

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Дальневосточный государственный университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

О.В. Кругликова, Е.В. Матвеева

МАТЕМАТИКА

Методические указания
по выполнению контрольных работ для студентов ИИФО специальности
23.05.05 – «Системы обеспечения движения поездов»

Хабаровск

Издательство ДВГУПС

2016

УДК 51(075.8)
ББК В11я73
К 840

Рецензент:

Кандидат физико-математических наук
доцент кафедры «Высшая математика»
Дальневосточного государственного университета путей сообщения
В.И. Жукова

Кругликова, О.В.

К 840 Математика : методические указания / О.В. Кругликова, Е.В. Матвеева. — Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2016. — 56 с.

Методические указания соответствуют Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования направления подготовки 23.05.05 – «Системы обеспечения движения поездов» по дисциплине «Математика».

В пособии рассмотрены следующие разделы высшей математики: линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ функции одной и нескольких переменных, теория рядов, операционное исчисление, элементы комбинаторики, теория вероятностей и математическая статистика.

Пособие включает варианты контрольных работ.

Предназначено для студентов 1 и 2 курсов заочной формы обучения направления подготовки 23.05.05 – «Системы обеспечения движения поездов».

УДК 51(075.8)
ББК В11я73

©ДВГУПС, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по выполнению контрольных работ составлены для студентов ИИФО специальности 23.05.05 – «Системы обеспечения движения поездов».

Математическая подготовка студентов данной специальности предполагает усвоение базовых понятий линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа функций одной и нескольких переменных, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления, теории вероятностей и математической статистики. Успешное усвоение курса «Математика» является необходимым для изучения таких дисциплин, как «Математическое моделирование систем и процессов», «Теория дискретных устройств» и «Основы теории надежности».

Компетенции, формируемые у студентов в результате изучения дисциплины «Математика»:

- знание базовых ценностей мировой культуры и готовность опираться на них в своем личностном и общекультурном развитии; владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

- способность логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, создавать тексты профессионального назначения; умение отстаивать свою точку зрения, не разрушая отношений (ОК-2);

- способность находить организационно-управленческие решения в нестандартных ситуациях, разрабатывать алгоритмы их реализации и готовность нести за них ответственность; владение навыками анализа учебных ситуаций, приемами психической саморегуляции (ОК-5);

- способность применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);

- способность приобретать новые математические и естественно-научные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-3).

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Курс обучения рассчитан на 3 семестра. В каждом семестре студент должен выполнить две контрольные работы и сдать экзамен (зачет). Данное методическое пособие содержит шесть контрольных работ, рассчитанные на полтора года обучения.

В пособие включен список литературы, которой, по необходимости, студентам рекомендуется пользоваться при выполнении заданий контрольных работ и для подготовки к сдаче экзамена(зачета).

Контрольные работы выполняются в отдельной тетради чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.

На обложке тетради следует указать название вуза, кафедры, дисциплину, по которой выполняется работа, номера контрольных работ, шифр специальности, номер зачетной книжки, а также фамилию, имя, отчество студента.

Вариант контрольной работы выбирается по последней цифре номера зачетной книжки студента. Если последней цифрой является ноль, то студент выполняет десятый вариант.

В работу должны быть включены все задания, соответствующие своему варианту. Задания надо располагать в порядке возрастания с сохранением номеров, указанных в них. Условия задач необходимо переписать в тетрадь, а решения сопровождать подробными пояснениями. Работы, отпечатанные на компьютере, не принимаются.

Контрольная работа должна быть сдана не позже, чем за две недели до начала сессии.

Если при проверке контрольной работы были сделаны замечания, то в конце тетради необходимо провести соответствующие исправления решений (работу над ошибками).

ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

дисциплины «Математика»

1 семестр

1. Определители, их свойства и методы вычисления. Матрицы, действия над ними. Ранг матрицы. Обратная матрица. [4, гл. 1,4], [9, гл. 1], [11, гл. 1]

2. Классификация систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Методы решения СЛАУ (Гаусса, Крамера и матричный). Матричные уравнения. [4, гл. 4], [9, гл. 2], [11, гл. 1]

3. Вектора, действия над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. [4, гл. 2], [9, гл. 3], [11, гл. 2]

4. Линейные пространства и подпространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис линейного пространства. Линейные преобразования. [4, гл. 5], [9, гл. 3]

5. Виды уравнений прямой. Угол и точка пересечения прямых. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола). [4, гл. 1], [9, гл. 4], [11, гл. 3]

6. Виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение плоскостей и прямых. Угол между плоскостями и прямыми. Расстояние от точки до прямой и плоскости, между двумя прямыми. Поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Преобразование уравнения второго порядка к каноническому виду. [4, гл. 3], [9, гл. 5], [11, гл. 4]

7. Монотонные и ограниченные последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства. Число e . [9, гл. 6], [11, гл. 5]

8. Функция, ее свойства. Обратная, сложная функции. Способы задания функции. График функции. Элементарные функции, их свойства и графики. [4, гл. 6], [9, гл. 6]

9. Пределы функции в точке и на бесконечности. Свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные функции. Односторонние пределы. Вычисление пределов (раскрытие неопределенностей). [4, гл. 6], [8, гл. 1, 2], [9, гл. 6], [11, гл. 5]

10. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. [4, гл. 6], [8, гл. 2], [9, гл. 6], [11, гл. 5]

11. Производная функции, ее физический и геометрический смысл. Свойства производной. Производные элементарных функций. Производная слож-

ной, обратной, неявно и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции. Производные высших порядков. Применение производной в геометрии (уравнения касательной и нормали, угол пересечения кривых); при раскрытии неопределенностей (правила Лопиталя); при исследовании функции (монотонность и точки экстремума, выпуклость и точки перегиба, асимптоты функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке). [4, гл. 7], [9, гл. 7], [11, гл. 5]

2 семестр

12. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Основные методы интегрирования. [4, гл. 9], [9, гл. 8], [11, гл. 7]

13. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, длин кривых, объемов тел вращения). [4, гл. 10], [9, гл. 9], [11, гл. 8]

14. Функция нескольких переменных (ФНП). Частные производные первого и высших порядков. Полный дифференциал ФНП. Скалярное поле. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. [4, гл. 8], [9, гл. 11], [10, гл. 5], [11, гл. 9, 16]

15. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Формы записи комплексных чисел. [9, гл. 10], [11, гл. 6]

16. Функции комплексного переменного. Дифференцирование и аналитичность функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. [5, гл. 7], [11, гл. 17]

17. Дифференциальные уравнения (ДУ). Задача Коши. Виды и методы решения ДУ первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли). ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений. Методы решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений: подбор правой части, метод Лагранжа. Системы ДУ. [5, гл. 4], [10, гл. 2], [11, гл. 10]

18. Двойной интеграл. Тройной интеграл. [5, гл. 1], [10, гл. 3], [11, гл. 11]

19. Криволинейные интегралы. [5, гл. 2], [10, гл. 4], [11, гл. 12]

20. Векторное поле. Специальные векторные поля. [10, гл. 5], [11, гл. 16]

3 семестр

21. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимый и достаточные признаки сходимости ряда. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. [5, гл. 3], [10, гл. 1], [11, гл. 13]

22. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора. [5, гл. 3], [10, гл. 1], [11, гл. 14]
23. Ряды Фурье по ортогональным системам. Тригонометрические ряды Фурье четных и нечетных функций. [5, гл. 3], [6, гл. 1], [7], [10, гл. 1], [11, гл. 15]
24. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Вычеты и их вычисление. Основная теорема о вычетах. [5, гл. 7], [10, гл. 7], [11, гл. 17]
25. Преобразование Лапласа и его свойства. Классы оригиналов и изображений. Таблица изображений. Основные теоремы операционного исчисления. Способы восстановления оригиналов. Изображение периодического оригинала. Интеграл Дюамеля, его свойства и применение. [5, гл. 8], [10, гл. 8], [11, гл. 18]
26. Метрика. Норма. Метрические и нормированные пространства. Евклидовы, гильбертовы, банаховы пространства. [5, гл. 3], [6, гл. 1], [7], [10, гл. 1]
27. Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье и его свойства. [5, гл. 7], [6, гл. 1, 2], [7], [11, гл. 15]
28. Преобразование Фурье и его свойства. Спектральная функция. [6, гл. 3], [7]
29. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа (затухающие оригиналы). Применение преобразования Фурье. Метод Фурье для уравнения Пуассона и смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности. [5, гл. 6], [6, гл. 3], [7]
30. Элементы комбинаторики. [10, гл. 6]
31. Классификация событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. [1, гл. 1], [2, гл. 1], [3, гл. 1], [5, гл. 5], [10, гл. 6]
32. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. [1, гл. 2, 3, 4], [2, гл. 2], [3, гл. 1], [5, гл. 5], [10, гл. 6]
33. Последовательные испытания. Предельные теоремы для схемы Бернулли. [1, гл. 5], [2, гл. 3], [3, гл. 1], [5, гл. 5], [10, гл. 6]
34. Понятие случайной величины (СВ). Дискретные и непрерывные СВ. Ряд распределения ДСВ. Функция распределения. Числовые характеристики ДСВ. Виды распределения ДСВ. [1, гл. 6, 7, 8], [2, гл. 4], [3, гл. 2], [5, гл. 5], [10, гл. 6]

35. Функция распределения и функция плотности распределения вероятностей НСВ. Числовые характеристики НСВ. Виды распределения НСВ. [1, гл. 10, 11, 12, 13], [2, гл. 6], [3, гл. 2], [5, гл. 5], [10, гл. 6]

36. Закон больших чисел. [1, гл. 9], [2, гл. 5], [3, гл. 2], [5, гл. 5]

37. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды. Выборочные аналоги дифференциальной и интегральной функций распределения. Статистические характеристики вариационных рядов: выборочная средняя и выборочная дисперсия. Их свойства. Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины. [1, гл. 15, 16, 17], [2, гл. 9, 10, 11], [3, гл. 3], [5, гл. 5]

38. Корреляционная таблица. Условные средние. Выборочный коэффициент корреляции. Условные варианты. Линейные уравнения линий регрессии. [1, гл. 18], [2, гл. 12], [3, гл. 4], [5, гл. 5]

39. Выбор гипотезы. Критерий согласия Пирсона. [1, гл. 19], [2, гл. 13], [3, гл. 3], [5, гл. 5]

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

1. Дана матрица A . Доказать, что она невырожденная и найти обратную к ней матрицу A^{-1} . Проверить, что $A \cdot A^{-1} = E$, где E - единичная матрица.

$$1.1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.2. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1.3. \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1.4. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1.5. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$1.6. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.7. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1.8. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 3 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.9. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Данную систему линейных уравнений решить методом Крамера. Сделать проверку найденного решения.

$$2.1. \quad \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ 3x + 2y + 2z = 4, \\ x - y + 4z = -2. \end{cases}$$

$$2.2. \quad \begin{cases} 3x - 2y - 3z = 5, \\ 2x + 3y - z = 10, \\ x + 3y - 2z = 11. \end{cases}$$

$$2.3. \quad \begin{cases} 2x + 3y + z = -3, \\ x - 2y + 3z = 1, \\ 3x - y - z = -7. \end{cases}$$

$$2.4. \quad \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 0, \\ x + 2y + z = -1, \\ 3x + 4y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$2.5. \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1, \\ 2x - y + 2z = 6, \\ x + y + 5z = -1. \end{cases}$$

$$2.6. \quad \begin{cases} 3x + 2y + 2z = 3, \\ 2x - y + z = 1, \\ 4x + 3y + 3z = 5. \end{cases}$$

$$2.7. \quad \begin{cases} x + 2y + z = -1, \\ 2x - 3y - 2z = 5, \\ 3x + y + 4z = 2. \end{cases}$$

$$2.8. \quad \begin{cases} 2x - 2y + z = 3, \\ 3x + y + 2z = 1, \\ x - y + 5z = 6. \end{cases}$$

$$2.9. \quad \begin{cases} 3x - 2y + z = 4, \\ x + 2y + 2z = 3, \\ x - 3y + 4z = 5. \end{cases}$$

$$2.10. \quad \begin{cases} 5x - y + z = 3, \\ -x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 3z = -3. \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных).

$$\begin{array}{ll}
 3.1. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases} & 3.2. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases} \\
 3.3. \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1. \end{cases} & 3.4. \quad \begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases} \\
 3.5. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases} & 3.6. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1. \end{cases} \\
 3.7. \quad \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases} & 3.8. \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4. \end{cases} \\
 3.9. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -4, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases} & 3.10. \quad \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1. \end{cases}
 \end{array}$$

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей A .

$$\begin{array}{ll}
 4.1. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} & 4.2. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -5 & 27 \end{pmatrix} \\
 4.3. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} & 4.4. \quad A = \begin{pmatrix} 17 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \\
 4.5. \quad A = \begin{pmatrix} 27 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} & 4.6. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\
 4.7. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} & 4.8. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \\
 4.9. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} & 4.10. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -6 & 17 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

5. Даны координаты точек A , B , C , D . Найти:

- 1) периметр и площадь треугольника ABC ;
- 2) уравнение плоскости (ABC) ;
- 3) угол между плоскостью (ABC) и прямой AD ;
- 4) угол между плоскостями (ABC) и (ABD) ;
- 5) угол между скрещивающимися прямыми AB и CD ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку D , перпендикулярно плоскости (ABC) ;

7) расстояние от точки C до плоскости (ABD) ;

8) объем пирамиды $ABCD$.

