

ДВГУПС

Кафедра «Финансы и бухгалтерский учет»

ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Методические указания на выполнение
контрольной работы для студентов заочной формы обучения
подготовки специалистов
направление специальности «Экономическая безопасность»,
специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической
безопасности»

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2023

ВВЕДЕНИЕ

Основы финансовой математики являются важным элементом процесса принятия решений в условиях рыночной экономики. С развитием финансовых рынков значение финансовых расчетов возрастает. Наличие значительных денежных средств у субъектов экономики, с одной стороны, угроза инфляции, многообразие инвестиционных возможностей, с другой стороны, обуславливают необходимость использования финансовых вычислений населением и юридическими лицами.

Физические лица на основе финансовых расчетов определяют целесообразность участия в финансовых операциях: получении ссуд, помещении в банки вкладов, инвестировании в ценные бумаги, реальные проекты и др. Организации для эффективного развития нуждаются во всесторонней оценке, как любой сделки, так и собственной деятельности, функционирования партнеров, конкурентов, экономики в целом. Для этого необходим количественный анализ, выходящий за рамки элементарных расчетов. Профессия финансового менеджера, владеющего методами финансово-экономических вычислений и другими методами оценки и управления рисками, становится все более востребованной со стороны руководителей современного предприятия.

Целью изучения дисциплины «Основы финансовой математики» является овладение методами вычислений показателей финансовой деятельности. В курсе изучаются основные категории финансовых вычислений, наращение и дисконтирование, финансовая эквивалентность ставок и платежей, финансовые ренты, влияние инфляции на результаты финансовых операций. Большое внимание уделяется методикам, позволяющим решать такие практические задачи, как составление плана погашения долгосрочной задолженности, сравнение условий контрактов, определение эффективности кредитных, валютных операций, операций с ценными бумагами и др. Использование программы Microsoft Excel позволяет автоматизировать финансово-экономические расчеты.

В результате изучения курса студент должен:

- знать экономическое содержание основных категорий, характеризующих финансовые операции, соотношения между этими категориями, элементы математического моделирования финансовых операций;
- уметь составлять уравнения, характеризующие финансовые операции, применять изученные методы проведения финансовых вычислений, принимать решения в типичных финансовых ситуациях.

Обучение предмету сопровождается выполнением контрольной работы и завершается сдачей зачета.

1. ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Простые процентные ставки

Сущность финансово-экономических расчетов. Основные понятия: первоначальный долг, процентная ставка, период наращения, процентные деньги, наращенная сумма, множитель наращения, дисконтный множитель. Наращение и дисконтирование по простой процентной ставке. Точные и обыкновенные проценты с точным и приближенным числом дней. Расчет процентов с использованием процентных чисел. Переменные простые процентные ставки.

Тема 2. Сложные процентные ставки

Сущность наращения сложными процентами. Наращение процентов несколько раз в году. Номинальная и эффективная ставки процентов. Дисконтирование по сложной процентной ставке. Непрерывное наращение и дисконтирование. Переменные ставки сложных процентов.

Тема 3. Учетные ставки

Сущность банковского учета. Понятие дисконта. Наращение и дисконтирование по простой и сложной учетной ставке. Дисконтирование по сложной учетной ставке несколько раз в году. Номинальная и эффективная учетные ставки. Переменные учетные ставки.

Тема 4. Эквивалентность ставок и платежей

Понятие эквивалентности ставок. Формулы эквивалентности ставок. Средние ставки. Финансовая эквивалентность платежей. Консолидация платежей. Замена платежей и сроков их выплат.

Тема 5. Учет инфляционного обесценения денег в финансовых расчетах

Сущность инфляции. Индекс инфляции. Темп инфляции. Брутто-ставка. Реальная ставка. Формула Фишера. Расчет наращенной суммы и первоначального долга в условиях инфляции.

Тема 6. Постоянные финансовые ренты

Потоки платежей. Понятие финансовой ренты. Виды рент. Параметры и обобщающие характеристики финансовой ренты. Определение наращенной суммы, современной величины, параметров финансовой ренты.

Тема 7. Планирование погашения долга

Методы погашения краткосрочной задолженности: актуарный метод, правило торговца. Погашение потребительского кредита. Планирование погашения долгосрочной задолженности: формирование погасительного фонда; погашение долга в рассрочку. Льготные кредиты.

Тема 8. Доходность финансовых операций

Понятие доходности. Баланс финансово-кредитной операции. Доходность ссудных и учетных операций. Доходность купли-продажи финансовых инструментов. Доходность акций и облигаций.

Тема 9. Расчеты при проведении валютных операций

Понятие и виды курса и котировки валют. Определение эквивалентных сумм в национальной и иностранной валюте при прямой и косвенной котировке, кросс-курса, форвардного курса. Конверсия валюты и наращение процентов.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

2.1. Общие требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа должна быть выполнена на листах стандартного формата (желательно А-4), написана разборчивым почерком или набрана на компьютере 14 кеглем через 1,5 интервал. Страницы работы должны быть пронумерованы, иметь поля. При оформлении контрольной работы необходимо: указать исходные данные для решения задач, привести формулы, применяемые для расчетов, и принятые обозначения, сформулировать выводы по полученным результатам. Расчеты производятся с точностью до 0,01 денежных единиц (д. е.) и 0,1 %.

На титульном листе работы должны быть указаны фамилия и инициалы студента, учебный шифр, курс, название дисциплины и номер варианта. В конце работы приводится список использованной литературы, проставляется дата выполнения работы и подпись студента.

Контрольную работу, расчеты которой выполнены на компьютере, для защиты представляют в твердой копии с приложением программы расчета на диске.

Контрольная работа представляется для проверки в срок, установленный графиком учебного процесса. Защита контрольной работы осуществляется при наличии допуска к защите проверившего работу преподавателя.

2.2. Задание на контрольную работу

Задание состоит из 8 задач. Вариант определяется по табл. 1.

По согласованию с преподавателем студент может выполнить контрольную работу по индивидуальному заданию в форме разработки программы финансово-экономических расчетов на ЭВМ.

Таблица 1

Варианты заданий

Первая буква фамилии	Последняя цифра шифра зачетной книжки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
А-М	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Н-Я	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Задача 1.

Рассчитать недостающие параметры кредитной операции, используя «английскую», «французскую», «германскую» практики начисления простых процентов и данные табл. 2. Построить график кредитной операции.

Таблица 2

Параметры кредитной операции

Вариант	Первоначальная сумма долга, д. е.	Дата		Срок, дни	Годовая ставка процентов, %	Наращенная сумма, д. е.	Сумма процентных денег, д. е.	Коэффициент наращивания
		выдачи	погашения					
1	300	12.04	23.07			320		
2	170	06.06	05.08		21			
3	725	01.05	08.08			790		
4	65	02.07	16.08				3	
5		05.09	25.10		19		48	
6		04.10	10.11		23	645		
7	130	13.04	14.07		20			
8	98	09.03	05.09		20			
9		16.07	24.09		18		100	
10		20.02	15.09			426		1,05
11	70	19.04	27.07		25			
12	95	15.04	01.07		28			
13	175	22.06	11.11					1,12
14	380	04.01	04.04				50	
15	560	13.03	30.11		24			
16	630	15.04	19.06				80	
17	320	17.07	03.08		17			
18		09.06	20.08		22	120		
19	940	12.08	19.09					1,03
20	810	11.07	25.10				35	

Задача 2.

По данным табл. 3 рассчитать сумму, полученную клиентом при закрытии депозитного счета, сумму процентных денег и среднюю процентную ставку при условии:

А) использования «английской» практики начисления простых процентов, если проценты начисляются только на первоначальную сумму вклада;

Б) использования «английской» практики начисления простых процентов, если с изменением ставки происходит одновременно капитализация процентного дохода;

В) ежемесячного начисления сложных процентов.

Таблица 3

Параметры депозитной операции

Вариант	Первоначальная сумма вклада, р.	Годовая процентная ставка, %	Дата открытия счета	Изменение процентной ставки				Дата закрытия счета
				Дата	Годовая процентная ставка, %	Дата	Годовая процентная ставка, %	
1	1 000	6,0	01.02	01.04	7	01.06	8	01.09
2	2 500	7,5	01.05	15.06	8	01.09	7	01.11
3	10 000	10,0	10.03	10.06	12	25.07	9	10.08
4	15 000	11,0	07.02	07.06	10	07.09	12	07.10
5	12 000	11,0	15.04	15.05	12,5	15.07	13	15.09
6	3 900	5,0	01.03	01.04	5,5	01.06	5	01.10
7	5 000	6,0	01.04	01.07	7	01.08	7,5	01.12
8	6 800	7,0	05.03	05.07	9	05.08	10	20.11
9	9 500	8,0	01.03	01.04	7	01.05	11	01.07
10	4 000	5,5	01.04	01.05	6	01.06	8	01.07
11	8 000	8,0	12.02	12.03	9	12.06	11	26.12
12	7 000	7,0	01.03	01.05	5	15.07	9	01.10
13	4 500	5,0	04.04	04.08	6	18.09	8	18.11
14	2 800	3,5	01.02	01.05	4	01.09	6	01.11
15	15 000	10,0	10.01	10.03	12	25.04	13	25.06
16	1 600	2,5	01.05	01.07	5	01.08	6	01.11
17	7 000	9,0	01.03	01.05	10	01.08	11	01.11
18	3 200	5,0	01.02	01.05	6	01.09	7	01.10
19	6 400	5,0	01.05	15.06	6	01.08	8	15.09
20	5 900	7,0	10.03	10.04	6	24.06	10	24.11

Задача 3.

