Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный государственный университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методическое пособие
по выполнению расчетно-графической работы

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2014

УДК 517.91 (075.8)
ББК В 161.61я73
Г 186

Рецензент – кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры «Высшая математика» ДВГУПС
Е.И. Рукавишникова

Гамоля, Л.Н.

Г 186 Дифференциальные уравнения : метод. пособие по выполнению расчетно-графической работы / Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2014. – 56 с.

Методическое пособие соответствует ФГОС ВО по направлениям 43.03.02 «Туризм», 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 08.03.01 «Строительство», 20.03.01 «Техносферная безопасность» и специальностям 23.05.03 «Подвижной состав железных дорог», 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог», 23.05.05 «Системы обеспечения движения поездов», 08.05.02 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей».

Содержит варианты индивидуальных заданий по решению обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высшего порядков, а также теоретические вопросы и упражнения для самоконтроля.

Предназначено для студентов 1-го курса дневной формы обучения, изучающих раздел «Дифференциальные уравнения» по курсу математики, выполняющих расчетно-графическую работу.

УДК 517.91 (075.8)
ББК В 161.61я73

ВВЕДЕНИЕ

Многие задачи математики приводят к уравнениям, содержащим аргумент, функцию и ее производную, т. е. к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Данные задачи возникают при изучении теоретических основ электротехники, электроники, уравнений теоретической физики и других технических дисциплин, поэтому актуальным является умение решать такие уравнения.

Данная работа содержит задачи по решению дифференциальных уравнений первого порядка по следующим темам: с разделяющимися переменными, однородным, сводящимся к однородным, линейным, Бернулли, Клеро, Лагранжа; по дифференциальным уравнениям высших порядков: допускающих понижение порядка, линейным однородным, линейным неоднородным; по системам дифференциальных уравнений; по приложениям дифференциальных уравнений первого и второго порядка к решению геометрических и физических задач.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов при изучении обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, приложений дифференциальных уравнений к решению задач.

В результате изучения данной темы студенты смогут исследовать и решать простейшие дифференциальные уравнения, описывающие эволюционные процессы в различных областях, находить общее и частное решения дифференциальных уравнений и систем, построить в простейших случаях математическую модель процесса в виде дифференциального уравнения.

Для выполнения расчетно-графической работы студент должен ознакомиться с теоретическими основами темы и рассмотреть решение дифференциальных уравнений, приведенных в [1, 4, 5]. Варианты индивидуального задания назначает преподаватель (см. подразд. 2.1 и 2.2). Выполненную работу в установленные сроки сдают преподавателю на проверку, затем защищают.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ПО РАЗДЕЛУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

1.1. Теоретические вопросы

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Его общие и частные решения. Теорема Коши существования и единственности решения дифференциального уравнения.
Рекомендуемая литература: [1, 2].

2. Какая функция $f(x, y)$ называется однородной? Привести примеры однородной функции нулевого порядка.
Рекомендуемая литература: [1, 5].

3. Интегрирование однородных уравнений и приводящихся к ним.
Рекомендуемая литература: [1, 5].

4. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли.
Рекомендуемая литература: [4, 5].

5. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижения порядка, методы их интегрирования.
Рекомендуемая литература: [1, 4]

6. Дифференциальные линейные однородные уравнения второго порядка, свойства однородных линейных уравнений.
Рекомендуемая литература: [1, 4].

7. Решение линейных однородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
Рекомендуемая литература: [1, 4].

8. Неоднородные линейные уравнения второго порядка. Структура его общего решения.
Рекомендуемая литература: [1, 4, 5].

9. Метод подбора.
Рекомендуемая литература: [1, 4, 5].

10. Метод Лагранжа (вариации произвольных постоянных).
Рекомендуемая литература: [5].

11. Сведения системы дифференциальных уравнений первого порядка к одному дифференциальному уравнению более высокого порядка.
Рекомендуемая литература: [1, 5].

1.2. Теоретические упражнения

1. Построить поле направления и найти интегральные кривые уравнения.
Рекомендуемая литература: [3]

2. Существует ли единственное решение задачи Коши для дифференциального уравнения при начальном условии $y(0) = 0$ в прямоугольнике: $|x| \le a$, $|y| \le b$ с центром в точке (0; 0), где a, b – $const > 0$.
Рекомендуемая литература: [3, 4].

3. Будет ли функция $y = cx$ ($x \neq 0$) общим решением для дифференциального уравнения в области $0 < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$?

Рекомендуемая литература: [4].

4. Будет ли особым решение $y \equiv 0$ для дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = 2\sqrt{y}$?

Рекомендуемая литература: [3, 4].

5. Существуют ли интегральные кривые, проходящие через точки $M_1(0;1)$ и $M_2(\frac{\pi}{2};1)$ для дифференциального уравнения $\frac{dy}{y\ ln\ y} - \frac{dx}{sinx} = 0$?

Рекомендуемая литература: [3, 4].

6. Имеет ли краевая задача $y'' = 6x$ при условии $y'(0) = 0$, $y(1) = 1$ решение?

Рекомендуемая литература: [3].

7. Показать, что для уравнения $y'' + y = 0$ не существует решения, удовлетворяющего граничным условиям $y(0) = 1$, $y(\pi) = 2$.

Рекомендуемая литература: [3].

8. Показать, что функция $tg\ x$ и $ctg\ x$ линейно независимы на интервале $(0;\frac{\pi}{2})$.

Рекомендуемая литература: [3, 4].

9. Линейно зависимы ли функции 1, $sin^2\ x$, $cos\ 2x$?

Рекомендуемая литература: [4, 5].

10. Образуют ли функции $y_1 = x^2 - 1$ и $y_2 = x$ фундаментальную систему решений для уравнения $(x^2 + 1)\ y'' - 2xy' + 2y = 0$?

Рекомендуемая литература: [5].

11. Проинтегрировать уравнение $xy'' - y' - 4x^3 y = 16\ x^3\ e^{x^2}$, если $y_1 = e^{x^2}$, $y_2 = e^{-x^2}$ – фундаментальная система решений соответствующего однородного уравнения.

Рекомендуемая литература: [1, 3, 5].

12. Найти линейное однородное уравнение, имеющее следующую фундаментальную систему решений: $y_1 = x$, $y_2 = \frac{1}{x}$.

Рекомендуемая литература: [3].

13. Выделив производную некоторого выражения, проинтегрировать дифференциальное уравнение $y'' - xy' - y = 1$ при начальных условиях $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Рекомендуемая литература: [4].

2. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

2.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Вариант 1

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y' = e^{x+y}$.

Задача 2. $(a^2 + y^2)\,dx + 2x\sqrt{ax - x^2}\,dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(a) = 0$.

Задача 3. $(y^4 - 2x^3 y)\,dx + (x^4 - 2xy^3)\,dy = 0$.

Задача 4. $(x - 2y + 5)\,dx + (2x - y + 4)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{x + 3y + 5}{2x + 6y + 7}$.

Задача 6. $x^2 y' + xy + 1 = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 3$.

Задача 7. $y' = \dfrac{e^{y^2}}{y \sin y - 2xye^{y^2}}$.

Задача 8. $y' - 2ye^x = e^x 2\sqrt{y}$.

Задача 9. $y'' = (x+1)\ln x - \dfrac{1}{x^4} + 2x$.

Задача 10. $x^2 y'' + xy' = 1$.

Задача 11. $y'' = -\dfrac{1}{2y^3}$.

Задача 12. $3y'\,y'' = 2y$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Задача 13. $y'' - 3y' - 4y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = -2$.

Задача 14. $y'' + 16y' + 64y = 0$.

Задача 15. $4y'' - 8y' + 5y = 0$.

Задача 16. $y'' + 3y' + 2y = x^2 + e^{-2x} + 2e^{3x}$.

Задача 17. $25y'' + 5y' - 2y = 3e^{\frac{-2x}{5}} + x^2 - 2x$.

Задача 18. $y'' + 16y = \cos 4x - \sin 3x$.