5.1. $A(1, -1, 3), B(2, 3, -1), C(1, -2, 6), D(0, -2, 3)$.

5.2. $A(-1, -2, 0), B(2, -3, 1), C(2, 2, -1), D(1, 3, -2)$.

5.3. $A(1, 2, 3), B(1, -3, -1), C(-1, -2, 3), D(2, -2, 3)$.

5.4. $A(1, -1, -3), B(2, 3, 1), C(1, -2, 4), D(3, -2, 2)$.

5.5. $A(1, -2, 2), B(2, 2, -1), C(1, 0, 6), D(-3, -2, 3)$.

5.6. $A(1, -1, 3), B(-1, 1, -2), C(1, -2, -1), D(-2, -2, -3)$.

5.7. $A(1, 1, 1), B(2, 3, -1), C(1, -2, 2), D(-1, -2, 3)$.

5.8. $A(1, 4, 3), B(2, 0, 2), C(1, -2, 5), D(2, -2, 4)$.

5.9. $A(1, -1, -1), B(0, 3, -1), C(1, 2, -3), D(-3, -2, 3)$.

5.10. $A(1, -4, 3), B(2, -1, -3), C(1, -2, 6), D(1, -2, 1)$.

6. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$, заданные в декартовой прямоугольной системе координат. Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

6.1. $\vec{a}(1, 2, 3), \vec{b}(2, -3, -1), \vec{c}(1, -2, 4), \vec{d}(3, -1, 2)$.

6.2. $\vec{a}(1, -1, -2), \vec{b}(-2, 3, 0), \vec{c}(3, 2, -2), \vec{d}(4, 1, -4)$.

6.3. $\vec{a}(-1, 3, 3), \vec{b}(1, -3, 1), \vec{c}(-1, -3, 3), \vec{d}(0, -6, 4)$.

6.4. $\vec{a}(1, -1, 2), \vec{b}(-2, 1, 2), \vec{c}(-3, 3, 2), \vec{d}(-4, 3, 6)$.

6.5. $\vec{a}(2, 2, -3), \vec{b}(2, -3, -1), \vec{c}(2, -1, -4), \vec{d}(0, -3, -1)$.

6.6. $\vec{a}(1, -3, 2), \vec{b}(-1, 2, 0), \vec{c}(3, -1, 2), \vec{d}(-2, 5, -2)$.

6.7. $\vec{a}(0, 2, 1), \vec{b}(2, -3, -2), \vec{c}(-2, 1, 3), \vec{d}(4, -4, -5)$.

6.8. $\vec{a}(1, -1, -2), \vec{b}(-2, 3, 0), \vec{c}(3, -2, -2), \vec{d}(5, -5, -2)$.

6.9. $\vec{a}(3, 1, 2), \vec{b}(3, -1, -1), \vec{c}(-1, 2, 1), \vec{d}(-4, 1, -1)$.

6.10. $\vec{a}(1, -1, 2), \vec{b}(-2, 3, 1), \vec{c}(-3, -2, 2), \vec{d}(4, 1, 0)$.

7. Привести к каноническому виду уравнение кривой второго порядка, используя параллельный перенос системы координат. Сделать чертеж.

7.1. а) $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$; б) $2x^2 - y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

7.2. а) $4x^2 + y^2 - 40x + 6y + 105 = 0$; б) $x^2 - y^2 - 4x + 12y + 4 = 0$.

7.3. а) $2x^2 + y^2 - 12x + 8y + 18 = 0$; б) $2x^2 - y^2 - 4x + 4y + 6 = 0$.

7.4. а) $x^2 + 3y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$; б) $x^2 - 2y^2 + 8x - 12y - 38 = 0$.

7.5. а) $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$; б) $3x^2 - 2y^2 - 6x + 4y + 5 = 0$.

7.6. а) $2x^2 + y^2 + 4x - 4y - 12 = 0$; б) $2x^2 - y^2 + 4x - 2y - 12 = 0$.

7.7. а) $x^2 + 4y^2 - 6x + 40y + 105 = 0$; б) $x^2 - y^2 + 4x - 12y - 34 = 0$.

7.8. а) $x^2 + 2y^2 + 12x - 8y + 40 = 0$; б) $2x^2 - y^2 - 4x + 4y + 14 = 0$.

7.9. а) $x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 8 = 0$; б) $x^2 - 3y^2 - 8x + 6y + 40 = 0$.

7.10. а) $4x^2 + y^2 + 16x - 2y + 13 = 0$; б) $3x^2 - 2y^2 + 6x - 4y + 19 = 0$.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

1. Найти область определения функций.

- | | |
|---|--|
| 1.1. а) $y(x) = 3 \arcsin \frac{x+5}{2x-7}$; | б) $y(x) = \lg(x^2 - 1) - \frac{x}{x^2+4}$. |
| 1.2. а) $y(x) = \arcsin \frac{x-2}{5x-3}$; | б) $y(x) = \lg(3x - x^2)$. |
| 1.3. а) $y(x) = 5 \arcsin \frac{x-3}{2x-7}$; | б) $y(x) = \lg \frac{x^2+9}{3x} - \frac{2-x}{3+x}$. |
| 1.4. а) $y(x) = -\arcsin \frac{x-1}{2x+3}$; | б) $y(x) = \lg(9 - x^2) + \sqrt{x-4}$. |
| 1.5. а) $y(x) = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x}} + 2^{\frac{1}{x}}$; | б) $y(x) = \arccos \frac{x+2}{x-1}$. |
| 1.6. а) $y(x) = \lg \frac{4x-x^2}{x+2}$; | б) $y(x) = \sqrt[4]{x^2-4} + \lg(x^2 + 4x + 5)$. |
| 1.7. а) $y(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x+4}{3x}}$; | б) $y(x) = \frac{2}{x+2} + \lg(x^2 - 1)$. |
| 1.8. а) $y(x) = \sqrt[3]{x-4} + \arccos \frac{x-1}{2x+3}$; | б) $y(x) = \frac{x}{x+5} + \lg[\lg(x-2)]$. |
| 1.9. а) $y(x) = \sqrt{2+x-x^2}$; | б) $y(x) = \frac{3}{4-x^2} + \lg(x^3 - x)$. |
| 1.10. а) $y(x) = \frac{4-x}{x+5} - \sqrt{x^2 - 4x}$; | б) $y(x) = \arccos \frac{2x-5}{4x+5}$. |

2. Найти пределы функций.

- | | | |
|---|--|--|
| 2.1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x+x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - \operatorname{tg} x}{5x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}$. |
| 2.2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^7+3}+\sqrt{2x^3-1}}{\sqrt{x^8+x^7+1-x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x+3x}{\operatorname{tg} x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}$. |
| 2.3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3+1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt[5]{x^5+x^2+x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x-2x}{-\operatorname{arctg} 2x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2+2} \right)^{2x}$. |
| 2.4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^5+3}+\sqrt{2x^2-1}}{\sqrt{x^6+x^5+1-x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x+\arcsin 3x}{\operatorname{arctg} x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+3}{3x-2} \right)^{\frac{x-1}{2}}$. |
| 2.5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4+5}+\sqrt{x^3-2}}{\sqrt[4]{x^2+x+x^3}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} x}{5x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+1}{2x^2-1} \right)^{3x}$. |
| 2.6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{x^7+3x}+\sqrt{2x^3+4}}{\sqrt{x^4-3x^6+1-x^2}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \arcsin 2x}{\operatorname{arctg} 4x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+2} \right)^{x+1}$. |
| 2.7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^6-1}}{\sqrt[4]{x^5-3x^2-x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 7x+\sin 2x}{x^2-2x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3-2}{x^3+4} \right)^{-x}$. |
| 2.8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{x^{12}+3x^3}+\sqrt{2x^2+5}}{\sqrt{x^6-2x^5+1-x^2}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x - \arcsin x}{\operatorname{tg} 2x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-2} \right)^{2x-1}$. |
| 2.9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5-3x}+\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x^3+x+2x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x+\sin 3x}{\operatorname{arctg} 5x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{x^2-1}$. |
| 2.10. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^6+3x}+\sqrt{2x^2-1}}{\sqrt{x^2+x+1-5x}}$; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x+\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 7x}$; | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+4} \right)^{\frac{3x-2}{3}}$. |

3. Найти точки разрыва, если они есть. Построить график функции.

3.1. а) $y(x) = 4^{\frac{1}{x-2}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} 2x, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 + 1, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 2, & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3.2. а) $y(x) = 2^{\frac{1}{x+3}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 + 1, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 2x, & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3.3. а) $y(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - x, & \text{при } 0 < x \leq -1, \\ x^2, & \text{при } x > -1. \end{cases}$
3.4. а) $y(x) = 3^{\frac{1}{x-4}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{при } x \leq 0, \\ x, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 2, & \text{при } x > 3. \end{cases}$
3.5. а) $y(x) = 2^{\frac{1}{x-5}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - x, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 2x - 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3.6. а) $y(x) = 3^{\frac{1}{x+2}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 - 1, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3.7. а) $y(x) = 5^{\frac{1}{2x-6}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 + 3, & \text{при } 0 < x \leq -2, \\ 3x, & \text{при } x > -2. \end{cases}$
3.8. а) $y(x) = e^{\frac{1}{2x+4}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - 2x, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ x^2 + 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3.9. а) $y(x) = 3^{\frac{1}{2x+2}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{при } x \leq 0, \\ 2x, & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 5, & \text{при } x > 2. \end{cases}$
3.10. а) $y(x) = 5^{\frac{1}{x+3}}$;	б) $y(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{при } x \leq 0, \\ 2 - x, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ x^3 - 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$

4. Найти производные первого порядка для заданных функций.

4.1. а) $y = (x^3 - 2) \cdot \ln(x + 3)$; б) $y = \frac{e^x - 2}{2x + 3}$;

в) $x^2 + 2\sqrt{y - 1} + 3y - 7 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4t - 1, \\ y = 3t^2 + 2, \end{cases}$

д) $y = (\arcsin x)^{\sin 2x}$.

- 4.2. а) $y = (2x^4 - 2x) \cdot e^{4x+3}$; б) $y = \frac{\ln(4x-2)}{2x-3}$;
 в) $e^x + 4\sqrt{3y-1} + 5y^3 - 6 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4t^2 - 1, \\ y = 3t + 2, \end{cases}$
 д) $y = (\sin x)^{\ln 2x}$.
- 4.3. а) $y = \sqrt{x^3 - 2} \cdot \sin(x + 3)$; б) $y = \frac{5^x - 2}{2x - 3}$;
 в) $y^2 + 2\sqrt{x-1} + 3y - 7 = 0$; г) $\begin{cases} x = 2t + 2, \\ y = 3t^3 + 2, \end{cases}$
 д) $y = (\arccos x)^{\sin 2x}$.
- 4.4. а) $y = (2x - 3x^2) \cdot 2^{4x-5}$; б) $y = \frac{\sin(4x-2)}{2x+4}$;
 в) $e^x + 4 \ln 3y - 1 + 5yx - 6x^2 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4^t - 1, \\ y = 3^t + 2, \end{cases}$
 д) $y = (\operatorname{tg} x)^{2x-3}$.
- 4.5. а) $y = (x - 2x^3) \cdot \operatorname{ctg}(2x - 5)$; б) $y = \frac{2^x - 2}{3x - 4}$;
 в) $x^2 + 2 \ln(2y - 6) + 3xy - 5 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4t^2 - t + 1, \\ y = 3t^2 + t - 2, \end{cases}$
 д) $y = (\arccos x)^{2x}$.
- 4.6. а) $y = (2x^3 - 2x^2) \cdot 3^{4x+3}$; б) $y = \frac{\cos(3x-2)}{4x+3}$;
 в) $xy^2 + 4\sqrt{2y-1} + 5x^3 - 16 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4e^t - 1, \\ y = 3e^t + 2, \end{cases}$
 д) $y = (\sin 2x)^x$.
- 4.7. а) $y = (x^3 + 3x^2) \cdot 2^{-x+3}$; б) $y = \frac{\sin(3x-2)-4}{2x^2-3}$;
 в) $x^2y + 2 \cos(2x - 9) + 2x^3 - 4x + 2 = 0$; г) $\begin{cases} x = -\cos 2t - 3, \\ y = 3 \sin 2t^2 + 2, \end{cases}$
 д) $y = (\arccos x)^{3x-1}$.
- 4.8. а) $y = (2e^{4x} - 2x) \cdot \cos(4x + 3)$; б) $y = \frac{\ln(x^2-4)}{2x-3x^2}$;
 в) $\sin y - 2x + 4^{1-2y} + 5yx^2 - 8 = 0$; г) $\begin{cases} x = 4 - t^2, \\ y = 3t - 2t^2, \end{cases}$
 д) $y = x^{\cos 2x}$.
- 4.9. а) $y = (e^{2x} - 2x) \cdot \ln(2x + 3)$; б) $y = \frac{6^x - 2}{6^x + 3}$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad y^2 + 2 \sin(y - 1) + 3xy - 7 = 0; \quad \text{г)} \quad \begin{cases} x = t^3 - 2t^2 - 1, \\ y = 3t^2 + 2t^4, \end{cases} \\ \text{д)} \quad y = x^{\sin 2x}. \end{aligned}$$

$$4.10. \quad \text{а)} \quad y = (2x^4 - 2\sqrt{x}) \cdot \operatorname{tg}(4x + 3) - 3; \quad \text{б)} \quad y = \frac{\operatorname{ctg}(3x-2)}{2-3x};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad 2^y + 4 \sin(3y - 1) + 5x^3 - 9 = 0; \quad \text{г)} \quad \begin{cases} x = \cos(t^2 + 1) - 1, \\ y = \sin(t^2 + 1) + 4, \end{cases} \\ \text{д)} \quad y = (\sin 2x)^{\cos x}. \end{aligned}$$

