ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Вариант №1

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $2xdx - 2ydy = x^2ydy - 2xy^2dx$;
2) $2e^x \operatorname{tg} y\,dx + (1+e^x)\sec^2 ydy = 0$;
3) $(1+y)(e^xdx - e^{2y}dy) - (1+y^2)dy = 0$;
4) $(1-e^x)yy' = e^x, y(0) = 1$;
5) $xy'\sin\frac{y}{x} + x = y\sin\frac{y}{x}$;
6) $y' - \frac{y}{x} = x$;
7) $y' - y\operatorname{tg}x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$.

Вариант №2

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x^2dy + (y-2)dx = 0$;
2) $\sqrt{5+y^2}dx + 4(x^2y + y)dy = 0$;
3) $y' = \frac{2x}{3y}, y(0) = 1$;
4) $(1+e^x)yy' = e^x, y(0) = 1$;
5) $(x+2y)dx - xdy = 0$;
6) $y' + 2y = 4x$, $y(2) = 1$;
7) $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 1$.

Вариант №3

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(1+y)(e^xdx - e^{2y}dy) - (1+y^2)dy = 0$;
2) $2e^x \operatorname{tg} y\,dx + (1+e^x)\sec^2 ydy = 0$;
3) $xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$;
4) $y' = 3 + y^2$;
5) $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$;
6) $y' = \frac{2y}{1+x} + e^x(x+1)^2$;
7) $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$.

Вариант №4

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $ye^{2x}dx-(1+e^{2x})dy=0$;
2) $\sin x\sin ydx+\cos x\cos ydy=0$;
3) $(1+e^{x})yy'=e^{x}$, $y(0)=1$;
4) $y'(x^2+2)=y$;
5) $(x-y\cos\frac{y}{x})dx+x\cos\frac{y}{x}dy=0$;
6) $y\sin x+y'\cos x=1$;
7) $y'+\frac{y}{x}=2\ln x+1$.

Вариант №5

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x(y^2+1)dx+y^2(x^4+1)dy=0$;
2) $y'=\frac{2x}{3y}$, $y(0)=1$;
3) $ydx+(2x\sqrt{y}-x)dy=0$;
4) $\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{3y^2+1}$;
5) $xy'=xe^{y/x}+y$, $y(1)=0$;
6) $y'+2y=e^{3x}$, $y(2)=1$;
7) $y'+y\cos x=\sin x\cos x$.

Вариант №6

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $y'(x^2-4)=2xy$, $y(0)=1$;
2) $\sqrt{4-x^2}y'+xy^2+x=0$;
3) $3yy'=x$, $y(0)=3$;
4) $(e^{2x}+5)dy+ye^{2x}dx=0$;
5) $y'=\frac{y}{x}+\cos\frac{y}{x}$;
6) $x(x^2+1)y'+y=x(1+x^2)^2$;
7) $xy'-2y=2x^4$, $y(2)=3$.

Вариант №7

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $y' - xy^2 = 2xy,\ y(0) = 1;$
2) $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0;$
3) $xy' = 2y,\ y(2) = 2;$
4) $(1+e^x)yy' = e^x;$
5) $y' = \dfrac{x+y}{x-y};$
6) $(1+x^2)y' + xy = 2;$
7) $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

Вариант №8

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $\dfrac{4+y^2}{\sqrt{x^2+4x+13}} = \dfrac{3y+2}{x+1}y';$
2) $\sec^2 x \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \operatorname{tg} x dy = 0,\ y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\pi}{4};$
3) $(e^x+8)dy - ye^x dx = 0;$
4) $\dfrac{dy}{dx} = y\operatorname{tg} x;$
5) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 6;$
6) $y' = y\operatorname{ctg} x + \sin x;$
7) $y' = 2xy + x^3.$

Вариант №9

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $xydx + \sqrt{1-x^2}dy = 0;$
2) $y' = 2\sqrt{y}\ln x,\ y(e) = 1;$
3) $(e^x+8)dy - ye^x dx = 0;$
4) $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0;$
5) $x^2 + y^2 + xyy' = 0;$
6) $y' = e^{2x} - e^x y;$
7) $y' = y\operatorname{tg} x - y^2\cos x.$

Вариант №10

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $\frac{1+2y^2}{\sqrt{x^2+3x-1}}=\frac{y-1}{x+1}y'$;
2) $y'=2\sqrt{y}\ln x,\ y(e)=1$;
3) $\sin^2 y\,\mathrm{tg}\,x dx+\cos^2 x\,\mathrm{ctg}\,y dy=0,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$;
4) $y'\sqrt{1-x^2}=1+y^2$;
5) $y^2+x^2y'=xyy',\ y(3)=4$;
6) $y'-y\mathrm{tg}x=\frac{1}{\cos x},\ \ y(0)=0$;
7) $y'-\frac{y}{x}=x$.

