

# 10.2.7. ТРОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

## ВАРИАНТ № 1

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 2y^2 e^{xy} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=1. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V x dx dy dz$ ,  $V : y=10x, y=0, x=1, z=xy, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x}, z = 0, x + z = 2$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{5}{4} - x^2, z = 0$ .

в)  $z = 2 - 12 \cdot (x^2 + y^2), z = 24x + 2$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$64 \cdot (x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4, y = 0, z = 0 (y \geq 0, z \geq 0), \mu = \frac{5(x^2 + y^2)}{4}.$$

## ВАРИАНТ № 2

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 z \sin(xyz) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=2, y=\pi, z=1, \\ z=0, y=0, x=0. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8}\right)^4}$ ,  $V : \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1, y=0, x=0, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 5\sqrt{x}, y = \frac{5x}{3}, z = 0, z = 5 + 5\sqrt{\frac{x}{3}}$ .

б)  $x^2 + y^2 = y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 = 4y, z = 0$ .

в)  $z = 10 \cdot [(x-1)^2 + y^2] + 1, z = 21 - 20x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V : z^2 + x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 1, (x^2 + y^2 \leq 1), x = 0 (x \geq 0), \mu = 4|z|$ .

## ВАРИАНТ № 3

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \operatorname{ch}(2xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=-2, y=4x, \\ z=0, z=2. \end{cases}$

б)  $\iiint_V 15(x^2 + z^2) dx dy dz$ ,  $V : x + y = 1, y=0, x=0, z=x + y, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, z = 0, z = 15x, y = 0$ .

б)  $x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 + 64, z = 0 (z \geq 0)$ .

в)  $z = 8(x^2 + y^2) + 3, z = 16x + 3$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 2z, x = 0, y = 0, z = 0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 10x$ .

## ВАРИАНТ № 4

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 8y^2 z e^{2xyz} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=-1, y=2, z=1, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (3x + 4y) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=5 \cdot (x^2 + y^2), z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 2, y = \sqrt{x}, z = 12y, z = 0$ .

б)  $x^2 + y^2 + 4x = 0, z = 8 - y^2, z = 0$ .

в)  $z = 2 - 20 \cdot [(x+1)^2 + y^2], z = -40x - 38$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 = \frac{16}{49}z^2, x^2 + y^2 = \frac{4}{7}z, y = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 80yz$ .

## ВАРИАНТ № 5

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \operatorname{sh}(3xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=0, y=2x, \\ z=0, z=36. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V (1 + 2x^3) dx dy dz$ ,  $V : y=9x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 20\sqrt{2y}, x = 5\sqrt{2y}, z = 0, y + z = \frac{1}{2}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 6x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, x^2 + y^2 = 9x$ .

в)  $z = 4 - 14 \cdot (x^2 + y^2), z = 4 - 28x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = 4z^2, y = 0, x = 0 (y \geq 0, z \geq 0, x \geq 0), \mu = 20z$ .

## ВАРИАНТ № 6

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 z \cos xyz dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=\pi, z=2, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V (27 + 54y^3) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 5\sqrt{\frac{y}{2}}, x = \frac{5y}{6}, z = 0, z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y})$ .

б)  $x^2 + y^2 = 6\sqrt{2y}, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0, (z \geq 0)$ .

в)  $z = 28 \cdot [(x+1)^2 + y^2] + 3, z = 59 - 56x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$36(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 1, z = 0, x = 0 (z \geq 0, x \geq 0), \mu = \frac{5}{6}(x^2 + y^2)$ .

## ВАРИАНТ № 7

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \cos\left(\frac{\pi}{4}xy\right) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=-1, y=\frac{x}{2}, \\ z=0, z=-\pi^2. \end{cases}$

б)  $\iiint_V y dx dy dz$ ,  $V : y=15x, y=0, x=1, z=x, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $x = \sqrt{y}$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = 30y$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $z = \frac{9}{4} - x^2$ ,  $z = 0$ .

в)  $z = 32 \cdot (x^2 + y^2) + 3$ ,  $z = 3 - 64x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $(x^2 + y^2 \leq 4)$ ,  $\mu = 2|z|$ .

