно черного тела, чтобы максимум спектральной плотности энергетической светимости приходился на красную границу видимого спектра ($\lambda_к$ = 760 нм)? На фиолетовую ($\lambda_ф$ = = 380 нм)? (Ответ: T_1 = 3820 К; T_2 = 7640 К).

914. Максимум спектральной плотности энергетической светимости яркой красноватой звезды Арктур приходится на длину волны 580 нм. Принимая, что звезда излучает как абсолютно черное тело, определить температуру поверхности звезды. (Ответ: T = 5000 К).

915. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с 2,4 мкм на 0,8 мкм. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость тела и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости? (Ответ: $R_э$ увеличилась в 81 раз; $r_1 = 2{,}5 \cdot 10^4$ вт/м^2·мкм; r_2 = = $6{,}08 \cdot 10^4$ вт/м^2·мкм).

916. Какую энергетическую светимость $R_э$ имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетической светимости свинца и абсолютно черного тела для данной температуры k = 0,6. (Ответ: $R_э = 4{,}6 \cdot 10^3$ Вт/м^2)

917. Мощность излучения абсолютно черного тела N = 10 кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны 700 нм. (Ответ: $S = 6 \cdot 10^{-4}$ м).

918. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре t = 37 °С человеческого тела. (Ответ: λ =
= $9{,}3 \cdot 10^{-6}$ м).

919. Длины волн λ_{o1} и λ_{o2}, соответствующие максимумам спектральной плотности энергетической светимости в спектре двух абсолютно черных тел, различаются на $\Delta\lambda = \lambda_{02} - \lambda_{01} = 0{,}5$ мкм. Определить температуру второго тела T_2, если температура первого $T_1 = 2{,}5 \cdot 10^3$ К. (Ответ: $T_2 = C_1 \cdot T_1 / (C_1 + T_1 \cdot \Delta\lambda) = 1{,}75 \cdot 10^3$ К).

920. Совпадают ли максимумы функций спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела по длине волны и частоте? (Ответ: нет).

921. Чему равно (максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости серого излучателя? (Ответ: $r_m = \varepsilon_m \cdot C_2 \cdot T^5$).

922. Найти конечную температуру абсолютно черного тела, если она

уменьшилась на 600 К, что одновременно уменьшило частоту излучения в 3 раза? (Ответ: $T_2 = \dfrac{\Delta T}{k-1} = 300$ К).

923. В какой спектральной области находится максимум излучения абсолютно черного тела с температурой 0 °С? (Ответ: $\lambda = 10{,}6 \cdot 10^{-6}$ м).

924. До какой температуры максимум излучения абсолютно черного тела еще не выходит из ИК-области спектра. (Ответ: 3700 К).

925. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела равна 2160 Вт/см^2·мкм. Рассчитать температуру и длину волны максимума излучения этого тела. (Ответ: T = 400 К; $\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м).

926. Во сколько раз изменяется спектральная плотность энергетической светимости тел: а) для области максимума спектральной плотности энергетической светимости при изменении температуры в 5 раза; б) для разных длин волн при разных им соответствующих температурах, но при постоянном значении их произведений $\lambda \cdot T$? (Ответ: а) $\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^5 = 3^5$; б) $\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^5$).

927. В какой области спектра расположен максимум энергии излучения Солнца, рассчитанный по шкале длин волн и по шкале частот. (Ответ: в видимой $\lambda_1 = 0{,}5$ мкм; ближней ИК-области $\lambda_2 = 0{,}88$ мкм).

928. Рассчитать значение спектральной плотности энергетической светимости вольфрама при температуре 2000 К для длин волн 0,38 мкм; 0,555 мкм; 0,76 мкм и 1,45 мкм. (Ответ: $r_1 = 0{,}0142$; $r_2 = 0{,}762$; $r_3 = 4{,}85$; $r_4 = 11{,}0$ Вт/см^2·мкм).

929. Как изменяются максимум излучения и энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличится от 27 °С до 37 °С? (Ответ: $\Delta\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ мкм; энергетическая светимость увеличится на 13 %).

930. Рассчитать интегральные энергетические светимости абсолютно чёрного тела при температуре 2304 К и вольфрама при температуре 3000 К. Сравнить результаты и сделать вывод ($\varepsilon_{\text{вольф при 3000К}} = 0{,}347$). (Ответ: $r = 16 \cdot 10^5$ Вт/м^2; 2304 – радиационная температура).

10. ЭЛЕМЕНТЫ ГОЛОГРАФИИ

10.1. Основные теоретические сведения

Изготовление (запись) голограммы (рис. 10.1)

Комплексная функция опорной волны

$$A_0 = a_0 \exp(-iax), \tag{10.1}$$

где $a = \frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta$, a_0 – амплитуда; $\exp(-ixa)$ – фаза.

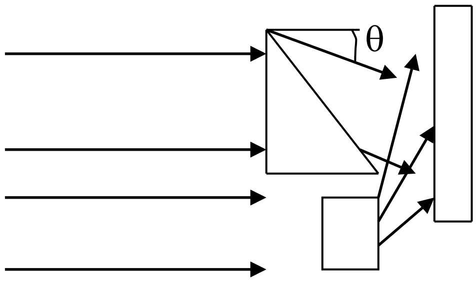

Рис. 10.1. К выводу уравнения голограммы

Комплексная амплитуда предметной волны

$$A_n = a_n(x, y)\exp[i\Phi(x, y)], \tag{10.2}$$

где $a_n(x,y)$ – амплитуда рассеянного объектом излучения; $\Phi(x,y)$ – фаза этого излучения; x и y – координаты произвольного малого участка фотопластинки

Суммарная комплексная амплитуда светового поля в плоскости фотопластинки:

$$A = A_0 + A_n = a_0 \exp(-iax) + a_n(x, y)\exp[i\Phi(x, y)]. \tag{10.3}$$

Результирующая интенсивность в произвольной точке с координатами x,y, зарегистрированная фотопластинкой:

$$J(x, y) = AA^* = (A_0 + A_n)(A_0^* + A_n^*),$$

где A* – комплексно-сопряженные с A_0 и A_n значения амплитуд.

Результирующее распределение интенсивности на фотопластинке:

$$J(x, y) = a_0^2 + a_n^2(x, y) + \sqrt{2a_0 a_n(x, y)}\cos[ax + \Phi(x, y)],$$

т. е. имеем полную информацию как об амплитуде, так и о фазе волны, рассеянной объектом. **Это – уравнение голограммы**.

Восстановление предметной волны (рис. 10.2)

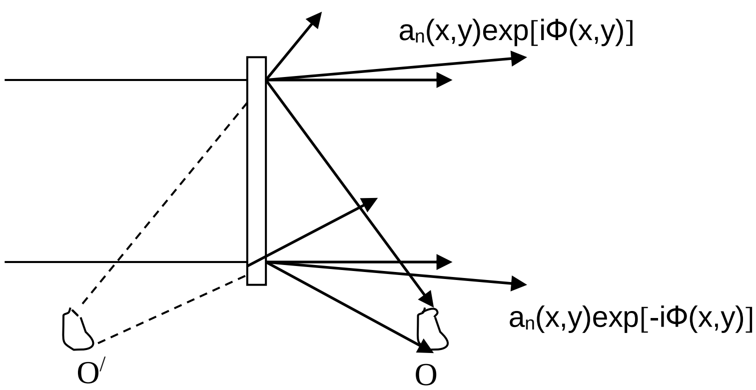

Рис. 10.2. Геометрическая иллюстрация волновых полей за голограммой при восстановлении поля световой волны, рассеянной объектом

Голограмма освещается плоской монохроматической волной вида

$$E = E_0 \exp(ikz).$$

Эта волна идентична волне, освещающей фотопластинку при регистрации.

Для нахождения поля за голограммой надо E_0 умножить на $J(x,y)$. В результате дифракции света на неоднородных структурах голограммы возникают 4 световых волны:

$$I = 2E_0 a_0{}^2 + 2E_0 a_n{}^2(x,y) + 2a_0 a_n(x,y)E_0 \exp(iax)\exp[i\Phi(x,y)] +$$
$$+ 2a_0 a_n(x,y)E_0 \exp(-iax)\exp[-i\Phi(x,y)].$$

Третий член $2a_0 a_n(x,y)E_0 \exp(iax)\exp[i\Phi(x,y)]$ с точностью до множителя $2E_0 a_0 \exp(iax)$ описывает распределение амплитуд и фаз в волновом поле, распространяющемся от объекта. Это означает, что в отсутствие объекта за голограммой, освещенной плоской волной, воспроизводится то же волновое поле, которое распространялось от объекта при его освещении такой же плоской волной. Таким образом получаем мнимое изображение объекта O′.

Ниже приведены формулы, справедливые для любых схем голографии и позволяющие вычислить положение восстановленного изображения и его увеличение.

Введем следующие обозначения (рис. 10.3): голограмма расположена в плоскости x, y при z = 0; она сохраняет это положение и при съемке, и при восстановлении волнового фронта; координата объекта z_0, реконструированного изображения z_B, точечного опорного источника z_R; точечного источника, используемого при восстановлении, z_C.