Используя данные табл. 4, оценить с точки зрения покупательной способности сумму, которую получит вкладчик по окончании депозитного договора; рассчитать сложную ставку процентов, характеризующую реальную доходность операции. Построить график депозитной операции.

Таблица 4

Параметры депозитной операции

Вариант	Первоначальная сумма вклада, д. е.	Номинальная ставка банка, %	Периодичность начисления процентов	Годовой темп инфляции, %	Срок депозитного договора, лет
1	2	3	4	5	6
1	10000	8	Ежеквартально	1	2
2	12500	10	Ежегодно	3	6
3	9600	12	Ежемесячно	6	7,5
4	7500	48	Ежемесячно	12	4
5	9300	6	Раз в полугодие	2	1,75
6	15000	18	Раз в 2 месяца	11	3
7	11000	12	Ежеквартально	5	5
8	16000	9	Ежегодно	4	2,5
9	17800	24	Ежемесячно	13	1,5
10	8000	9	Раз в 4 месяца	3	7
11	5000	8	Раз в полугодие	1	2,25
12	20000	30	Раз в 2 месяца	15	1,5
13	3000	16	Ежеквартально	6	4,5
14	6100	12	Ежемесячно	5	3,5
15	5000	10	Раз в полугодие	3	2,25
16	6000	12	Раз в 4 месяца	7	3
17	30000	8	Ежеквартально	4	1,5
18	10000	24	Раз в 2 месяца	14	2,5
19	16000	14	Раз в полугодие	7	6
20	25000	36	Ежемесячно	17	4,75

Задача 4.

Используя данные табл. 5, рассчитать сумму, полученную предъявителем векселя, и дисконт при условии применения:

А) простых учетных ставок;

Б) сложных учетных ставок, ежемесячного дисконтирования.

Для условия А определить значение эквивалентной простой ставки процентов, для условия Б - эффективной учетной ставки. Построить графики дисконтирования по простой и сложной учетной ставке.

Таблица 5

Параметры операции учета векселя

Вариант	Дата			Номинал, р.	Годовая учетная ставка, %
	вы-дачи	погаше-ния	учета		
1	2	3	4	5	6
1	01.02	15.05	15.04	10 000	25
2	04.04	25.06	25.05	100 000	20
3	10.04	22.07	22.05	60 000	24
4	13.01	15.05	15.04	75 000	29
5	30.03	03.08	03.06	30 000	26
6	02.06	05.08	05.07	95 000	27
7	16.04	14.09	14.07	87 000	23
8	01.02	15.05	15.04	65 000	11
9	20.02	18.06	18.03	42 000	28
10	30.06	18.10	18.09	90 000	24
11	15.08	20.10	05.09	110 000	26
12	12.06	25.12	25.09	55 000	12
13	21.04	27.07	12.06	20 000	29
14	20.05	16.08	01.07	80 000	27
15	04.01	14.06	14.04	50 000	20
16	13.08	24.12	24.10	120 000	21
17	18.08	15.12	15.11	48 000	27
18	13.05	22.10	22.08	60 000	26
19	02.03	25.06	25.05	45 000	24
20	11.01	15.06	15.04	95 000	22

Задача 5.

Используя данные табл. 6, рассчитать коэффициент наращивания, наращенную сумму, коэффициент приведения, современную величину ренты постнумерандо и пренумерандо.

Таблица 6

Параметры финансовой ренты

Вариант	Годовой платеж, р.	Периодичность взносов и начисления процентов	Срок ренты, лет	Номинальная ставка процентов, %
1	10 000	Ежегодно	5	10,0
2	25 000	Ежемесячно	12	12,0
3	12 000	Ежеквартально	15	8,5
4	5 000	Ежегодно	20	14,0
5	125 000	Ежеквартально	25	6,5
6	20 000	По полугодиям	10	9,0
7	120 000	Ежемесячно	20	14,0
8	50 000	По полугодиям	30	18,0
9	75 000	Ежеквартально	25	5,0
10	100 000	Ежеквартально	35	4,0
11	150 000	По полугодиям	6	15,0
12	20 000	Ежегодно	8	12,0
13	175 000	Ежемесячно	15	10,0
14	15 000	Ежеквартально	30	6,0
15	30 000	Ежеквартально	26	4,5
16	25 000	По полугодиям	20	5,5
17	100 000	Ежеквартально	15	7,0
18	150 000	Ежемесячно	8	12,5
19	7 500	Ежегодно	6	14,0
20	35 000	По полугодиям	5	20,0

Задача 6.

В банке установлены следующие котировки валют: евро / рубль – X - Y, доллар США / рубль – V - Z. Определить кросс-курс евро к доллару США. Рассчитать, какое количество долларов США можно приобрести на 150 евро, и сколько заработает банк на этой операции.

*Таблица 7***Котировки валют**

Вариант	X, р.	Y, р.	V, р.	Z, р.
1	2	3	4	5
1	30,55	31,00	25,52	26,22
2	31,81	32,15	27,75	28,10
3	28,89	29,87	27,90	28,50
4	27,90	28,66	27,35	28,26
5	35,80	36,45	26,46	27,15
6	33,28	34,00	26,78	28,40
7	30,90	32,00	24,88	25,78
8	25,64	26,54	24,70	25,12
9	29,41	30,00	23,95	25,13
10	33,69	34,12	27,45	29,00
11	30,47	31,98	26,40	27,08
12	31,56	32,69	25,66	26,87
13	28,89	29,11	22,30	23,50
14	24,60	25,80	23,50	24,60
15	29,10	30,15	22,76	23,15
16	27,65	28,35	26,94	27,88
17	25,80	26,41	22,76	23,06
18	29,70	29,85	27,85	28,90
19	30,45	31,20	26,30	27,10
20	29,59	29,96	25,25	25,49

Задача 7.

Используя данные табл. 8, определить общие расходы заемщика по погашению долга и составить план погашения долга, если кредитным договором предусмотрено:

- А) погашение основной суммы долга равными суммами;
- Б) погашение равными срочными платежами.

Таблица 8

Параметры кредитной операции

Вариант	Основной долг, р.	Ставка процентов, начисляемых на сумму долга, %	Срок долга, годы
1	2	3	4
1	12 000	10	4
2	15 000	12	5
3	24 000	8	6
4	30 000	20	5
5	60 000	14	6
6	18 000	12	4
7	10 000	16	5
8	14 000	10	4
9	36 000	18	5
10	40 000	15	4
11	24 000	14	6
12	16 000	16	5
13	34 000	20	4
14	36 000	22	6
15	60 000	11	5
16	45 000	14	4
17	70 000	18	5
18	12 000	20	6
19	65 000	24	4
20	80 000	26	5

Задача 8.

Облигации номиналом А д. е. со сроком погашения В продаются в день выпуска С по цене D д. е., а в день Е - по цене G д. е. Временная база 365 дней.

Определить:

А) экономическую целесообразность продажи ценных бумаг на основе расчета доходности облигаций к погашению и доходности при продаже в виде простой процентной ставки;

Б) курс облигации в день выпуска;

В) доход владельца 50 облигаций, купленных в день их выпуска и предъявленных к погашению по окончании срока обращения.

Таблица 9

Параметры выпуска облигаций

Вариант	А, д. е.	В	С	D, д. е.	Е	G, д. е.
1	10000	31.07.06	01.02.06	6000	23.03.06	7000
2	8000	01.06.06	01.02.06	5000	03.03.06	5500
3	9000	27.12.06	01.01.06	6000	15.02.06	6800
4	6000	09.06.06	01.03.06	5000	21.03.06	5230
5	5600	30.05.06	01.03.06	5000	31.03.06	5100
6	12000	31.07.06	01.02.06	9000	02.04.06	9800
7	11000	30.07.06	01.04.06	9000	01.05.06	9600
8	4600	30.06.06	01.01.06	3000	02.03.06	3500
9	20000	27.12.06	01.01.06	15000	31.01.06	15400
10	13000	30.07.06	01.04.06	10000	21.04.06	10550
11	6500	01.04.06	01.01.06	5500	11.01.06	5610
12	10000	01.06.06	01.02.06	9000	02.04.06	9400
13	30000	27.12.06	01.01.06	23000	01.05.06	25000
14	8000	29.06.06	01.03.06	5000	20.04.06	6000
15	7000	30.06.06	01.04.06	6000	01.05.06	6300
16	6300	30.06.06	01.05.06	5900	31.05.06	6000
17	4900	27.12.06	01.01.06	2700	02.03.06	3000
18	9600	30.08.06	01.06.06	8000	16.07.06	8800
19	8500	01.06.06	01.02.06	7800	02.04.06	8000
20	9000	31.07.06	01.02.06	7000	03.03.06	7500

2.3. Теоретические сведения

2.3.1. Простые процентные ставки. Схема простых процентов предполагает неизменность величины, с которой происходит начисление. Примем условные обозначения: P – первоначальная сумма долга; S – наращенная сумма; I – проценты за срок наращивания (доход от предоставления денег в долг); i – годовая ставка наращивания (процентная ставка) в относительных единицах, т. е. десятичная дробь; n – срок долга в годах; k_n – коэффициент наращивания.

$$I = P n i. \quad (1)$$

$$S = P + I = P (1 + n i) = P k_n. \quad (2)$$

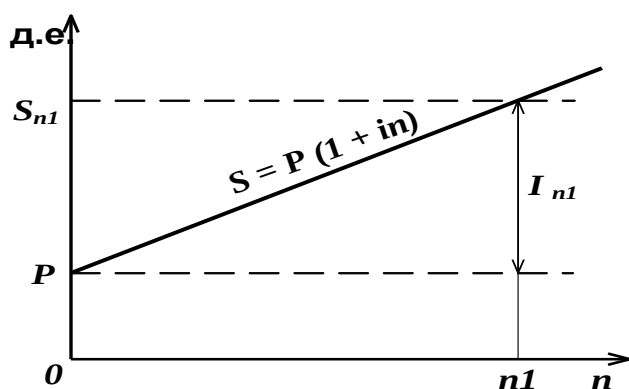


Рис. 1. График наращивания по простой процентной ставке

График наращивания по простой процентной ставке является линейной функцией (рис. 1). Угол наклона прямой зависит от первоначального долга и процентной ставки.