5. Найти производную второго порядка функции $y = f(x)$.

$$5.1. \quad y = \cos(3x - 4) \cdot (5x^2 + 2x - 3).$$

$$5.2. \quad y = e^{3x-1} \cdot (2x^3 - 3x^2 + 7).$$

$$5.3. \quad y = \ln(4x - 1) \cdot (3 + 4x - 2x^3).$$

$$5.4. \quad y = \cos(2x - 5) \cdot (3x^2 + 4 - 6x^3).$$

$$5.5. \quad y = \sin(3x - 4) \cdot (3 - x^2 - 5x^3).$$

$$5.6. \quad y = \operatorname{tg}(6x - 7) \cdot (3x^3 + 4x^2 - 2x + 1).$$

$$5.7. \quad y = \sqrt{4x + 1} \cdot (2 + 3x - 4x^3).$$

$$5.8. \quad y = 2^{4x} \cdot (2x + 4x^4 - 2x^3).$$

$$5.9. \quad y = (2x^4 - 3x^2 + 5) \cdot \ln(4x + 2x^3).$$

$$5.10. \quad y = (4x^2 - x) \cdot \sin(3x^2 + 4x - 2).$$

6. Вычислить пределы, используя правила Лопиталя.

$$6.1. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+3x-x^2+3x^3}{2x^3+x^2+x}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} x}{3x^2 - 2x}.$$

$$6.2. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x}{x^3+x^2-x+1}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x+3x}{\cos(\frac{\pi}{2}-x)}.$$

$$6.3. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x^2+x-1}{x^5+x^2+x}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x-2x}{-\operatorname{arctg} 3x}.$$

$$6.4. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+3x^3+2x^2-1}{x^6+x^5+x^3-x}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x+\sin 3x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$6.5. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+5x^3-2x}{x^2+x+2x^4}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x-\operatorname{tg} x}{5x-x^2}.$$

$$6.6. \quad \text{а)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5-3x^4+2x^3-4}{x^4-3x^6+1-x^2}; \quad \text{б)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x-\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$\begin{array}{ll}
6.7. & \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^6 - 3x^3 + 1}{x^5 - 3x^2 - x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x + \sin 3x}{x^2 + 2x}. \\
6.8. & \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^3 + x^2 + 5}{2x^4 - 6x^3 - x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \arcsin x}{\operatorname{arctg} 2x}. \\
6.9. & \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 - x + 2}{x^3 + 3x^5 + 2x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x + \sin 3x}{\operatorname{arctg} 2x}. \\
6.10. & \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 3x^4 + 2x^2 - 1}{x^2 + x + 1 - 5x^5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x + \operatorname{tg} 2x}{x^2 - 5x}.
\end{array}$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

$$\begin{array}{ll}
7.1. & f(x) = x^3 - 12x + 7, [-3, 0]. \quad 7.2. \quad f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-1, 3]. \\
7.3. & f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, [-2, 1]. \quad 7.4. \quad f(x) = x^4 - 8x^2 - 7, [-2, 1]. \\
7.5. & f(x) = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 3, [-1, 2]. \quad 7.6. \quad f(x) = x^3 + 6x^2 - 3, [-3, 1]. \\
7.7. & f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2, [-1, 3]. \quad 7.8. \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 1, [-2, 1]. \\
7.9. & f(x) = x^4 - 2x^2 - 7, [-1, 2]. \quad 7.10. \quad f(x) = x^5 - \frac{20}{3}x^3 + 3, [-1, 3].
\end{array}$$

8. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в заданной точке.

$$\begin{array}{ll}
8.1. & y = x^2 - 4x - 3, M(1, -3). \\
8.2. & y^2 - 2x^2 - 1 = 0, M(2; -3). \\
8.3. & \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{2}. \\
8.4. & \begin{cases} x = 2 \sin^3 t, \\ y = 2 \cos^3 t, \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \\
8.5. & y = x^2 - 2x + 2, M(1, -3). \\
8.6. & 2y^2 - x^2 + 1 = 0, M(3; -2). \\
8.7. & \begin{cases} x = 2t - \sin 2t, \\ y = 1 - \cos 2t, \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \\
8.8. & \begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = \cos^3 t, \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \\
8.9. & y = x^2 + 4x + 1, M(-1, 2). \\
8.10. & \begin{cases} x = -\sin^3 t, \\ y = -\cos^3 t, \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}.
\end{array}$$

9. Найти углы, под которыми пересекаются заданные линии.

- 9.1. $y = e^x$ и $y = e^{-x}$. 9.2. $y = \sin x$ и $2y = 1$, $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.
 9.3. $y = \frac{x^3}{9}$ и $y = x$, $x > 0$. 9.4. $y = \sin x$ и $y = \sin 2x$, $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.
 9.5. $y = e^x$ и $y = e^{2x}$. 9.6. $y = \sin x$ и $y = \cos x$, $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.
 9.7. $y = e^x$ и $y = e^{3x}$. 9.8. $y = x^3$ и $y = 4x$, $x > 0$.
 9.9. $y = 4 - \frac{x^2}{2}$ и $x + y = 4$. 9.10. $y = \cos x$ и $2y = 1$, $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

10. Исследовать функцию с помощью производных и по результатам исследования построить ее график.

- 10.1. $y = \frac{3x^3}{x^2-9}$. 10.2. $y = \frac{3x}{x^2+5}$.
 10.3. $y = \frac{x^2-x-6}{x-2}$. 10.4. $y = \frac{(x+2)^2}{(x-2)^2}$.
 10.5. $y = \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}$. 10.6. $y = \frac{x^2+8}{x^2-4}$.
 10.7. $y = \frac{x^2+3}{x+2}$. 10.8. $y = \frac{x-2}{x^2+1}$.
 10.9. $y = \frac{9x}{x^2+9}$. 10.10. $y = \frac{x^3}{x^2-1}$.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 3

1. Найти частные производные второго порядка и полный дифференциал функции двух переменных $z = f(x, y)$.

1.1. $z = \ln(3x^2 + 2y^3)$.

1.2. $z = \operatorname{arctg}(xy^2)$.

1.3. $z = \sin(x^2 + y^3)$.

1.4. $z = \arcsin(x^2 + xy)$.

1.5. $z = \sqrt{x^2 + xy^3}$.

1.6. $z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^3)$.

1.7. $z = \ln(2x^3 + 3y^2)$.

1.8. $z = \arccos(x^2y)$.

1.9. $z = 3xy^2 + e^{2xy^3}$.

1.10. $z = \sqrt{x^2 + 3xy - y^3}$.

2. Найти экстремум функции двух переменных $z = f(x, y)$.

2.1. $z = -3x^2 - y^2 + 6x - 2y + 1$.

2.2. $z = x^2 + 3y^2 + 4x - 6y + 7$.

2.3. $z = 2x^2 + 3y^2 - 4xy + 2$.

2.4. $z = 4x^2 - 6xy + 3y^2 - 3$.

2.5. $z = x^2 - xy + 4y^2 + 4$.

2.6. $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 5$.

2.7. $z = 3y^2 + 2x^2 - 4x + 6y - 3$.

2.8. $z = 2x^2 - 3xy + 2y^2 - 7$.

2.9. $z = 3x^2 + y^2 - 2xy + 4$.

2.10. $z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 6$.

3. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $F(x, y, z) = 0$ в точке $M(x_0, y_0, z_0)$.

3.1. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$, $M(3, 1, 2)$.

3.2. $4x^2 + 9y^2 + 2x - 30y + 4 = 0$, $M(2, 2, 4)$.

3.3. $4x^2 + 6y^2 + 3z^2 - 12z + 16y + 15 = 0$, $M(1, -1, 3)$.

3.4. $x^2 + 2z^2 - 2x - 4y - 6z - 4 = 0$, $M(2, 1, 4)$.

3.5. $x^2 - 4y^2 - 4z^2 - 6x + 20 = 0$, $M(0, 1, 2)$.

3.6. $x^2 - y^2 + 2z^2 - 2x + 3z - 2 = 0$, $M(3, 1, 0)$.

3.7. $2x^2 + 3y^2 - z^2 - 4x + 2y + 6 = 0$, $M(1, 0, 2)$.

3.8. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - x + 2y - 2 = 0$, $M(-1, 1, 0)$.

3.9. $3x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x - 2y - 1 = 0$, $M(0, 1, -1)$.

$$3.10. \quad 2x^2 - y^2 + 3z^2 - 4x + 2z - 2 = 0, M(1, 1, 1).$$

4. Найти производную в точке (x_0, y_0, z_0) по направлению вектора градиента функции трех переменных $u = f(x, y, z)$.

$$4.1. \quad u = \sqrt{x^2 + z^2 - 4x - 3y}, M(1, -1, 2).$$

$$4.2. \quad u = \ln(4x^2 + 2y^2 + 2z - 11), M(2, 1, -3).$$

$$4.3. \quad u = \frac{y}{x+z}, M(1, 4, -3).$$

$$4.4. \quad u = x^2y + 2yz^2 - 2xz - 4, M(2, 1, -2).$$

$$4.5. \quad u = 2x^2 - 4y^2z^2 - 6xz^2 + 2, M(2, 1, 2).$$

$$4.6. \quad u = \frac{z}{x^2+y^2}, M(4, -3, -10).$$

$$4.7. \quad u = \ln(51 - x^2 - y^2 - z^2), M(4, -5, 3).$$

$$4.8. \quad u = \sqrt{100 - x^2 - y^2 - z^2}, M(-3, 1, 3).$$

$$4.9. \quad u = 3x^2 - y^2 + 2xz^2 - 4xy - 1, M(3, 1, -1).$$

$$4.10. \quad u = \sqrt{49 - 6x^2 - y^2 - 3z^2}, M(1, 2, 1).$$

5. Найти неопределенный интеграл.

$$5.1. \quad \int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - 3}{x} dx.$$

$$5.2. \quad \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[4]{x} + 1}{2x} dx.$$

$$5.3. \quad \int \frac{2\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} - 2}{3x} dx.$$

$$5.4. \quad \int \frac{3\sqrt{x^3} - \sqrt[4]{x} + 5}{4\sqrt{x}} dx.$$

$$5.5. \quad \int \frac{\sqrt[4]{x} + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$5.6. \quad \int \frac{\sqrt{x^5} - \sqrt[4]{x} + 3}{2x} dx.$$

$$5.7. \quad \int \frac{2\sqrt[5]{x^4} - \sqrt{x} - 4}{3x} dx.$$

$$5.8. \quad \int \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x}} dx.$$

$$5.9. \quad \int \frac{\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{x} - 5}{2x} dx.$$

$$5.10. \quad \int \frac{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x^3} - 1}{2\sqrt{x}} dx.$$

6. Вычислить интеграл методом замены переменной. Результат проверить дифференцированием.

$$6.1. \quad \int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$$

$$6.2. \quad \int \frac{x^2}{2x^3 + 1} dx.$$

$$6.3. \quad \int x \cdot e^{x^2} dx.$$

$$6.4. \quad \int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx.$$

$$6.5. \quad \int \frac{2x}{\sqrt{3x^2 - 4}} dx.$$

$$6.6. \quad \int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$6.7. \int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^3 x}} dx.$$

$$6.8. \int \frac{2x^2}{\sqrt{4x^3-2}} dx.$$

$$6.9. \int \sin x \cdot e^{\cos x} dx.$$

$$6.10. \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^5 x}} dx.$$

7. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям.