Вариант №11

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $y'=3y^{2/3},y(2)=0$;
2) $\sqrt{3+y^2}+\sqrt{1-x^2}yy'=0$;
3) $\sin x\sin y dx+\cos x\cos y dy=0$;
4) $(1+e^x)yy'=e^x,\ y(0)=1$;
5) $y'=\frac{y}{x}+\cos\frac{y}{x}$;
6) $x(y'-y)=e^x,\ y(0)=2$;
7) $y'+\frac{2}{x}y=x^3$.

Вариант №12

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x\sqrt{4+y^2}dx+y\sqrt{1+x^2}dy=0$;
2) $x^2y'+y^2=0,\ y(-1)=1$;
3) $(1+e^x)yy'=e^x$;
4) $xy'=2y$;
5) $xy'=y(1+\ln\frac{y}{x}),\ y(1)=\frac{1}{\sqrt{e}}$;
6) $y'\sin x-y\cos x=1,\ \ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$;
7) $y'+2xy=xe^{-x^2}$.

Вариант №13

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $xy' = 2(y - y\sqrt{x})$;
2) $y'\operatorname{ctg} x = y$;
3) $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0$;
4) $xy' = 2y,\ y(2) = 2$;
5) $xy' = y\ln\dfrac{x}{y}$;
6) $dy = (x^2 + 2x - 2y)dx$;
7) $y' = 2y + e^x - x$.

Вариант №14

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(1+e^x)y' = ye^x$;
2) $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2 ydy$;
3) $y'x^3 = 2y,\ y(2) = 3$;
4) $yy' = -\dfrac{x}{2}$;
5) $xy' = y\ln\dfrac{y}{x}, y(1) = 1$;
6) $y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x,\ y(0) = 0$;
7) $y' + y = e^{-x}/$

Вариант №15

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $dy + y\operatorname{tg} xdx = 0,\ y(\pi) = 2$;
2) $2yx^2dy = (1+x^2)dx$;
3) $x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0$;
4) $y' = (y-1)x$;
5) $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 8,\ y(1) = 0$;
6) $y' + y\cos x = \sin 2x$;
7) $xy' - \dfrac{y}{x+1} = x,\ \ y(1) = 0$.

Вариант №16

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(xy^2 + x)dy + (x^2y - y)dx = 0,\ y(1) = 1;$
2) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0;$
3) $y' \operatorname{tg} x = y,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$
4) $xy' = 2y,\ y(2) = 2;$
5) $(2x - y)dx + (2y - x)dy = 0;$
6) $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x;$
7) $(2x + 1)y' + y = x$

Вариант №17

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx;$
2) $(1 + y^2)dx - xydy = 0,\ y(1) = 0;$
3) $y' = y - xy,\ y(1) = 2;$
4) $(3 + e^x)yy' = e^x;$
5) $y^2 + x^2y' = xyy';$
6) $y' \operatorname{ctg} x + y = 2, \quad y(0) = 2;$
7) $y' + \frac{y}{x} = x^2.$

Вариант №18

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $xy' + y = y^2;$
2) $y' = 3y^{2/3}, y(2) = 0;$
3) $\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2}\,yy' = 0;$
4) $(x + xy^2)dx + (1 + x^2)dy = 0;$
5) $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x};$
6) $y' - 2y = -x^2, \quad y(0) = \frac{1}{4};$
7) $y' - \frac{3y}{x} = x.$

Вариант №19

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}\,y'=0$;
2) $\dfrac{dx}{x(y-1)}+\dfrac{dy}{y(x+2)}=0, y(1)=1;$
3) $\dfrac{yy'}{x}=e^y, y(1)=0;$
4) $(3+e^x)yy'=e^x;$
5) $x^2dy=(y^2+xy)dx;$
6) $y'+\dfrac{y}{x}=-xy^2;$
7) $xy'+2y=e^{-x^2},\ y(1)=0.$

Вариант №20

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x+xy+y'(y+xy)=0;$
2) $(x\sqrt{y}-x)dy+ydx=0, y(1)=1;$
3) $y(4+e^x)dy-e^xdx=0;$
4) $xy'=2y, y(1)=0;$
5) $y'=\dfrac{2y+x}{2x-y};$
6) $x(y'-y)=e^x,\ y(0)=2;$
7) $y'+2y=4x.$