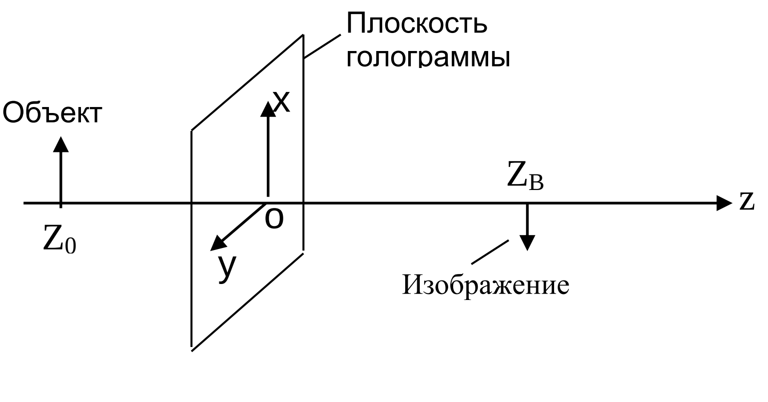

Рис. 10.3. Объяснение обозначений, используемых в формуле (10.4)

Пусть перед восстановлением голограмма увеличена в m раз, а длина волны восстанавливающего источника в μ раз больше, чем источника света, используемого для получения голограммы. Тогда

$$\frac{1}{z_B} = \frac{1}{z_C} \pm \frac{\mu}{m^2}\left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_R}\right). \qquad (10.4)$$

Угловое увеличение голограммы в любом случае, независимо от всех входящих в (10.4) величин, равно $\frac{\mu}{m}$. Поэтому линейное поперечное увеличение

$$M_{поп} = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{z_B}{z_0}$$

и согласно (10.4)

$$M_{поп} = \frac{m}{1 \pm \frac{m^2}{\mu} \frac{z_0}{z_C} - \frac{z_0}{z_R}}. \qquad (10.\ 5)$$

Знак плюс в (10.4) и (10.5) относится к мнимому, а знак минус – к действительному изображению объекта.

Продольное увеличение

$$M_{прод} = \frac{1}{\mu} M^2{}_{поп}. \qquad (10.6)$$

10.2. Примеры решения задач

Задача 1. Регистрация голограммы.

Когерентная монохроматическая плоская волна падает на установку, изображенную на рис. 10.4, где P_r – призма с малым углом при вершине α и показателем преломления n; O_b – объект, исследуемый на пропускание. На плоскости P(x) изучается интерференция между волной Σ с комплексной амплитудой $A(x) \cdot \exp[i\Phi(x)]$, пропускаемой объектом, и волной Σ_0 (опорная волна), которая отклоняется призмой и имеет амплитуду $A(x)\ \ exp[\ \ i\Phi(x)]$. Определить распределение интенсивности I(x), найдя соотношения между отклонением θ на призме и фазой опорной волны.

Решение. Опорная волна отклоняется на угол

$$\theta = (n - 1)\alpha\,.$$

Эта волна Σ_0 постоянную амплитуду A_0. Ее фаза $\Phi_0(x)$ изменяется линейно как функция X в плоскости XOY.

Имеем

$$\Phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda}\theta \cdot x\,. \tag{10.7}$$

Результирующая амплитуда в точке P(x) определяется выражением

$$A_0 \exp[-i\Phi_0(x)] + A(x)\exp[i\Phi(x)]. \tag{10.8}$$

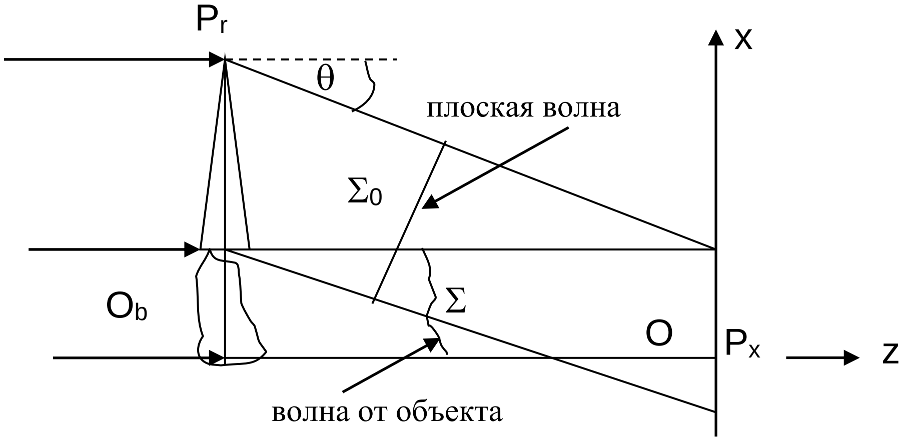

Рис. 10.4. Регистрация голограммы

Результирующая интенсивность будет

$$I(x) = \left[A_0 e^{-i\Phi_0(x)} + A(x)e^{i\Phi(x)}\right]\left[A_0 e^{i\Phi_0(x)} + A(x)e^{-i\Phi(x)}\right],$$

$$I(x) = A^2{}_0 + A^2(x) + 2A_0A(x)\cos[\Phi_0(x) + \Phi(x)]. \tag{10.9}$$

Задача 2. Восстановление формы объекта

Голограмма на фотопластинке освещается плоской когерентной волной σ_0, фронт которой параллелен пластинке (рис. 10.5). Распределение амплитуды в плоскости пластинки определяется функцией (10.9)

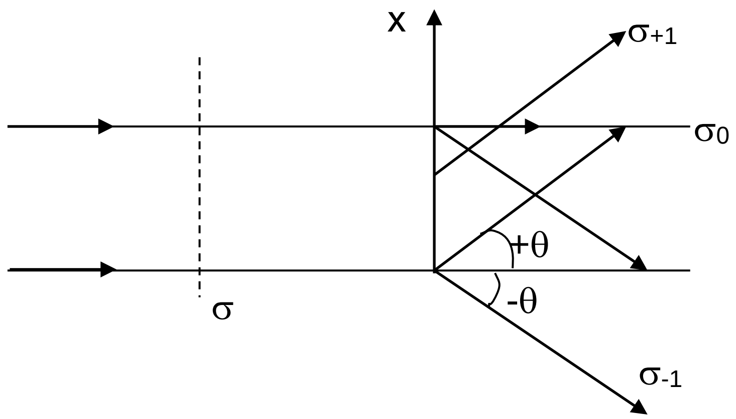

Рис. 10.5. Восстановление формы объекта

Решение. Формулу (10.9) можно записать в виде

$$I(x) = -2A^2{}_0 - 2A^2(x) - 2A_0 e^{i\Phi_0} \cdot A(x) e^{i\Phi(x)} - 2A_0 e^{-i\Phi_0} \cdot A(x) e^{-i\Phi(x)}.$$

Имеем прямую волну σ_0 с амплитудой $-2A_0^2 - 2A^2(x)$, распространяющейся под углом $\theta = 0$; волну σ_{+1}, образующую угол $+\theta$ с осью OX и воспроизводящую волну Σ с точностью до коэффициента $-2A_0$; волну σ_{-1}, имеющую такую же амплитуду, как и волна σ_{+1}, но противоположную фазу (распространяется под углом $-\theta$).

Таким образом, выражение вида $-2A_0 e^{-i\Phi_0} \cdot \Phi(x) e^{-i\Phi(x)}$ можно интерпретировать как амплитуду света, идущего от объекта. Пучок света, дифрагировавший под углом $+\theta$, восстанавливает форму объекта.

10.3. Задачи для самостоятельного решения

1001. Плоская монохроматическая волна падает под углом θ на экран Э, плоскость которого перпендикулярна к плоскости рис. 10.6 и принята за координатную плоскость XY с началом координат в точке O. Нормаль к волне лежит в плоскости рисунка. Найти распределение фазы волны $\Phi(x)$ в плоскости этого экрана в зависимости от координаты x. За нулевую принять фазу волны в начале координат O. Записать выражение для напряженности поля волны E_P в произвольной точке P экрана, выразив ее через напряженность E_0 поля в точке O в тот же момент времени. Задать падающую волну в виде $E = A_0 \exp[i(\omega t + kx\sin\theta - kz\cos\theta)]$. (Ответ: $\Phi(x) = \alpha x, E_p = E_0 \exp(i\alpha x)$, где $\alpha = k\sin\theta$.)

1002. Описать процесс записи голограммы при падении на фотопластинку двух плоских волн, разнесенных в пространстве на угол θ. (Ответ : $I_0 = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos\left(\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}\right)$).

1003. Для получения голограммы плоской волны может быть использована следующая схема: плоская опорная волна с амплитудой E_0 и длиной волны λ падает нормально на фотопластинку. Другая плоская волна (предметная) с амплитудой E_1 падает на ту же фотопластинку под углом θ. Найти амплитудную прозрачность голограммы. Найти расстояние d между линиями равного почернения на полученной голограмме (см. рис. 10.7). (Ответ:

$$D(x) = 2E^2{}_0 - \gamma E^2{}_1 - \gamma E_0 E_1 \exp\left\{i\alpha x + \frac{i\pi}{\lambda\alpha}\left(x^2 + y^2\right)\right\} -$$

$$- \gamma E_0 E_1 \exp\left\{- i\alpha x - \frac{i\pi\left(x^2 + y^2\right)}{\lambda\alpha}\right\},$$

где α = ksinθ, а для опорной волны было принято следующее выражение $E = E_0 \exp[i(\omega t + kx\sin\theta - kz\cos\theta)]$; пространственный период расположения полос почернения $d = \dfrac{\lambda}{\sin\theta}$).

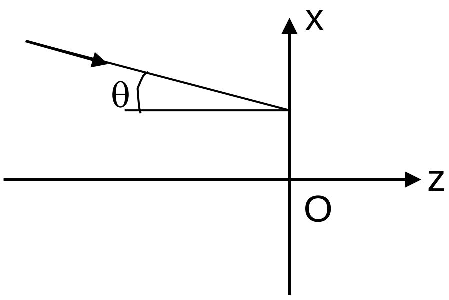

Рис. 10.6

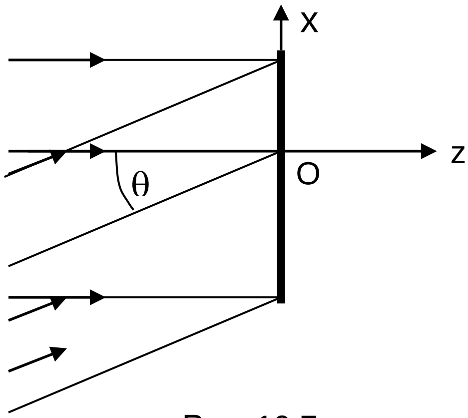

Рис. 10.7

1004. По результатам решения задачи 1003 рассчитайте амплитудную прозрачность голограммы D(x) и пространственный период расположения полос. Данные для расчета возьмите из табл. 1 (для своего варианта).