В финансовой практике часто сталкиваются с необходимостью решения задачи, обратной наращению первоначальной суммы долга. Термин «дисконтирование» означает расчет стоимостной величины, относящейся к будущему, на более ранний момент времени в соответствии

с принятой ставкой дисконтирования. Определение первоначальной суммы долга по заданной величине наращенной суммы при условии начисления на долг процентов по ставке наращивания представляет собой математическое дисконтирование.

$$P = \frac{S}{1 + n i}. \quad (3)$$

Если задан срок долга в днях (t), то

$$n = \frac{t}{K}, \quad (4)$$

где K – расчетное количество дней в году (временная база).

Возможны следующие варианты расчета простых процентов:

1) точные проценты с точным числом дней («английская» практика) – точное число дней долга ($t_{\text{точ}}$) определяется путем подсчета числа дней между датой выдачи и датой погашения долга по календарю, временная база 365 или 366 дней;

2) обыкновенные проценты с точным числом дней («французская» практика) – точное число дней долга, временная база 360 дней;

3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней («германская» практика) – приближенное число дней долга ($t_{приб}$) определяется из условия, что любой месяц принимается равным 30 дням, временная база 360 дней.

При этом день выдачи и день погашения долга считаются за один день.

Для ускорения расчета $t_{точ}$ можно использовать табл. 10.

Таблица 10

Порядковые номера дней в году

День ме- сяца	Ян- варь	Фев- раль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сен- тябрь	Ок- тябрь	Ноябрь	Де- кабрь
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	130	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

Пример 1. Расчет суммы процентных денег и наращенной суммы по постоянной простой процентной ставке

1) Исходные данные

Ссуда 10 000 р. была выдана 12 марта до 28 декабря 2006 г. под 15 % годовых.

Определить сумму процентных денег и наращенную сумму, используя «английскую», «французскую», «германскую» практики.

Построить график финансовой операции («английская» практика).

2) Решение

2.1) Определим срок долга в днях.

Точное число дней ссуды по месяцам: март – 20, апрель – 30, май – 31, июнь – 30, июль – 31, август – 31, сентябрь – 30, октябрь – 31, ноябрь – 30, декабрь – 28. День выдачи и погашения ссуды считаются за один день. Итого получим 291 день.

Тот же результат может быть получен при вычитании порядковых номеров дат окончания (28 декабря) и начала (12 марта) начисления процентов (табл. 10). $t_{точ} = 362 - 71 = 291$ день.

Определим приближенное число дней ссуды.

$$t_{приб} = 19 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 28 - 1 = 286 \text{ дней.}$$

2.2) Рассчитаем сумму процентных денег, используя формулы (1), (4).

$$\text{При «английской» практике } I = 10\,000 \cdot \frac{291}{365} \cdot 0,15 = 1195,89 \text{ р.}$$

$$\text{При «французской» практике } I = 1212,50 \text{ р.}$$

$$\text{При «германской» практике } I = 1191,67 \text{ р.}$$

2.3) При расчете наращенной суммы воспользуемся формулой (2).

$$\text{При «английской» практике } S = 10\,000 + 1195,89 = 11195,89 \text{ р.}$$

$$\text{При «французской» практике } S = 11212,50 \text{ р.}$$

$$\text{При «германской» практике } S = 11191,67 \text{ р.}$$

3) Расчет срока долга, наращенной суммы по простой процентной ставке на ЭВМ

Автоматизировать расчеты предлагается путем использования возможностей MS Excel: непосредственного ввода формул или финансовых функций (подробно: дополнительная литература [6, 7, 9, 10]). Работа с финансовыми функциями предполагает вызов мастера функций командой **Вставка | Функция |** категория **Финансовые** и в списке функций выбор необходимой финансовой функции.

Например, расчет приближенного числа дней долга может быть осуществлен с помощью функции ДНЕЙ360(нач_дата;кон_дата;метод) (рис. 2).

Функция ДНЕЙКУПОНПОСЛЕ(дата_согл;дата_вступл_в_силу;частота;базис) может использоваться для расчета точного числа дней долга.

Для вычисления наращенной суммы по «германской» практике воспользуемся функцией БС(ставка;кпер;плт;пс;тип). Учитывая, что функция предназначена для вычисления по схеме сложных процентов, и что при одном периоде начисления процентов формулы для вычисления наращенной суммы совпадают, введем процентную ставку (ставка), число периодов (кпер), первоначальный долг (пс) (рис. 3).

Аргументы функции

ДНЕЙ360

Нач_дата "12/03/2006" = 38788

Кон_дата "28/12/2006" = 39079

Метод ИСТИНА = ИСТИНА

= 286

Вычисляет количество дней между двумя датами на основе 360-дневного года (двенадцать месяцев по 30 дней).

Рис. 2. Расчет числа дней между двумя датами приближенно

Аргументы функции

БС

Ставка 15%*286/360 = 0,119166667

Кпер 1 = 1

Плт = число

Пс 10000 = 10000

Тип = число

= -11191,66667

Возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических постоянных (равных по величине сумм) платежей и постоянной процентной ставки.

Рис. 3. Расчет наращенной суммы по схеме простых процентов

Результат отрицательный, т. к. при вводе значения первоначального долга со знаком «+» операция рассматривается с точки зрения заемщика.

4) Построим график наращения по простой процентной ставке с использованием «английской» практики (рис. 4).

Практическое значение для контрагентов при выборе варианта расчета процентов представляет анализ разности между наращенными суммами, определенными по возможным вариантам. На основе данных примера 1 построены графики разности между наращенными суммами, рассчитанными по «французской» и «германской» (f_1), «французской» и «английской» (f_2), «английской» и «германской» (f_3) практикам (рис. 5).

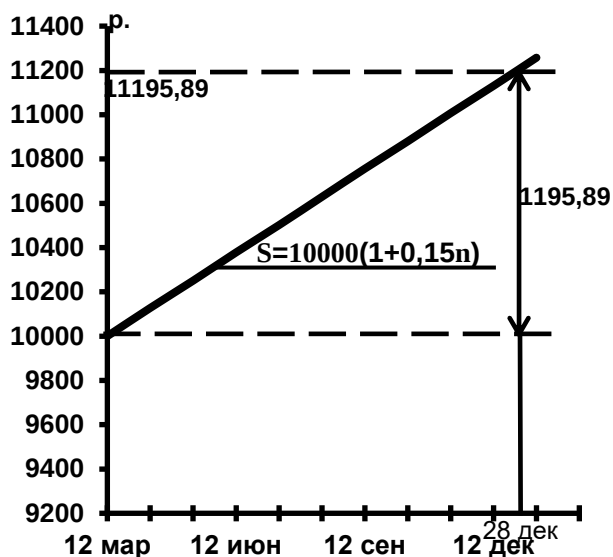


Рис. 4. График $S=10\,000(1+0,15n)$
(«английская» практика)

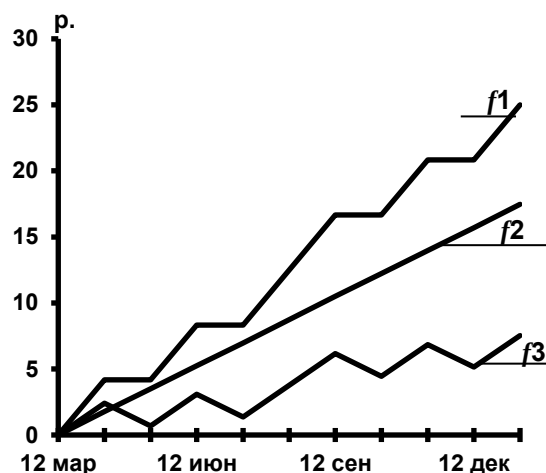


Рис. 5. Разность между
 $S=10000(1+0,15n)$ при различных
вариантах расчета n

Анализ графиков позволяет контрагентам сделать вывод о целесообразности начисления процентов с использованием различных практик для установленных сроков сделки.

Если ставка процентов в течение срока долга изменяется, то

$$S = P(1 + \sum_{k=1}^N n_k i_k), \quad (5)$$

где N - количество периодов начисления; n_k - длительность k -го периода начисления; i_k - простая ставка процентов на k -м периоде начисления.

Если при изменении ставки наращенная к этому моменту сумма вкладывается вновь под новый простой процент, то такая финансовая операция называется реинвестированием или капитализацией полученных на каждом этапе наращенных средств. В этом случае наращенная сумма

$$S = P \prod_{k=1}^N (1 + n_k i_k). \quad (6)$$

Пример 2. Расчет наращенной суммы по переменной простой процентной ставке

1) Исходные данные

Вклад 10 000 р. положен в банк 12 мая по ставке 6 % годовых.