Вариант №21

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(\sqrt{xy}-\sqrt{x})dx+(\sqrt{xy}+\sqrt{y})dy=0;$
2) $(1-e^x)yy'=e^x, y(0)=1;$
3) $x^2y'+y^2=0, y(-1)=1;$
4) $y'=-\dfrac{y}{x}, y(1)=1;$
5) $xy'\cos\dfrac{y}{x}=y\cos\dfrac{y}{x}-x;$
6) $y'=\dfrac{y+1}{x},\ y(1)=0;$
7) $(1+x^2)y'+y=\operatorname{arctg}x.$

Вариант №22

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $\frac{dx}{x(y-1)}+\frac{dy}{y(x+2)}=0, y(1)=1;$
2) $y'=3y^{2/3}, y(2)=0;$
3) $\sin x\sin y dx+\cos x\cos y dy=0;$
4) $y'=1+y;$
5) $xy'=y\left(\ln\frac{y}{x}-3\right);$
6) $y'+y\operatorname{tg}x=\cos^2 x,\ \ y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2};$
7) $y'+y=e^{-x}.$

Вариант №23

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $\ln\cos y dx+x\operatorname{tg} y dy=0;$
2) $\frac{dx}{x(y-1)}+\frac{dy}{y(x+2)}=0, y(1)=1;$
3) $x^2y'+y=0, y(0)=1;$
4) $y'\operatorname{ctg}x+y=2;$
5) $xyy'=y^2+2x^2;$
6) $y'+\frac{2}{x}y=x^3;$
7) $y'+\frac{2}{x}y=x^3.$

Вариант №24

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(x-1)y'+y=0;$
2) $y'=1+y;$
3) $y'\operatorname{tg}x=y;$
4) $e^{1+x^2}\operatorname{tg} y dx-\frac{e^{2x}}{x-1}dy=0,\ y(1)=\frac{\pi}{2};$
5) $(x^2+y^2)dx-2xydy=0, y(4)=0;$
6) $y'=x(y-1);$
7) $y'-\frac{y}{x+2}=x^2+2x,\ \ y(-1)=\frac{3}{2}.$

Вариант №25

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $y'\operatorname{ctg}x + y = 2, y(0) = 1;$
2) $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0;$
3) $x(1+y^2) + y(1+x^2)\dfrac{dy}{dx} = 0;$
4) $\dfrac{dy}{dx} = xy^2 + 2xy;$
5) $y' = e^{y/x} + \dfrac{y}{x}, y(1) = 0;$
6) $y' - \dfrac{y}{x} = x\sin x, \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1;$
7) $y' - y\operatorname{ctg}x = 2x\sin x.$

Вариант №26

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(xy - 4x + y - 4)dx + (xy - 4x + 3y - 12)dy = 0;$
2) $y' - xy^2 = 2xy, \; y(0) = 1;$
3) $y' = 2\sqrt{y}\ln x;$
4) $\dfrac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \dfrac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0;$
5) $y' = e^{y/x} + \dfrac{y}{x}, y(1) = 0;$
6) $y' + \dfrac{y}{x} = 3x;$
7) $y' - \dfrac{y}{x} = -2\dfrac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

Вариант №27

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $x + yx + y(1+x)y' = 0;$
2) $(1+e^x)yy' = e^x, y(0) = 1;$
3) $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0;$
4) $y' = 3y^{2/3};$
5) $xy'\sin\dfrac{y}{x} + x = y\sin\dfrac{y}{x};$
6) $y' + 2xy = -2x^3;$
7) $y' + \dfrac{xy}{2(1-x^2)} = \dfrac{x}{2}.$

Вариант №28

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(1+y^2)dx = xydy, y(2)=1;$
2) $(xy-2x+y-2)dx+(xy-4x+3y-12)dy=0;$
3) $y'-xy^2=2xy;$
4) $y'=e^{x+y};$
5) $y'=\dfrac{x+y}{x-y};$
6) $(1-x^2)y'+xy=1;$
7) $e^{x^2}y'+2xye^{x^2}=x\sin x.$

Вариант №29

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $xy'+y=y^2;$
2) $y'=3y^{2/3}, y(2)=0;$
3) $\sqrt{3+y^2}+\sqrt{1-x^2}yy'=0;$
4) $(x+xy^2)dx+(1+x^2)dy=0;$
5) $y'=\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{2y};$
6) $y'+\dfrac{y}{2x}=x^2,\ y(1)=1;$
7) $y'=y-x^2.$

Вариант №30

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) $(1+x^2)y'+y\sqrt{1+x^2}=xy;$
2) $xy'=2(y-y\sqrt{x});$
3) $y'\operatorname{ctg}x=y;$
4) $y'=e^{x+y};$
5) $xy'=y\ln\dfrac{x}{y};$
6) $y'=x+2y;$
7) $y'+y\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x.$