Таблица 1

Вариант	E_0, В/м	E_1, В/м	γ	λ, мкм	X, мм	θ, рад
1	1	1	–2	0,63	1	0. 1
2	2	2	–2	0,63	1,1	0,2
3	3	2	–2	0,63	1,2	0,2
4	4	3	–3	0,63	1	0,1
5	1	1	–4	0,63	1,1	0,3
6	3	3	–2	0,48	1,2	0,4
7	2	2	–4	0. 48	1	0. 5
8	1	3	–2	0,48	1,1	0,2
9	5	4	–5	0,63	0,1	0,3
10	3	1	–2	0,6	1	0,1
11	1	3	–2	0,48	1,1	0,2

12	1	1	–2	0,63	1	0,1
13	1	3	–4	0,48	1,2	0,3
14	3	4	–5	0,6	1,3	0,5
15	1	1	–2	0,63	1,4	0,1
16	1	1	–2	0,63	1	0. 1
17	3	4	–6	0,48	1,3	0,5
18	1	1	–2	0,63	1	0. 1
19	1	1	–5	0,63	1	0,3
20	3	4	–4	0,48	1,3	0,4
21	1	1	–2	0,63	1	0,5
22	3	4	–6	0,48	1	0,1
23	3	4	–4	0,63	0,1	0,3
24	1	1	–2	0,48	1,3	0,4
25	3	4	–5	0,48	1	0,5

1005. Голограмма плоского объекта записывается в плоскости, параллельной объекту. Показать, что получающиеся в результате изображения лежат в плоскостях, параллельных голограмме. Для простоты расчета опорную и предметную волны считать плоскими.

1006. Для записи голограммы используется свет аргонового лазера (λ = 0,48 мкм), а для получения изображения – свет гелий неонового лазера (λ = 0,63 мкм). Полагая $z_c = \infty$, $z_R = \infty$ и z_0 = 10 см, найти расстояние до изображения z_B.

1007. В задаче 1005, 1006 положить $z_c = \infty$, $z_R = 2z_0$ и z_0 = 10 см, найти z_B. Определить увеличение М.

1008. Показать, что при $\lambda_2 = \lambda_1$ и $z_C = z_R$ получается мнимое изображение с единичным увеличением, а при $\lambda_2 = \lambda_1$ и $z_C = -z_R$ получается действительное изображение с единичным увеличением.

11. НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

11.1. Основные уравнения нелинейной оптики

При распространении в нелинейных средах мощного лазерного излучения возникает волна нелинейной поляризации, которая является источником оптического излучения на новых частотах.

$$P_i = \alpha_{ij}E_j + X_{ijk}E_jE_k + \theta_{ijk\ell}E_jE_kE_\ell + \ldots, \qquad (11.1)$$

где E – компоненты электрических полей; α – линейная, X и ϑ – нелинейные компоненты восприимчивости среды.

Первый член в (11.1) соответствует линейному отклику среды и ответственен за обычное линейное отражение и преломление излучения, второй – соответствует генерации гармоник, суммарных или разностных частот, третий – третьей гармонике, суммарным или разностным частотам типа $2\omega_1 \mp \omega_2$. Этот ряд может быть продолжен, и в него могут быть включены квадрупольные и магнитно-дипольные члены. Каждый последующий член меньше предыдущего, если предыдущий не равен нулю.

Подставляя (11.1) в уравнения Максвелла и исключая H, приходим к нелинейному волновому уравнению

$$\mathrm{rotrot}E + \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P^{НЛ}}{\partial t^2}. \qquad (11.2)$$

Это уравнение описывает процесс генерации и распространения суммарных или разностных частот. Здесь нелинейным источником является $P^{НЛ}$ (с частотой ω_3 или ω_4). Частоты: $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$; $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 \pm \omega_3$.

Общее решение уравнения (11.2) состоит из общего решения однородного уравнения (свободная волна) и частного решения неоднородного уравнения (вынужденная волна)

$$E_{\omega_3} = AX_{ijk}E_jE_k\left[e^{i\left(\omega_3 t \;\; \vec{K}_3\vec{r}\right)} - \;\; e^{i\left(\omega_3 t \;\; \vec{K}_3^{НП}\vec{r}\right)}\right]; \qquad (11.3)$$

$$E_{\omega_4} = B\theta_{ijkl}E_{oj}E_{ok}E_{ol}\left[e^{i\left(\omega_4 t \;\; \vec{K}_4\vec{r}\right)} - \;\; e^{i\left(\omega_4 t \;\; \vec{K}_4^{НП}\vec{r}\right)}\right], \qquad (11.4)$$

где A, B – постоянные, зависящие от геометрии эксперимента; X_{ijk}, $\theta_{ijk\ell}$ – используемые компоненты нелинейной восприимчивости; $\vec{K}_3, \vec{K}_4$ и $\vec{K}_3^{НП}, \vec{K}_4^{НП}$ – волновые векторы свободной волны и вынужденной для процессов типа $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$; $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 \pm \omega_3$ соответственно.

Для интенсивностей преобразованного излучения $I\omega_3$ и $I\omega_4$ выражений (11.3) и (11.4), записанные в действительной форме (без учета фазового множителя):

$$I_{\omega_3} = \frac{CX^2 I_{01} I_{02}}{\left(K_3^2 - (K_1 \pm K_2)^2\right)^2}\sin^2\frac{\Delta KL}{2}; \qquad (11.5)$$

$$I_{\omega_4} = \frac{D\theta^2 I_{01} I_{02} I_{03}}{\left(K_4^2 - (K_1 + K_2 \pm K_3)^2\right)^2}\sin^2\frac{\Delta K_1 L}{2}, \qquad (11.6)$$

где C, D – постоянные коэффициенты; $\vec{K}_3^{НП} = \vec{K}_1 \pm \vec{K}_2$, $\vec{K}_4^{НП} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 \pm \vec{K}_3$; $\Delta\vec{K} = \vec{K}_3 - \vec{K}_3^{НП}$; $\Delta\vec{K}_1 = \vec{K}_4 - \vec{K}_4^{НП}$.

Из выражений (11.5) и (11.6) видны общие закономерности нелинейного процесса.

Когда $\Delta K = 0$, следует в выражениях (11.5), (11.6) выделить $\left(\dfrac{\sin \Delta K \, L/2}{\Delta K} \right)^2$, который равен $\left(L/2 \right)^2$ (первый замечательный предел). В этом случае интенсивность преобразованного излучения нарастает пропорционально квадрату длины кристалла L^2. Условие $\Delta K = 0$ называется условием фазового синхронизма, а генерация I_{ω_3} или $I_{\omega_4} \sim L^2$ – генерация гармоник, суммарных или разностных частот при выполнении условий фазового синхронизма. Физический смысл этого процесса – волна нелинейной поляризации, являющая источником излучения на частоте гармоник распространяется с той же скоростью, что и рожденное электромагнитное излучение (на частоте гармоник).

Случай $\Delta K \neq 0$ – генерация гармоник вне синхронизма отличается по характеру зависимости от L

$$I_{\omega_3,\omega_4} \sim \sin^2 \frac{\Delta K L}{2}. \qquad (11.7)$$

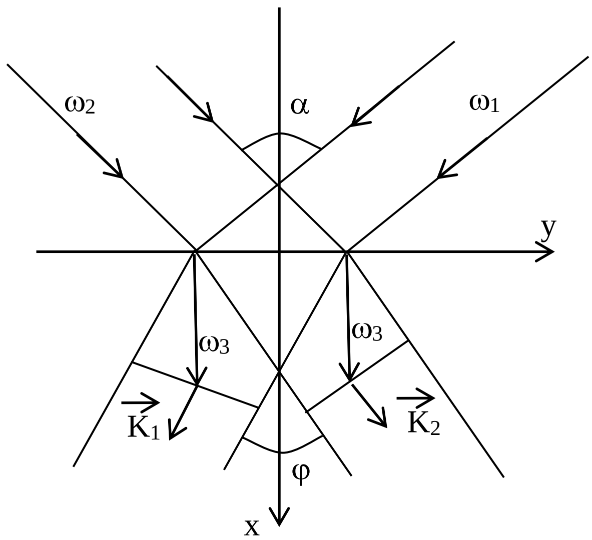

Рис. 11.1. Векторная генерация оптических гармоник: ω_1, ω_2 – частоты световых волн, падающих на кристалл; $\vec{K}_1, \vec{K}_2$ – их волновые векторы; φ – угол между волновыми векторами K_1 и K_2 в кристалле $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$; $\omega_1 = \omega_2$

Для этого случая вводится длина когерентного взаимодействия ℓ_K, равная минимальной длине кристалла $((\ell_K = L)$, на которой интенсивность преобразованного излучения достигает максимума $\left(\sin \dfrac{\Delta K L}{2} = 1; \dfrac{\Delta K \ell_K}{2} = \dfrac{\pi}{2} \right)$:

$$\ell_K = \frac{\pi}{\Delta K}. \qquad (11.8)$$

В нелинейной оптике возможны векторные взаимодействия, т. е. когда все взаимодействующие волны имеют разные направления в кристалле. Примером может служить векторная генерация гармоник $(\omega_1 = \omega_2 = \omega;\ K_1 = K_2 = K)$ (рис. 11.1).

В этом случае (рис. 11.1) волновой вектор волны нелинейной поляризации

$$\vec{K}_3^{НП} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 = K_1 \cos\frac{\varphi}{2} \cdot \vec{i} + K_1 \sin\frac{\varphi}{2} \vec{j} + \\ + K_1 \cos\frac{\varphi}{2} \vec{i} - K_1 \sin\frac{\varphi}{2} \vec{j} = 2K_1 \cdot \cos\frac{\varphi}{2}. \qquad (11.9)$$

В то же время волновой вектор равен $\frac{2\omega}{\upsilon_{ср}^{НП}}$, то выполняется соотношение:

$$2K_1 \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{2\omega}{\upsilon_{ср}^{НП}}.$$

Из этого соотношения фазовая скорость волны поляризации зависит от φ следующим образом

$$\upsilon_{ср}^{НП} = \frac{c}{n_1 \cos\frac{\varphi}{2}}, \tag{11.10}$$

где c – скорость света в вакууме; $n_1 = n_2$ – показатели преломления кристалла для частот ω_1 и ω_2.