Задача 19. $y''+y=\dfrac{1}{\sin x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=9x+6y, \\ \dfrac{dy}{dt}=2x+8y-e^t. \end{cases}$$

Вариант 2

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(y^2+xy^2)y'+x^2=0$.

Задача 2. $y'+y\cos x=\cos x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$.

Задача 3. $(x^2+xy)\,y'=x\sqrt{x^2-y^2}+xy+y^2$.

Задача 4. $(2x+3y-5)+(3x+2y-5)\,y'=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{2x+y+5}{4x+2y-3}$.

Задача 6. $xy'-\dfrac{y}{x+1}=x$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=0$.

Задача 7. $\dfrac{1}{y'}=\dfrac{2y+1}{y^2+y+1}x-\dfrac{y^2+y+1}{y-1}$.

Задача 8. $xyy'-y^2=x^4$.

Задача 9. $y''=x^4-\dfrac{1}{x^2}+\sin^2 x$.

Задача 10. $y''=-\dfrac{x}{y'}$.

Задача 11. $(y')^2-yy''=y^2y'$.

Задача 12. $2y''=3y^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y(-2)=1$; $y'(-2)=-1$.

Задача 13. $y''-2y'-3y=0$ при начальных условиях $y(0)=-1$; $y'(0)=3$.

Задача 14. $y''+14y'+49y=0$.

Задача 15. $y''+12y'+37y=0$.

Задача 16. $2y''-y'-y=x+2+2e^x-e^{-x}$.

Задача 17. $y'' - 14y' + 49y = 5e^{7x} + cos\frac{x}{2} - sin\frac{x}{2}$.

Задача 18. $y'' - 2y' + 5y = 3e^{x} + sin2x$.

Задача 19. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = y + 3x + t^2. \end{cases}$$

Вариант 3

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(xy^2 + x)\,dx + (y - x^2y)\,dy = 0$.

Задача 2. $y'\sqrt{a^2 + x^2} = y$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = a$.

Задача 3. $(x^2 - 2xy - y^2)\,y' + y^2 = 0$.

Задача 4. $(x + y - 2)\,dx + (2x - y + 4)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{-x + 2y + 4}{-x + 2y + 5}$.

Задача 6. $y = x\,(y' - x\cos x)$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\pi$.

Задача 7. $y' = \dfrac{ye^y}{2y^2 - xe^y\,(1 + y)}$.

Задача 8. $y' - y = y^2 \cos x$.

Задача 9. $y'' = e^{-4x} + sin2x + 7\sqrt{x}$.

Задача 10. $(x+1)y'' - (x+2)y' = e^{x}(x+1)^2$.

Задача 11. $y'' + \dfrac{2}{1 - y}(y')^2 = 0$.

Задача 12. $2\,(y')^2 = y''(y - 1)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 2;\; y'(1) = -1$.

Задача 13. $y''-5y'+4y=0$ при начальных условиях $y(0)=2;\ y'(0)=3$.

Задача 14. $25y''+5y'-4y=0$.

Задача 15. $y''+4y=0$.

Задача 16. $y''-7y'+12y=x^3-2x+4e^{3x}$.

Задача 17. $y''+14y'+49y=e^{-7x}+3e^{3x}$.

Задача 18. $y''-y'+y=2\,sin\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+x-2$.

Задача 19. $y''+3y'+2y=\dfrac{1}{e^x+1}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=8x+2y, \\ \dfrac{dy}{dt}=-3x+15y-t. \end{cases}$$

Вариант 4

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y'-xy^2=2xy$.

Задача 2. $y'=(2y+1)\,ctgx$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Задача 3. $(x^2+2xy-y^2)\,dx+(y^2+2xy-x^2)\,dy=0$.

Задача 4. $(x+y-1)\,dx+(5x-7y+1)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{2x+5y+3}{6x+15y-2}$.

Задача 6. $e^{x^2}y'+2\,xye^{x^2}=x\,sinx$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=2$.

Задача 7. $y'=\dfrac{1}{2ye^{e^y}+xe^y}$.

Задача 8. $y'=\dfrac{1}{x^4\cos y+xtgy}$.

Задача 9. $y''=cos^2x+\dfrac{3}{x^3}-\sqrt{x}$.

Задача 10. $(1+x^2)y''-12xy'=0$.

Задача 11. $y''+2y(y')^3=0$.

Задача 12. $y^4-y^3y''=1$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=\sqrt{2};\ y'(0)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Задача 13. $12y''+5y'=0$ при начальных условиях $y(0)=2;\ y'(0)=2$.

Задача 14. $16y''+24y'+9y=0$.

Задача 15. $y''+6y'+13y=0$.

Задача 16. $y''-2y'=3x+4e^{2x}-10$.

Задача 17. $y''-16y'+64y=6e^{8x}-x^2-7x$.

Задача 18. $y''+4y'+13y=cos\,3x-e^{2x}$.

Задача 19. $y'+4y=2tgx$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=-3x-y, \\ \dfrac{dy}{dt}=x-y-t. \end{cases}$$

Вариант 5

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $e^x\,sin^3\,y+y'\,(1+e^{2x})cos\,y=0$.

Задача 2. $y'\,x^3=2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=1$.

Задача 3. $(8y+10x)\,dx+(5y+7x)\,dy=0$.

Задача 4. $(3y-7x+7)\,dx-(3x+7y-3)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{4x-y+2}{8x-2y+7}$.

Задача 6. $y'-\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}y=-\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=3$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y}{a\,(1+xy)-x}$.

Задача 8. $y'=\dfrac{3x^2}{y-x^3}$.

Задача 9. $y'' = \dfrac{2x}{e^{4x} - 3x^5 + sin\dfrac{x}{2}}$.

Задача 10. $y'' + \dfrac{2}{x} y' = 0$.

Задача 11. $y'' tgy = 2\,(y')^2$.

Задача 12. $y'' = xy' + x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2$; $y'(0) = 0$.

Задача 13. $2y'' + 5y' = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = 4$.

Задача 14. $25y'' + 30y' + 9y = 0$.

Задача 15. $y'' + 4y' + 29y = 0$.

Задача 16. $4y'' + 16y' + 15y = e^{-10x} + x^2 + x$.

Задача 17. $y'' + 16y' + 64y = 3e^{-8x} + 3 - 2x$.

Задача 18. $y'' - 4y' + 5y = x + sin\,x - cos\,x$.

Задача 19. $y'' + y = 2\,sec^3\,x$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 1. \end{cases}$$

Вариант 6

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $3y^2 y' + 16x = 2xy^3$.

Задача 2. $xy' + y = y^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 0,5$.

Задача 3. $y^2 dx + (x^2 - xy)\,dy = 0$.

Задача 4. $(x - y + 3)\,dx + (3x + y + 1)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{x + y - 3}{3x + 3y + 4}$.

Задача 6. $xy' + (x+1)\,y = 3x^2 e^{-x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = \dfrac{1}{e}$.

Задача 7. $y' = \dfrac{1}{e^{(1-y)e^y} - xye^y}$.

Задача 8. $y' = \dfrac{1}{x + x^2 \cos y}$.

Задача 9. $y'' = \dfrac{5}{x^3} + \dfrac{4}{\sqrt{x}} + \cos 4x$.

Задача 10. $y'' = \dfrac{1}{2y'}$.

Задача 11. $y'' = 1 - (y')^2$.

Задача 12. $xy'' + y' + x = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 0$; $y'(1) = 0$.

Задача 13. $2y'' + y' - y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

Задача 14. $y'' + 12y' + 36y = 0$.

Задача 15. $y'' + 2y' + 5y = 0$.

Задача 16. $y'' - y' = x^2 + 6 - e^x$.

Задача 17. $y'' + 4y' + 4y = 7e^{-2x} + x^2$.

Задача 18. $4y'' + 25y = \cos 5x - 3\sin\dfrac{5x}{2}$.

Задача 19. $y'' + y = tgx$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} 5\dfrac{dx}{dt} - 2\dfrac{dy}{dt} + 4x - y = e^{-t}, \\ \dfrac{dx}{dt} + 8x - 3y = 5e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 7

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $2x\sqrt{1 - y^2} = y'\,(1 + x^2)$.