## ВАРИАНТ № 8

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 z \sin \frac{xyz}{4} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=2\pi, z=4, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5}$ ,  $V : \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 2$ ,  $x = \sqrt{y}$ ,  $z = 0$ ,  $z = \frac{12x}{5}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 5y$ .

в)  $z = 4 - 6 \cdot ((x-1)^2 + y^2)$ ,  $z = 12x - 8$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V:$

$x^2 + y^2 = 8z$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0$ ),  $\mu = 5x$ .

## ВАРИАНТ № 9

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 e^{xy} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, & y=-2, & y=4x, \\ z=0, & z=1. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (3x^2 + y^2) dx dy dz$ ,  $V : x + y = 1, y=0, x=0, z=10y, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 17\sqrt{2x}, y = 2\sqrt{2x}, z = 0, x + z = \frac{1}{2}$ .

б)  $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2y} = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$ .

в)  $z = 2 - 4 \cdot (x^2 + y^2), z = 8x + 2$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 = \frac{4}{25}z^2, x^2 + y^2 = \frac{2}{5}z, y = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 28xz.$$

## ВАРИАНТ № 10

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 2y^2 ze^{-xyz} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, & y=1, & z=1, \\ z=0, & x=0, & y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (15x + 30z) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=x^2 + 3y^2, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 5\sqrt{\frac{x}{3}}, y = \frac{5x}{9}, z = 0, z = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{x})}{9}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2x, z = 10 - y^2, z = 0$ .

в)  $z = 22((x-1)^2 + y^2) + 3, z = 47 - 44x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 + z^2 = 4, y = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = 6z.$$

## ВАРИАНТ № 11

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \operatorname{ch}(2xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=8. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V (4 + 8z^3) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y = \sqrt{2x}$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = \frac{15x}{11}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 7x$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 10x$ ,  $y = 0$  ( $y \leq 0$ ).

в)  $z = 24(x^2 + y^2) + 1$ ,  $z = 48x + 1$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$25(x^2 + y^2) = z^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0$ ),  $\mu = 2(x^2 + y^2)$ .

## ВАРИАНТ № 12

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 z \operatorname{sh}(xyz) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=2, y=1, z=1, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V (1 + 2x^3) dx dy dz$ ,  $V : y=36x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 4$ ,  $y = \sqrt{2x}$ ,  $z = 0$ ,  $z = 3y$ .

б)  $x^2 + y^2 = 8\sqrt{2y}$ ,  $z = x^2 + y^2 - 64$ ,  $z = 0$  ( $z \geq 0$ ).

в)  $z = 2 - 18 \cdot ((x+1)^2 + y^2)$ ,  $z = -36x - 34$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $(x^2 + y^2 \leq 4)$ ,  $y = 0$ , ( $y \geq 0$ ),  $\mu = |z|$ .

## ВАРИАНТ № 13

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 e^{\frac{xy}{2}} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=2, y=2x, \\ z=0, z=-1. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V 21xz dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=2, z=xy, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = \frac{5}{6}\sqrt{y}$ ,  $x = \frac{5}{18}y$ ,  $z = 0$ ,  $z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{y})$

б)  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $z = \frac{13}{4} - x^2$ ,  $z = 0$ .

в)  $z = -16 \cdot (x^2 + y^2) - 1$ ,  $z = -32x - 1$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 = 6z$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0$ ),  $\mu = 90y$ .

## ВАРИАНТ № 14

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 z \cos \frac{xyz}{3} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=3, y=1, z = 2\pi, \\ z=0, x = 0, y = 0. \end{cases}$   
 б)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{10} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^6}$ ,  $V : \frac{x}{10} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, y=0, x=0, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 19\sqrt{2y}$ ,  $x = 4\sqrt{2y}$ ,  $z = 0$ ,  $y + z = 2$ .

б)  $x^2 + y^2 = 3y$ ,  $x^2 + y^2 = 6y$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ .

в)  $z = 30((x+1)^2 + y^2) + 1$ ,  $z = 60x + 61$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу

тела.  $V : x^2 + y^2 = \frac{z^2}{25}$ ,  $x^2 + y^2 = \frac{z}{5}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0$ ),  $\mu = 14yz$ .