В частном случае, когда $\omega_1 = \omega_2$; $n_1 = n_2$; $K_1 = K_2$ волновой вектор волны нелинейной поляризации $K_3^{НП}$ вдоль оси x (рис. 11.1). Волна нелинейной поляризации с волновым вектором $K_3^{НП}$ возбуждает электромагнитную волну с волновым вектором $\vec{K}_3 (\omega_3 = \omega_1 + \omega_2)$, также распространяющуюся вдоль оси x. Фазовая расстройка синхронизма $\Delta\vec{K}$ равна

$$\Delta\vec{K} = \Delta\vec{K}_3 - K_3^{НП}. \tag{11.11}$$

Расчет интенсивности преобразованного излучения может быть проведен по формулам (11.5) и (11.6). При расчете интенсивности преобразованного излучения нужно помнить, что вклад в преобразовательное излучение вносит только компонента нелинейной поляризации, перпендикулярная лучевому вектору $\vec{S}_3$ (в изотропной среде волновому вектору $\vec{K}_3$), т. е.

$$E_3 \sim P_i^{НП} \cdot \sin\beta \quad \text{и} \quad P_i^{НП} = X_{ijk} E_j E_k, \tag{11.12}$$

где X_{ijk} – компонента тензора нелинейной восприимчивости, используемая для преобразования; β – угол между вектором нелинейной поляризации $P_i^{НП}$ и вектором $\vec{S}_3$ (или $\vec{K}_3$).

Для квадратичной нелинейности X_{ijk} и кубичной $\theta_{ijk\ell}$ каждый индекс $ijk\ell$ соответствует одной из координат x, y, z (система координат, связанная с кристаллом, в которой описывается физический процесс). Иногда вместо x, y, z для простоты записи вводят индексы 1, 2, 3 соответственно. Например, $X_{zxy} = X_{312}$. Следует помнить, что для X_{ijk} (а также $\theta_{ijk\ell}$) первый индекс i соответствует координате, вдоль которой направлен вектор

$P_i^{НП}$. Последующие индексы j,k,ℓ соответствуют направлению вектора напряженности $\vec{E}$ поля падающей световой волны. В случае X_{ijk} на кристалл падает две волны; в случае $\theta_{ijk\ell}$ – три. Любая из падающих волн может быть обыкновенной (индекс о) или необыкновенной (индекс е), поэтому процесс, например $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ обозначают оо$\to$е (или ое$\to$е; оо$\to$о; ее$\to$о; ео$\to$о). Первые два индекса соответствуют типу падающих на кристалл волн, третий – преобразованной в кристалле волне. Взаимодействия оо$\to$е, ее$\to$о, ооо$\to$е, еее$\to$о называют взаимодействиями первого типа; ое$\to$е; ое$\to$о; еео$\to$е; еео$\to$е; еоо$\to$е и т. д. – взаимодействиями второго типа. Для тех и других в оптических кристаллах можно выполнить условия фазового синхронизма ΔК = 0. Для взаимодействий оо$\to$о; ее$\to$е; ооо$\to$о; еее$\to$е – фазовый синхронизм отсутствует.

Расчет направлений фазового синхронизма (угла фазового синхронизма θ_c) для взаимодействия оо$\to$е в отрицательном кристалле проводится на основе равенства

$$n_\omega^o = n_{2\omega}^e(\theta_c), \tag{11.13}$$

где n_ω^o – показатель преломления для излучения с частотой ω, падающего в кристалл; $n_{2\omega}^e(\theta_c)$ – показатель преломления для второй гармоники в направлении фазового синхронизма; θ – угол между волновым вектором основного излучения с частотой ω и оптической осью кристалла; $\theta = \theta_c$ – угол фазового синхронизма для второй оптической гармоники. Показатель преломления (необыкновенный луч) $n_{2\omega}^e(\theta)$ зависит от направления (от угла θ)

$$\frac{\cos^2\theta}{(n_{2\omega}^o)^2} + \frac{\sin^2\theta}{(n_{2\omega}^e)^2} = \frac{1}{(n_{2\omega}^e(\theta))^2}, \tag{11.14}$$

где $n_{2\omega}^o$ и $n_{2\omega}^e$ – главные значения показателя преломления кристалла на частоте 2ω.

Для расчета θ_c необходимо в формуле (11.14) вместо $n_{2\omega}^e(\theta_c)$ подставить n_ω^o и найти $\theta = \theta_c$.

11.2. Задачи для самостоятельного решения

1101. Используя выражение (11.1), провести общий анализ частот, с которыми выходят преобразованные по частоте лучи, если в кристалл посылали излучения с частотами ω_1 и ω_2. (Ответ: $2\omega_1$; $2\omega_2$; $\omega_1 \pm \omega_2$; $3\omega_1$; $3\omega_2$; $\omega_1 + \omega_2 - \omega_1$; $\omega_2 + \omega_1 \pm \omega_2$).

1102. В предыдущей задаче провести анализ в случае падения на кристалл трех лучей с частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Использовать только второй член в (11.1). (Ответ: $2\omega_1$; $2\omega_2$; $2\omega_3$; $\omega_1 \pm \omega_2$; $\omega_1 \pm \omega_3$; $\omega_2 \pm \omega_3$).

1103. Провести анализ предыдущей задачи для случая $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$. Сделать физические выводы. (Ответ: 2ω; 0; 3ω; ω).

1104. Используя выражение (11.5), провести анализ интенсивности I_{ω_3} преобразованного излучения в кристалле в зависимости от длины кристалла L. Рассмотреть два случая: а) $\Delta K = 0$; б) $\Delta K = \dfrac{2\omega}{c}\Delta n$, $\Delta n = 10^4$. Построить графики.

1105. Используя выражения (11.5) и (11.6), найти зависимость I_{ω_3} и I_{ω_4} от интенсивности основного излучения I_o. Считать $I_{01} = I_{02} = I_{03} = I_0$. Построить график.

1106. Рассчитать зависимость I_{ω_3} и I_{ω_4} от X и θ, построить график.

1107. Построить зависимость I_{ω_4} от $\Delta n (\Delta K = \dfrac{2\omega}{c}\Delta n)$. Разность Δn изменяется в пределах $0 \div 0{,}1$.

1108. Найти длину когерентного взаимодействия $\ell_к$, если для кристалла кварца $\Delta n = n_{\omega_3} \quad n_\omega = 5 \cdot 10^4$, а $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, соответствует длине волны λ = 1 мкм. (Ответ: $\ell_к = 5 \cdot 10^2 мкм = 0{,}5$ мм).

1109. В случае векторного взаимодействия двух волн ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega$) (рис. 11.1) найти выражение для ΔK, длины конкретного взаимодействия $\ell_к$ в зависимости от угла φ между взаимодействующими волнами. (Ответ: $\ell_к = \dfrac{\lambda}{4(n_3 - n_1 \cos\frac{\varphi}{2})}$).

1110. Рассчитать зависимость $\ell_к$ от угла φ между взаимодействующими волнами. Построить график. Смотреть предыдущую задачу.

1111. Построить график зависимости фазовой скорости $V_{ср}^{НП}$ волны нелинейной поляризации, используя формулу (11.10). Сравнить со скоростью электромагнитной волны с частотой ω_3, рожденной волной нелинейной поляризации. Возможна ли скорость $V_{ср}^{НП}$ в кристалле, превышающая скорость света в вакууме? (Ответ: да, возможна).

1112. Световая волна падает на одноосный отрицательный нелинейный оптический кристалл КДР (KH_2PO_4). Данный кристалл имеет следующие компоненты тензора X_{zxy}; X_{xzy}; X_{yzx}. Выбрать ориентацию кристалла так, чтобы реализовалась генерация оптической гармоники для взаимодействий типа оо$\rightarrow$е и ое$\rightarrow$е. Показать от каких физических величин зависит интенсивность второй оптической гармоники.

1113. Рассчитать угол фазового синхронизма θ_c для взаимодействия оо$\rightarrow$е (отрицательный кристалл KH_2PO_4 (КДР), для X_{zxy}. Длины волн падающего λ_ω = 0,6943 мкм и преобразованного излучения $\lambda_{2\omega}$ = 0,3472 мкм. Показатели преломления для излучения с частотой ω n_o = 1,5054; n_e = 1,5335; для частоты 2ω n_o = 1,5335, n_e = 1,4879. (Ответ: θ_c = 50°49′).

1114. Рассчитать длину когерентного взаимодействия для кристалла кварца (для 2ω) в зависимости от угла θ. Используется компонента X_{xxx}. Показатели преломления $n_\omega^o = 1{,}53442; n_\omega^e = 1{,}54317$; (длина волны 1,0417 мкм); $n_{2\omega}^o = 1{,}54680; n_{2\omega}^e = 1{,}55599$. Определить тип взаимодействия?

1115. Определить $\ell_к$ в зависимости от θ для кристалла КДР. Используется компонента нелинейной восприимчивости X_{zxy} (оо$\rightarrow$е взаимодействие). Показатели преломления взять из задачи 1113. Построить график.

1116. Найти $\ell_к$ в зависимости от φ для кристалла КДР при векторном взаимодействии световых волн (см. рис. 11.1). Показатели преломления взять из задачи № 1113. Построить график.

1117. Рассмотреть задачу 1116 для кристалла кварца. Показатели преломления взять из задачи 1114. Построить график. В кварце отличны от нуля следующие компоненты нелинейной восприимчивости: X_{xxx}; X_{xyy}; X_{yxy}.

1118. Вывести уравнение (11.2), упростить и найти решение в приближении заданного поля. Сделать физические выводы.

1119. Провести анализ эффекта оптического выпрямления в кристалле КДР для всех типов взаимодействий (оо$\rightarrow$е; оо$\rightarrow$о и т. д.). Найти зависимость поляризации кристалла от координаты. Сделать физические выводы (для КДР – X_{zxy}; X_{xyz}; X_{yxz}).

1120. Провести анализ эффекта оптического выпрямления для кристалла кварца (компоненты X_{xxx}; X_{xyz}; X_{yxz}) для всех возможных типов взаимодействий.