$$7.1. \int (2x+3) \cdot \ln(3x-1) dx.$$

$$7.2. \int (3x-1) \cdot \cos 2x dx.$$

$$7.3. \int (3x+2) \cdot e^{2x} dx.$$

$$7.4. \int (2x-6) \cdot \sin 3x dx.$$

$$7.5. \int (4x-2) \cdot \ln(2x+5) dx.$$

$$7.6. \int (x+2) \cdot e^{3x} dx.$$

$$7.7. \int (5x-1) \cdot \cos 2x dx.$$

$$7.8. \int (3x-8) \cdot \sin 5x dx.$$

$$7.9. \int (3-x) \cdot e^{2x-7} dx.$$

$$7.10. \int (2x-1) \cdot \cos 3x dx.$$

8. Вычислить интеграл от дробно-рациональной функции.

$$8.1. \text{ а) } \int \frac{2}{x^2-2x+3} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x-3}{2x^2+4x-6} dx.$$

$$8.2. \text{ а) } \int \frac{3}{x^2-4x+5} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x+1}{2x^2+6x-8} dx.$$

$$8.3. \text{ а) } \int \frac{4}{x^2-6x+10} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{3x-2}{2x^2-4x-6} dx.$$

$$8.4. \text{ а) } \int \frac{-2}{x^2-2x+5} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x+3}{2x^2+10x-12} dx.$$

$$8.5. \text{ а) } \int \frac{-3}{x^2-4x+7} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x-1}{2x^2+10x+12} dx.$$

$$8.6. \text{ а) } \int \frac{-4}{x^2-6x+13} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{3x+2}{2x^2-10x-12} dx.$$

$$8.7. \text{ а) } \int \frac{5}{x^2+2x+3} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{4x-3}{2x^2-10x+12} dx.$$

$$8.8. \text{ а) } \int \frac{-1}{x^2+4x+5} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{4x+1}{2x^2-6x-8} dx.$$

$$8.9. \text{ а) } \int \frac{-5}{x^2+6x+10} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{4x-2}{2x^2+8x-10} dx.$$

$$8.10. \text{ а) } \int \frac{4}{x^2+8x+17} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2-x}{2x^2-8x-10} dx.$$

9. Вычислить интеграл от иррациональной функции.

$$9.1. \text{ а) } \int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{3x-2}{\sqrt{-x^2-4x+6}} dx.$$

$$9.2. \text{ а) } \int \frac{-2}{\sqrt{x+2}+5} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x+3}{\sqrt{-x^2+10x+26}} dx.$$

$$9.3. \text{ а) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+3} dx;$$

$$\text{ б) } \int \frac{2x-3}{\sqrt{-x^2+4x+6}} dx.$$

- 9.4. а) $\int \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}+1} dx$; б) $\int \frac{2x+1}{\sqrt{-x^2+6x+10}} dx$.
- 9.5. а) $\int \frac{2x}{\sqrt{2x+3}} dx$; б) $\int \frac{4x-3}{\sqrt{-x^2-10x+29}} dx$.
- 9.6. а) $\int \frac{-1}{2\sqrt{x+5}} dx$; б) $\int \frac{4x+1}{\sqrt{-x^2-6x+10}} dx$.
- 9.7. а) $\int \frac{-3\sqrt{x}}{x+7} dx$; б) $\int \frac{2x-1}{\sqrt{-x^2+2x+2}} dx$.
- 9.8. а) $\int \frac{-4\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+3} dx$; б) $\int \frac{3x+2}{\sqrt{-x^2-10x+12}} dx$.
- 9.9. а) $\int \frac{4}{\sqrt{x(x+1)}} dx$; б) $\int \frac{2-x}{\sqrt{-x^2-8x+10}} dx$.
- 9.10. а) $\int \frac{-5x}{\sqrt{x+1}} dx$; б) $\int \frac{4x-2}{\sqrt{-x^2+8x+10}} dx$.

10. Вычислить определенный интеграл.

- 10.1. $\int_0^1 \frac{2x}{\sqrt{5x^2+4}} dx$. 10.2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$.
- 10.3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^3 x}} dx$. 10.4. $\int_1^2 \frac{2x^2}{\sqrt[3]{9x^3-1}} dx$.
- 10.5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot e^{\cos x} dx$. 10.6. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^5 x}} dx$.
- 10.7. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$. 10.8. $\int_0^2 \frac{x^2}{2x^3+1} dx$.
- 10.9. $\int_1^3 x \cdot e^{x^2} dx$. 10.10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$.

11. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

- 11.1. $\int_0^{\infty} \frac{3}{x-2} dx$. 11.2. $\int_0^{\infty} \frac{2}{x+4} dx$.
- 11.3. $\int_0^{\infty} \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3-1}} dx$. 11.4. $\int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{x^3} dx$.
- 11.5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} dx$. 11.6. $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$.
- 11.7. $\int_{-1}^{\infty} \frac{x^2}{4x^3-3} dx$. 11.8. $\int_1^{\infty} \frac{\ln^3 x}{x} dx$.
- 11.9. $\int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$. 11.10. $\int_{-\infty}^0 2x \cdot e^{x^2-1} dx$.

12. Вычислить площадь области, ограниченной заданными линиями. Изобразить область в декартовой прямоугольной системе координат.

- 12.1. $3x^2 - 4y = 0,$ $2x - 4y + 1 = 0.$
- 12.2. $3x^2 + 4y = 0,$ $2x - 4y - 5 = 0.$
- 12.3. $2x + 3y^2 = 0,$ $2x + 2y + 1 = 0.$
- 12.4. $3x^2 + 4y = 0,$ $2x + 4y + 1 = 0.$
- 12.5. $2x - 3y^2 = 0,$ $2x - 2y - 1 = 0.$
- 12.6. $3x^2 - 2y = 0,$ $2x - 2y + 1 = 0.$
- 12.7. $4x + 3y^2 = 0,$ $4x + 2y + 1 = 0.$
- 12.8. $3x^2 - 4y = 0,$ $2x - 4y + 1 = 0.$
- 12.9. $4x + 5y^2 = 0,$ $4x + 4y + 1 = 0.$
- 12.10. $4x^2 - 3y = 0,$ $3x - 3y + 1 = 0.$

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 4

1. Найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка.

1.1. а) $y' = 2\sqrt{y}$;

б) $(x^2 - y^2)y' = 2xy$;

в) $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$.

1.2. а) $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$;

б) $xy' = y \ln \frac{y}{x} + y$;

в) $x^2y' - 2xy = 3$.

1.3. а) $y' = 4\sqrt[4]{y^3}$;

б) $xy' + xe^{\frac{y}{x}} - y = 0$;

в) $xy' + y = x + 1$.

1.4. а) $y' = \sqrt{1 - y^2}$;

б) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$;

в) $(1 - x^2)y' - 2xy = 2x + 4x^3$.

1.5. а) $yy' = -\sqrt{y}$;

б) $x^2y' + y^2 - 2xy = 0$;

в) $xy' \ln x + y = x$.

1.6. а) $y' = \cos^2 y$;

б) $(x^2 + y^2)y' - 2xy = 0$;

в) $xy' \ln x + y = 2 \ln x$.

1.7. а) $yy' = \sqrt{y^2 - 1}$;

б) $xy' = x \cos^2 \frac{y}{x} + y$;

в) $(1 + x^2)y' + 2xy = 2x$.

1.8. а) $yy' = -\sqrt{1 - y^2}$;

б) $xy' = \sqrt{x^2 - y^2}$;

в) $y' + 2xy = 2x^2e^{-x^2}$.

1.9. а) $y' = -y\sqrt{1 - x^2}$;

б) $y'(x + 3y) = 3x + y$;

в) $x^3y' - 2x^2y = -4$.

1.10. а) $y'y = \sqrt{1 - y^2}$;

б) $y'(2x + y) = x + 2y$;

в) $xy' + y = 1$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка методом понижения порядка.

2.1. а) $(1 + x^2)y'' = -xy'$;

б) $y'' = \frac{1}{2y'}$.

- 2.2. а) $y'' + \frac{2}{x}y' = 0$; б) $yy'' - (y')^2 = 0$.
 2.3. а) $xy'' = y'$; б) $y^3y'' = 1$.
 2.4. а) $xy'' = y' + x^2$; б) $y'' = 2 - y$.
 2.5. а) $y''x \ln x = y'$; б) $y'' + \sqrt{1 - (y')^2} = 0$.
 2.6. а) $xy'' + y' = 0$; б) $y'' = \frac{2}{y^3}$.
 2.7. а) $x^2y'' = (y')^2$; б) $y'' = 4y$.
 2.8. а) $2xy'' = y'$; б) $yy'' - 2(y')^2 = 0$.
 2.9. а) $xy'' = \frac{y'}{1+x^2}$; б) $y'' + \operatorname{tg} y = (y')^2$.
 2.10. а) $y'' = -\frac{x}{y'}$; б) $yy'' + (y')^2 = 0$.

3. Для данного дифференциального уравнения второго порядка найти решение задачи Коши, т. е. частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

- 3.1. $y'' - 4y' + 8y = 4e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
 3.2. $y'' - 2y' + 2y = 2x^2 - 4x + 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
 3.3. $y'' + 2y' - 3y = 3 \sin x$, $y(0) = -0,3$, $y'(0) = 1$.
 3.4. $y'' + 4y' + 5y = 2e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.
 3.5. $y'' - 6y' + 9y = \cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{1}{13}$.
 3.6. $y'' - 4y = 8x^2$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$.
 3.7. $y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 0$.
 3.8. $y'' - 10y' + 25y = 5(1 + 5x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
 3.9. $y'' - 2y' + y = 32e^{5x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
 3.10. $y'' - 3y' = \cos x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

4. Для системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами требуется:

- 1) по характеристическому уравнению оценить устойчивость нулевого решения при $t \rightarrow \infty$ найти (устойчиво по Ляпунову, асимптотически устойчиво или неустойчиво);

2) найти общее решение системы.

$$4.1. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - y. \end{cases}$$

$$4.2. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x - 4y. \end{cases}$$

$$4.3. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - y. \end{cases}$$

$$4.4. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 4y. \end{cases}$$

$$4.5. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 5y, \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y. \end{cases}$$

$$4.6. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y. \end{cases}$$

$$4.7. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 4y. \end{cases}$$

$$4.8. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 2y. \end{cases}$$

$$4.9. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x. \end{cases}$$

$$4.10. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x. \end{cases}$$

5. Вычислить двойной интеграл по области D .

$$5.1. \quad \iint_D (2x^2y^2 - 4x^3y) \, dx dy, \text{ если } D : y = -x^2, y = \sqrt{x}, x = 4.$$

$$5.2. \quad \iint_D (2x - x^2y) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = 1, y = x^2 + 1.$$

$$5.3. \quad \iint_D (5xy + x + 1) \, dx dy, \text{ если } D : y = x^3, y = 4x, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$5.4. \quad \iint_D (y - x) \, dx dy, \text{ если } D : y = x^2 - 3, y = -2x.$$

$$5.5. \quad \iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.6. \quad \iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$$

$$5.7. \quad \iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$$

$$5.8. \quad \iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$5.9. \quad \iint_D (xy - 4x^3y^3) \, dx dy, \text{ если } D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.10. \quad \iint_D (4xy + 3x^2y^2) \, dx dy, \text{ если } D : x \geq 1, y = x^2, y = 4.$$

6. Пластинка D задана неравенствами, $\rho(x, y)$ — поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$6.1. \quad D : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq e, \rho(x, y) = \frac{x}{y}.$$

$$6.2. \quad D : 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 1, \rho(x, y) = y^2.$$

- 6.3. $D : 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq 4, \rho(x, y) = \frac{y}{x}.$
- 6.4. $D : 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0, \rho(x, y) = xy^2.$
- 6.5. $D : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2, \rho(x, y) = \frac{y}{x^2}.$
- 6.6. $D : 4 \leq x \leq 5, 4 \leq y \leq 6, \rho(x, y) = xy^3.$
- 6.7. $D : 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4, \rho(x, y) = 4y^2.$
- 6.8. $D : -1 \leq x \leq 1, e \leq y \leq e^2, \rho(x, y) = \frac{x^2}{y}.$
- 6.9. $D : 3 \leq x \leq 4, 2 \leq y \leq 6, \rho(x, y) = x^3y.$
- 6.10. $D : -2 \leq x \leq 2, -3 \leq y \leq 0, \rho(x, y) = x^2.$

7. Вычислить криволинейный интеграл первого рода.