С 24 сентября ставка снижена до 5,5 %, 8 ноября вклад востребован.

Определить, какую сумму получит вкладчик 8 ноября при «французской» практике начисления простых процентов:

А) если проценты начисляются на первоначальную сумму вклада;

Б) если при изменении ставки происходит капитализация процентного дохода.

2) Решение

2.1) Определим длительности периодов начисления процентов путем вычитания порядковых номеров дат их окончания и начала (табл. 10).

Период начисления процентов по ставке 6 %:

$$t_{\text{моч}} = 267 - 132 = 135 \text{ дней};$$

по ставке 5,5 %: $t_{\text{моч}} = 312 - 267 = 45 \text{ дней}$.

2.2) Рассчитаем наращенную сумму при условии начисления процентов на первоначальную сумму вклада по формуле (5).

$$S = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{135}{360} \cdot 0,06 + \frac{45}{360} \cdot 0,055\right) = 10\,293,75 \text{ р.}$$

2.3) Определим наращенную сумму, если с изменением ставки происходит одновременно капитализация процентного дохода, по формуле (6).

$$S = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{135}{360} \cdot 0,06\right) \cdot \left(1 + \frac{45}{360} \cdot 0,055\right) = 10\,295,30 \text{ р.}$$

3) Расчет наращенной суммы по переменной простой процентной ставке при капитализации процентного дохода на ЭВМ

Для расчета наращенной суммы при капитализации процентного дохода в Excel может использоваться функция БЗРАСПИС(первичное;план). Применение этой функции для решения условия Б (пример 2) приведено на рис. 6.

	A	B	C	D
1	=6%*135/360			
2	=5,5%*45/360			
3	БЗРАСПИС			
4	Первичное 10000 = 10000			
5	План A1:A2 = {0,0225;0,006875}			
6				
7	= 10295,29688			
8	Возвращает будущее значение основного капитала после начисления сложных процентов.			

Рис. 6. Расчет наращенной суммы по переменной простой процентной ставке при капитализации процентного дохода

2.3.2. Сложные процентные ставки. При использовании сложных ставок процентов проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга. Если сложные проценты начисляются по постоянной ставке и все периоды начисления имеют одинаковую длительность, то наращенная сумма

$$S = P(1+i)^N = P k_m, \quad (7)$$

где i - сложная ставка процентов в периоде начисления; k_m - множитель (коэффициент) наращения по сложным процентам (мультиплицирующий множитель).

График наращения по сложным процентам является степенной функцией (рис. 7).

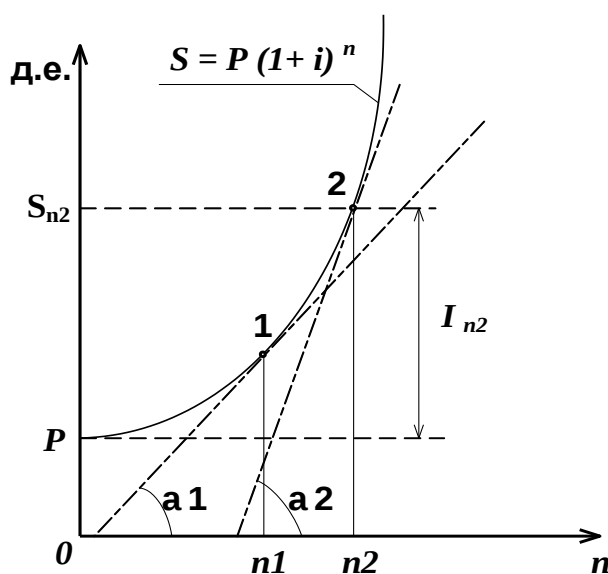


Рис. 7. График наращенной суммы по сложной процентной ставке

Угол наклона касательной к графику функции зависит от базы начисления процентов и процентной ставки. Так как база начисления сложных процентов постоянно растет, то растет угол наклона касательных, соответствующих большему значению времени: $\alpha_1 < \alpha_2$, т. к. $n_1 < n_2$.

Если процентная ставка изменяется, то

$$S = P \prod_{k=1}^N (1 + i_k)^{n_k} \quad (8)$$

где i_k - сложная ставка процентов на k -м периоде начисления (все периоды и процентные ставки измеряются в од-

них и тех же соответствующих единицах).

При начислении процентов несколько раз в году годовую ставку процентов, исходя из которой определяется величина процентной ставки периода начисления, называют номинальной ставкой процентов. При сроке долга n лет и начислении сложных процентов m раз в году

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n m}, \quad (9)$$

где j - номинальная ставка процентов.

Пример 3. Расчет наращенной суммы по постоянной и переменной сложной процентной ставке

1) Исходные данные

Вкладчик внес на счет в банке 20 000 д. е. сроком на 2 года. Сложные проценты начисляются ежемесячно.

Рассчитать сумму, полученную клиентом при закрытии счета, если:

А) ставка 15 % годовых;

Б) ставка в первый год составила 15 % годовых, во второй год 16 % годовых.

2) Решение

2.1) Так как начисление процентов ежемесячное, то $m = 12$.

2.2) Рассчитаем наращенную сумму при условии начисления процентов по постоянной ставке сложных процентов по формуле (9).

$$S = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{2 \cdot 12} = 26\,947 \text{ д. е.}$$

2.3) Рассчитаем наращенную сумму при начислении процентов по переменной ставке сложных процентов по формуле (8), учитывая, что сложная ставка процентов периода начисления является ежемесячной.

$$S = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{12} \cdot \left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{12} = 27\,214,33 \text{ д. е.}$$

3) Расчет наращенной суммы по сложным процентным ставкам на ЭВМ

При решении задачи по условию А финансовая функция Excel БС примет вид БС(15%/12;2*12;;-20000).

Для решения задачи по условию Б может использоваться финансовая функция Excel БЗРАСПИС(первичное;план).

2.3.3. Учетные ставки. Банковский учет (коммерческое дисконтирование, коммерческий учет) – это дисконтирование, при котором ставкой дисконтирования выступает учетная ставка. Суть операции заключается в том, что банк до наступления срока платежа по платежному обязательству покупает его у владельца (являющегося кредитором) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом.

Сумма процентных денег (дисконт) при использовании простых учетных ставок

$$D = S n d, \quad (10)$$

где S - сумма по векселю (номинал); n - срок в долях года от даты учета до даты погашения векселя; d - годовая учетная ставка в относительных единицах.

Сумма, полученная предъявителем векселя (дисконтированная величина векселя)

$$P = S - D = S(1 - n d). \quad (11)$$

Множитель $(1 - n d)$ называется дисконтным множителем.

При дисконтировании по сложной учетной ставке один раз в год

$$P = S(1 - d)^n, \quad (12)$$

$$D = S[1 - (1 - d)^n]. \quad (13)$$

Если дисконтирование происходит m раз в году, то

$$P = S\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{m n}, \quad (14)$$

где f - номинальная учетная ставка.

Графики дисконтирования по простой и сложной учетной ставке представляют собой соответственно линейную и степенную функции (рис. 8).

Для предъявителя векселя менее выгодным является дисконтирование по сложной учетной ставке, если срок учета менее 1 периода, менее выгодным – дисконтирование по простой учетной ставке, если срок учета более 1 периода. Дисконтирование дает один и тот же результат, если срок учета равен 1 периоду.

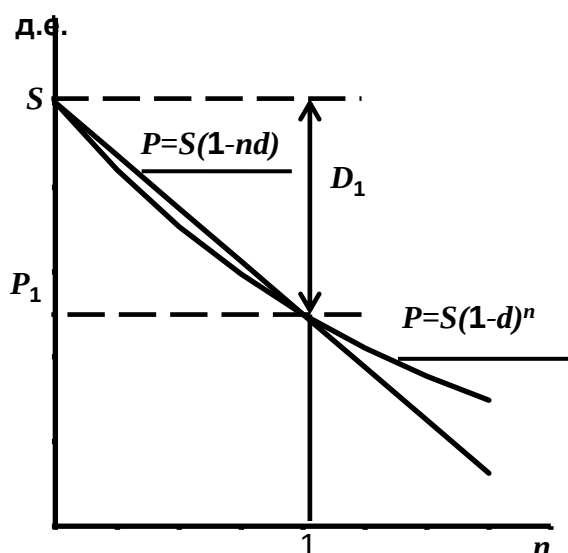


Рис. 8. Дисконтирование по простой и сложной учетной ставке

Пример 4. Расчет дисконтированной величины векселя по простой и сложной учетной ставке

1) Исходные данные

01.03.2006 г. выдан вексель на сумму 10 тыс. д. е. Срок погашения 01.11.2006 г. Вексель учтен банком 01.05.2006 г. по учетной ставке 8 % годовых.

Определить сумму, полученную предъявителем векселя: А) по простой учетной ставке («германская» практика); Б) сложной учетной ставке, если дисконтирование ежеквартальное.

Построить график финансовой операции по сложной учетной ставке.

2) Решение

2.1) Срок от даты учета (01.05.2006 г.) до даты погашения векселя (01.11.2006 г.) по «германской» практике равен 0,5 года.

2.2) Рассчитаем дисконтированную величину векселя при использовании простой учетной ставки по формуле (11).

$$P = 10\,000 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,08) = 9\,600 \text{ д. е.}$$

2.3) Рассчитаем дисконтированную величину векселя при условии применения сложной учетной ставки по формуле (14).