## ВАРИАНТ № 15

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \cos\left(\frac{\pi xy}{2}\right) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=-1, y=x, \\ z=0, z=2\pi^2. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (x^2 + 3y^2) dx dy dz$ ,  $V : x + y = 1, y=0, x=0, z=10x, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 8, x = \sqrt{2y}, z = 0, x = 0, z = \frac{30y}{11}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 6\sqrt{2x}, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0 (z \geq 0)$ .

в)  $z = 26 \cdot (x^2 + y^2) - 2, z = -52x - 2$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 9z^2, y = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = 10z$ .

### ВАРИАНТ № 16

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 2x^2 z \operatorname{sh}(xyz) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=-1, z=1, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (60y + 90z) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=x^2 + y^2, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 4, x = \sqrt{2y}, z = 0, z = \frac{3x}{5}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2\sqrt{2y}, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$ .

в)  $z = -2((x-1)^2 + y^2) - 1, z = 4x - 5$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$9(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4, y = 0, x = 0, z = 0 (y \geq 0, z \geq 0, x \geq 0), \mu = \frac{5(x^2 + y^2)}{3}$ .

### ВАРИАНТ № 18

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 2x^2 z \operatorname{sh}(xyz) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=2, & y=\frac{1}{2}, & z=\frac{1}{2}, \\ z=0, & x=0, & y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (9 + 18z) dx dy dz$ ,  $V: y=4x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = \frac{5}{6}\sqrt{x}$ ,  $y = \frac{5}{18}x$ ,  $z = 0$ ,  $z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{x})$ .

б)  $x^2 + y^2 = 8x$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x^2 + y^2 = 11x$ ,  $z = 0$ .

в)  $z = 26((x-1)^2 + y^2) - 2$ ,  $z = 50 - 52x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 = z$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0$ ),  $\mu = 10y$ .

### ВАРИАНТ № 19

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \operatorname{sh}(2xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=-1, & y=0, & y=x, \\ z=0, & z=8. \end{cases}$

б)  $\iiint_V 3y^2 dx dy dz$ ,  $V: y=2x, y=0, x=2, z=xy, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 18$ ,  $y = \sqrt{3x}$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = \frac{5x}{11}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 4\sqrt{2x}$ ,  $z = x^2 + y^2 - 16$ ,  $z = 0$  ( $z \geq 0$ ).

в)  $z = 30(x^2 + y^2) + 1$ ,  $z = 60y + 1$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 = \frac{z^2}{49}$ ,  $x^2 + y^2 = \frac{z}{7}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  ( $y \geq 0, x \geq 0$ ),  $\mu = 10xz$ .

### ВАРИАНТ № 20

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 z \sin \frac{xyz}{2} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=4, z=\pi, \\ z=0, y=0, x=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6}\right)^4}$ ,  $V: \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1, y=0, x=0, z=0.$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 6, y = \sqrt{3x}, z = 0, z = 4y.$

б)  $x^2 + y^2 = 4y, z = 4 - x^2, z = 0.$

в)  $z = -16((x+1)^2 + y^2), z = -32x - 33.$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V:$

$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 4z^2, y = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = 10z.$

### ВАРИАНТ № 17

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \cos(\pi xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=0, y=2x, \\ z=0, z=\pi^2. \end{cases}$

б)  $\iiint_V \left(\frac{10}{3}x + \frac{5}{3}\right) dx dy dz$ ,  $V: y=9x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0.$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 6\sqrt{3x}, y = \sqrt{3x}, z = 0, x+z = 3.$

б)  $x^2 + y^2 = 4x, z = 12 - y^2, z = 0.$

в)  $z = -2(x^2 + y^2) - 1, z = 4y - 1.$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 1, (x^2 + y^2 \leq 1), \mu = 6|z|.$

### ВАРИАНТ № 21

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \operatorname{ch}(xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=0, y=-1, y=x, \\ z=0, z=2. \end{cases}$

б)  $\iiint_V x^2 dx dy dz$ ,  $V : x + y = 1, y = 0, x = 0, z = 10 \cdot (x + 3y), z = 0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 7\sqrt{3y}, x = 2\sqrt{3y}, z = 0, z + y = 3$ .