- 7.1. $\int_L xy \, dl$, где L : граница квадрата с вершинами $(1;0), (0;1), (-1;0), (0;-1).$
- 7.2. $\int_L \frac{y^2}{x} \, dl$, где L : дуга параболы $y^2 = 2x$, заключенная между точками $(1; \sqrt{2})$ и $(2; 2).$
- 7.3. $\int_L xy \, dl$, где L : граница прямоугольника с вершинами $(0;0), (4;0), (4;2), (0;2).$
- 7.4. $\int_L y \, dl$, где L : дуга синусоиды $y = \sin x$ при $0 \leq x \leq \pi.$
- 7.5. $\int_L xy \, dl$, где L : ломанная ABC , где $A(0; 1), B(1; 0), C(1; 1).$
- 7.6. $\int_L xy \, dl$, где L : ломанная OAB , где $O(0; 0), A(4; 0), B(4; 2).$
- 7.7. $\int_L xy^2 \, dl$, где L : дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $(1;1)$ до точки $(2;8).$
- 7.8. $\int_L \frac{dl}{x+y}$, где L : отрезок прямой от точки $(2;4)$ до точки $(1;3).$
- 7.9. $\int_L \frac{dl}{x-y}$, где L : отрезок прямой от точки $(0;-2)$ до точки $(4;0).$
- 7.10. $\int_L \frac{dl}{\sqrt{x+y}}$, где L : отрезок прямой от точки $(1;2)$ до точки $(2;4).$

8. Вычислить массу дуги кривой L с помощью криволинейного интеграла первого рода, если плотность кривой $\rho(x, y).$

- 8.1. L : дуга параболы $y = \frac{x^2}{2}$, заключенная между точками $(1; \frac{1}{2})$ и $(2; 2)$, $\rho(x, y) = \frac{y}{x}$.
- 8.2. L : дуга кривой $y = 1 - \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, $\rho(x, y) = 1$.
- 8.3. L : дуга кривой $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$, $1 \leq y \leq e$, $\rho(x, y) = 1$.
- 8.4. L : отрезок прямой $y = x$, $0 \leq x \leq 2$, $\rho(x, y) = xy$.
- 8.5. L — дуга кривой $y^2 = x^3$, $0 \leq x \leq 5$, $\rho(x, y) = 1$.
- 8.6. L : дуга кривой $x = \cos t$, $y = \sin t$, лежащая в первой четверти, $\rho(x, y) = x$.
- 8.7. L : дуга кривой $x = \cos t$, $y = \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$, $\rho(x, y) = y$.
- 8.8. L : дуга параболы $y = \frac{x^2}{2}$, заключенная между точками $(0; 0)$ и $(2; 2)$, $\rho(x, y) = \sqrt{y}$.
- 8.9. L : дуга кривой $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$, $\rho(x, y) = x$.
- 8.10. L : дуга кривой $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$, $\rho(x, y) = y$.

9. Вычислить криволинейный интеграл второго рода.

- 9.1. $\int_L \frac{y^2+1}{y} dx - \frac{x-2y^2}{y^2} dy$, где L : отрезок прямой, соединяющей точки $(1; 2)$ и $(2; 4)$.
- 9.2. $\int_L (x^2 - y^2) dx + (y^2 - x) dy$, где L : отрезок прямой, соединяющей точки $(3; 4)$, $(4; 0)$.
- 9.3. $\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$, где L : дуга кривой $y = \ln x$ от точки $(1; 0)$ до точки $(e; 1)$.
- 9.4. $\int_L (xy - x^2) dx + x dy$, где L : дуга параболы $y = 2x^2$ от точки $(0; 0)$ до точки $(1; 2)$.
- 9.5. $\int_L (x^2 - y) dx + (y^2 - x) dy$, где L : верхняя половина окружности $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$. Интегрировать в направлении против

часовой стрелки.

- 9.6. $\int_L (xy - x) dx + \frac{1}{2}x^2 dy$, где L : дуга параболы $y = \frac{x^2}{2}$ от точки $(0; 0)$ до точки $(1; \frac{1}{2})$.
- 9.7. $\int_L \frac{dx}{y} - \frac{dy}{x}$, где L : первая четверть окружности $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$. Интегрировать в направлении против часовой стрелки.
- 9.8. $\int_L (x^2 + y^2) dx + xy dy$, где L : отрезок прямой, соединяющей точки $(1; 1)$ и $(4; 0)$.
- 9.9. $\int_L (x^2 - 2xy) dx + (y^2 + 2xy) dy$, где L : дуга параболы $y = x^2$ от точки $(1; 1)$ до точки $(2; 4)$.
- 9.10. $\int_L (2x - 3y) dx + x dy$, где L : эллипс $x = 4 \cos t$, $y = 3 \sin t$. Интегрировать в направлении против часовой стрелки.

10. Найти работу силы $\vec{F}$ при перемещении вдоль дуги линии L от точки M_0 до точки M_1 .

- 10.1. $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}$, L : $y = 2 - \frac{x^2}{8}$, $M_0(-4; 0)$, $M_1(0; 2)$.
- 10.2. $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + 2x\vec{j}$, L : $x^2 + y^2 = 4$ ($y \geq 0$), $M_0(2; 0)$, $M_1(-2; 0)$.
- 10.3. $\vec{F} = 2xy\vec{i} + y\vec{j}$, L : отрезок M_0M_1 , $M_0(1; -1)$, $M_1(2; 1)$.
- 10.4. $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$, L : $y = x^2$, $M_0(-1; 1)$, $M_1(1; 1)$.
- 10.5. $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j}$, L : отрезок M_0M_1 , $M_0(-4; 0)$, $M_1(0; 2)$.
- 10.6. $\vec{F} = xy\vec{i} + 2y\vec{j}$, L : $x^2 + y^2 = 1$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$), $M_0(1; 0)$, $M_1(0; 1)$.
- 10.7. $\vec{F} = (y^2 - y)\vec{i} + (2xy + x)\vec{j}$, L : $x^2 + y^2 = 9$ ($y \geq 0$), $M_0(3; 0)$, $M_1(-3; 0)$.
- 10.8. $\vec{F} = -y\vec{i} + x\vec{j}$, L : $y = x^3$, $M_0(0; 0)$, $M_1(2; 8)$.

$$10.9. \quad \vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j}, L : \text{отрезок } M_0M_1, M_0(1; 0), M_1(0; 3).$$

$$10.10. \quad \vec{F} = -y^2\vec{i} + x^2\vec{j}, L : x^2 + y^2 = 9 \ (x \geq 0, y \geq 0), M_0(3; 0), M_1(0; 3).$$

11. Для данного векторного поля $\vec{F}(x; y; z)$ проверить его потенциальность и соленоидальность.

$$11.1. \quad \vec{F} = ye^{x^2}\vec{i} + e^{x+y}\vec{j} + \sqrt{x+z}\vec{k}.$$

$$11.2. \quad \vec{F} = \sqrt{x+y}\vec{i} + \sqrt{x^2+y^2}\vec{j} + \sqrt{z^3+2y}\vec{k}.$$

$$11.3. \quad \vec{F} = (e^z - y)\vec{i} + (e^x - z)\vec{j} + (x^2 + y^2)\vec{k}.$$

$$11.4. \quad \vec{F} = (y^2 + 2z)\vec{i} + (x^2 + z^2)\vec{j} + (xy + 2y^2)\vec{k}.$$

$$11.5. \quad \vec{F} = (e^z - e^x)\vec{i} + (e^{x^2} + y)\vec{j} + (x^2 + y^3)\vec{k}.$$

$$11.6. \quad \vec{F} = \ln(x+y)\vec{i} + \ln(z+x)\vec{j} + \ln(x^3 + y^3)\vec{k}.$$

$$11.7. \quad \vec{F} = 3x^2y\vec{i} + zy\vec{j} + (z^3 + x^3)\vec{k}.$$

$$11.8. \quad \vec{F} = \sin x^2\vec{i} + 2\cos(x+y)\vec{j} + \sin(x+2z)\vec{k}.$$

$$11.9. \quad \vec{F} = \sqrt{x+y}\vec{i} + \sqrt{x^2+z}\vec{j} + \sqrt{z+1}\vec{k}.$$

$$11.10. \quad \vec{F} = \ln(x^2 + y^3 + z^4)\vec{i} + \frac{x}{y}\vec{j} + \frac{1}{z}\vec{k}.$$

12. Показать, что данное векторное поле $\vec{F}(x; y; z)$ является потенциальным и найти его потенциал.

$$12.1. \quad \vec{F} = (2x + 3yz)\vec{i} + (2y + 3xz)\vec{j} + (2z + 3xy)\vec{k}.$$

$$12.2. \quad \vec{F} = (x + 5yz)\vec{i} + (y + 5xz)\vec{j} + (z + 5xy)\vec{k}.$$

$$12.3. \quad \vec{F} = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}.$$

$$12.4. \quad \vec{F} = (x + 3yz)\vec{i} + (y + 3xz)\vec{j} + (z + 3xy)\vec{k}.$$

$$12.5. \quad \vec{F} = (6x + 7yz)\vec{i} + (6y + 7xz)\vec{j} + (6z + 7xy)\vec{k}.$$

$$12.6. \quad \vec{F} = (4x - 7yz)\vec{i} + (4y - 7xz)\vec{j} + (4z - 7xy)\vec{k}.$$

$$12.7. \quad \vec{F} = (2x + yz)\vec{i} + (2y + xz)\vec{j} + (2z + xy)\vec{k}.$$

$$12.8. \quad \vec{F} = (12x + yz)\vec{i} + (12y + xz)\vec{j} + (12z + xy)\vec{k}.$$

12.9. $\vec{F} = (9x + 5yz)\vec{i} + (9y + 5xz)\vec{j} + (9z + 5xy)\vec{k}.$

12.10. $\vec{F} = (x + yz)\vec{i} + (y + xz)\vec{j} + (z + xy)\vec{k}.$

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 5

1. Найти частичную сумму S_5 числового ряда.

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2+1}.$

1.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{2n^2+1}.$

1.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^3-1}.$

1.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{3n-1}.$

1.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+3}.$

1.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n+1}.$

1.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{n+1}.$

1.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{5n+1}.$

1.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+2)}{4n-1}.$

1.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n-3}.$

2. Исследовать ряды на сходимость.

2.1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-2}{2n^3+4n+1}.$

2.2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^3-n+1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3}{3n^2+4}.$

2.3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^3+2};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+3)^3};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{3n+4}{5n+1}}.$

2.4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3n+1}{4n^3+5n};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{3^{n-1}};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n}\right)^2.$

2.5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2+1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot n}{3^n};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n-2}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{n+1}\right)^2.$

2.6. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2+n-1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{6n+2}\right)^{5n};$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n+3}.$

2.7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+7}{n^2+3};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8^{n-1}};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}.$

2.8. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{n^3+1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n-1}\right)^{2n};$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^2+4}}.$

2.9. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^6+1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n+2}\right)^n;$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2+5}\right).$

2.10. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 2^n};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3}\right)^{2n};$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+5n-4}{3n^2+n+1}.$

3. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость.

3.1.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n;$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n+1}{3n^2+5}.$
3.2.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2^n};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{2n^2-1}.$
3.3.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{2n+1}{n^2+2}\right)^2;$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n^2}{n^3+1}.$
3.4.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n^2}{n^4-n^2+1};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n+2}{4n^2+1}.$
3.5.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n-1}{n!};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n}{4n^2+1}.$
3.6.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{3^n};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{4n^2+1}.$
3.7.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^3}{(n+1)!};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n-1}{9n^2+1}.$
3.8.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{2n}};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)}.$
3.9.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \left(\frac{2n+3}{3n^2-2}\right)^2;$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n+4}{n(5n+1)}.$
3.10.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{3^n};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n(n+4)}.$

4. Найти область сходимости степенных рядов.

4.1.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{2n+1};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\sqrt{n}}.$
4.2.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot x^n}{3n+1};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 9^n}.$
4.3.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{\sqrt{2n}};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \left(\frac{x+3}{3}\right)^n.$
4.4.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n \cdot x^n;$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3n+8}.$
4.5.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{n^2+1};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{3^n}.$
4.6.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot \sqrt{n}};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{2n^2-5n}.$
4.7.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot x^n}{(4n-1)^3};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \left(\frac{x-1}{3}\right)^n.$
4.8.	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{n^2};$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot (x-3)^n}{n^4+1}.$

$$4.9. \quad \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \cdot x^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n \cdot (x+2)^n.$$

$$4.10. \quad \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} \cdot (x+3)^n.$$

5. Представить решение задачи Коши в виде ряда (выписав три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд).

$$5.1. \quad y' = xe^{-x} + \ln y, \quad y(0) = 1.$$

$$5.2. \quad y' = 4y - 2xy + e^{3x}, \quad y(0) = 2.$$

$$5.3. \quad y' = \cos^2 x - y \sin x + \ln(x+1), \quad y(0) = 3.$$

$$5.4. \quad y' = x^3 + y^2 - e^x, \quad y(0) = 1.$$

$$5.5. \quad y' = e^{-2x} + 3y^2, \quad y(0) = 0.$$

$$5.6. \quad y' = x^3 - \operatorname{tg} y + 1, \quad y(0) = 0.$$

$$5.7. \quad y' = x^2 + y \ln y - y, \quad y(0) = 1.$$

$$5.8. \quad y' = 3e^x - (x+3)y, \quad y(0) = 1.$$

$$5.9. \quad y' = \cos 2x - x - y^2, \quad y(0) = 1.$$

$$5.10. \quad y' = 2x^2 + 3y + \cos x + 2, \quad y(0) = 0.$$

6. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно.

$$6.1. \quad f(x) = 2x - 2. \quad 6.2. \quad f(x) = -2 - 2x.$$

$$6.3. \quad f(x) = 2x - 4. \quad 6.4. \quad f(x) = 3 + 4x.$$

$$6.5. \quad f(x) = 1 + 3x. \quad 6.6. \quad f(x) = 5x - 1.$$

$$6.7. \quad f(x) = 3 + x. \quad 6.8. \quad f(x) = 2 - 5x.$$

$$6.9. \quad f(x) = 3x - 5. \quad 6.10. \quad f(x) = 1 - 7x.$$

7. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье по синусам и по косинусам на данном отрезке.