12. КРИСТАЛЛООПТИКА

12.1. Основные формулы и соотношения

Уравнение плоской электромагнитной (оптической) волны:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{r}\right) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{r}\right) \end{cases}, \qquad (12.1)$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей в момент времени t соответственно; $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ – амплитуды этих полей: $\omega = 2\pi\nu$, ν – частота электромагнитной волны; $\vec{K}$ – волновой вектор $(K = 2\pi/\lambda)$; $\vec{r}$ – радиус-вектор (r – расстояние от источника излучения до точки наблюдения); λ – длина волны.

В вакууме электромагнитные волны являются поперечными, $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны $\vec{K}$. Но в анизотропных и поглощающих средах электромагнитные волны могут иметь продольную составляющую $\vec{E}$ и $\vec{H}$ относительно $\vec{K}$, т. е. угол между $\vec{E}$ (или $\vec{H}$) и $\vec{K}$ может быть меньше или больше 90^o (волны не поперечные).

В общем случае:

$$\vec{K} \cdot \vec{r} = K_x \cdot x + K_y \cdot y + K_z \cdot z, \qquad (12.2)$$

где K_x, K_y, K_z – проекции вектора $\vec{K}$ на оси координат X,Y,Z.

Если волна распространяется вдоль оси X, то уравнение волны записывается в виде:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{x}\right) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{x}\right) \end{cases}. \qquad (12.3)$$

В анизотропных кристаллах наблюдается двулучепреломление световых лучей. Показатель преломления обыкновенного луча не зависит от направления распространения и обозначается n_o. Показатель преломления необыкновенного луча n_e зависит от направления распространения по следующему закону (в плоскости главного сечения кристалла):

$$\sin^2\theta / n_e^2 + \cos^2\theta / n_o^2 = 1/n_e^2(\theta)\ , \qquad (12.4)$$

где θ – угол между оптической осью кристалла и направлением распространения луча (направлением вектора $\vec{K}$).

Если $n_e > n_0$ *– кристалл называется отрицательным, если* $n_e < n_0$ *– положительным.*

Оптическая ось *кристалла – направление в кристалле, вдоль которого* $n_e(Q = 0) = n_0$.

Главное сечение кристалла – плоскость, проходящая через оптическую ось кристалла и падающий луч (вектор $\vec{K}$*).*

Луч является обыкновенным, если вектор перпендикулярен плоскости главного сечения и необыкновенным – если вектор $\vec{E}$ *находится в этой плоскости. Обыкновенный и необыкновенный лучи всегда поляризованы взаимно-перпендикулярны. Обыкновенный и необыкновенный лучи могут распространяться как в одном направлении (имеется в виду, что* $\vec{K}_0$ *и* $\vec{K}_e$ *параллельны), так и в разных (направлены в разные стороны).*

Скорости распространения обыкновенной V_0 и необыкновенной V_e волн определяются следующим образом:

$$V_0 = c/n_0;\ V_e = c/n_e(\theta). \tag{12.5}$$

Если на плоскопараллельную пластину, вырезанную из кристалла, падает поляризованный луч под углом α, то в кристалле он (в общем случае) разбивается на обыкновенный и необыкновенный лучи, идущие в несколько различных направлениях (φ_o и φ_e). При выходе из пластинки оба луча параллельны (идут под одним углом) и имеют разность фаз:

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\left(\sqrt{n_e^2(\varphi_e) - \sin^2\alpha} - \sqrt{n_0^2 - \sin^2\alpha}\right). \tag{12.6}$$

Законы преломления и отражения применимы для обыкновенного и необыкновенного лучей.

Необходимо четко помнить: углы падения, преломления и отражения, *входящие в соответствующие законы, – это углы между нормалью* к поверхности *раздела оптических сред* и *волновым вектором для падающей, преломленной и отраженной волнами соответственно (а не лучами).*

Закон преломления:

$$n \cdot \sin\alpha = n_o \cdot \sin\varphi_o = n_e(\theta) \cdot \sin\varphi_e. \tag{12.7}$$

Закон отражения:

$$n \cdot \sin\alpha = n_o \cdot \sin\varphi_o^R = n_e(\theta) \cdot \sin\varphi_e^R, \tag{12.8}$$

где α – угол падения: φ_o, φ_e, φ_o^R, φ_e^R – углы преломления и отражения для обыкновенного и необыкновенного лучей.

12.2. Примеры решения задач

Задача 1. Не поляризованный луч света (12.1) (λ_k = 0,6328 мкм) падает нормально на входную грань призмы, вырезанной из кристалла кальцита (рис. 12.1). Угол между входной и наклонной гранями призмы α = 45°, а входной и основанием – β = 90°. Найти углы отражения лучей от наклонной грани обыкновенного *2* и необыкновенного *3* лучей из призмы. Оптическая ось ZZ параллельна основанию призмы.

Дано:
α = 45°
β = 90°
λ_k = 0,6328 мкм
n_o = 1,6556
n_e = 1,4850

φ – ?

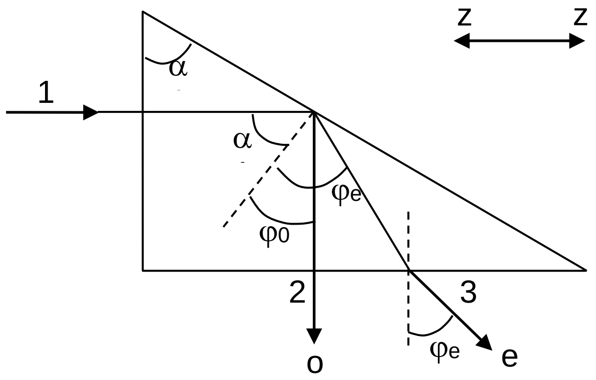

Рис. 12.1

Решение. Ход лучей в призме приведен на рис. 12.1. В направлении оптической оси показатели преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей равны $n_e(\theta = 0)$ = n_o = 1,6556.

Закон отражения лучей от наклонной грани призмы:

– для обыкновенного луча:

$$n_o \cdot \sin\alpha = n_o \cdot \sin\varphi_o; \qquad (12.9)$$

– для необыкновенного луча:

$$n_o \cdot \sin\alpha = n_e(\theta) \cdot \sin\varphi_e \ , \qquad (12.10)$$

где α – угол падения; φ_o и φ_e – углы отражения для обыкновенного и необыкновенного лучей; $n_e(\theta)$ – показатель преломления необыкновенного луча в направлении волнового вектора необыкновенного луча.

Угол θ отсчитывается между оптической осью кристалла ZZ и направлением волнового вектора K_e для необыкновенного луча. Так, например, для необыкновенного луча *1*, падающего на наклонную грань, угол $\theta = 0$

(необыкновенный луч идет в кристалле вдоль оптической оси 2Z), а угол падения для обыкновенного и необыкновенного лучей α = 45°. Из рис. 12.1 и законов отражения (12.9) и (12.10) видно, что для обыкновенного луча *2*

$$\sin\alpha = \sin\varphi_o,$$

т. е. угол отражения равен углу падения $\alpha = \varphi_o$.

Для отраженного необыкновенного луча *3* значение $n_e(\theta) < n_o$, но больше $n_e(n_o = 1{,}6556; n_e = 1{,}4850)$. В этом случае угол отражения φ_o несколько больше 45°. А угол θ для отраженного необыкновенного луча равен $\alpha + \varphi_e$, т. е.

$$n_e(\theta) = n_e(\alpha + \varphi_e).$$

В связи с тем, что $n_e(\theta)$ и $\sin\varphi_e$ являются функцией угла, целесообразно определить значение φ_e графически. Для этой цели на миллиметровой бумаге строится график зависимости $n(\theta)\cdot\sin\varphi_e$ от φ_e (рис. 12.2) для нескольких значений φ_e, например, φ_e = 45°; 48°; 50°; 55°. Для этих значений φ_e углы θ равны соответственно 90°; 93°: 95°; 100° (рис. 12.1). Значения $n_e(\theta)$ находятся по формуле (12.4).

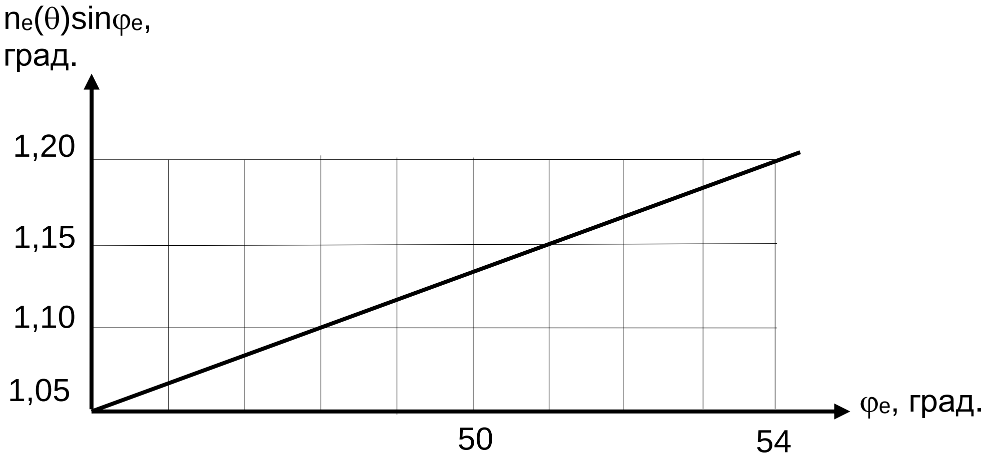

Рис. 12.2

Вычисленные для данной задачи значения $\sin\varphi_e$ и $n_e(\theta)$ приведены в табл. 12.1.

Таблица 12.1

φ_e, градус	$\sin\varphi_e$	θ, градус	$n_{e(\theta)}$	$n_e(\theta)\sin\varphi_e$
45	0,7071	90	1,4850	1,0500
48	0,7431	93	1,4853	1,1038
50	0,7660	95	1,4861	1,1384
53	0,7986	98	1,1878	1,1882

55	0,8191	100	1,4893	1,2200

По графику (рис. 12.2) на основании формулы (12.10) находим φ_o для $n_e(\theta)\cdot\sin\varphi_e = n_o\cdot\sin\alpha = 1{,}6556\cdot\sin 45^o = 1{,}6556\cdot 0{,}7071 = 1{,}1706$.