б)  $x^2 + y^2 = 4y, x^2 + y^2 = 7y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$ .

в)  $z = 2 - 18(x^2 + y^2), z = 2 - 36y$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$16(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 1, y = 0, z = 0, x = 0 (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = 5(x^2 + y^2)$ .

### ВАРИАНТ № 22

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 z \operatorname{ch}(xy) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=1, y=1, z=1, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (8y + 12z) dx dy dz$ ,  $V : y=x, y=0, x=1, z=3x^2 + 2y^2, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 5\sqrt{\frac{y}{3}}, x = \frac{5y}{9}, z = 0, z = \frac{5(3 + \sqrt{y})}{9}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 4\sqrt{2y}, z = x^2 + y^2 - 16, z = 0 (z \geq 0)$ .

в)  $z = 24((x+1)^2 + y^2) + 1, z = 48x + 49$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 4, (x^2 + y^2 \leq 4), \mu = |z|$ .

### ВАРИАНТ № 23

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}xy\right) dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=2, y=0, y=x, \\ z=0, z=\pi \end{cases}$

б)  $\iiint_V 63(1 + 2\sqrt{y}) dx dy dz$ ,  $V: y=x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 18, x = \sqrt{3y}, z = 0, x = 0, z = \frac{10y}{11}$ .

б)  $x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{17}{4} - y^2, z = 0$ .

в)  $z = 22(x^2 + y^2) + 3, z = 3 - 44x$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 4z, y = 0, x = 0, z = 0 (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 5y$ .

### ВАРИАНТ № 24

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 z \cos \frac{xyz}{9} dx dy dz$ ,  $V \begin{cases} x=9, y=1, z=2\pi, \\ z=0, x=0, y=0. \end{cases}$

б)  $\iiint_V (x + y) dx dy dz$ ,  $V: y=x, y=0, x=1, z=30x^2 + 60y^2, z=0$ .

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 6, x = \sqrt{3y}, z = 0, z = \frac{4x}{5}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 9x, x^2 + y^2 = 12x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0, (y \geq 0)$ .

в)  $z = 2 - 4\sqrt{(x-1)^2 + y^2}, z = 8x - 6$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V: x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 = z, y = 0, x = 0, (y \geq 0, x \geq 0), \mu = 35yz$ .

### ВАРИАНТ № 25

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \sin(\pi xy) dx dy dz$ ,  $V: x=1, y=2x, z=4\pi, z=0, y=0$ .

$$\text{б) } \iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{16}\right)^5}, \quad V: x=0, y=0, \frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{16} = 1, z=0.$$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$\text{а) } y = \sqrt{15x}, y = \sqrt{15x}, z = 0, z = \sqrt{15}(1 + \sqrt{x}).$$

$$\text{б) } x^2 + y^2 + 2\sqrt{2x} = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 \quad (z \geq 0).$$

$$\text{в) } z = 4 - 6(x^2 + y^2), z = 12y + 4.$$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, y = 0, x = 0, (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = 32z.$$

### ВАРИАНТ № 26

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 z \operatorname{ch}\left(\frac{xyz}{2}\right) dx dy dz, V: x=2, y=-1, z=2, x=0, z=0, y=0.$

$$\text{б) } \iiint_V xyz dx dy dz, \quad V: x=2, y=x, y=0, z=xy, z=0.$$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$\text{а) } x^2 + y^2 = 50, y = \sqrt{5x}, y = 0, z = 0, z = \frac{3x}{11}.$$

$$\text{б) } x^2 + y^2 = 4y, z = 6 - x^2, z = 0.$$

$$\text{в) } z = 32[(x-1)^2 + y^2] + 3, z = 67 - 64x.$$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 = 4, y = 0, x = 0, (y \geq 0, x \geq 0, z \geq 0), \mu = \frac{5(x^2 + y^2)}{2}.$$