- 7.1. $f(x) = 1, x \in [3; 4]$. 7.2. $f(x) = 7, x \in [2; 6]$.
 7.3. $f(x) = 2, x \in [2; 4]$. 7.4. $f(x) = 9, x \in [-8; -6]$.
 7.5. $f(x) = 4, x \in [-3; -2]$. 7.6. $f(x) = 10, x \in [-6; -5]$.
 7.7. $f(x) = 3, x \in [-4; -2]$. 7.8. $f(x) = 3, x \in [4; 6]$.
 7.9. $f(x) = 6, x \in [1; 2]$. 7.10. $f(x) = 2, x \in [-5; -4]$.

8. Найти изображение по данному оригиналу.

- 8.1. а) $f(t) = 2t \cdot \cos t + e^{2t}$; б) $f(t) = (t - 1) \cdot e^{t-1}$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \sin t$.
 8.2. а) $f(t) = 3t - 4 \sin t$; б) $f(t) = (t - 1)^{11}$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \cos t$.
 8.3. а) $f(t) = 3t^5 \cdot e^{2t} + 1$; б) $f(t) = \sin(t - 2)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \operatorname{sh} 2t$.
 8.4. а) $f(t) = 5t^2 \cdot e^{-4t} + t^2$; б) $f(t) = \cos(t - 2)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \operatorname{ch} 2t$.
 8.5. а) $f(t) = 8 \operatorname{ch} 3t + e^{-2t}$; б) $f(t) = e^{t-1} \cdot \sin(t - 1)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \sin 3t$.
 8.6. а) $f(t) = t^2 \cdot e^{3t} + 2 \sin 4t$; б) $f(t) = (t - 2) \cdot \cos(t - 2)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \cos 4t$.
 8.7. а) $f(t) = 7t \cdot e^{-2t} + \operatorname{sh} 2t$; б) $f(t) = (t - 4) \cdot \operatorname{ch}(t - 4)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \sin 2t$.
 8.8. а) $f(t) = 1 - 2 \sin 4t$; б) $f(t) = (t - 3) \cdot \operatorname{sh}(t - 3)$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \operatorname{sh} 4t$.
 8.9. а) $f(t) = t \cdot \operatorname{ch} 2t + 4e^{-t}$; б) $f(t) = (t - 3)^3 \cdot e^{t-3}$;
 в) $f(t) = t^2 \cdot \operatorname{ch} 8t$.

$$8.10. \quad \text{a) } f(t) = t \cdot \operatorname{sh} 3t + 5e^{-2t}; \quad \text{б) } f(t) = (t - 5)^{10};$$

$$\text{в) } f(t) = t^2 \cdot \cos 8t.$$

9. Найти оригинал по данному изображению.

$$9.1. \quad \text{a) } F(p) = \frac{1}{p-3} + \frac{p}{p^2-4}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p+1}{(p-1) \cdot (p+2)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{p \cdot e^{-2p}}{p^2+9}.$$

$$9.2. \quad \text{a) } F(p) = \frac{p-2}{(p-2)^2+9} + \frac{2}{p}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p}{(p-1) \cdot (p-2)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^2-4}.$$

$$9.3. \quad \text{a) } F(p) = \frac{4}{(p-2)^2-4} + \frac{3}{p}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{3p}{(p+1) \cdot (p+2)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{4e^{-p}}{p^2+4}.$$

$$9.4. \quad \text{a) } F(p) = \frac{p-3}{(p-3)^2-9} + \frac{4}{p^2}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{2p-1}{(p+4) \cdot (p-1)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2}.$$

$$9.5. \quad \text{a) } F(p) = \frac{p^2+9}{(p^2-9)^2} + \frac{3}{p^2+4}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p+2}{(p-1) \cdot (p+4)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p+4}.$$

$$9.6. \quad \text{a) } F(p) = \frac{5}{(p-3)^2} + \frac{2p}{(p^2-4)^2}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p-1}{(p+2) \cdot (p-3)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^{10}}.$$

$$9.7. \quad \text{a) } F(p) = \frac{8}{(p+1)^4} - \frac{3p}{(p^2-1)^2}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p}{(p-4) \cdot (p+1)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{p \cdot e^{-p}}{p^2-4}.$$

$$9.8. \quad \text{a) } F(p) = \frac{4}{p^7} + \frac{p-1}{(p-1)^2-9}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{3p+1}{p \cdot (p+4)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{p \cdot e^{-3p}}{p^2-9}.$$

$$9.9. \quad \text{a) } F(p) = \frac{p}{p^2-16} - \frac{1}{p^2-25}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{p-2}{p \cdot (p-3)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{p \cdot e^{-p}}{p^2+16}.$$

$$9.10. \quad \text{a) } F(p) = \frac{1}{p^{10}} - \frac{4p}{(p^2-9)^2}; \quad \text{б) } F(p) = \frac{2p+3}{(p+2) \cdot (p-2)};$$

$$\text{в) } F(p) = \frac{3e^{-7p}}{p+2}.$$

10. Средствами операционного исчисления найти частное решение диффе-

ренциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

10.1. $x'' - 4x = e^{2t}$, $x(0) = x'(0) = 0$.

10.2. $x'' - 6x' = e^{-4t}$, $x(0) = -2$, $x'(0) = 0$.

10.3. $x'' - 2x' + x = \operatorname{sh} 2t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

10.4. $x'' - 5x' + 6x = e^{2t}$, $x(0) = x'(0) = 1$.

10.5. $x'' - 7x' + 12x = e^{3t}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$.

10.6. $x'' - 2x' - 15x = e^{-3t}$, $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$.

10.7. $x'' - 4x = 3$, $x(0) = 1$, $x'(0) = -1$.

10.8. $x'' - 2x' = t \cdot e^t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

10.9. $x'' + x = \operatorname{ch} 4t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

10.10. $x'' - 3x' + 2x = e^{3t}$, $x(0) = x'(0) = 1$.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 6

1. Решить задачу, пользуясь формулами и законами комбинаторики.

1.1. Шесть ящиков различных материалов доставляются на 5 этажей стройки. Сколькими способами можно распределить ящики по этажам?

1.2. 15 пронумерованных бильярдных шаров раскладывают по 6 лузам. Сколькими способами это можно сделать?

1.3. Сколькими способами из 25 студентов группы можно: а) выбрать актив в составе: староста, заместитель старосты, профорг; б) выбрать трех дежурных?

1.4. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составляются всевозможные пятизначные числа, не содержащие одинаковых цифр. Каково максимальное число таких чисел?

1.5. Тридцать человек разбиты на три группы по десять человек в каждой. Сколько может быть различных составов групп?

1.6. Из 12 разных книг 4 имеют переплет. Сколькими способами можно выбрать 5 книг так, что среди них 2 в переплете?

1.7. На грядке растет 9 белых и 6 красных роз. Сколькими способами из них можно выбрать для букета 3 белые и 2 красные розы?

1.8. Из 10 теннисисток и 6 теннисистов составляются 4 смешанные пары. Сколькими способами это можно сделать?

1.9. Сколькими способами можно распределить 30 различных предметов между тремя людьми так, чтобы каждый получил 10 предметов?

1.10. Собрание из 80 человек избирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколькими способами это можно сделать?

2. Решить задачу, пользуясь классическим определением вероятности.

2.1. Из ящика, содержащего 6 белых и 4 красных шара, вынимают один за другим 3 шара. Какова вероятность вынуть 3 белых шара, если: а) шары после испытания попадают обратно в ящик; б) шары обратно не попадают?

2.2. Вероятность попасть в мишень для стрелка равна 0,8. Стрелок производит 3 выстрела. Определить вероятности: а) трех попаданий; б) только одного попадания; в) хотя бы одного попадания.

2.3. Два стрелка стреляют по очереди до попадания в мишень, но не свыше двух выстрелов каждый. Вероятность поражения мишени при каждом выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что мишень будет поражена: а) первым стрелком; б) вторым стрелком?

2.4. Рабочий обслуживает одновременно 4 независимо работающих станка. Вероятность того, что в течении часа станок не остановится, равна: для первого станка 0,9, для второго — 0,8, для третьего — 0,7, для четвертого — 0,75. Определить вероятность того, что в течении часа будут работать без остановки: а) по крайней мере один станок; б) ровно два станка.

2.5. На пяти карточках написаны числа 1, 2, 3, 4, 5. Наудачу берут две карточки. Найти вероятность того, что: а) большее из извлеченных чисел равно 4; б) меньшее из извлеченных чисел равно 2.

2.6. В лифт шестизэтажного дома на первом этаже вошло 4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Какова вероятность того, что: а) трое выйдут на одном этаже; б) трое выйдут на разных этажах?

2.7. В коробке 10 красных, 6 зеленых и 8 синих карандашей. Три из них вынимаются наугад. Найти вероятность того, что все карандаши: а) разных цветов; б) одного цвета.

2.8. Ребенок, играя с карточками, на которых написаны буквы латинского алфавита (26 карточек), случайным образом выбирает 6 карточек. Найти вероятность того, что из букв, написанных на них, можно составить слово «BEGIN».

2.9. Выполняя заказ на изготовление 50 золотых медалей, ювелир заменил две медали на фальшивые. Для контроля заказчик случайным образом выбирает три медали. Какова вероятность разоблачения ювелира?

2.10. В лотерее разыгрывается 6 ценных подарков. Найти вероятность того, что среди 4 наудачу взятых билетов окажется 2 «счастливых», если всего было выпущено 50 билетов.

3. Решить задачу, воспользовавшись схемой последовательных испытаний (формулами Бернулли, Пуассона или локальной теоремой Муавра–Лапласа).

3.1. Найти вероятность того, что событие наступит ровно 70 раз в 243

испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании одинакова и равна 0,25.

3.2. Вероятность того, что изделие не выдержит испытание, равна 0,005. Какова вероятность того, что из 600 проведенных испытаний не выдержит более двух изделий?

3.3. Проверяется партия из 900 деталей. Вероятность появления стандартной детали 0,9. Найти вероятность того, что в партии окажется 800 стандартных деталей.

3.4. Вероятность появления события A в любом из 1225 независимых испытаний равна 0,2. Найдите вероятность того, что событие A появится 245 раз.

3.5. Какова вероятность того, что в столбце из 100 наудачу отобранных монет 45 будут расположены «гербом» вверх?

3.6. Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован правильно, равна 0,9995. Найдите вероятность того, что тираж содержит не более двух бракованных книг.

3.7. Вероятность изготовления детали высшего сорта 0,4. Найдите вероятность того, что среди взятых наудачу 400 деталей 165 будут высшего сорта.

3.8. Производится 200 независимых выстрелов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что в мишени окажется 115 пробоин?

3.9. Игральный кубик подбрасывается 400 раз. Найдите вероятность того, что 5 очков на верхней грани кубика появится 60 раз.

3.10. Перевозят независимо друг от друга 200 ценных приборов. Вероятность порчи прибора в пути 0,01. Найдите вероятность того, что во время перевозки получат дефект менее двух приборов.

4. Решить задачу, воспользовавшись схемой последовательных испытаний (интегральной теоремой Муавра–Лапласа).

4.1. Вероятность появления события A в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,8. Найдите вероятность того, что это событие появится от 700 до 750 раз.

4.2. Монета подбрасывается 900 раз. Найдите вероятность того, что при этом «герб» появится от 430 до 460 раз.

4.3. Вероятность появления события A в каждом из 750 независимых испытаний равна 0,7. Найдите вероятность того, что это событие появится от 520 до 535 раз.

4.4. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах стрелок поразит мишень не менее 80 раз.

4.5. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена от 45 до 80 раз.

4.6. Вероятность изготовления детали высшего сорта равна 0,6. Найдите вероятность того, что среди взятых наудачу 200 деталей от 75 до 155 будут высшего сорта.

4.7. Игральный кубик подбрасывается 360 раз. Найдите вероятность того, что число 6 на верхней грани кубика появится не более 70 раз.

4.8. Игральный кубик подбрасывается 450 раз. Найдите вероятность того, что число 4 на верхней грани кубика появится не менее 70 раз.

4.9. Вероятность того, что на странице книги имеется название нового параграфа, равна 0,15. Проверяется книга из 400 страниц. Какова вероятность того, что в книге страниц с новым параграфом окажется от 55 до 70?