В нашем случае φ_e = 51°57′, т. е. угол отражения больше угла падения $\alpha = 45°$. Классический закон отражения, когда угол отражения и падения равны, для анизотропных сред не выполняется.

Находим углы падения лучей на основании призмы. Они равны соответственно для обыкновенного и необыкновенного лучей – 0°; 6°57′. Следовательно, обыкновенный луч выходит из призмы перпендикулярно к горизонтальной грани, а необыкновенный – под углом $\varphi_в$. Угол $\varphi_в$ находим из закона преломления:

$$n_e\left(\theta = 96^o 57'\right)\cdot\sin 6^o 57' = 1\cdot\sin\varphi_в .$$

По формуле (11.5) находим $n_e\left(\theta = 96^o 57'\right)$ = 1,4851. Тогда значение угла φ_e для необыкновенного луча будет равно 10°21′ .

Задача 2. Луч гелий-неонового лазера (λ = 0,6328 мкм) проходит через систему, состоящую из двух поляроидов и плоскопараллельной пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси и помещенной между поляроидами. Толщина пластинки d. Главные направления поляроидов параллельны. Найти выражение для зависимости интенсивности излучения, вышедшего из системы от угла поворота α плоскости главного сечения кристалла относительно главных направлений поляроидов.

Решение. На рис. 11.3 показано: 1 – направление пропускания поляроидов; 2 – направление плоскости главного сечения кварцевой пластинки. Для луча, прошедшего первый поляроид (поляризатор), вектор $\vec{E}$ параллелен направлению *1*.

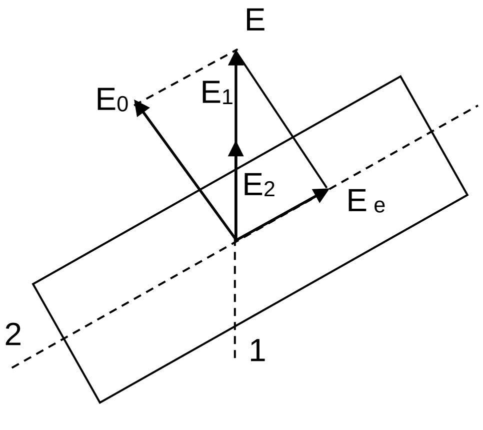

Рис. 11.3

Проекции вектора $\vec{E}$ в кварцевой пластинке на направления главного сечения и перпендикулярные к нему равны:

– для обыкновенного луча

$$E_o = E\cdot\sin\alpha ;$$

– для необыкновенного луча

$$E_e = E\cdot\cos\alpha ,$$

где α – угол между направлением пропускания поляроидов и направлением главного сечения пластинки.

После прохождения через кристаллическую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз:

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\left(n_o - n_e\right).$$

Угол падения луча на пластинку равен нулю, следовательно, углы преломления $\varphi_o = \varphi_e = 0$.

Далее после кристаллической пластинки, обыкновенный и необыкновенный лучи частично проходят через поляроид (анализатор). Проекции обыкновенного и необыкновенного лучей на направление пропускания анализатора (на направление 1) равны:

$$E_1 = E_o \cdot \sin\alpha; \quad E_2 = E_e \cdot \cos\alpha,$$

или, подставляя E_o и E_e получаем:

$$E_1 = E \cdot \sin^2\alpha; \qquad E_2 = E \cdot \cos^2\alpha.$$

Используя условие сложения двух волн одинаковой частоты и одинакового направления, получим:

$$E_{рез}^2 = E^2 \cdot \cos^4\alpha + E^2 \cdot \sin^4\alpha + 2 \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha \cdot \cos\delta,$$

или, учитывая, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды напряженности, имеем:

$$I_{рез} = I_o\left(\cos^4\alpha + \sin^4\alpha + 2 \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha \cdot \cos\delta\right),$$

где I_o – интенсивность света, прошедшего через систему при α = 0. При разных значениях δ возможны частные случаи:

$\delta = 0, \quad 2\pi$...... $\qquad I = I_o$;

$\delta = \pi, \quad 3\pi$...... $\qquad I = I_o\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)$;

$\delta = \pi/2, \quad 3\pi/2$......... $\qquad I = I_o\left(\cos^4\alpha + \sin^4\alpha\right)$.

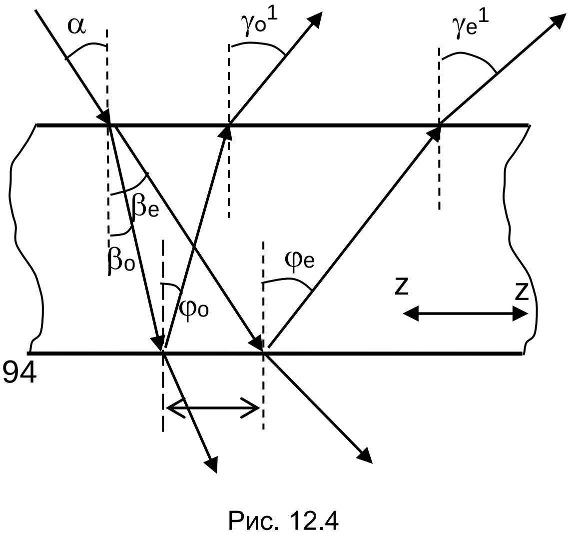

Рис. 12.4

12.3. Задачи для самостоятельного решения

1201. На переднюю грань плоскопараллельной кристаллической пластинки, вырезанной из кристалла кварца, под углом α падает не поляризованный луч света (рис. 12.4).

Оптическая ось параллельна входной грани пластинки. После преломления возникают обыкновенный и необыкновенный лучи.

Углы преломления этих лучей на передней грани β_o и β_e. Углы отражения обыкновенного и необыкновенного лучей в пластинке от выходной грани φ_o и φ_e. Углы выхода лучей из кристаллической пластинки γ_o и γ_e. Расстояние на выходной грани пластинки между обыкновенным и необыкновенным лучами *1*.

В табл. 12.2 даны параметры данной задачи для разных вариантов. Определите в задаче своего варианта недостающие параметры $\beta_o, \beta_e, \varphi_o, \varphi_e, \gamma_e, \gamma_o^1, \gamma_e^1, I$ (углы заданны в градусах).

Задачу решить для двух случаев: а) оптическая ось кристалла параллельна плоскости падения; б) оптическая ось кристалла перпендикулярна плоскости падения.

Таблица 12.2

Вариант	d, мм	α, град	Вариант	d,мм	α, град	Вариант	d,мм	α, град
1	10	15	11	20	17	21	30	31
2	10	20	12	20	24	22	30	15
3	10	25	13	20	28	23	30	30
4	10	30	14	20	30	24	30	25
5	10	35	15	20	33	25	30	38
6	10	40	16	20	36	26	30	45
7	10	45	17	20	42	27	30	50
8	10	50	18	20	52	28	30	56
9	10	55	19	20	58	29	30	60
10	10	60	20	20	62	30	30	26

Примечание. При решении задачи 1201 следует помнить, что в случае, когда оптическая ось параллельна плоскости падения, показатель преломления необыкновенного луча $n_e(\theta)$ зависит от направления вектора K_e.

1202. Луч гелий-неонового лазера (λ = 0,6328 мкм) проходит через систему, состоящих из двух поляроидов и плоскопараллельной пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси и помещенной между поляроидами (рис. 12.5). Толщина пластинки d. Главные направления поляроидов перпендикулярны. Найти выражение для зависимости интенсивности излучения, вышедшего из системы, от угла поворота α плоскости главного сечения кристалла относительно главного направления первого поляроида (поляризатора). Вычислить разность фаз δ для обыкновенного и необыкновенного лучей после кристаллической пластинки. Построить график зависимости интенсивности излучения, прошедшего через систему, от угла α. Варианты выбирать по табл. 12.3.

Таблица 12.3

Вариант	D, мм	Вариант	D, мм	Вариант	D, мм
1	0,10	11	0,50	21	0,75
2	0,15	12	0,52	22	0,80
3	0,20	13	0,49	23	0,83
4	0,24	14	0,55	24	0,85
5	0,28	15	0,57	25	0,87
6	0,25	16	0,60	26	0,90
7	0,35	17	0,63	27	0,95
8	0,41	18	0,65	28	1,00
9	0,44	19	0,70	29	1,10
10	0,48	20	0,72	30	1,20

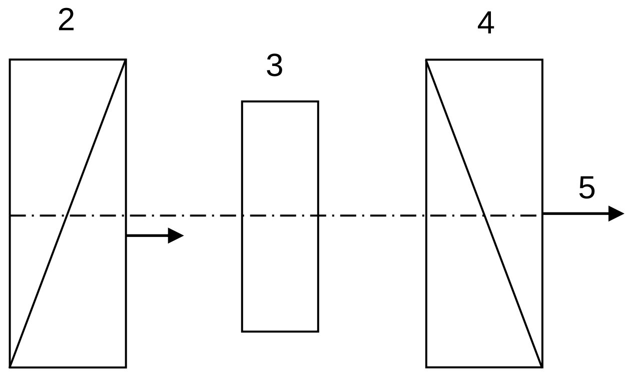

Рис. 12.5. Схема расположения поляроидов 2, 4 и кристаллической пластинки 3

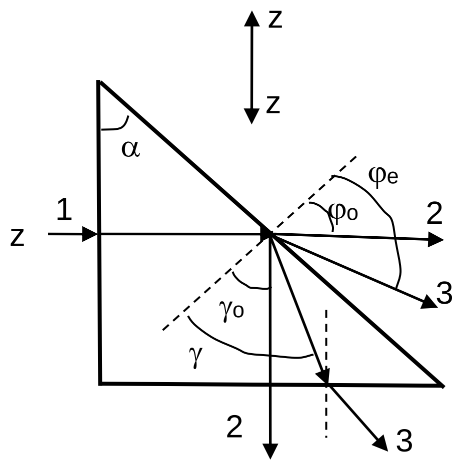

Рис. 12.6

1203. Луч гелий-неонового лазера *1* (α = 0,6328 мкм) падает на призму, вырезанную из кристалла кальцита (рис. 12.6). Оптическая ось *ZZ* перпендикулярна основанию призмы. Для определенного значения преломляющего угла призмы α найти углы преломления φ_o, φ_e и отражения γ_o, γ_e соответственно для обыкновенного *2* и необыкновенного *3* лучей.