Задача 2. $x^2 dy + (x - a)\,dx = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 2$.

Задача 3. $(x + y)\,dx + (x + 2y)\,dy = 0$.

Задача 4. $(y + 2)\,dx = (2x + y - 4)\,dy$.

Задача 5. $y' = \dfrac{5x + 4y - 7}{10x + 8y + 1}$.

Задача 6. $y' - ye^x = 2xe^{e^x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = e$.

Задача 7. $y' = \dfrac{1}{y^2 - x}$.

Задача 8. $y' = \dfrac{xy}{y^4 + x^2}$.

Задача 9. $y'' = (x+1)\, e^x - \dfrac{4}{x^2}$.

Задача 10. $y'' + y'\, tgx = sin 2x$.

Задача 11. $y'\,(1 + (y')^2) = ay''$.

Задача 12. $yy'' - (y')^2 = y^4$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

Задача 13. $y'' - 7y' + 6y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 2$; $y'(0) = -1$.

Задача 14. $16y'' + 8y' + y = 0$.

Задача 15. $5y'' - 6y' + 5y = 0$.

Задача 16. $y'' - 3y' + 2y = 6x + sin 3x + e^{2x}$.

Задача 17. $y'' + 6y' + 9y = -e^{-3x} + 5x + 7$.

Задача 18. $9y'' + 4y = x - 3 + 3 sin\dfrac{2x}{3} + cos\dfrac{2x}{3}$.

Задача 19. $y'' + y = \dfrac{1}{\sqrt{cos 2x}}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + x - y = e^t, \\ \dfrac{dy}{dt} - x + y = e^t. \end{cases}$$

Вариант 8

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $e^y (1 + x^2)\, dy - 2x\,(1 + e^y)\, dx = 0$.

Задача 2. $y' = 2\sqrt{y}\, ln x$, удовлетворяющее начальному условию $y(e) = 1$.

Задача 3. $(y - x)\, ydx + x^2 dy = 0$.

Задача 4. $y' = -\dfrac{x - 2y + 5}{2x - 5y + 4}$.

Задача 5. $y' = -\dfrac{5x + 4y - 7}{10x + 8y + 1}$.

Задача 6. $y' + y = x^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

Задача 7. $y' = -\dfrac{y}{x + x^2 cos\, y}$.

Задача 8. $x' - 2xe^y = e^y 2\sqrt{x}$.

Задача 9. $y'' = sin^3 x - \sqrt{x}$.

Задача 10. $y'' = x - \dfrac{y}{x}$.

Задача 11. $yy'' = y^2 y' + (y')^2$.

Задача 12. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0;\ y'(0) = 3$.

Задача 13. $y'' - 4y' + 3y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 6;\ y'(0) = 10$.

Задача 14. $9y'' + 12y' + 4y = 0$.

Задача 15. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

Задача 16. $y'' - 4y' = x + 4e^{4x}$.

Задача 17. $y'' + 8y' + 16y = x^2 + 5 - e^{-4x}$.

Задача 18. $9y'' + y = e^{3x} - sin\dfrac{x}{3}$.

Задача 19. $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{x^3}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y + 2\,sin\,t, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - y. \end{cases}$$

Вариант 9

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $x^3 y' \,sin\, y = 2$.

Задача 2. $dy + ytgxdx = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(\pi) = 2$.

Задача 3. $(x^3 - 3xy^2)\,dx + (y^3 - 3x^2 y)\,dy = 0$.

Задача 4. $(x + y - 2)\,dx + (x - y + 4)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{2x + 5y + 7}{4x + 10y - 3}$.

Задача 6. $y' + xe^x y = e^{(1-x)e^x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2e$.

Задача 7. $y' = \dfrac{y^2 + y}{y^2 + y + x}$.

Задача 8. $y' = \dfrac{1}{x^2 e^{y^2} - 2xy}$.

Задача 9. $y'' = x^{\frac{4}{5}} - cos^3 x$.

Задача 10. $y'' + y'\,tgx = sin\,x\,cos\,x$.

Задача 11. $2yy'' = 1 + (y')^2$.

Задача 12. $1 + (y')^2 = 2yy''$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 1;\ y'(1) = 1$.

Задача 13. $3y'' - 2y' - 8y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1;\ y'(0) = 1$.

Задача 14. $9y'' + 6y' + y = 0$.

Задача 15. $y'' - y' + y = 0$.

Задача 16. $y'' - 9y = xe^{3x} + x^2 - 3$.

Задача 17. $y'' - 8y' + 16y = sin3x + 2cos3x - e^{4x}$.

Задача 18. $4y'' + y = 2cos\dfrac{x}{2} - x + 5$.

Задача 19. $y'' + 9y = \dfrac{1}{sin3x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 4y + t. \end{cases}$$

Вариант 10

Решить дифференциальное уравнение.

Задача 1. $ye^{2x}dx-(1+e^{2x})dy=0$.

Задача 2. $xydx+(x+1)\,dy=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 3. $(x^2+y^2)\,dx=xydy$.

Задача 4. $(2x-y+1)\,dx+(2y-x-1)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{x+7y+1}{3x+21y-5}$.

Задача 6. $y+xy'=a\,(1+xy)$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{1}{a}\right)=-a$.

Задача 7. $y'=-\dfrac{y^2}{xy+1}$.

Задача 8. $y'=\dfrac{y^3+e^x}{3y^2}$.

Задача 9. $y''=\dfrac{x}{e^x}-5x^3+cos\,x$.

Задача 10. $xy''-xy'=x^2e^{2x}$.

Задача 11. $y''=e^{2y}$.

Задача 12. $yy''+(y')^2=(y')^3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$; $y'(0)=1$.

Задача 13. $y''+y'-2y=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=3$.

Задача 14. $y''-6y'+9y=0$.

Задача 15. $y''+16y=0$.

Задача 16. $y''-4y'-5y=x^2+3e^{5x}$.

Задача 17. $y''+10y'+25y=x+4-7e^{-5x}$.

Задача 18. $y''-2y'+10y=x^2-7x+cos\,5x-sin\,5x$.

Задача 19. $y''+4y'+4y=\dfrac{e^{-2x}}{x^2+1}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 6y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 9y + e^t. \end{cases}$$

Вариант 11

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y\,(1 + x^2)\,y' = 1 + y^2$.

Задача 2. $y'\,(x^2 - 4) = 2xy$, удовлетворяющее начальному условию $y(3) = 2$.

Задача 3. $x^2 y' = x^2 + xy + y^2$.

Задача 4. $(x + 3y + 1)\,dx + (2x + 2y - 1)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{2x + 4y - 5}{6x + 12y + 7}$.

Задача 6. $(1 - x^2)y' + xy = 1$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 1$.

Задача 7. $y' = \dfrac{1 + y}{x + y^2 + y^3}$.

Задача 8. $y' = -\dfrac{y + 1}{x^2(y + 1) + x}$.

Задача 9. $y'' = cos\,3x - sin\,5x + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

Задача 10. $y'' = \dfrac{1 - (y')^2}{2x}$.

Задача 11. $2yy'' = (y')^2$.

Задача 12. $y'' = \dfrac{1}{4\sqrt{y}}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 0$; $y'(1) = 0$.

Задача 13. $y'' - 2y' = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = 5$.

Задача 14. $y'' + 2y' + y = 0$.

Задача 15. $9y'' + y = 0$.

Задача 16. $y'' - 5y' + 6y = 7 - 3x - 2e^{3x}$.

Задача 17. $4y''+4y'+y=7-2x+3e^{-\frac{x}{2}}$.

Задача 18. $5y''-6y'+5y=2e^{\frac{3x}{5}}-7\cos 3x$.

Задача 19. $y''-4y'+5y=\dfrac{e^{2x}}{\cos x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=x-3y, \\ \dfrac{dy}{dt}=x+5y+\cos t. \end{cases}$$

Вариант 12

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $x^2y^2y'+1=y$.

Задача 2. $(x^2-1)y'+2xy^2=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 3. $xy'=\sqrt{x^2-y^2}+y$.