Так как дисконтирование производится ежеквартально, то $m = 4$.

$$P = 10\,000 \cdot \left(1 - \frac{0,08}{4}\right)^{4 \cdot 0,5} = 9\,604 \text{ д. е.}$$

3) Расчет дисконтированной величины векселя по простой учетной ставке на ЭВМ

Для автоматизации расчета дисконтированной величины векселя может использоваться функция Excel ЦЕНАСКИДКА(дата_согл;дата_вступл_в_силу;скидка;погашение;базис). При решении условия А (пример 4) функция примет вид ЦЕНАСКИДКА("1.5.06";"1.11.06";0,08;10000;0).

4) Для построения графика степенной функции (рис. 9) зададим следующее множество точек (табл. 11).

Таблица 11

Расчет значений функции $P = 10\,000 \left(1 - \frac{0,08}{4}\right)^{4 \cdot n}$

n	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{7}{12}$
P	10 000	9 932,88	9 866,2 2	9 800	9 734,2 3	9 668,8 9	9 604 4	9 539,54

Анализ разности между размерами суммы, полученной предъявителем векселя, рассчитанными по условиям А, Б примера 4, позволяет определить выгодность выбранного варианта расчета для контрагентов сделки (рис. 10). Варианты расчета равнозначны при сроке учета 1 квартал.

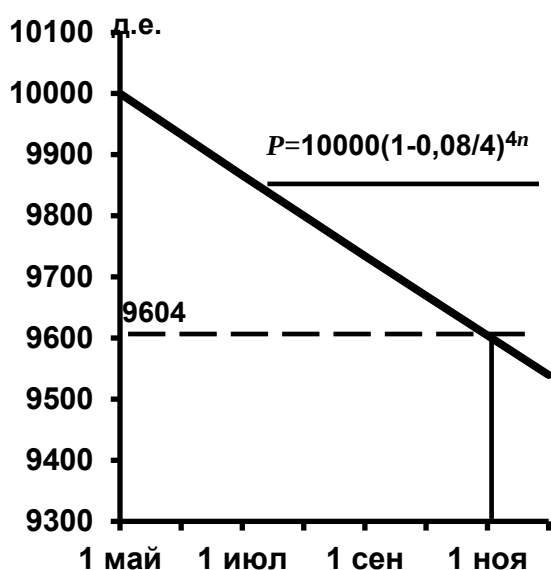


Рис. 9. График функции $P = 10\,000(1 - \frac{0,08}{4})^{4n}$

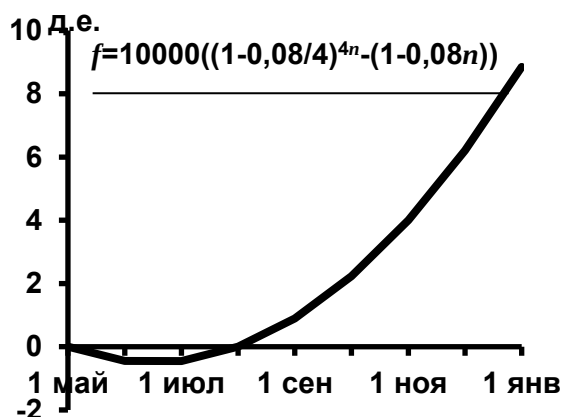


Рис. 10. Разность функций

$$P = 10\,000(1 - \frac{0,08}{4})^{4n},$$

$$P = 10\,000(1 - 0,08n)$$

2.3.4. Эквивалентность

ставок. Эквивалентные ставки – это такие ставки разного вида, применение которых в однотипных по назначению операциях при одинаковых начальных условиях дает одинаковые финансовые результаты. При расчете эквивалентных ставок необходимо:

- 1) выбрать величину, которую можно рассчитать при использовании заданных ставок (наращенную сумму, сумму процентных денег, дисконт и др.);
- 2) составить уравнение эквивалентности на основе равенства формул, позволяющих вычислить выбранную величину с использованием заданных ставок;
- 3) из уравнения эквивалентности получить формулу, определяющую зависимость между ставками различного вида.

Пример 5. Расчет простой процентной ставки, эквивалентной простой учетной ставке

- 1) Исходные данные

Использовать исходные данные примера 4.

Определить значение простой процентной ставки, эквивалентной простой учетной ставке.

- 2) Решение

2.1) Выведем формулу для расчета простой процентной ставки, эквивалентной простой учетной ставке.

2.1.1) Выберем величину «доход банка от учета векселя». При использовании учетной ставки эта величина является дисконтом, который рассчитывается по формуле (10), а при использовании простой процентной ставки – это процентные деньги, определяемые по формуле (1).

2.1.2) Составим уравнение эквивалентности: $S n d = P n i$.

2.1.3) Решив уравнение эквивалентности относительно простой процентной ставки, получим формулу (15).

$$i = \frac{d}{1 - n d} \quad (15)$$

2.2) Рассчитаем простую процентную ставку, эквивалентную заданной учетной ставке (8 %) по формуле (15): $i = \frac{0,08}{1 - 0,5 \cdot 0,08} = 0,08(3)$.

2.3) Убедимся в том, что эти ставки эквивалентны.

Дисконт по учетной ставке 8 % $D = 10\,000 \cdot 0,5 \cdot 0,08 = 400$ д. е.

Для определения дохода банка от учета векселя по простой ставке процентов необходимо рассчитать P по формуле (3).

$$P = \frac{10000}{1 + 0,5 \cdot 0,08(3)} = 9\,600 \text{ д. е.}$$

Тогда $I = 9\,600 \cdot 0,5 \cdot 0,08(3) = 400$ д. е.

Доход банка при применении простой учетной ставки, равной 8 %, и простой ставки процентов, равной 8,(3) %, равен. Следовательно, эти ставки эквивалентны.

Эффективная ставка характеризует полный реальный эффект операции с учетом внутригодовой капитализации.

Эффективная учетная ставка показывает, какая годовая учетная ставка дает тот же финансовый результат, что и m -разовое дисконтирование по ставке $\frac{f}{m}$ и определяется по формуле (16).

$$d = 1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m. \quad (16)$$

Средние ставки вычисляются по формулам средней арифметической взвешенной (при начислении простых процентов), средней геометрической взвешенной или средней степенной взвешенной (при начислении сложных процентов). Если усредняются переменные ставки простых процентов при неизменной базе начисления, то

$$\bar{i} = \frac{\sum_{k=1}^N n_k i_k}{\sum_{k=1}^N n_k}, \quad (17)$$

где n_k - длительность k -го периода начисления; i_k - простая ставка на k -м периоде начисления; N - количество периодов начисления.

Если с изменением ставки простых процентов происходит капитализация процентного дохода, то средняя ставка простых процентов

$$\bar{i} = \frac{\prod_{k=1}^N (1 + i_k n_k) - 1}{\sum_{k=1}^N n_k}. \quad (18)$$

Если усредняются переменные ставки сложных процентов, то

$$\bar{i} = \sum_{k=1}^N n_k \sqrt[N]{\prod_{k=1}^N (1 + i_k)^{n_k}} - 1. \quad (19)$$

Пример 6. Расчет средних процентных ставок

1) Исходные данные

Использовать исходные данные примера 2.

Определить среднюю процентную ставку.

2) Решение

2.1) При условии начисления процентов только на первоначальную сумму вклада определим среднюю процентную ставку по формуле (17).

$$\bar{i} = \frac{\frac{135}{360} \cdot 0,06 + \frac{45}{360} \cdot 0,055}{\frac{135}{360} + \frac{45}{360}} = 0,05875.$$

Наращение по средней ставке приводит к результату, полученному в примере 2:

$$S = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{180}{360} \cdot 0,05875\right) = 10\,293,75 \text{ р.}$$

2.2) Рассчитаем среднюю процентную ставку при условии капитализация процентного дохода с изменением ставки по формуле (18).

$$\bar{i} = \frac{\left(1 + \frac{135}{360} \cdot 0,06\right) \left(1 + \frac{45}{360} \cdot 0,055\right) - 1}{\frac{135}{360} + \frac{45}{360}} = 0,059059.$$

Наращение по найденной средней процентной ставке приводит к результату, полученному в примере 2 (условие капитализации процентного дохода с изменением процентной ставки):

$$S = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{180}{360} \cdot 0,059059\right) = 10\,295,30 \text{ р.}$$

2.3.5. Учет инфляционного обесценения денег в финансовых расчетах. Основными характеристиками инфляции являются темп инфляции и индекс инфляции. Под темпом инфляции понимается прирост цен за период, т. е. он показывает, на сколько процентов выросли цены. В расчетных формулах темп инфляции берется в относительных единицах. Индекс инфляции показывает, во сколько раз выросли цены. Темп и индекс инфляции за один и тот же период связаны соотношением

$$I_n = 1 + H, \quad (20)$$

где I_n - индекс инфляции, H - темп инфляции.

Если задан темп инфляции за некоторый период, то индекс инфляции за срок, включающий несколько таких периодов

$$I_n = (1 + h)^N, \quad (21)$$

где h - темп инфляции за период, N - количество таких периодов в течение рассматриваемого срока.

Реальное значение наращенной суммы в условиях инфляции

$$C = \frac{S}{I_n}, \quad (22)$$

где I_n - индекс инфляции за срок долга.