4.10. Найти вероятность того, что в партии из 500 изделий число изделий высшего качества заключено между 350 и 450, если вероятность появления изделия высшего качества равна 0,8.

5. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения. Требуется:

- 1) найти неизвестную вероятность p_i ;
- 2) составить функцию распределения $F(X)$ и построить ее график;
- 3) найти математическое ожидание $M(X)$;
- 4) найти математическое ожидание $M(Y)$.

5.1.

X	1	2	3	4
P	0,1	p_2	0,2	0,4

 $Y = 2X + 3.$

5.2.

X	-1	0	1	2
P	0,1	0,3	p_3	0,2

 $Y = 3X - 1.$

5.3.

X	-2	0	3	4
P	0,1	0,2	0,3	p_4

 $Y = 2X - 1.$

$$5.4. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 0 & 2 & 4 & 6 \\ \hline P & 0,2 & 0,1 & p_3 & 0,2 \\ \hline \end{array} \quad Y = 3X + 2.$$

$$5.5. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0,1 & p_2 & 0,2 & 0,3 \\ \hline \end{array} \quad Y = 2X - 4.$$

$$5.6. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 1 & 2 & 4 & 5 \\ \hline P & p_1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ \hline \end{array} \quad Y = 2X + 4.$$

$$5.7. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & -2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline P & p_1 & 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ \hline \end{array} \quad Y = 2X - 3.$$

$$5.8. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & -3 & -2 & -1 & 0 \\ \hline P & 0,3 & 0,1 & p_3 & 0,3 \\ \hline \end{array} \quad Y = 3X + 1.$$

$$5.9. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 0 & 2 & 3 & 5 \\ \hline P & 0,4 & 0,1 & p_3 & 0,2 \\ \hline \end{array} \quad Y = 4X - 1.$$

$$5.10. \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & -5 & -3 & -2 & 0 \\ \hline P & 0,2 & p_2 & 0,4 & 0,1 \\ \hline \end{array} \quad Y = 4X + 1.$$

6. В следующей задаче для дискретной случайной величины X требуется:

- 1) составить ряд распределения;
- 2) составить функцию распределения $F(x)$;
- 3) найти числовые характеристики (математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$).

6.1. В лотерее разыгрываются: автомобиль стоимостью 5000 ден.ед., 4 телевизора стоимостью 250 ден.ед., 5 музыкальных центров стоимостью 450 ден.ед. Всего продается 1000 билетов по 7 ден.ед. Рассматривается случайная величина X – чистый выигрыш, полученный участником лотереи, купившим один билет.

6.2. Вероятность того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам A и B , равны соответственно 0,7 и 0,9. Рассматривается случайная величина X – число семестровых экзаменов, которые сдаст студент.

6.3. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,52. Рассматривается случайная величина

X – число мальчиков в семье с четырьмя детьми.

6.4. Радист вызывает корреспондента, причем каждый последующий вызов производится лишь в том случае, если предыдущий вызов не принят. Количество вызовов не более 5. Вероятность того, что корреспондент примет вызов, равна 0,4. Рассматривается случайная величина X – число вызовов.

6.5. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течении часа станок не потребует внимания рабочего, для первого станка равна 0,9, второго – 0,8, третьего – 0,7. Рассматривается случайная величина X – число станков, которые не потребуют внимания рабочего в течении часа.

6.6. Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Рассматривается случайная величина X – число кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных кустов.

6.7. Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Рассматривается случайная величина X – число очков, полученных стрелком за три выстрела.

6.8. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Рассматривается случайная величина X – число возвращенных в срок кредитов из 5 выданных.

6.9. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Рассматривается случайная величина X – число правильных ответов при простом угадывании.

6.10. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8 и уменьшается с каждым выстрелом на 0,1. Рассматривается случайная величина X – число попаданий в цель, если сделано три выстрела.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Требуется:

- 1) определить коэффициент A ;
- 2) найти функцию распределения $F(x)$;
- 3) построить график функции $f(x)$;
- 4) построить график функции $F(x)$;
- 5) определить вероятность того, что случайная величина X примет значения из интервала $(\alpha; \beta)$;

6) найти числовые характеристики (математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$).

$$7.1. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3, \\ A(x+3), & -3 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2, \end{cases} \quad \alpha = -2, \beta = 0.$$

$$7.2. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ A(x-2), & 2 < x \leq 8, \\ 0, & x > 8, \end{cases} \quad \alpha = 3, \beta = 5.$$

$$7.3. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -7, \\ A(x+7), & -7 < x \leq 0, \\ 0, & x > 0, \end{cases} \quad \alpha = -3, \beta = -1.$$

$$7.4. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3, \\ A(x-3), & 3 < x \leq 5, \\ 0, & x > 5, \end{cases} \quad \alpha = 4, \beta = 5.$$

$$7.5. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ A(x-2), & 2 < x \leq 6, \\ 0, & x > 6, \end{cases} \quad \alpha = 3, \beta = 4.$$

$$7.6. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5, \\ A(x+5), & -5 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases} \quad \alpha = -3, \beta = 0.$$

$$7.7. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 6, \\ A(x-6), & 6 < x \leq 8, \\ 0, & x > 8, \end{cases} \quad \alpha = 6, \beta = 7.$$

$$7.8. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ A(x+2), & -2 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2, \end{cases} \quad \alpha = -1, \beta = 0.$$

$$7.9. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ A(x-1), & 1 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3, \end{cases} \quad \alpha = 2, \beta = 3.$$

$$7.10. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3, \\ A(x+3), & -3 < x \leq 4, \\ 0, & x > 4, \end{cases} \quad \alpha = -2, \beta = 1.$$

8. Решить задачу, в которой непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону.

- 8.1. Пусть установлено, что выход красителя стандартного цвета со специальным оттенком распределен нормально с математическим ожиданием 1550 г и средним квадратическим отклонением 50 г. В скольких из 100 проверок вы ожидаете, что выход в среднем будет: а) ниже 1550 г; б) выше 1650 г; в) между 1500 и 1600 г?
- 8.2. Станок-автомат изготавливает детали, длина которых по стандарту должна отклоняться от 125 мм не более, чем на 0,5 мм. Среди продукции станка 7% нестандартной. Считая, что длины деталей имеют нормальное распределение, найдите их среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что в партии из 200 деталей будет от 10 до 20 нестандартных деталей?
- 8.3. Длина болтов, изготавливаемых на автоматическом станке, является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием, равным 30 мм и дисперсией $D(X) = 4$ мм. Найдите такое положительное число Q , чтобы с вероятностью 0,8 выполнялось неравенство: $|X - 30| < Q$. Каково наиболее вероятное число болтов в партии из 500 деталей, для которых это неравенство имеет место?
- 8.4. Размер диаметра детали, выпускаемой цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $a = 5$ см, $\sigma = 0,81$ см. Последовательно проверяется размер диаметра каждой детали. Какова вероятность того, что размер четвертой детали отклонится от математического ожидания на величину, большую, чем 2 см, а у предыдущих трех нет?
- 8.5. Результаты измерения расстояния между двумя населенными пунктами подчинены нормальному закону с параметрами: $a = 1$ км, $\sigma = 100$ м. Найдите вероятность того, что расстояние между двумя пунктами: а) не менее 1,58 км; б) от 1,57 до 1,63 км.
- 8.6. Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами: $a = 164$ см и $\sigma = 5,5$ см. Вычислите вероятность того, что хотя бы одна из наудачу выбранных трех женщин будет иметь рост от 175 до 180 см.
- 8.7. Диаметр детали, изготовленной цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Дисперсия данной случайной величины равна 0,0001 см, а математическое ожидание – 2,5 см. Найдите границы, симметричные относительно математического ожидания, в которых с вероятностью 0,9973 заключен диаметр наудачу взятой детали. Какова вероятность того, что в серии из 1000 испытаний размер диаметра двух деталей выйдет за найденные границы?

8.8. Браковка шариков для подшипников производится следующим образом: если шарик не проходит через отверстие диаметром 5 см, но проходит через отверстие диаметром 6 см, то его размер считается приемлемым. Если какое-нибудь из этих условий не выполняется, то шарик бракуется. Известно, что диаметр шарика X – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным 5,5 см и дисперсией 1,21 см. Определите вероятность того, что: а) шарик будет забракован; б) из десяти шариков три будут забракованы.

8.9. Валики, изготавливаемые автоматом, считаются стандартными, если отклонение диаметра валика от заданного размера не превысит 2 мм. Случайные отклонения диаметров валика подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=1,6$ мм и математическим ожиданием $a=0$. Найдите вероятность того, что из 200 валиков число нестандартных будет не более 10%.

8.10. Размер детали задан полем допуска 10 -12 мм. Оказалось, что средний размер деталей равен 11,4 мм, а среднее квадратическое отклонение 0,7 мм. Полагая, что размер детали подчиняется нормальному закону распределения, определите вероятность брака по заниженному и завышенному размеру. Какова вероятность того, что из 1000 деталей бракованных будет менее 180?

9. Дана выборка из 100 числовых значений. По несгруппированным данным требуется:

- 1) составить интервальный вариационный ряд распределения выборки;
- 2) построить гистограмму частот;
- 3) найти и построить график выборочной функции распределения $\hat{F}(X)$;
- 4) найти оценки числовых характеристик случайной величины (выборочную среднюю $\bar{X}$, выборочную дисперсию $\hat{D}(X)$ и исправленное среднее квадратическое отклонение S);
- 5) найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания признака X генеральной совокупности (генеральной средней) с надежностью: а) 0,8; б) 0,95.

9.1.

5,30	4,46	2,18	2,91	1,47	4,06	2,85	3,86	3,42	4,16
3,16	5,69	1,83	4,34	5,26	3,52	4,14	4,56	3,40	7,03
3,81	4,46	4,12	4,17	1,95	4,09	7,79	6,91	3,30	4,92
2,42	3,91	4,33	1,75	4,42	3,69	3,86	6,28	3,88	4,38
0,94	6,14	4,05	5,32	3,90	4,89	3,28	5,55	3,61	5,55
6,35	5,79	4,41	2,11	3,22	4,58	2,88	4,13	3,61	5,24
6,22	7,15	0,27	3,01	5,09	5,40	5,06	5,16	5,14	3,87
3,55	2,63	1,00	5,55	4,72	5,09	6,15	3,03	4,28	1,91
3,30	2,92	4,83	3,87	3,64	4,60	3,32	2,69	3,33	5,74
5,67	2,87	2,60	2,84	2,88	5,30	3,77	3,25	4,95	5,01

9.2.

2,26	2,90	6,63	6,06	3,36	5,81	5,79	2,50	3,93	4,00
5,79	5,37	5,48	2,88	2,85	1,67	1,65	2,74	4,37	3,75
2,97	6,28	4,82	0,31	3,31	6,16	3,07	3,95	7,67	1,75
4,32	8,49	3,35	1,91	4,87	2,51	5,14	5,62	5,08	1,19
5,65	3,55	7,81	5,28	0,91	2,19	3,42	6,21	2,97	2,53
3,78	4,71	1,42	5,33	3,47	3,89	6,13	6,44	2,52	4,21
3,33	2,57	1,81	6,18	3,70	1,48	3,08	4,23	2,51	5,68
4,91	8,79	7,83	4,32	4,76	4,92	5,05	6,11	5,77	2,44
3,05	4,52	6,08	2,77	6,42	2,90	4,46	4,74	3,84	3,24
5,23	6,76	3,63	4,02	3,56	4,57	6,69	3,71	3,88	3,08

9.3.

6,42	6,60	4,60	6,76	7,26	4,70	6,43	1,54	3,83	5,82
3,68	3,42	4,68	0,98	5,48	4,55	8,65	6,25	3,94	4,01
3,27	4,81	7,53	4,54	6,90	6,46	2,63	6,00	5,68	3,47
7,06	2,02	7,93	5,07	4,47	1,61	1,36	3,38	3,24	4,96
1,97	2,13	7,56	3,89	3,16	4,50	8,33	5,66	5,40	5,00
4,90	6,13	8,86	2,36	5,39	1,19	5,92	4,60	1,42	3,51
4,82	6,68	3,69	0,45	6,70	1,68	1,47	9,89	7,26	4,25
6,37	4,42	6,60	6,48	2,53	0,79	0,01	4,20	3,83	5,71
4,72	7,93	5,40	6,21	4,71	4,86	4,66	3,37	7,35	6,07
6,07	8,02	8,43	1,78	3,20	7,34	3,75	3,79	3,87	7,62

9.4.