Задача 4. $(4y-3x-5)\,y'+7x-3y+2=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{y-2x+3}{y-2x+8}$.

Задача 6. $y'-y=-2e^{-x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=2$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y^2+y}{2x+1}$.

Задача 8. $y'=\dfrac{3yx^2}{y^2+2x^3}$.

Задача 9. $y''=4\sin 7x+3\cos x-\dfrac{1}{x^4}$.

Задача 10. $y''=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)y'$.

Задача 11. $yy''-y'(1+y')=0$.

Задача 12. $(y'')^2 = y'$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=3$; $y'(0)=\frac{1}{4}$.

Задача 13. $y''-7y'+12y=0$ при начальных условиях $y(0)=-2$; $y'(0)=8$.

Задача 14. $y''+6y'+9y=0$.

Задача 15. $4y''+25y=0$.

Задача 16. $y''-6y'+8y=x^2+4x-e^{4x}$.

Задача 17. $4y''-4y'+y=3x^2-x+2e^{\frac{x}{2}}$.

Задача 18. $y''-2y'+2y=2e^x-sin3x$.

Задача 19. $y''-2y'+y=\frac{e^x}{x^2}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} 4\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dt}+3x=sint, \\ \frac{dx}{dt}=-y+cost. \end{cases}$$

Вариант 13

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $3e^x tgy dx+(1-e^x)sec^2 y dy=0$.

Задача 2. $x^2y'+cos2y=1$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=\frac{\pi}{4}$.

Задача 3. $y'=\frac{y}{x}\ \ ln y-ln x\ \ $.

Задача 4. $\ 2x+8\ \ dx+(3y-5x-11)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\frac{2y-x+5}{2y-x+8}$.

Задача 6. $y'cosx-ysinx=sin2x$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-1}{\sqrt{2}}$.

Задача 7. $y' = \dfrac{\cos y}{x\sin y + \cos^2 y}$.

Задача 8. $y' = -\dfrac{y}{yx^2 + x}$.

Задача 9. $y'' = x + \sin x$.

Задача 10. $y'' = \dfrac{y'}{x} + 1$.

Задача 11. $yy'' = 1 + (y')^2$.

Задача 12. $y'' = \dfrac{y'}{x}\left(1 + \ln\dfrac{y'}{x}\right)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = \dfrac{1}{2};\ y'(1) = 1$.

Задача 13. $2y'' - y' - y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1;\ y'(0) = -7$.

Задача 14. $y'' - 8y' + 16y = 0$.

Задача 15. $y'' + 25y = 0$.

Задача 16. $y'' + 2y' = x - 3 + e^{-2x}$.

Задача 17. $y'' - 10y' + 25y = 4 - x^2 + 3e^{5x}$.

Задача 18. $y'' + 2y' + 5y = 3e^{-x} + \cos 7x$.

Задача 19. $y'' + 5y' + 6y = \dfrac{1}{1 + e^{2x}}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y + 16te^t, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 2y. \end{cases}$$

Вариант 14

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $xy\,(1 + x^2)\,\dfrac{dy}{dx} = 1 + y^2$.

Задача 2. $xy' = \dfrac{y}{\ln x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(e) = 1$.

Задача 3. $(1+e^{\frac{y}{x}})\,dy+e^{\frac{y}{x}}(1-\frac{y}{x})\,dx=0$.

Задача 4. $(y-x+3)\,dx+(3y+x+1)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{3x+6y-5}{6x+12y+7}$.

Задача 6. $y'+2y=e^{-x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=3$.

Задача 7. $y'=\dfrac{1}{2ye^{-y^2}-2xy}$.

Задача 8. $x'=\dfrac{yx}{y^2+x^3}$.

Задача 9. $y''=e^x+3x^2$.

Задача 10. $y''\,x\ln x=y'$.

Задача 11. $y''=2yy'$.

Задача 12. $(y''x-y')=x^3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=1$; $y'(1)=0$.

Задача 13. $y''+3y'+2y=0$ при начальных условиях $y(0)=7$; $y'(0)=-7$.

Задача 14. $y''-10y'+25y=0$.

Задача 15. $y''-2y'+10y=0$.

Задача 16. $y''-4y=x-x^2+2e^{2x}$.

Задача 17. $32y''-36y'+4y=\sin\dfrac{x}{2}+3e^{2x}$.

Задача 18. $y''+a^2y=3\cos ax-2\sin ax+e^{ax}$.

Задача 19. $y''+4y=ctg\,2x$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=y+t,\\[2mm] \dfrac{dy}{dt}=x-t.\end{cases}$$

Вариант 15

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(1+e^x)yy' = e^x$.

Задача 2. $y' tgx - y = 1$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Задача 3. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$.

Задача 4. $(3x - 7y + 6)\,dx - (3y - 7x - 8)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \dfrac{5x - y + 3}{10x - 2y + 5}$.

Задача 6. $(xy' - 1)\ln x = 2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(e) = 2$.

Задача 7. $(xy + e^{-y})\,dy - ydx = 0$.

Задача 8. $x' = \dfrac{x^2 \ln y - x}{y}$.

Задача 9. $y'' = 4\cos x - \sin x$.

Задача 10. $(1 - x^2)\,y'' - xy' = 0$.

Задача 11. $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$.

Задача 12. $(1 + x^2)y'' - [(y')^2 + 1] = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Задача 13. $y'' + 3y' = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = -2$.

Задача 14. $4y'' + 4y' + y = 0$.

Задача 15. $y'' - 6y' + 13y = 0$.

Задача 16. $y'' - 3y' - 4y = 7x + e^{-x} + 5e^{2x}$.

Задача 17. $9y'' + 6y' + y = \cos 3x - 7e^{-\frac{x}{3}}$.

Задача 18. $y'' + 4y' + 29y = e^{-2x} + \cos 3x$.

Задача 19. $y''\cos\dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{4}\cos\dfrac{x}{2} = 1$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y + 2e^t, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y - 3e^{4t}. \end{cases}$$

Вариант 16

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $x\sqrt{1+y^2}+yy'\sqrt{1+x^2}=0$.

Задача 2. $\frac{dx}{cos^2 x\,cos\,y}=-ctgx\,sin\,ydy$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\frac{\pi}{3}\right)=\pi$.

Задача 3. $y'=\frac{y^2}{x^2}-\frac{y}{x}$.

Задача 4. $(x+y-1)\,dx+(5y-7x+1)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\frac{3x+5y+4}{9x+15y-1}$.

Задача 6. $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{1+x}+x^2=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 7. $y'=\frac{y}{y^3\,cos\,y+2x}$.

Задача 8. $y'=\frac{1}{xy-x^3e^{-y^2}}$.

Задача 9. $y''=x+e^{-x}$.

Задача 10. $x\,(y''+1)+y'=0$.

Задача 11. $(y')^2+yy''=0$.

Задача 12. $xy''+x(y')^2-y'=0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(2)=2$; $y'(2)=1$.

Задача 13. $y''-4y=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=3$.

Задача 14. $y''-2y'+y=0$.

Задача 15. $y''-6y'+10y=0$.

Задача 16. $y''-2y'-8y=e^{-2x}+x^3+2$.

Задача 17. $9y''-6y'+y=x-5+2e^{\frac{x}{3}}$.

Задача 18. $4y''-20y'+25y=2e^{\frac{5x}{2}}-sin\frac{5}{2}x$.

Задача 19. $y''+2y'+y=xe^x+\dfrac{1}{xe^x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=4x-3y+sint, \\ \dfrac{dy}{dt}=2x-y-2cost. \end{cases}$$

Вариант 17

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y'=a^{x+y}$ $(a>0,\ a\neq 1)$.

Задача 2. $y\,ln\,y dx+xdy=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=1$.

Задача 3. $xy'=y-xe^{\frac{y}{x}}$.

Задача 4. $(x+y-2)dx+(2y-x+4)dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{x-5y+8}{2x-10y+3}$.

Задача 6. $y'+y\cos x=\sin x\cos x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=2$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y^2}{y^2-x+2xy}$.

Задача 8. $y'=\dfrac{1}{x^2e^y-2x}$.