### ВАРИАНТ № 27

1. Вычислить: а)  $\iiint_V y^2 \operatorname{ch}(3xy) dx dy dz, V: x=0, y=2, z=-3, z=0, y=6x.$

$$\text{б) } \iiint_V y^2 dx dy dz, \quad V: z = 10(3x + y), x = 0, y = 0, x + y = 1, z = 0.$$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x + y = 8, y = \sqrt{4x}, z = 0, z = 3y.$

б)  $x^2 + y^2 = 10x, x^2 + y^2 = 13x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \geq 0).$

в)  $z = 28(x^2 + y^2) + 3, z = 56y + 3.$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 = 4, (x^2 + y^2 \leq 4), z = 0 (z \geq 0), \mu = 2z.$$

### ВАРИАНТ № 28

1. Вычислить:

а)  $\iiint_V 2y^2 z \operatorname{ch}(2xyz) dx dy dz, V: x = \frac{1}{2}, y = 2, z = -1, z = 0, y = 0, x = 0.$

б)  $\iiint_V \left(5x + \frac{3z}{2}\right) dx dy dz, V: z = x^2 + 15y^2, x = 1, y = 0, y = x, z = 0.$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 16\sqrt{2y}, x = \sqrt{2y}, z = 0, z + y = 2.$

б)  $x^2 + y^2 = 2\sqrt{2x}, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0).$

в)  $z = 4 - 14[(x+1)^2 + y^2], z = -28x - 24.$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 = 3z, x^2 + y^2 = 1, y = 0, x = 0, z = 0 (x \geq 0, y \geq 0), \mu = 15x.$$

### ВАРИАНТ № 29

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \sin(4\pi xy) dx dy dz, V: x = 1, y = \frac{x}{2}, z = 8\pi, z = 0, y = 0.$

б)  $\iiint_V (x^2 + 4y^2) dx dy dz, V: z = 20(2x + y), x + y = 1, y = 0, x = 0, z = 0.$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 15\sqrt{y}, x = 15y, z = 0, z = 15(1 + \sqrt{y}).$

$$\text{б) } x^2 + y^2 = 2x, \quad z = \frac{21}{4} - y^2, \quad z = 0.$$

$$\text{в) } z = 2 - 20(x^2 + y^2), \quad z = 2 - 40y.$$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 = \frac{4z^2}{49}, \quad x^2 + y^2 = \frac{2z}{7}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0), \quad \mu = 20xz.$$

### ВАРИАНТ № 30

1. Вычислить: а)  $\iiint_V 8y^2 z e^{-xyz} dx dy dz$ ,  $V: x=2, y=-1, z=2, z=0, y=0, x=0$ .

$$\text{б) } \iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5}\right)^6}, \quad V: \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, y=0, x=0, z=0.$$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$\text{а) } x^2 + y^2 = 50, \quad x = \sqrt{5y}, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad z = \frac{6y}{11}.$$

$$\text{б) } x^2 + y^2 = 5y, \quad x^2 + y^2 = 8y, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0.$$

$$\text{в) } z = 8[(x+1)^2 + y^2] + 3, \quad z = 16x + 19.$$

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad x^2 + y^2 = 9z^2, \quad y = 0, \quad x = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0), \quad \mu = 5z.$$

### ВАРИАНТ № 31

1. Вычислить: а)  $\iiint_V x^2 \operatorname{sh}(xy) dx dy dz$ ,  $V: x=2, y=\frac{x}{2}, z=1, z=0, y=0$ .

$$\text{б) } \iiint_V x^2 dx dy dz, \quad V: y = 3x, x = 2, y=0, z = xy, z=0.$$

2. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

## 10.2.7. Тройные интегралы

---

а)  $x = 17\sqrt{2y}$ ,  $x = 2\sqrt{2y}$ ,  $z = 0$ ,  $z + y = \frac{1}{2}$ .

б)  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ,  $z = \frac{25}{4} - y^2$ ,  $z = 0$ .

в)  $z = 10(x^2 + y^2) + 1$ ,  $z = 1 - 20y$ .

3. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностями,  $\mu$  - плотность. Найти массу тела.  $V$ :

$$4(x^2 + y^2) = z^2, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (z \geq 0, y \geq 0), \quad \mu = 10(x^2 + y^2).$$