Найти угол между обыкновенным и необыкновенным лучами для преломленных и отраженных лучей на выходной грани призмы. Варианты задач выбрать по табл. 12.4.

Таблица 12.4

Вариант	α, град	Вариант	α, град	Вариант	α, град
1	10	11	60	21	44
2	12	12	24	22	46
3	20	13	70	23	48
4	14	14	26	24	52
5	30	15	28	25	54
6	16	16	32	26	56
7	40	17	34	27	58
8	18	18	36	28	62

9 10	50 22	19 20	38 42	29 30	64 66

13. МЕТАЛЛООПТИКА

13.1. Основные формулы и соотношения

Полная система уравнений Максвелла, описывающая распространение света в металле, имеет вид:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t}; \tag{13.1}$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = \frac{\delta \vec{B}}{\delta t}; \tag{13.2}$$

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0; \tag{13.3}$$

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho_{\text{своб}}. \tag{13.4}$$

Материальные уравнения, связывающие между собой значения основных векторов электромагнитного поля:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \\ \vec{j}_{\text{пров}} = \delta \vec{H} \end{cases}, \tag{13.5}$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\vec{D}$ и $\vec{B}$ – векторы электрической и магнитной индукции; $\rho_{\text{своб}}$ – плотность свободных электрических зарядов; $\vec{j}_{\text{пров}}$ – плотность тока проводимости; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные вакуума; ε и μ – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; δ – удельная электропроводность.

Уравнение плоских волн, распространяющихся в металле:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{r}) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \sin(\omega \cdot t - \vec{K} \cdot \vec{r}) \end{cases}, \tag{13.6}$$

где – E_0, H_0 амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота; $\vec{K} = \omega \cdot \vec{N}/c$ – комплексный волновой вектор; $\vec{r}$ – радиус-вектор.

Комплексный показатель преломления:

$$N = n - 1 \cdot k, \tag{13.7}$$

где n, k – главные действительные значения показателя преломления и коэффициента поглощения металла; 1 – мнимая единица.

Полезные соотношения:

$$N = \varepsilon \cdot \mu - 1 \cdot (4\pi\delta\mu)/\omega; \tag{13.8}$$

$$H_0 = \frac{N}{\mu} E_0 = \frac{(n^2 + k^2)^{1/2}}{\mu} \exp(-1\gamma)\, E_0; \tag{13.9}$$

$$\mathrm{tg}\gamma = k/n; \tag{13.10}$$

$$\varepsilon \cdot \mu = n^2 - k^2; \tag{13.11}$$

$$\delta \cdot \mu = n \cdot k \cdot v, \tag{13.12}$$

где γ – сдвиг фаз между $\vec{E}$ и $\vec{H}$ компонентами полей.

Уравнение плоских волн в металле с учетом выражений (13.7) и (13.9) (ось Z – направлена в металл нормально к поверхности):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp\left(-\frac{2\pi k}{\lambda} \cdot Z\right) \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\omega}{c} \cdot \vec{n} \cdot \vec{r}\right); \tag{13.13}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \frac{(n^2 + k^2)^{1/2}}{\mu} \exp\left(-\frac{2\pi k}{\lambda} Z\right) \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\omega}{c} \cdot \vec{n} \cdot \vec{r} - \gamma\right), \tag{13.14}$$

где $\vec{n}$-вектор рефракции, по модулю равный действительному значению n комплексного показателя преломления, по направлению совпадающий с нормалью к поверхности фаз.

Между векторами $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в металле имеется разность фаз, определяемая соотношением (13.10), то есть отношением мнимой и вещественной частей N.

Главный показатель поглощения k характеризует затухание световой волны.

При прохождении волной расстояния

$$h = \lambda/(2\pi k) \tag{13.15}$$

амплитуда волны затухает в е раз.

Расстояние h служит наглядной мерой глубины проникновения волны в металл. Из (13.12) видно, что k пропорционально δ.

Поглощенное излучение отражается от металла, т. е. коэффициент k характеризует долю отраженного излучения за счет излучения электронами вторичных волн, а не долю истинного поглощения. В джоулево тепло переходит сравнительно малая энергия поля.

Необратимо поглощенная металлом часть энергии световых волн пропорциональна $\delta^{-1/2}$, то есть поглощение тем больше, чем меньше проводимость δ, хотя коэффициент поглощения (точнее затухания) k, наоборот, растет с увеличением δ.

При наклонном падении амплитуда волны зависит только от координаты, нормальной к поверхности металла (Z), поэтому плоскости Z-const, для которых интенсивность прошедшего в металл излучения постоянна, параллельны поверхности металла. *Эти плоскости называются плоскостями равных амплитуд* (рис. 13.1).

На рис. 13.1 волновые векторы (векторы рефракции) *1* и *2* волны, нормальные фронту волны (фронт плоский). *Плоскости, совпадающие с фронтом волны или параллельные ему, называются плоскостями равных фаз*. Углы падения и преломления отсчитываются между нормалью к поверхности металла и волновыми векторами *1* и *2*.

В случае металлов угол между плоскостями равных фаз и амплитуд равен углу преломления β и отличен от нуля.

Волны, у которых плоскость равных фаз и плоскость равных амплитуд не совпадают, называются неоднородными.

При наклонном падении излучения под углом φ к поверхности металла показатель преломления n и коэффициент поглощения k не остаются постоянными.

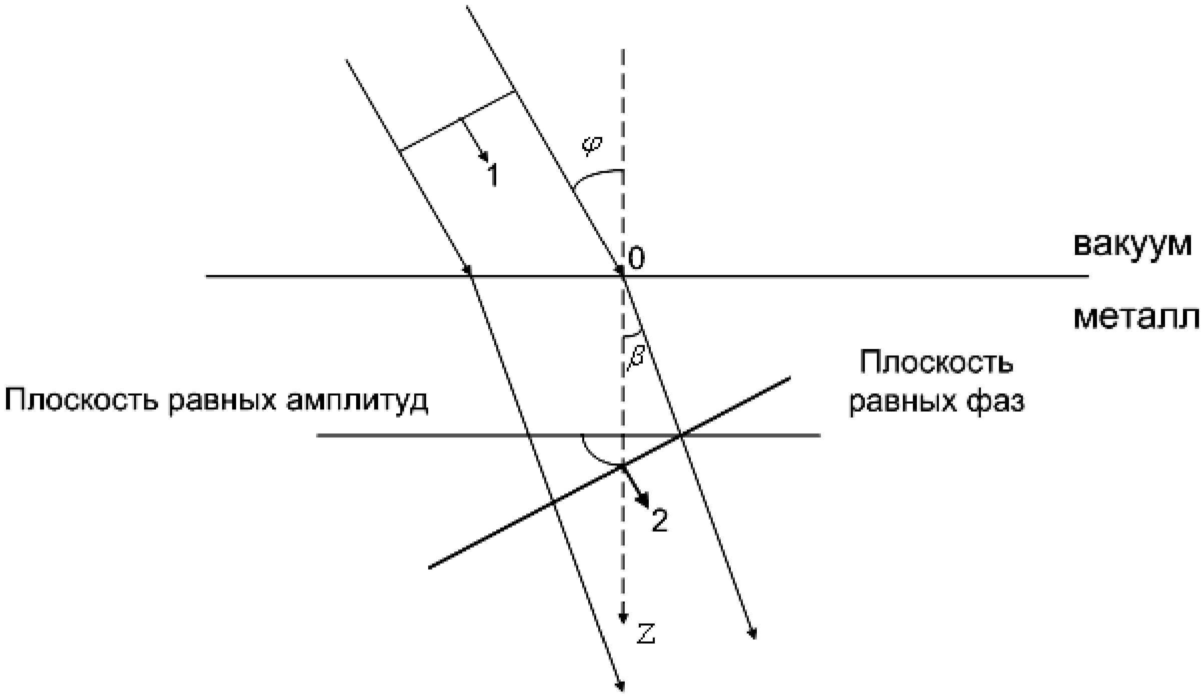

Рис. 13.1. Плоскости равных амплитуд и фаз

Закон преломления в этом случае:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\beta} = n_\varphi, \tag{13.16}$$

где β – действительный угол преломления.

Значения n и k при $\varphi = 0$ называются главными

$$(n)_{\varphi=0} = n, \tag{13.17}$$

$$(k)_{\varphi=0} = k. \tag{13.18}$$

Для некоторых металлов значения n и k приведены в табл. 13.1.

Таблица 13.1

Главные значения показателя преломления и коэффициента поглощения некоторых металлов

Металлы	n	k
Золото	0,37	2,82
Серебро	0,18	3,64
Натрий	0,04	2,61
Магний	0,37	4,42
Медь	0,64	2,62
Никель	1,79	3,32
Железо	1,51	1,63
Ртуть	1,62	4,41

Законы отражения для металлов аналогичны законам отражения для диэлектриков – *угол отражения равен углу падения.*

Однако при отражении от металла между «S» и «P» компонентами отраженного излучения появляется разность фаз δ, что используется для измерения n и k.

Оптические инварианты, не зависящие от углов падения (формулы Каттелера):

$$I_1 = n_\gamma{}^2 - k_\gamma{}^2 = n^2 - k^2; \qquad (13.19)$$

$$I_2 = n_\gamma \cdot k_\gamma \cdot \cos\varphi = n \cdot k. \qquad (13.20)$$

Значения n_γ и k_γ:

$$n_\gamma^2 = 1/2\,\{I_1 + \sin^2\varphi + \sqrt{(I_1 - \sin^2\varphi)^2 + 4 \cdot I_2^2}\}, \qquad (13.21)$$

$$k_\gamma^2 = 1/2\,\{-I_1 + \sin^2\varphi + \sqrt{(I_1 - \sin^2\varphi)^2 + 4 \cdot I_2^2}\}. \qquad (13.22)$$

Для металлов существует отличный от нуля угол падения φ, при котором угол преломления $\beta = \varphi$, так что луч проходит через металл, не испытывая преломления.