Задача 9. $y''=\dfrac{3}{x^2}+xe^x$.

Задача 10. $(y'')^2=y'$.

Задача 11. $yy''-(y')^2=0$.

Задача 12. $y^3y''=-1$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$; $y'(0)=1$.

Задача 13. $y''-8y'+7y=0$ при начальных условиях $y(0)=3$; $y'(0)=-4$.

Задача 14. $y''-4y'+4y=0$.

Задача 15. $16y''+9y=0$.

Задача 16. $y''-5y'+4y=x+2e^{x}-3e^{4x}$.

Задача 17. $y''+2y'+y=4e^{-x}+sin2x$.

Задача 18. $y''+6y'+13y=e^{-3x}+6sin2x$.

Задача 19. $y''+2y'+5y=e^{-x}(cos^{2}x+tgx)$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=y+1, \\ \dfrac{dy}{dt}=2e^{t}-x. \end{cases}$$

Вариант 18

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $e^{y}\left(\dfrac{dy}{dx}+1\right)=1$.

Задача 2. $y'+sin(x-y)=sin(x+y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(\pi)=\dfrac{\pi}{2}$.

Задача 3. $xy'=x\,sin\dfrac{y}{x}+y$.

Задача 4. $(2y+3x-5)\,dx+(3y+2x-5)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{x-7y+4}{3x-21y+5}$.

Задача 6. $y'\cos x-y\sin x=2x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$.

Задача 7. $y'=\dfrac{cos^{3}y}{x\sin y\,cos^{2}y+1}$.

Задача 8. $y'=y^{4}cosx+ytgx$.

Задача 9. $y''=3\ln x+sin3x$.

Задача 10. $xy''=y'$.

Задача 11. $y^{3}y''=1$.

Задача 12. $2y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = \frac{\sqrt{2}}{5}$; $y'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Задача 13. $y'' - y = 0$ при начальных условиях $y(0) = -6$; $y'(0) = 2$.

Задача 14. $y'' + 4y' + 4y = 0$.

Задача 15. $16y'' + y = 0$.

Задача 16. $12y'' + 5y' = 3 - x^2 + 2e^{-3x}$.

Задача 17. $y'' - 6y' + 9y = 7e^{3x} + x^2 - 7$.

Задача 18. $y'' - 8y' + 17y = 2\cos x - e^{3x}$.

Задача 19. $y'' + y = ctgx$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3y + 2x, \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$$

Вариант 19

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y - x\frac{dy}{dx} = 1 + x^2\frac{dy}{dx}$.

Задача 2. $y'\,ctgx + y = 2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = -1$.

Задача 3. $xy'\cos\frac{y}{x} = y\cos\frac{y}{x} - x$.

Задача 4. $(y - 2x + 5)\,dx + (2y - x + 4)\,dy = 0$.

Задача 5. $y' = \frac{4x - y + 3}{4x - y + 7}$.

Задача 6. $xy' + 2y = x^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 1$.

Задача 7. $y' = \frac{1}{\cos y - x}$.

Задача 8. $3y^2y' + y^3 = x$.

Задача 9. $y'' = \cos^2 x + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

Задача 10. $xy'' = (1+x^2)y'$.

Задача 11. $y'' = 2 - y$.

Задача 12. $y''(x^2+1) = 2xy'$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$; $y'(0)=3$.

Задача 13. $y''+y'-6y=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=-5$.

Задача 14. $y''+8y'+16y=0$.

Задача 15. $9y''+4y=0$.

Задача 16. $2y''+5y' = x+2-7e^{2x}$.

Задача 17. $y''-2y'+y=5e^x+3x-5$.

Задача 18. $y''+4y=2\sin 2x - x^2+2x$.

Задача 19. $y''+2y'+y=\dfrac{e^{-x}}{x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x+2y+4e^{5t}, \\ \dfrac{dy}{dt} = x+2y. \end{cases}$$

Вариант 20

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $e^x(1-x)\,dx + e^y \sin y dy = tgy dy$.

Задача 2. $x^2y'+y^2=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(-1)=1$.

Задача 3. $\dfrac{xy'-y}{2} = tg\dfrac{y}{x}$.

Задача 4. $(3x+5y-6)\,dy = (x+2y+3)\,dx$.

Задача 5. $y' = \dfrac{8x+y-5}{16x+2y+5}$.

Задача 6. $y' x \ln x - y = 3x^2 \ln^2 x$, удовлетворяющее начальному условию $y(2)=1$.

Задача 7. $y' = \dfrac{\cos y}{x \sin y + 1}$.

Задача 8. $xy^2y' = x^2 + y^3$.

Задача 9. $y'' = sin^2 x + 4x^{\frac{2}{3}}$.

Задача 10. $xy'' = y' + x^2$.

Задача 11. $y'' = \dfrac{1}{4\sqrt{y}}$.

Задача 12. $y'' = e^{2y}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

Задача 13. $y'' + y' = 0$, при начальных условиях $y(0) = 3$; $y'(0) = -6$.

Задача 14. $y'' + 10y' + 25y = 0$.

Задача 15. $4y'' + y = 0$.

Задача 16. $y'' + 3y' = x + 2 + 4e^{-3x}$.

Задача 17. $y'' - 4y' + 4y = cos 5x + 3e^{2x}$.

Задача 18. $y'' - 4y' + 13y = cos 3x - 7 sin 3x + x - 5$.

Задача 19. $y'' + y = \dfrac{1}{cos\, x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + 2e^t, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + t^2. \end{cases}$$

Вариант 21

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y^2 sin\, xdx + cos^2 xlnydy = 0$.

Задача 2. $2x^2yy' + y^2 = 2$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 1$.

Задача 3. $x^2 - y^2 = -2xyy'$.

Задача 4. $(x + 2y - 3)\, y' = (2x + y - 4)$.

Задача 5. $y' = \dfrac{y - x + 1}{y - x + 2}$.

Задача 6. $x^2 + xy' = y$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 0$.

Задача 7. $y' = \dfrac{cos\, y}{sin^2 y - xsiny}$.

Задача 8. $xy' + y = y^2 lnx$.

Задача 9. $y'' = \frac{5}{x} + 7 sin 5x$.

Задача 10. $y'' x ln x = y'$.

Задача 11. $yy'' - yy' lny = (y')^2$.

Задача 12. $y'' = 2yy'$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

Задача 13. $y'' - 4y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 2$; $y'(0) = 5$.

Задача 14. $4y'' - 4y' + y = 0$.

Задача 15. $y'' - 2y' + 5y = 0$

Задача 16. $y'' - 4y = x^2 + 3 + e^{2x}$.

Задача 17. $32y'' + 36y' + 4y = cos 3x + 2e^{-\frac{1}{4}x}$.

Задача 18. $y'' + 12y' + 37y = sin x + x^2 + 2x$.

Задача 19. $y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 5 cos t, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y. \end{cases}$$

Вариант 22

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(1 + y^2)\, dx - (2y + \sqrt{1 + y^2})(1 + x)^{\frac{3}{2}} dy = 0$.

Задача 2. $xydx + (1 + y^2)\sqrt{1 + x^2} dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(\sqrt{8}) = 1$.

Задача 3. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)\, dy = 0$.

Задача 4. $(2y - 5x + 4)\, y' = -(y - 2x + 5)$.

Задача 5. $y' = \frac{x + y}{1 - x - y}$.

Задача 6. $(x^2+x)\,y'=2y+1$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=3$.

Задача 7. $y'=\dfrac{e^y}{1-2xe^y}$.

Задача 8. $y'-xy=-y^3e^{-x^2}$.

Задача 9. $y''=\sqrt[3]{x}+7\cos 3x+4x$.

Задача 10. $xy''=y'\ln\dfrac{y}{x}$.

Задача 11. $2yy''+(y')^2=0$.

Задача 12. $y^3y''=-1$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=1$; $y'(1)=0$.

Задача 13. $y''+2y'=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=3$.

Задача 14. $9y''-6y'+y=0$.

Задача 15. $y''+4y'+13y=0$

Задача 16. $y''-8y'+7y=x^2+3x+2e^{7x}$.