Корректировка ставки процентов, по которой осуществляется наращение, т.е. увеличение ставки на величину инфляционной премии, называется индексацией ставки. Итоговую величину называют брутто-ставкой. При начислении сложных процентов брутто-ставка

$$i_\tau = m \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \sqrt[n]{I_n} - 1 \right], \quad (23)$$

где r - ставка, характеризующая требуемую реальную доходность.

Пример 7. Расчет реального значения наращенной суммы и ставки сложных процентов, характеризующей реальную доходность, в условиях инфляции

1) Исходные данные

Использовать исходные данные условия А примера 3. Годовой темп инфляции равен 0,08.

Оценить с точки зрения покупательной способности сумму, которую получит вкладчик по окончании договора; рассчитать сложную ставку процентов, характеризующую реальную доходность операции.

2) Решение

2.1) Чтобы оценить с точки зрения покупательной способности наращенную сумму, определим ее реальное значение в условиях инфляции. Для этого рассчитаем индекс инфляции за 2 года по формуле (21).

$$I_n = (1 + 0,08)^2 = 1,1664.$$

Определим величину вклада с точки зрения ее покупательной способности по формуле (22). Номинальное значение наращенной суммы рассчитано в примере 3.

$$C = \frac{26\,947}{1,1664} = 23\,102,71 \text{ д. е.}$$

Таким образом, реальный доход владельца в условиях инфляции

$$C - P = 23\,102,71 - 20\,000 = 3\,102,71 \text{ д. е.}$$

2.2) Рассчитаем сложную ставку процентов, характеризующую реальную доходность. Для этого путем математических преобразований из формулы (23) выведем формулу расчета.

$$r = m \left[\left(1 + \frac{i_{\tau}}{m} \right)^{\frac{1}{m \sqrt[n]{I_n}}} - 1 \right]. \quad (24)$$

Подставим исходные данные в полученную формулу (24).

$$r = 12 \cdot \left[\left(1 + \frac{0,15}{12} \right)^{\frac{1}{12 \cdot \sqrt[2]{1,1664}}} - 1 \right] = 0,072.$$

2.3.6. Постоянные финансовые ренты. Постоянной финансовой рентой (аннуитетом) называется последовательность равных платежей, осуществляемых через одинаковые интервалы времени. Если платежи производятся в конце периодов, то рента носит название постнумерандо, если же платежи осуществляются в начале периодов, то ее называют пренумерандо. По количеству платежей на протяжении года ренты делятся на годовые (выплата один раз в году) и p -срочные (p - количество выплат в году).

Обобщающими характеристиками ренты являются наращенная сумма и современная стоимость. Наращенная сумма – это сумма всех платежей ренты с начисленными на них к концу срока процентами. Современная стоимость ренты – это сумма всех платежей, дисконтированных на начало срока ренты.

Наращенная сумма годовой ренты постнумерандо

$$S = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m} \right)^{m n} - 1}{\frac{j}{m}} = R s_{m n; j/m}, \quad (25)$$

где R - размер годового платежа; j - номинальная ставка, по которой на платежи начисляются сложные проценты; m - количество периодов начисления процентов в году; n - срок ренты в годах; $s_{m n; j/m}$ - коэффициент наращения ренты.

Наращенная сумма p -срочной ренты постнумерандо

$$S = R \frac{(1 + \frac{j}{m})^{mn} - 1}{p[(1 + \frac{j}{m})^{\frac{m}{p}} - 1]} = R s_{mn;j/m}^{(p)}, \quad (26)$$

где $s_{mn;j/m}^{(p)}$ - коэффициент наращения ренты.

Современная стоимость годовой ренты постнумерандо

$$A = R \frac{1 - (1 + \frac{j}{m})^{-mn}}{(1 + \frac{j}{m})^m - 1} = R a_{mn;j/m}, \quad (27)$$

где $a_{mn;j/m}$ - коэффициент приведения ренты.

Современная стоимость p -срочной ренты постнумерандо

$$A = R \frac{1 - (1 + \frac{j}{m})^{-mn}}{p[(1 + \frac{j}{m})^{\frac{m}{p}} - 1]} = R a_{mn;j/m}^{(p)}, \quad (28)$$

где $a_{mn;j/m}^{(p)}$ - коэффициент приведения ренты.

Наращенная сумма годовой ренты пренумерандо

$$S_{II} = S(1 + j/m)^m. \quad (29)$$

Наращенная сумма p -срочной ренты пренумерандо

$$S_{II} = S(1 + j/m)^{\frac{m}{p}}. \quad (30)$$

Современная стоимость годовой ренты пренумерандо

$$A_{II} = A(1 + j/m)^m. \quad (31)$$

Современная стоимость p -срочной ренты пренумерандо

$$A_{II} = A(1 + j/m)^{\frac{m}{p}}. \quad (32)$$

Пример 8. Расчет наращенной суммы и современной стоимости ренты

1) Исходные данные

Ежеквартально в течение 5 лет на счет поступает 100 д. е. В конце каждого квартала начисляются сложные проценты по ставке 12 % годовых.

Определить наращенную сумму и современную стоимость для ренты: А) постнумерандо; Б) пренумерандо.

2) Решение

2.1) Определим параметры ренты.

Размер годового платежа $R = 100 \cdot 4 = 400$ д. е., номинальная ставка $j = 12\%$; срок ренты $n = 5$; количество выплат в году $p = 4$, количество периодов начисления процентов в году $m = 4$.

2.2) Нарощенная сумма p -срочной ренты постнумерандо определяется по формуле (26) и равна 2687,04 д. е.

2.3) Современная стоимость p -срочной ренты постнумерандо, определенная по формуле (28), составила 1487,75 д. е.

2.4) Нарощенная сумма p -срочной ренты пренумерандо, рассчитанная по формуле (30), равна 2767,65 д. е.

2.5) Современная стоимость p -срочной ренты пренумерандо, рассчитанная по формуле (32), составила 1532,38 д. е.

3) Расчет наращенной суммы и современной стоимости ренты на ЭВМ

Для вычисления наращенной стоимости ренты можно воспользоваться финансовой функцией MS Excel: постнумерандо: БС (12%/4;5*4;-100;;0); пренумерандо - БС(12%/4;5*4;-100;;1).

Автоматизировать расчеты современной стоимости ренты позволяет функция ПС(ставка;кпер;плт;бс;тип). При определении современной стоимости ренты постнумерандо в условиях примера 8 функция примет вид ПС(12%/4;5*4;-100;;0) (рис. 11); при определении современной стоимости ренты пренумерандо - ПС(12%/4;5*4;-100;;1).

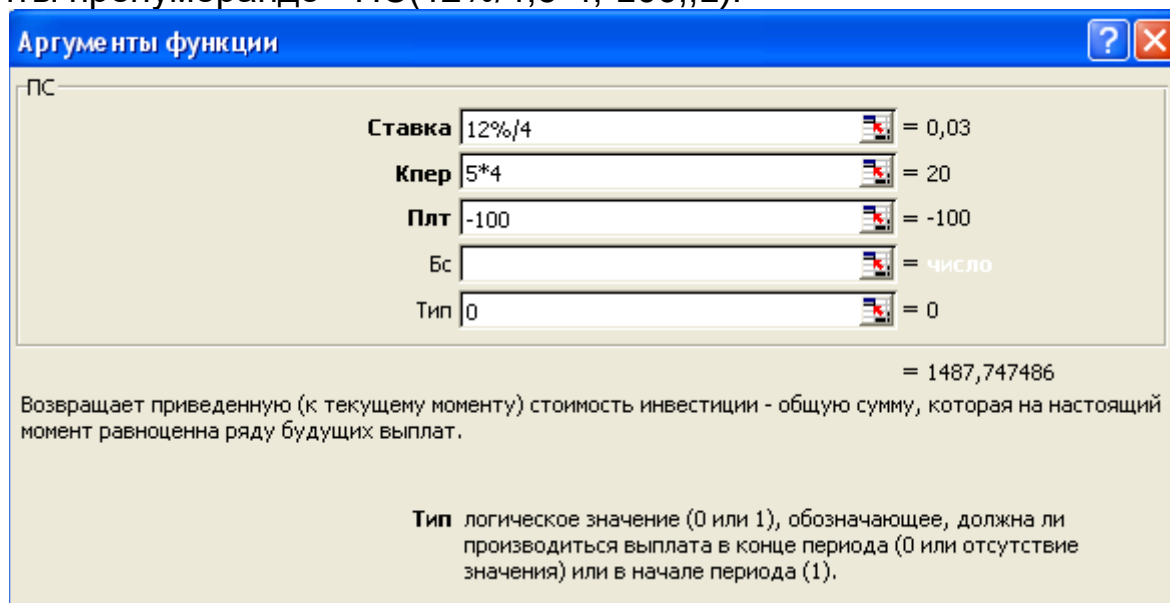


Рис. 11. Расчет современной стоимости ренты постнумерандо

2.3.7. Планирование погашения долгосрочной задолженности.

Разработка плана погашения долга заключается в составлении графика периодических платежей должника. Такие расходы заемщика называют срочными уплатами. Срочные уплаты включают текущие процентные платежи и средства, предназначенные для погашения основного долга.

Долг может погашаться разными способами: в конце срока, по частям в течение срока. В зависимости от выбора способа погашения долга сумма процентных денег будет различной.

При погашении ежегодно основной суммы долга равными суммами очередная срочная уплата равна

$$Y_t = D_t g + \frac{D}{n}, \quad (33)$$

где D_t - остаток долга на начало очередного года; g - ставка процентов по долгу; D - первоначальная сумма долга; n - срок долга в годах.