Этот угол можно найти из выражения:

$$\sin^2\varphi_0 = 1 + \frac{I_2^2}{I_1 - 1}. \qquad (13.23)$$

Формулы Френеля применимы для поглощающих сред, если под $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ понимать комплексные величины

Коэффициент отражения от металла при нормальном падении излучения

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}. \qquad (13.24)$$

13.2. Примеры решения задач

Задача 1. Излучение гелий-неонового лазера (λ = 0,63 мкм) падает на зеркало, изготовленное из серебра. Найти коэффициент отражения излучения при нормальном падении и глубину проникновения излучения в металл.

Решение. Из табл. 13.1 выберем значения оптических постоянных для серебра n = 0,18, k = 3,64.

По формуле (13.24) определим коэффициент отражения:

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2} = \frac{(0{,}18 - 1)^2 + 3{,}64^2}{(0{,}18 + 1)^2 + 3{,}64^2} = 0{,}95.$$

Глубину проникновения излучения в металл определим по формуле

(13.15):

$$h=\frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot k}=\frac{0,63}{6,28\cdot 3,64}=0,027\ \text{(мкм)}$$

Задача 2. Лазерное излучение падает на серебряное зеркало под углом 45°. Необходимо найти значения показателя преломления n и коэффициента поглощения.

Дано:	
n = 1,18 k = 3,64 φ = 45°	*Решение. Главные значения* n и k для серебра выберем по табл. 13.1.
$n_\gamma = ?$, $k_\gamma = ?$	Для определения показателя преломления и коэффициента отражения воспользуемся формулами (13.21) и (13.22)

$$n_\gamma^2=1/2\ \{I_1+\sin^2\varphi+\sqrt{(I_1-\sin^2\varphi)^2+4\cdot I_2^2}\};$$

$$k_\gamma^2=1/2\ \{-I_1+\sin^2\varphi+\sqrt{(I_1-\sin^2\varphi)^2+4\cdot I_2^2}\},$$

где I_1 и I_2 – согласно формулам (13.19) и (13.20) выражаются через главные значения n и k:

$$I_1=n^2-k^2;\quad I_2=n\cdot k.$$

Вычисляем значения I_1 и I_2 и подставляем в формулы для n и к:

$$n_\gamma^2=1/2\{-13,9+0,5+\sqrt{(-13,9-0,5)^2+4\cdot 0,655}\}.$$

$$k_\gamma^2=1/2\ \{13,9+0,5+\sqrt{(-13,9-0,5)^2+4\cdot 0,655}\}.$$

После вычислений имеем: $n_\gamma=0,737$; $k_\gamma=3,80$.

13.3. Задачи для самостоятельного решения

1301. Лазерное излучение (λ = 0,7 мкм) падает на золотое зеркало. Найти распределение электрического поля световой волны в металле. Построить график этой зависимости.

1302. Лазерное излучение (λ = 0,55 мкм) падает на поверхность ртути. Найти распределение интенсивности световой волны в металле. Построить график.

1303. Лазерное излучение (λ = 0,7 мкм) падает на зеркало, изготовленное из железа. Найти распределение электрического поля световой волны в металле. Построить график.

1304. Оценить глубину проникновения световой волны (λ = 0,6 мкм) в магний. (Ответ: $2{,}16\cdot 10^{-8}$ м).

1305. Найти разность фаз δ между вектором E и H световой волны, распространяющейся в меди. (Ответ: 76,4°).

1306. Найти толщину слоя золота, пропускающего 50 % падающего светового излучения с длиной волны 0,58 мкм. (Ответ: $1{,}1 \cdot 10^{-8}$ м).

1307. Оптическое излучение падает на поглощающую среду с показателем преломления n = 0,45. Сдвиг фаз в этой среде между векторами E и H равен $\pi/3$. Определить коэффициент поглощения k. (Ответ: k = 3,26).

1308. Слой магния толщиной 0,012 мкм ослабляет интенсивность прошедшего излучения (λ = 0,5 мкм) на 75 %. Найти коэффициент поглощения для алюминия. (Ответ: k = 4,42).

1309. Падающее световое излучения ослабляется слоем никеля толщиной 0,0076 мкм в два раза. Найти длину волны излучения. (Ответ: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м).

1310. Световое излучение падает нормально на золотое зеркало. Найти коэффициент отражения этого излучения от зеркала. (Ответ: $R = 0{,}85$).

1311. Коэффициент отражения светового излучения, падающего нормально на зеркало, изготовленное из металла равен 2,5. Найти показатель преломления n. (Ответ: n = 1,5).

1312. Рассчитать зависимость n и k от φ ($0° \le \varphi \le 90°$) и построить графики этих зависимостей для зеркала, изготовленного из магния.

1313. Рассчитать зависимость угла преломления светового луча от угла падения (угол падения изменяется от 0° до 90°) и построить график этой зависимости для серебряного и никелевого зеркал.

1314. Световое излучение падает на зеркало, изготовленное из магния под углом 30°. Найти угол между плоскостями равных фаз и равных амплитуд излучения в металле. (Ответ: 55,6°).

1315. Угол между плоскостями равных фаз и равных амплитуд равен 33,4° для излучения, распространяющегося в никеле. Оценить угол падения излучения на никелевое зеркало. (Ответ: 30°).

1316. Угол падения оптического излучения на серебряное зеркало равен 15°, угол преломления равен 23°. Вычислить показатель преломления. (Ответ: n = 0,662).

1317. Найти угол между плоскостями равных фаз и равных амплитуд для ртутного зеркала, если луч света падает под углом 60°. (Ответ: 54°).

1318. Найти оптические инварианты I_1 и I_2 для никелевого зеркала. (Ответ: $I_1 = -7{,}82$, $I_2 = 5{,}94$).

1319. Оптические инварианты для металлического зеркала равны $I_1 = -13{,}4$, $I_2 = 1{,}63$. Найти значения n и k и определить из какого металла изготовлено зеркало. (Ответ: Mg).

1320. Найти оптические инварианты I_1 и I_2 для медного зеркала.

(Ответ: I_1 = –6,45, I_2 = 1,676).

1221. Найти угол падения, при котором световые лучи на медном зеркале распространяются без преломления. (Ответ: 52,3°).

1322. Найти угол преломления, если лучи, падающие на золотое зеркало, распространяются в том же направлении, что и падающие. (Ответ: 69°).

1323. Может ли распространяться световое излучение в серебряном зеркале под тем же углом, что и падающий луч? Чему равен угол падения? (Ответ: 80°).

1324. Исходя из выражения (12.23), провести классификацию металла по n и k относительно возможности распространения излучения в металле без преломления.

1325. Показать причину отсутствия явления полного отражения излучения от металлов в случае n < 1. Обоснование провести для золотого зеркала.

1326. Дать теоретический анализ возможности получения максимально большого коэффициента отражения от металла в зависимости от соотношения между n и k.

1327. Оценить проводимость δ металлического зеркала, изготовленного из натрия. Считать μ = 1. ($\delta = 6{,}26 \cdot 10^{11}$ ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$).

1328. Определить действительную часть диэлектрической проницаемости для железного и медного зеркал. (Ответ: $\varepsilon_ж = -0{,}38$; $\varepsilon_м = -6{,}46$).

1329. Найти соотношение между E_0 и H_0 световой волны, распространяющейся в серебряном зеркале (μ = 1). (Ответ: $H_0 / E_0 = 3{,}64 \cdot \exp(-1 \cdot 2{,}83^\circ)$.

1330. Провести анализ отношения амплитуд E_0 и H_0 световой волны в металле от величины оптических констант n и k.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем учебном пособии по физике изложены задачи по следующим разделам: геометрическая оптика; фотометрия; интерференция света; дифракция света; взаимодействие света с веществом; поляризация света; оптика движущихся тел и специальная теория относительности, квантовая оптика; тепловое излучение; элементы голографии; нелинейная оптика, кристаллооптика и металлооптика.

Учебный материал, изложенный в этих разделах, поможет студентам и аспирантам творчески освоить и закрепить навыки в решении практических задач на конкретном производстве.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М. : Наука, 1970.
2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М. : Наука, 2005.
3. Карлов, Н.В. Лекции по квантовой электронике / Н.В. Карлов. – М. : 1988.
4. Климков, Ю.М. Основы расчета оптико-электронных приборов с лазерами / Ю.М. Климков. – М. : Советское радио, 1978.
5. Лансберг, Г.С. Оптика / Г.С. Лансберг. – М. : Наука, 1976.
6. Пахомов, И.И. Расчет оптических систем лазерных приборов / И.И. Пахомов, А.Б. Цибулч. – М. : Наука, 1986.

7. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т. 2. – М. : Наука, 1988.

8. Семенов, А.А. Теория электромагнитных волн / А.А. Семенов. – М. : МГУ, 1968.

9. Сивухин, Д.В. Оптика / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1985.

10. Сивухин, Д.В. Лекции по физической оптике / Д.В. Сивухин. – Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 1986.

11. Соколов, А.В. Оптические свойства металлов / А.В. Соколов. – М. : Физ. мат. изд., 1961.

12. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 2000.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

ОПТИКА

Сборник задач по общей физике

2-е издание,
дополненное и переработанное

Под редакцией Г.П. Стариченко

Редактор *А.А. Иванова*
Технический редактор *Н.В. Ларионова*

План 2008 г. Поз. 9.7.
Подписано в печать 29.07.2008. Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Гарнитура Arial.
Усл. печ. л. 6,3. Зак. 211. Тираж 140 экз. Цена 72 руб.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.

Кафедра «Физика»

ОПТИКА

Сборник задач по общей физике

Под редакцией Г.П. Стариченко

Хабаровск – 2008