5,41	2,68	3,68	7,70	6,90	7,65	3,06	6,82	0,74	3,69
3,85	6,30	4,77	1,48	5,62	4,74	4,79	4,67	1,68	5,46
5,10	6,48	5,73	2,70	4,24	4,71	3,11	7,87	6,42	3,42
3,39	2,39	7,06	2,77	5,57	7,48	2,40	10,09	9,29	3,52
4,68	4,37	2,18	7,48	4,72	4,06	4,97	5,10	6,47	6,21
7,46	5,45	1,95	0,09	8,43	7,32	6,47	6,05	3,03	4,93
0,69	6,84	2,20	5,74	3,14	7,29	6,57	1,65	5,09	3,26
2,33	7,69	1,73	9,17	2,57	6,16	2,25	6,34	1,52	5,40
1,43	2,40	4,44	4,54	8,04	2,95	3,47	5,68	5,96	5,65
3,76	10,28	2,21	5,51	3,82	6,83	3,01	4,97	8,08	5,24

9.5.

0,74	4,28	7,10	1,77	9,49	5,48	6,72	5,38	3,47	6,17
7,54	6,06	4,53	3,79	6,31	2,44	7,57	4,12	5,24	8,22
0,81	5,06	5,41	4,36	2,34	4,75	8,39	5,12	6,52	6,20
5,84	5,27	8,18	3,13	6,56	2,86	4,84	7,30	3,17	5,55
4,33	3,24	7,33	5,65	8,96	4,16	1,79	5,98	4,58	4,43
4,38	7,64	7,90	7,04	4,76	4,88	6,57	6,36	2,60	4,76
6,05	5,15	5,86	6,68	13,18	6,46	5,72	2,59	5,71	1,66
4,33	4,64	6,20	3,02	9,42	2,37	6,70	7,13	6,89	6,47
11,10	2,26	3,77	0,02	4,25	7,47	6,02	2,70	2,04	3,97
6,10	4,84	5,46	4,82	4,87	8,79	7,81	2,81	8,01	4,75

9.6.

3,62	7,72	4,91	6,72	7,84	5,24	4,55	6,77	5,26	3,89
5,50	0,03	5,39	0,73	6,06	3,56	1,63	3,72	2,00	5,04
6,39	9,68	2,24	7,09	4,54	3,93	2,73	6,04	7,42	5,38
4,92	3,85	8,46	4,66	3,19	1,11	7,60	4,53	6,94	10,26
8,07	1,87	5,94	6,04	4,48	4,77	4,62	3,19	8,79	6,61
7,92	5,99	5,19	6,17	9,70	11,55	5,35	6,92	3,78	7,92
3,62	4,85	1,53	6,68	7,49	3,96	1,66	5,92	4,62	8,21
5,33	3,97	1,92	4,48	4,47	8,37	8,39	2,55	9,04	6,68
5,46	2,55	6,50	7,92	7,25	3,19	8,48	5,53	4,50	6,53
5,54	0,55	4,58	6,33	4,86	2,20	9,39	7,37	4,06	5,03

9.7.

6,86	7,32	5,12	2,45	7,30	0,06	4,10	8,11	5,28	6,07
4,95	9,32	5,80	2,37	2,89	6,09	6,46	9,10	3,90	8,39
4,74	2,37	2,46	6,02	8,48	4,34	8,28	5,72	4,68	9,62
4,79	8,59	5,59	5,67	6,07	8,53	5,84	0,40	0,48	2,71
3,88	9,13	2,49	7,44	3,99	8,59	2,06	5,87	3,99	5,83
8,14	4,74	4,73	0,04	3,16	5,05	1,54	3,95	3,34	1,46
1,81	5,81	2,92	1,98	7,42	4,68	8,23	1,29	4,02	3,83
2,49	3,74	5,20	6,84	1,45	6,03	3,98	4,13	3,63	0,01
6,92	2,47	4,30	2,19	3,93	9,23	4,31	5,00	6,85	6,25
4,20	5,58	1,13	5,66	1,10	6,23	8,28	5,26	3,79	1,56

9.8.

6,48	9,45	5,35	6,06	2,69	7,99	0,95	3,57	4,48	6,83
0,02	6,26	3,82	3,06	7,06	8,98	10,20	2,22	5,01	7,09
5,01	7,19	2,97	6,81	5,66	2,19	8,52	0,03	3,25	5,70
6,29	6,92	4,77	5,50	3,67	2,60	8,96	6,52	6,06	6,89
5,59	6,43	6,92	5,08	5,32	6,97	5,29	5,60	3,79	2,68
4,69	2,93	5,90	5,66	4,34	2,36	7,03	4,09	3,88	9,38
2,95	5,29	7,57	6,66	4,49	7,28	5,05	9,14	6,50	2,88
7,93	9,60	7,40	9,97	6,38	5,16	4,02	9,27	5,02	3,74
11,30	3,04	5,76	3,47	7,50	5,81	1,93	2,84	6,86	9,15
0,06	8,95	7,87	7,17	5,46	7,01	3,78	4,66	4,54	8,94

9.9.

6,62	9,36	7,65	4,54	6,52	4,21	7,34	8,86	2,11	4,34
2,72	5,54	4,64	10,36	8,94	3,25	2,23	5,59	6,36	0,67
7,09	4,40	6,53	8,29	4,78	7,63	4,12	8,40	4,43	1,97
5,14	2,48	4,89	2,05	4,40	7,91	2,26	4,10	7,11	8,64
8,88	4,91	4,72	6,58	4,14	4,47	10,51	4,36	7,99	6,62
3,47	6,14	4,86	13,01	5,67	7,63	6,48	5,36	5,65	3,34
6,60	4,08	11,76	7,70	1,69	6,46	2,31	8,64	4,98	5,04
7,42	10,90	8,38	5,73	7,10	7,85	8,04	1,95	3,64	4,53
8,10	1,02	5,67	1,62	4,42	8,12	3,24	6,47	7,15	3,09
5,91	2,98	7,66	4,22	4,89	9,60	3,45	1,94	7,53	4,61

9.10.

3,12	2,38	2,83	2,95	6,39	7,08	6,34	6,85	2,01	9,06
8,85	7,09	7,57	4,96	5,93	7,35	7,90	6,43	4,30	8,36
3,79	7,17	4,51	4,44	7,88	9,18	10,70	3,91	7,42	7,07
8,66	5,31	4,82	6,71	7,94	4,28	4,22	8,64	4,23	5,38
5,62	10,73	3,15	5,79	5,63	7,60	6,49	4,42	6,91	6,13
0,49	3,06	2,18	5,71	3,26	3,16	4,67	7,36	10,56	6,27
5,09	6,75	5,23	3,45	2,15	5,35	7,34	2,23	5,59	7,48
4,62	2,48	7,20	5,03	4,93	7,40	8,44	6,15	3,28	8,89
3,52	1,13	9,07	3,18	6,41	5,46	5,58	9,09	7,97	2,63
6,63	5,42	9,00	6,29	7,74	2,44	5,61	4,01	8,95	6,41

10. Дана корреляционная таблица. Требуется:

- 1) в прямоугольной системе координат построить эмпирическую ломаную регрессии Y на X , сделать предположение о виде корреляционной связи;
- 2) составить линейное уравнение регрессии Y на X ;
- 3) изобразить на координатной плоскости точки выборки $(x_i, \bar{Y}_{x_i})$. Построить в этой же системе координат график уравнения регрессии Y на X ;
- 4) используя полученные уравнения регрессии, оценить ожидаемое среднее значение признака Y при $X = x_0$.

10.1.

$\begin{smallmatrix} Y \\ \backslash X \end{smallmatrix}$	6	9	12	15	18	21	n_y
2	2	3	1				6
4	3	6	4	1			14
6		4	13	14	10		41
8			5	10	8	6	29
10				2	5	3	10
n_x	5	13	23	27	23	9	100

$$x_0 = 11.$$

10.2.

$\begin{array}{c} X \\ \diagdown \\ Y \end{array}$	5	6	7	8	9	10	n_y
2					6	4	10
4				6	6	8	20
6		3	4	14	3		24
8	2	5	18	2			27
10		7	10	2			19
n_x	2	15	32	24	15	12	100

 $x_0 = 9, 5.$

10.3.

$\begin{array}{c} X \\ \diagdown \\ Y \end{array}$	4	6	8	10	12	14	n_y
2	2	4	1	1			8
3	1	6	8	1			16
4		2	7	6	2	1	18
5			3	18	16	2	39
6		2	3		6	8	19
n_x	3	14	22	26	24	11	100

 $x_0 = 9.$

10.4.

$\begin{array}{c} X \\ \diagdown \\ Y \end{array}$	10	20	30	40	50	n_y
4				3	10	13
8		2	8	14	6	30
12	5	6	12	9	5	37
16	8	7	5			20
n_x	13	15	25	26	21	100

 $x_0 = 25.$

10.5.

$\begin{array}{c} X \\ \diagdown \\ Y \end{array}$	1	2	3	4	5	n_y
11			1	2	1	4
13		3	10	11	4	28
15	3	30	2			35
17	5	16	1			22
19	10	1				11
n_x	18	50	14	13	5	100

 $x_0 = 2, 5.$

10.6.

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \end{array} \begin{array}{c} X \end{array}$	5	15	25	35	45	n_y
4	196	7	1			204
8	5	41	6	1		53
12	1	8	17	4	1	31
16		1	2	6	1	10
20				1	1	2
n_x	202	57	26	12	3	300

 $x_0 = 30.$

10.7.

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \end{array} \begin{array}{c} X \end{array}$	6	7	8	9	10	n_y
2	2	5				7
3		3	8	6		17
4		4	5	9		18
5				3	5	8
n_x	2	12	13	18	5	50

 $x_0 = 6, 5.$

10.8.

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \end{array} \begin{array}{c} X \end{array}$	6	10	14	18	22	n_y
10	2	2	1	1		6
11	3	6	3	2		14
12	5	20	10	5	2	42
13		7	9	4	3	23
14			5	7	3	15
n_x	10	35	28	19	8	100

 $x_0 = 11.$

10.9.

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \end{array} \begin{array}{c} X \end{array}$	7	10	13	16	19	22	n_y
2	7	11					18
4		5	19	3			27
6			15	15	2		32
8			5	6	4		15
10				1	4	3	8
n_x	7	16	39	25	10	3	100

 $x_0 = 15.$

10.10.

$\begin{smallmatrix} X \\ y \end{smallmatrix}$	5	15	25	35	45	55	n_y
4	5	1					6
8		6	2				8
12			5	40	5		50
16			2	8	7		17
20				4	8	7	19
n_x	5	7	9	52	20	7	100

$$x_0 = 26.$$

11. Известно эмпирическое распределение выборки объема n случайной величины X . Проверить гипотезу о распределении по нормальному закону генеральной совокупности этой величины. Использовать критерий согласия Пирсона при уровне значимости α . Распределение сведено в таблицу, где x_i – значения величины X , а n_i – частота этого события.

11.1.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	7	380	401	161	46	5

$$\alpha = 0,025.$$

11.2.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	8	11	82	260	32	7

$$\alpha = 0,05.$$

11.3.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	9	12	118	292	63	6

$$\alpha = 0,05.$$

11.4.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	8	70	325	181	10	6

$$\alpha = 0,01.$$

11.5.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	77	147	229	32	9	6

$$\alpha = 0,025.$$

11.6.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	8	147	201	176	48	20

$$\alpha = 0,01.$$

11.7.

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	11	123	245	202	100	19

$$\alpha = 0,025.$$

11.8.	x_i	0	1	2	3	4	5	$\alpha = 0,05.$
	n_i	22	146	289	259	54	30	

11.9.	x_i	0	1	2	3	4	5	$\alpha = 0,01.$
	n_i	12	149	255	100	64	20	

11.10.	x_i	0	1	2	3	4	5	$\alpha = 0,01.$
	n_i	10	243	324	189	200	34	

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – 10-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2008. – 479 с.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики / В. Е. Гмурман. – 10-е изд., доп. – М.: Высш. шк., 2008. – 405 с.
3. Горелова, Г. В. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel: Учебное пособие для вузов / Г. В. Горелова, И. А. Кацко. – 6-е изд., доп. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 480 с.
4. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие для вузов. В 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 9-е изд. – М.: Высш. шк., 2010. – 304 с.
5. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие для вузов. В 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 9-е изд. – М.: Высш. шк., 2010. – 413 с.
6. Жукова, В. И. Преобразования Фурье: учеб. пособие / В. И. Жукова, Н. Л. Ющенко. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. – 79 с.
7. Костина Г. В. Ряды Фурье и их приложения: метод. указания к проведению практических занятий / Костина Г. В., Марченко Л. В. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. – 79 с.
8. Кузнецова Е. В. Основы математического анализа: предел и непрерывность: Учебное пособие / Е.В. Кузнецова. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. – 83 с.
9. Лунгу К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
10. Сборник задач по высшей математике. 2 курс / К. Н. Лунгу и др.; под ред С. Н. Федина. – 6-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 592 с.
11. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 3-е изд. Москва: Айрис-пресс, 2008. – 608 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Правила оформления контрольной работы	4
Тематическое содержание дисциплины «Математика»	5
Задания к контрольной работе №1	9
Задания к контрольной работе №2	13
Задания к контрольной работе №3	19
Задания к контрольной работе №4	24
Задания к контрольной работе №5	32
Задания к контрольной работе №6	38
Библиографический список	55