Сумма, ежегодно идущая на погашение основного долга

$$d_t = \frac{D}{n}. \quad (34)$$

Процентные деньги, выплачиваемые в конце t -го года

$$I_t = D_t g. \quad (35)$$

Остаток долга на начало очередного года

$$D_t = D \left(1 - \frac{t-1}{n}\right). \quad (36)$$

При погашении долга равными срочными уплатами размер срочной уплаты равен

$$Y = \frac{D g}{1 - (1 + g)^{-n}}. \quad (37)$$

Сумма процентов при очередной срочной уплате

$$I_t = D_t g. \quad (38)$$

Сумма погашения основного долга при очередной срочной уплате

$$d_t = Y - I_t. \quad (39)$$

Остаток долга на начало $t+1$ -го года

$$D_{t+1} = D_t - d_t. \quad (40)$$

Пример 9. Расчет плана погашения долга

1) Исходные данные

Ссуда 10 000 д. е. выдана на 4 года под 18 % годовых.

Определить общие расходы заемщика по погашению долга и составить план погашения долга, если предусмотрено: а) погашение основной суммы долга равными суммами; б) погашение равными срочными уплатами.

2) Решение

2.1) Рассчитаем план погашения долга при погашении основного долга равными частями.

2.1.1) Ежегодный платеж по основному долгу $d_t = 10\,000 / 4 = 2\,500$ д. е.

2.1.2) Рассчитаем расходы по погашению долга по годам, используя формулы (33), (35), (36).

$$I_1 = 10\,000 \cdot 0,18 = 1\,800 \text{ д. е.}$$

$$Y_1 = 1\,800 + 2\,500 = 4\,300 \text{ д. е.}$$

$$D_2 = 10\,000 \cdot \left(1 - \frac{2-1}{4}\right) = 7\,500 \text{ д. е. и т. д.}$$

2.1.3) Составим план погашения долга (табл. 12).

Таблица 12

План погашения долга, д. е.

Год	Остаток долга на начало года	Годовые взносы		
		Проценты	Погашение основного долга	Срочная уплата
1	10 000	1 800	2 500	4 300
2	7 500	1 350	2 500	3 850
3	5 000	900	2 500	3 400
4	2 500	450	2 500	2 950

2.1.4) Рассчитаем общие расходы заемщика по погашению долга.

$$4\,300 + 3\,850 + 3\,400 + 2\,950 = 14\,500 \text{ д. е.}$$

2.2) Рассчитаем план погашения долга, если предусмотрено погашение равными срочными уплатами.

2.2.1) Размер срочной уплаты определим по формуле (37):

$$Y = \frac{10\,000 \cdot 0,18}{1 - (1 + 0,18)^{-4}} = 3\,717,39 \text{ д. е.}$$

2.2.2) Определим расходы заемщика по годам, используя формулы (38), (39), (40).

$$I_1 = 10\,000 \cdot 0,18 = 1\,800 \text{ д. е.}$$

$$d_1 = 3\,717,39 - 1\,800 = 1\,917,39 \text{ д. е.}$$

$$D_2 = 10\,000 - 1\,917,39 = 8\,082,61 \text{ д. е. и т. д.}$$

2.2.3) Составим план погашения долга (табл. 13).

Таблица 13

План погашения долга, д. е.

Год	Остаток долга на начало года	Годовые взносы		
		Проценты	Погашение основного долга	Срочная уплата
1	10 000	1 800	1 917,39	3 717,39
2	8 082,61	1 454,87	2 262,52	3 717,39
3	5 820,09	1 047,62	2 669,77	3 717,39
4	3 150,32	567,07	3 150,32	3 717,39

2.2.4) Определим общие расходы по погашению долга.

$$4 \cdot 3\,717,39 = 14\,869,56 \text{ д. е.}$$

3) Расчет расходов по погашению долга на ЭВМ

Рассчитать процентные деньги по годам при погашении основного долга равными частями позволяет функция ПРОЦПЛАТ(ставка;период; кпер;пс). Например, при вычислении I_2 функция примет вид ПРОЦПЛАТ(18%;1;4;10000).

Автоматизировать расчеты при погашении долга равными срочными платежами позволяют следующие финансовые функции Excel:

1) ПЛТ (ставка;кпер;пс;бс;тип) – размер срочной уплаты. При решении условия Б (пример 9) функция примет вид ПЛТ(18%;4;10000;;).

2) ОСПЛТ (ставка;период;кпер;пс;бс;тип) - годовой взнос по погашению основного долга. При расчете взносов за второй год функция имеет вид ОСПЛТ(18%;2;4;10000;).

3) ПРПЛТ (ставка;период;кпер;пс;бс;тип) - годовой взнос по погашению процентных денег. При расчете взносов за второй год - ПРПЛТ(18%;2;4;10000;).

2.3.8. Расчеты при проведении валютных операций. Валютным курсом называется цена денежной единицы одной страны, выраженная в денежных единицах другой страны. Курс валют в зависимости от формы его выражения называется обменным или девизным. Обменный курс – это цена иностранной валюты, выраженная в единицах отечественной валюты. Девизный курс – это цена отечественной валюты, выраженная в единицах иностранной валюты. Кросс-курс представляет собой соотношение двух валют, рассчитанное по их курсу относительно третьей валюты.

Пример 10. Расчет кросс-курса, эквивалентных сумм в различных валютах, прибыли банка от обменной операции

1) Исходные данные

Банк установил следующие котировки валют: евро / рубль – 30,00 – 30,25, доллар США / рубль – 29,38 – 29,67.

Определить: кросс-курс евро к доллару США; количество долларов США, которое в банке можно приобрести на 130 евро; прибыль банка от этой операции.

2) Решение

2.1) Определим кросс-курс евро к доллару США.

При покупке евро на доллары США необходимо обменять доллары США на рубли по курсу 29,38. Затем полученные рубли надо обменять на евро по курсу 30,25.

$$1 \text{ евро} = 30,25 \cdot \frac{1}{29,38} = 1,03 \text{ доллара США (курс продажи).}$$

При продаже евро за доллары США необходимо сначала обменять евро на рубли по курсу 30,00, а затем полученные рубли обменять на доллары США по курсу 29,67.

$$1 \text{ евро} = 30,00 \cdot \frac{1}{29,67} = 1,01 \text{ доллара США (курс покупки).}$$

Таким образом, кросс-курс евро к доллару США равен 1,01 – 1,03.

2.2) Рассчитаем эквивалентную 130 евро сумму в долларах США.

$$130 \cdot 1,01 = 131,3 \text{ доллара США.}$$

2.3) Определим прибыль банка от обменной операции как прибыль от покупки и продажи 1 евро, умноженную на количество евро:

$$130 \cdot (1,03 - 1,01) = 2,6 \text{ доллара США.}$$

2.3.9. Оценка операций с облигациями. Основными параметрами облигации являются номинал, выкупная цена, дата погашения, а также (для облигаций с фиксированным доходом) купонная процентная ставка, даты выплат процентов. В связи с различными номиналами облигаций возникает необходимость в сопоставимом измерителе рыночных цен. Таким измерителем является курс облигации - цена одной облигации в расчете на 100 д.е. номинала.

Доход от облигации состоит из двух основных слагаемых:

- периодически получаемых по купонам процентов (для облигаций с фиксированным доходом);
- разности между ценой приобретения и ценой продажи (ценой погашения) облигации.

Доходность облигации в виде простой процентной ставки

$$i = \frac{(S - P)}{P n}, \quad (41)$$

где S – цена продажи облигации; P – цена покупки облигации; n – время между покупкой и продажей облигации.

Пример 11. Расчет курса, доходности облигаций и дохода от облигаций

1) Исходные данные

Корпоративные облигации номиналом 5 000 р. со сроком погашения 01.07.2006 г. продаются в день выпуска (01.01.2006 г.) по цене 4 500 р., а 01.03.2006 г. – по цене 4 700 р.

Определить:

- 1) курс облигации в день выпуска;
- 2) доходность облигаций к погашению и доходность при продаже;
- 3) доход владельца 10 облигаций, купленных в день их выпуска и предъявленных к погашению по окончании срока обращения.

2) Решение

2.1) Рассчитаем курс облигации в день выпуска: $\frac{4\,500}{5\,000} \cdot 100 = 90.$

2.2) Доходность облигаций рассчитаем по формуле (41). Для этого сначала определим время между покупкой и продажей облигации по табл. 10.

Срок между датами покупки и погашения в срок облигации равен $182 - 1 = 181$ день.

Срок между датами покупки и продажи облигации $60 - 1 = 59$ дней.

2.2.1) Доходность к погашению $i = \frac{(5\,000 - 4\,500) \cdot 365}{4\,500 \cdot 181} = 0,224.$

$$2.2.2) \text{ Доходность при продаже } i = \frac{(4\,700 - 4\,500) \cdot 365}{4\,500 \cdot 59} = 0,275.$$

Сравнение доходности к погашению и доходности при продаже ($0,275 > 0,224$) позволяет сделать вывод об экономической целесообразности продажи облигаций через 60 дней после выпуска.

2.3) Доход владельца 10 облигаций, купленных в день их выпуска и предъявленных к погашению по окончании срока обращения составит: $10 \cdot (5\,000 - 4\,500) = 5\,000$ р.