Задача 17. $16y''-8y'+y=\sin 2x+3e^{\frac{x}{4}}$.

Задача 18. $y''+9y=7\cos 3x-5\sin 2x$.

Задача 19. $y''+2y'+2y=\dfrac{1}{e^x\sin x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=5x+3y,\\ \dfrac{dy}{dt}=-3x-y+2t.\end{cases}$$

Вариант 23

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y'\,y=\dfrac{1-2x}{y}$.

Задача 2. $(1+e^x)\,yy'=e^x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 3. $y' = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$.

Задача 4. $(y + 2x - 3)\, y' = (2y + x - 4)$.

Задача 5. $(x - 2y - 1)\, dx + (3x - 6y + 2)\, dy = 0$.

Задача 6. $\dfrac{dy}{dx} \cos x = y \sin x + \cos^2 x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 5$.

Задача 7. $y' = \dfrac{y \ln y}{2x + \ln y}$.

Задача 8. $y' + 2y = y^2 e^x$.

Задача 9. $y'' = x \sin 2x + e^{3x} + 5x^2$.

Задача 10. $xy'' + y' = 0$.

Задача 11. $y'' = a^2 y$.

Задача 12. $yy'' = (y')^2 - (y')^3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 1$; $y'(1) = -1$.

Задача 13. $y'' - 6y' + 8y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 2$; $y'(0) = -4$.

Задача 14. $9y'' - 12y' + 4y = 0$.

Задача 15. $y'' + y = 0$.

Задача 16. $y'' - y = 3x^2 + e^x - 2e^{3x}$.

Задача 17. $16y'' + 8y' + y = x - 3 + 2e^{-\frac{x}{4}}$.

Задача 18. $4y'' - 8y' + 5y = 3 \sin \dfrac{x}{2} + 5 \cos 3x$.

Задача 19. $y'' - y' = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - 4y + 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 2y. \end{cases}$$

Вариант 24

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(1+y^2)\,dx+(1+x^2)\,dy=0$.

Задача 2. $y'=2x\,(e+y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$.

Задача 3. $xy'=y+x\cos^2\dfrac{y}{x}$.

Задача 4. $(3y+5x-6)\,dy=(y+2x+3)\,dx$.

Задача 5. $8x+4y+1+(4x+6y+1)\,y'=0$.

Задача 6. $y'+2xy=2xe^{-x^2}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=3$.

Задача 7. $y'=\dfrac{e^y}{xe^y-2}$.

Задача 8. $y'+2\,xy=2\,xy^2$.

Задача 9. $y''=x^3+\sqrt[3]{x}+\sin x$.

Задача 10. $x^2y''=(y')^2$.

Задача 11. $y''=\dfrac{a}{y^3}$.

Задача 12. $y''=\dfrac{y'}{x}+\dfrac{x^2}{y'}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(2)=0$; $y'(2)=4$.

Задача 13. $y''-5y'+6y=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=-3$.

Задача 14. $16y''-8y'+y=0$.

Задача 15. $y''+9y=0$.

Задача 16. $y''+y'-6y=x-2e^{-3x}+e^x$.

Задача 17. $y''-12y'+36y=3e^{2x}-e^{6x}$.

Задача 18. $y''+y=5\sin x-3\cos 2x$.

Задача 19. $y''-y'=e^{2x}\sqrt{1-e^{2x}}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=4x+y-e^{2t}, \\ \dfrac{dy}{dt}=-2x+y. \end{cases}$$

Вариант 25

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y(1-x^2)\,dy - x\,(1-y^2)\,dx = 0$.

Задача 2. $y'\,sin\,x - y\,cos\,x = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$.

Задача 3. $\dfrac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{dy}{2y^2 - xy}$.

Задача 4. $(x+2)\,dx = (2y + x - 4)\,dy$.

Задача 5. $(x + y + 1)\,dx + (2x + 2y - 1)\,dy = 0$.

Задача 6. $(xy + e^x)\,dx - xdy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = e$.

Задача 7. $y' = \dfrac{1-y^2}{1-xy}$.

Задача 8. $y'\,x + y = -xy^2$.

Задача 9. $y'' = 4x^2 - \dfrac{1}{x}$.

Задача 10. $y''\,(e^x + 1)\,y' = 0$.

Задача 11. $yy'' - (y')^2 + (y')^3 = 0$.

Задача 12. $y'' = 1 + (y')^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Задача 13. $y'' - 4y' - 9y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 2$; $y'(0) = -3$.

Задача 14. $y'' - 12y' + 36y = 0$.

Задача 15. $y'' - 4y' + 13y = 0$.

Задача 16. $y'' + y' = x^2 + 2 - 3e^{-x} + 2e^x$.

Задача 17. $y'' + 12y' + 36y = sin\dfrac{x}{2} - e^{-6x}$.

Задача 18. $16y'' + y = sin\,2x - 3cos\dfrac{x}{4}$.

Задача 19. $y'' - y' = e^{2x}\,cos\,e^x$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y + 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4y - x. \end{cases}$$

Вариант 26

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $y - xy' = a\,(1 + x^2 y')$.

Задача 2. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = \dfrac{\pi}{4}$.

Задача 3. $(4x - 3y)\,dx + (2y - 3x)\,dy = 0$.

Задача 4. $(x + y - 2)\,dx + (y - x + 4)\,dy = 0$.

Задача 5. $(x - y + 2)\,dx + (x - y + 3)\,dy = 0$.

Задача 6. $xy' - 2y = x^3 \cos x$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Задача 7. $y' = \dfrac{1}{\cos y\,(\sin y - x)}$.

Задача 8. $2yx + x' = 2x^2 y$.

Задача 9. $y'' = x \ln x + \sin x$.

Задача 10. $y'' = \dfrac{2xy'}{1 + x^2}$.

Задача 11. $(y'')^2 + (y')^2 = a^2$.

Задача 12. $y'' = 2y^3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

Задача 13. $y'' - 9y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = -3$.

Задача 14. $25y'' - 30y' + 9y = 0$.

Задача 15. $y'' - 8y' + 17y = 0$.

Задача 16. $y'' + y' - 2y = 2x^2 + 3e^{-2x}$.

Задача 17. $25y'' - 30y' + 9y = x - 2 + 3e^{\frac{3x}{5}}$.

Задача 18. $y''+25y=7\,sin\,x-cos\,5x$.

Задача 19. $y''-2\,y'+y=\dfrac{e^x}{x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=5x-3y+2e^{3t}, \\ \dfrac{dy}{dt}=x+y+5e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 27

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $(1+y^2)\,dx+xydy=0$.

Задача 2. $(1+e^x)\,yy'=e^x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 3. $x^2dy=(y^2-xy+x^2)\,dx$.

Задача 4. $(2y-x+1)+(2x-y-1)y'=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{2x+y-1}{4x+2y+5}$.

Задача 6. $y'+\dfrac{1-2x}{x^2}y=1$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=e$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y}{x-y^2}$.

Задача 8. $3xy^2y'-2y^3=x^2$.

Задача 9. $y''=4\,sin\,3x+\dfrac{1}{x^2}+3$.

Задача 10. $2xy''=y'$.

Задача 11. $y''+\dfrac{2}{1-y}(y')^2=0$.

Задача 12. $xy''=y'$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=1$; $y'(1)=0$.

Задача 13. $y''-4y'=0$ при начальных условиях $y(0)=7$; $y'(0)=5$.

Задача 14. $16y''-24y'+9y=0$.

Задача 15. $4y''-12y'+25y=0$.

Задача 16. $3y''-2y'-8y=x+2+7e^{-\frac{4}{3}x}$.

Задача 17. $25y''+30y'+9y=x^2-1+2e^{\frac{-3x}{5}}$.

Задача 18. $16y''+9y=3e^x+cos\dfrac{3x}{4}$.

Задача 19. $y''+4y=\dfrac{1}{sin2x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=2x+y+e^t, \\ \dfrac{dy}{dt}=-2x+2t. \end{cases}$$

Вариант 28

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1.: $(1+y^2)\,dx=xdy$.

Задача 2. $y'\,sin\,x=y\,ln\,y$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$.

Задача 3. $(x+y)\,dx+(x-y)\,dy=0$.

Задача 4. $(3x+y+1)\,y'+(2x+2y-1)=0$.

Задача 5. $(8y+10x+3)\,dx+(5x+4y+1)\,dy=0$.

Задача 6. $y'-ytgx=\dfrac{1}{cos^3x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y\,ln\,y}{x+3y^2\,ln^2\,y}$.

Задача 8. $(x+y)(y'+y^2)=-y$.

Задача 9. $y''=e^x+3e^{-x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Задача 10. $2xy'\,y''=(y')^2-1$.

Задача 11. $y''+\sqrt{1-(y')^2}=0$.

Задача 12. $2yy''-3\,(y')^2=4y^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1;\ y'(0)=0$.

Задача 13. $y''-3y'+2y=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=6$.

Задача 14. $25y''-5y'-4y=0$.

Задача 15. $y''+a^2y=0$

Задача 16. $y''-4y'+3y=1-x^2+e^x$.

Задача 17. $16y''-24y'+9y=2x+e^{\frac{3x}{4}}$.

Задача 18. $y''-2y'+8y=sin\,2x-3cos\,2x-e^{-x}$.

Задача 19. $y''+y=\dfrac{1}{cos^3 x}$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=x+2y, \\ \dfrac{dy}{dt}=x-5\,sin\,t. \end{cases}$$

Вариант 29

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $yy'+x=1$.

Задача 2. $y'=(2y+1)\,ctgx$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{2}$.

Задача 3. $xy'-y=(x+y)\,ln\dfrac{x+y}{x}$.

Задача 4. $(4x-3y-5)\,dy+(7y-3x+2)\,dx=0$.

Задача 5. $(2x+3y-1)\,dx+(4x+6y-5)\,dy=0$.

Задача 6. $y'+y=cos\,x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 7. $y'=\dfrac{y}{y^2-2x}$.

Задача 8. $(x^3+e^x)\,y'=3x^2$.

Задача 9. $y''=x\sin x+e^{-3x}+2x$.

Задача 10. $xy''-y'=e^x x^2$.

Задача 11. $y''+(y')^2=2\,e^{-y}$.

Задача 12. $xy''=y'$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=\dfrac{1}{2}$; $y'(1)=1$.

Задача 13. $y''-y'=0$ при начальных условиях $y(0)=1$; $y'(0)=-5$.

Задача 14. $y''-14y'+49y=0$.

Задача 15. $y''-2y'+2y=0$.

Задача 16. $y''-7y'+6y=3-2x+7e^{6x}$.

Задача 17. $16y''+24y'+9y=sin3x-8e^{-\frac{3x}{4}}$.

Задача 18. $y''-6y'+10y=2cos\,x-x^2+1$.

Задача 19. $y''+y=-ctg^2x$.

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=2x-4y, \\ \dfrac{dy}{dt}=x-3y+3e^t. \end{cases}$$

Вариант 30

Решить дифференциальные уравнения.

Задача 1. $e^y(1+x^2)\,dy-2x^2(1+e^y)\,dx=0$.

Задача 2. $y'\,3\sqrt[3]{y^2}=2$, удовлетворяющее начальному условию $y(2)=0$.

Задача 3. $(y^2-2xy)\,dx=x^2dy$.

Задача 4. $(2y+7)\,dx+(3x-5y+2)\,dy=0$.

Задача 5. $y'=\dfrac{x-3y+4}{2x-6y+1}$.

Задача 6. $y'-ytgx=\dfrac{1}{cos\,x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.

Задача 7. $y'=\dfrac{cos\,y}{2y+x\,sin\,y}$.

Задача 8. $y'+2xy=y^2e^{x^2}$.

Задача 9. $y''=x^2-xcosx$.

Задача 10. $xy''=(1+x^2)\ y'$.

Задача 11. $y''2yy''-3(y')^2=4y^2$.

Задача 12. $xy''-y'=e^x x^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=2;\ y'(1)=e$.

Задача 13. $4y''+16y'+15y=0$ при начальных условиях $y(0)=2;$ $y'(0)=-3$.

Задача 14. $y''-16y'+64y=0.$

Задача 15. $y''-2y'+10y=0.$

Задача 16. $2y''+y'-y=4-3x+2e^{-x}$.

Задача 17. $25y''-5y'-2y=2e^{\frac{2x}{5}}-3+x$.

Задача 18. $y''-6y'+13y=e^{2x}-3sin2x$.

Задача 19. $y''-2y'+y=\dfrac{e^x}{x^2+1}.$

Задача 20. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=2x-y, \\ \dfrac{dy}{dt}=y-2x+18t. \end{cases}$$

2.2. Применение дифференциальных уравнений при решении задач

Вариант 1

Задача 1. Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V_0 = 20 м/с (коэффициент пропорциональности k_1 = 2). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k_2 = 2,4). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(1;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 43$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0{,}4$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 2$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Кривая проходит через точку A(2;–1) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности $k = 3$. Найти уравнение кривой.

Вариант 2

Задача 1. Точка массой $m = 5$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 21$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 2{,}5$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 1{,}5$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(1;0), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 40$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0{,}2$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 3$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Кривая проходит через точку A(2;–1) и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой ее точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точки. Найти уравнение кривой.

Вариант 3

Задача 1. Точка массой $m = 4$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 20{,}5$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 3$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 5$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(0;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 32$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0{,}3$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 2{,}5$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Кривая проходит через точку A(1;2) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой её точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в этой же точке, с коэффициентом пропорциональности $k = 3$. Найти уравнение кривой.

Вариант 4

Задача 1. Точка массой $m = 4$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 21{,}5$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 2{,}5$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 5$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(2;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 37$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0{,}5$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 4$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Кривая проходит через точку A(1;5) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен утроенной абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант 5

Задача 1. Точка массой $m = 3{,}5$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 21{,}5$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 2{,}2$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 1{,}1$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(–2;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 39$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0,4$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 3,5$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Кривая проходит через точку A(2;4) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант 6

Задача 1. Точка массой $m = 3,6$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 22$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 3$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 3,6$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(1;3), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 38$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0,6$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 4,5$ см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Найдите кривую, проходящую через точку A(1;3), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью Oy делится пополам в точке пересечения с осью Ox.

Вариант 7

Задача 1. Точка массой $m = 2$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была $V_0 = 22$ м/с (коэффициент пропорциональности $k_1 = 2,5$). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности $k_2 = 3,5$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(3;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса $R = 42$ см, образовалась пробоина площадью $S = 0,8$ см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0 = 1,5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Найдите кривую, проходящую через точку А(3;2) и обладающую тем свойством, что отрезок любой касательной, заключенный между координатными осями, делится пополам в точке касания.

Вариант 8

Задача 1. Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V_0 = 21 м/с (коэффициент пропорциональности k_1 = 4). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k_2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку М(2;3), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью ОХ.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 41 см, образовалась пробоина площадью S = 0,5 см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0 = 5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Найдите кривую, проходящую через точку А(2;4), зная, что абсцисса точки пересечения касательной в произвольной точке кривой с осью Ох равна удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 9

Задача 1. Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V_0 = 25 м/с (коэффициент пропорциональности k_1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k_2 = 4). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку М(3;2), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью ОХ.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 36 см, образовалась пробоина площадью S = 0,6 см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0 = 2,6 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Определите кривые, для которых площадь прямоугольника, построенного на отрезках, отсекаемых касательной в любой точке кривой на осях координат, в четыре раза больше площади прямоугольника, построенного на отрезках перпендикуляров, опущенных из точки кривой на оси координат.

Вариант 10

Задача 1. Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V_0 = 25 м/с (коэффициент пропорциональности k_1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k_2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(4;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

Задача 3. В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 35 см, образовалась пробоина площадью S = 0,9 см^2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

Задача 4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0 = 2,8 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Задача 5. Определите кривые, зная, что сумма координат точек пересечения касательной к кривой с осями координат в два раза больше суммы координат точки касания.