3) Расчет доходности облигаций на ЭВМ

Доходность облигаций с нулевым купоном позволяет рассчитать финансовая функция Excel ИНОРМА(дата_согл;дата_вступл_в_силу;инвестиция;погашение;базис). При расчете доходности к погашению в примере 11 функция имеет вид ИНОРМА("1.1.06";"1.7.06";4500;5000;1); при расчете доходности при продаже - ИНОРМА("1.1.06";"1.3.06";4500;4700;1).

3. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Значение фактора времени в финансовых операциях.
2. Понятие процентных денег, наращенной суммы, коэффициента наращивания. Факторы, от которых зависит величина этих показателей.
3. Способы начисления процентов при дробном числе периодов.
4. Экономический смысл ставки процентов.
5. Способы расчетов по простой процентной ставке: точные и обыкновенные проценты с точным и приближенным числом дней.
6. Наращение по переменным ставкам простых и сложных процентов.
7. Понятие номинальной ставки. Определение наращенной суммы при начислении сложных процентов несколько раз в год.
8. Сущность непрерывных процентов.
9. Графики наращивания по простой и сложной процентной ставке.
10. Понятие дисконтирования.
11. Различие математического дисконтирования и банковского (коммерческого) учета.
12. Графики дисконтирования по простой и сложной учетной ставке.
13. Экономический смысл эффективных ставок.
14. Понятие эквивалентных ставок, порядок их определения.
15. Понятие финансовой эквивалентности обязательств.
16. Экономическая сущность консолидации платежей.
17. Понятие капитализации процентов.
18. Финансовая рента, виды финансовых рент.
19. Параметры и обобщающие характеристики финансовой ренты.
20. Различие дохода и доходности.
21. Виды доходности финансовых операций.
22. Источники дохода от операций с ценными бумагами.
23. Способы погашения долга, их отличия.
24. Элементы общих расходов по погашению кредита.
25. Составление плана погашения долга.
26. Оценка последствий выдачи льготного займа.
27. Виды курсов валют.
28. Показатели, характеризующие инфляцию.
29. Расчет реальных результатов финансовых операций в условиях инфляции.

4. ПРИМЕРНЫЕ ТЕСТЫ

1. Какие факторы влияют на величину наращенной суммы при начислении простых процентов?

- А) срок;
- Б) процентная ставка;
- В) первоначальный долг;
- Г) процентные деньги.

2. Абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг – это ...

- А) наращенная сумма;
- Б) процентные деньги;
- В) норма прибыли;
- Г) дивиденд.

3. Если при изменении (или без изменения) ставки наращенная к этому моменту сумма вкладывается вновь под новый простой процент, то такая финансовая операция называется ...

- А) реинвестированием;
- Б) наращением;
- В) консолидацией;
- Г) дисконтированием.

4. График определения наращенной суммы по сложным процентам является ...

- А) степенной функцией;
- Б) экспоненциальной функцией;
- В) линейной функцией;
- Г) логарифмической функцией.

5. Если проценты начисляются ежегодно, процентные ставки равны, то начисление сложных процентов даст больший результат, чем начисление простых процентов, ...

- А) при сроке начисления один год;
- Б) при сроке начисления менее одного года;
- В) при сроке начисления более одного года;
- Г) независимо от срока начисления.

6. Годовая процентная ставка, применяемая при непрерывном начислении процентов, называется ...

- А) номинальной ставкой;
- Б) ставкой наращения;
- В) дисконтной ставкой;
- Г) силой роста.

7. Разность между наращенной суммой и современной стоимостью в случае, когда современная стоимость определена дисконтированием, называют ...

- А) процентными деньгами;
- Б) дисконтированной суммой;
- В) нормой прибыли;
- Г) дисконтом.

8. Метод, согласно которому проценты за пользование ссудой в виде дисконта начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока, называется ...

- А) банковский учет;
- Б) математическое дисконтирование;
- В) наращение;
- Г) консолидация.

9. Ставки, приводящие к одному финансовому результату при едином первоначальном капитале и одном сроке инвестирования – это ...

- А) эффективные ставки;
- Б) ставки наращения;
- В) процентные ставки;
- Г) эквивалентные ставки.

10. Объединение ряда платежных обязательств называется ...

- А) консолидацией;
- Б) капитализацией;
- В) реинвестированием;
- Г) наращением.

11. Сумма реальной процентной ставки и инфляционной премии называется ...

- А) номинальной процентной ставкой;
- Б) эффективной процентной ставкой;
- В) брутто-ставкой;
- Г) положительной ставкой процента.

12. Финансовая рента – это ...

- А) денежный поток с равными временными интервалами;
- Б) однонаправленный денежный поток с равными временными интервалами;
- В) однонаправленный денежный поток;
- Г) множество распределенных во времени выплат и притоков.

13. Аннуитет, каждый элемент которого имеет место в начале соответствующего периода – это ...

- А) аннуитет пренумерандо;
- Б) аннуитет постнумерандо;
- В) аннуитет отсроченный;
- Г) аннуитет постоянный.

14. Отношение поступлений по купонам к цене приобретения облигации характеризует ...

- А) полная доходность;
- Б) курс;
- В) купонная доходность;
- Г) текущая доходность.

15. Соотношение двух валют, рассчитанное по их курсу относительно третьей валюты – это ...

- А) спот-курс;
- Б) девизный курс;
- В) форвардный курс;
- Г) кросс-курс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Башарин, Г.П. Начала финансовой математики / Г.П. Башарин. - М.: ИНФРА-М, 2019. - 160 с.
- 2) Блау, С.Л. Финансовая математика: Практикум: Учебное пособие / С.Л. Блау. - М.: Academia, 2018. - 168 с.
Блау, С.Л. Финансовая математика: Учебник / С.Л. Блау. - М.: Academia, 2017. - 416 с.
- 3) Брусов, П.Н. Финансовая математика: Учебное пособие / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова. - М.: Инфра-М, 2017. - 277 с.
- 4) Малыхин, В.И. Финансовая математика / В.И. Малыхин. - М.: Ленанд, 2017. - 232 с.
- 5) Саркисов, А.С. Финансовая математика: Теория процентов / А.С. Саркисов. - М.: Ленанд, 2019. - 272 с.
- 6) Саркисов, А.С. Финансовая математика: Теория процентов в задачах и упражнениях. Около 500 примеров и тренировочных задач / А.С. Саркисов. - М.: Ленанд, 2016. - 304 с.
- 7) Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для СПО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; под ред. М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2020. — 541 с.
- 8) Капитоненко, Валерий Владимирович Задачи и тесты по финансовой математике. Учебное пособие. Гриф УМО вузов России / Капитоненко Валерий Владимирович. - М.: Финансы и статистика, 2019. - 276 с.
- 9) Малыхин В.И. Финансовая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В.И. Малыхин. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 235 с. — 5-238-00559-8. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71239.html>.
- 10) Финансовая математика / П.Н. Брусов и др. - М.: КноРус, 2018. - 224 с.
- 11) Четыркин, Е.М. Финансовая математика / Е.М. Четыркин. - М.: Дело; Издание 6-е, испр., 2017. - 400 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

http://www.cfin.ru/management/controlling/bscshort.shtml	Портал «Корпоративный менеджмент»
http://www.iteam.ru/ ITeam	Портал корпоративного управления
http://www.iteam.ru	Портал «Технологии корпоративного управления»
http://www.cfin.ru	Корпоративный менеджмент
http://www.mag-consulting.ru	Технологии сбалансированного управления
http://www.iprbookshop.ru	ЭБС «IPRbooks»
www.consultant.ru	Справочная правовая система КонсультантПлюс»
www.garant.ru	Справочная правовая система «Гарант»

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ.....	5
2.1. Общие требования к оформлению контрольной работы.....	5
2.2. Задание на контрольную работу.....	5
2.3. Теоретические сведения.....	12
2.3.1. Простые процентные ставки.....	12
Пример 1. Расчет суммы процентных денег и наращенной суммы по постоянной простой процентной ставке.....	14
Пример 2. Расчет наращенной суммы по переменной простой процентной ставке.....	16
2.3.2. Сложные процентные ставки.....	17
Пример 3. Расчет наращенной суммы по постоянной и переменной сложной процентной ставке.....	18
2.3.3. Учетные ставки.....	19
Пример 4. Расчет дисконтированной величины векселя по простой и сложной учетной ставке.....	20
2.3.4. Эквивалентность ставок.....	21
Пример 5. Расчет простой процентной ставки, эквивалентной простой учетной ставке.....	21
Пример 6. Расчет средних процентных ставок.....	23
2.3.5. Учет инфляционного обесценения денег в финансовых расчетах.....	24
Пример 7. Расчет реального значения наращенной суммы и ставки сложных процентов, характеризующей реальную доходность, в условиях инфляции.....	24
2.3.6. Постоянные финансовые ренты.....	25
Пример 8. Расчет наращенной суммы и современной стоимости ренты.....	26
2.3.7. Планирование погашения долгосрочной задолженности.....	27
Пример 9. Расчет плана погашения долга.....	28
2.3.8. Расчеты при проведении валютных операций.....	30
Пример 10. Расчет кросс-курса, эквивалентных сумм в различных валютах, прибыли банка от обменной операции.....	30
2.3.9. Оценка операций с облигациями.....	31
Пример 11. Расчет курса, доходности облигаций и дохода от облигаций.....	31
3. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	32
4. ПРИМЕРНЫЕ ТЕСТЫ.....	33
РЕКОМЕНДУЕМЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	36