Вариант 11

Задача 1. Точка массой m = 2 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 3,5). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(2;1), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 30 °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 5 °C, охладилось до T_2 = 27 °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной = 10 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости $k = 0,5$. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривую, проходящую через точку A(1; 2), для которой абсцисса точки пересечения касательной в произвольной точке с осью абсцисс равна $\frac{2}{3}$ абсциссы точки касания.

Вариант 12

Задача 1. Точка массой $m = 2$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности $k_1 = 4$), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности $k_2 = 2$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(4;5), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого $T_0 = 25$ °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого $T_1 = 0$ °C, охладилось до $T_2 = 21,5$ °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 11 м скользит тело. Угол наклона плоскости $\alpha = 45°$. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости $k = 0,4$. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривую, зная, что ордината точки пересечения нормали в произвольной точке кривой с осью ординат равна удвоенной ординате этой точки.

Вариант 13

Задача 1. Точка массой $m = 3$ г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности $k_1 = 2$), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности $k_2 = 2,5$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(2;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого $T_0 = 28$ °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого $T_1 = 3$ °C, охладилось до $T_2 = 24,3$ °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 12 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,3. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривые, для которых расстояние от начала координат до точки на кривой равно длине отрезка касательной, заключенного между этой точкой и осью абсцисс.

Вариант 14

Задача 1. Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(5;1), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 27 °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 3 °C, охладилось до T_2 = 20 °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 11 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,5. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривые, для которых угол между радиусом-вектором, проведенным в точку M кривой, и касательной, проведенной в точке M, постоянен и равен α.

Вариант 15

Задача 1. Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 5). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(3;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 29 °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 4 °C, охладилось до T_2 = 22 °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной = 10 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,3. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривые, для которых проекция на ось абсцисс отрезка касательной, заключенного между точкой касания и осью абсцисс, равна среднему арифметическому координат точки касания.

Вариант 16

Задача 1. Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 3,5), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 2,5). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку М(3;2), для которой отрезок ОТ, отсекаемый на оси ОХ касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 31 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 7 °С, охладилось до T_2 = 24 °С.

Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной = 12 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,4. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найдите кривые, для которых отношение отрезка оси абсцисс, отсекаемого перпендикуляром к касательной, к радиусу-вектору точки касания есть величина постоянная, равная k.

Вариант 17

Задача 1. Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 2), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 2,8). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку М(2;4), для которой отрезок ОТ, отсекаемый на оси ОХ касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 25 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 8 °С, охладилось до T_2 = 21 °С. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 13 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,6. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Определите кривые, для которых площадь прямоугольника с вершинами в начале координат, в точке кривой с положительной абсциссой и в проекциях этой точки на оси координат равна площади треугольника с вершинами в той же точке кривой, в её проекции на ось Ох и в точке пересечения касательной с осью Ох.

Вариант 18

Задача 1. Точка массой m = 3,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 2), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 4,5). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(3;5), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого T_0 = 26 °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T_1 = 4 °C, охладилось до T_2 = 19,5 °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 13 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,5. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку N(4; 5), если в любой ее точке отрезок нормали, заключенный между осями координат, делится пополам.

Вариант 19

Задача 1. Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k_1 = 5), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k_2 = 3). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(4;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого $T_0 = 23$ °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого $T_1 = 2$ °C, охладилось до $T_2 = 18$ °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 14 м скользит тело. Угол наклона плоскости $\alpha = 45°$. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,7. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найти кривую, лежащую в I квадранте и проходящую через точку N(1; 2), которая делит площадь прямоугольника со сторонами, равными координатам любой ее точки в отношении 1: 2, считая от оси Ox.

Вариант 20

Задача 1. Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности $k_1 = 5$), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности $k_2 = 2{,}6$). Найти зависимость скорости от времени.

Задача 2. Определить кривую, проходящую через точку M(3;4), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Тело, температура которого $T_0 = 22$ °C, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого $T_1 = 2$ °C, охладилось до $T_2 = 17$ °C. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

Задача 4. По наклонной плоскости длиной   = 14 м скользит тело. Угол наклона плоскости $\alpha = 45°$. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,6. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку A(1; 3), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью Oy делится пополам в точке пересечения с осью Ox.

Вариант 21

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в $S_0 = 8$ м от начала отсчета пути и имело скорость $V_0 = 24$ м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку М(1;0) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 6 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 4 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной а = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку А(2; 4), для которой длина отрезка, отсекаемого касательной в произвольной точке кривой на оси абсцисс, равна половине абсциссы точки касания.

Вариант 22

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 4 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 20 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку М(4;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 5 м и радиусом основания R = 1 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 6 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной а = 0,3 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку А(3;2) и обладающую тем свойством, что отрезок любой её касательной, заключенный между координатными осями, делится пополам в точке касания.

Вариант 23

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 5 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 20 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку М(2;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 7 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 6 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной а = 0,7 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку А(2;4), зная, что длина отрезка, который отсекается касательной в произвольной точке кривой на оси абсцисс, равна удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 24

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 4 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 24 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку М(–2;2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 6 м и радиусом основания R = 2,5 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной а = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку А(1;2), для которой длина отрезка абсцисс, отсекаемого касательной в произвольной точке, равна $\frac{2}{3}$ абсциссы точки касания.

Вариант 25

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 7 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 21 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку М(–1;2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 8 м и радиусом основания R = 3 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 4,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной а = 0,9 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, зная, что длина отрезка, отсекаемого на оси ординат нормалью в произвольной точке кривой, равна удвоенной ординате этой точки.

Вариант 26

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 3 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 21 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку M(3;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой H = 7 м и радиусом основания R = 3 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 5,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,6 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти кривую, проходящую через точку A(–1;1), если угловой коэффициент касательной к ней в любой точке кривой равен квадрату ординаты точки касания.

Вариант 27

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 11 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 22 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку M(–2;3) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой H = 5 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 6,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,8 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $(\sqrt{10}\,;\sqrt{10})$ и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания.

Вариант 28

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 9 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 27 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку M(4;–1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой H = 8 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 4,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,9 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (1;4) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 29

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 5 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 25 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку M(3;–2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой H = 7 м и радиусом основания R = 4 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

Задача 4. Цепь длиной = 5,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (9;9) и обладающей тем свойством, что угловой коэффициент любой касательной вдвое меньше углового коэффициента радиуса-вектора точки касания.

Вариант 30

Задача 1. Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S_0 = 6 м от начала отсчета пути и имело скорость V_0 = 30 м/с.

Задача 2. Найти кривую, проходящую через точку M(3;3) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

Задача 3. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой $H = 5$ м и радиусом основания $R = 3$ м. Удельный вес масла $\delta = 0{,}9$.

Задача 4. Цепь длиной = 4 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной $a = 0{,}8$ м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

Задача 5. Найти такую кривую, проходящую через точку (0;–2), чтобы угловой коэффициент касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на 3 единицы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. для вузов. В 2 т. Т. 2 / Н.С. Пискунов. – М. : Интеграл-пресс, 2000. – 576 с.
2. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Бибиков. – М. : Высш. шк., 1991. – 208 с.
3. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. – М. : Интеграл-пресс, 1998. – 208 с.
4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 т. Т. 2 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М. : Высшее образование, 2006. – 415 с.
5. Костина, Г.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Г.В. Костина, Л.В. Марченко. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2006. – 107 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Гамоля Людмила Николаевна
Ющенко Наталья Леонидовна

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методическое пособие
по выполнению расчетно-графической работы

Редактор *Н.В. Смышляева*
Технический редактор *Н.В. Ларионова*

План 2014 г. Поз. 9.2. Подписано в печать 24.02.2014.
Гарнитура Arial. Печать RISO. Усл. печ. л. 3,3. Уч.-изд. л. 3,5.
Зак. 41. Тираж 250 экз. Цена 77 р.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.

Кафедра «Высшая математика»

Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методическое пособие
по выполнению расчетно-графической работы

Хабаровск
2014