

# **4.3.6. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ТОЧКИ РАЗРЫВА ФУНКЦИЙ**

**Вариант №1**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-3}}}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}$  в точке  $x = 1$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \ln|x|, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2 + 1, & 1 < x \leq 2, \\ 5, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{2-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-3}.$$

**Вариант №2**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-3}}}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 2, & x < 0, \\ \frac{1}{x+2}, & 0 \leq x < 1, \\ x^2 + 2, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{3-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x-4}.$$

**Вариант №3**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x}}}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$  в точке  $x = 2$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \operatorname{tg}x + 1, & x > 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 12^{\frac{1}{x-1}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x-3}.$$

**Вариант №4**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x}}}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 16}.$$

**Вариант №5**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x-2}}}$  при  $x \rightarrow 2$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+15} - 3}{x^2 - 36}$  в точке  $x = 6$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ -2x, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{5-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}.$$

**Вариант №6**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-2}}}$  при  $x \rightarrow 2$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+15} - 3}{x^2 - 36}$  в точке  $x = -6$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x - 2, & x > \pi. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 10^{\frac{1}{7-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{2}{x^2 - 9}.$$

**Вариант №7**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2 - x}$  в точке  $x = 2$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(2x^2 + 3), & 0 \leq x \leq 1, \\ 6 - 5x, & 1 < x < 3, \\ x - 3, & x \geq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 14^{\frac{1}{6-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x-5}.$$

**Вариант №8**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$  при  $x \rightarrow -3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{3}{x-5}$  в точке  $x = 5$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 15^{\frac{1}{8-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x-5}.$$

**Вариант №9**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}$  при  $x \rightarrow 1$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = e^{x + \frac{1}{x}}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1 - x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \arctg \frac{1}{x}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x + 1}{(x - 1)^2}.$$

**Вариант №10**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}$  при  $x \rightarrow 1$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = x \arctg \frac{1}{x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^3, & 0 < x < 2, \\ x + 4, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{4}{3-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 4}.$$

**Вариант №11**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{x}{(x-3)^3}$  при  $x \rightarrow 3$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$  в точке  $x = 0$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ 2^x, & 0 < x \leq 2, \\ x+3, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \log_2(x+3)^2. \quad \text{в) } f(x) = \frac{3^x - 1}{\frac{1}{3^x} + 1}.$$

**Вариант №12**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{x}{(x-4)^3}$  при  $x \rightarrow 4$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$  в точке  $x = 0$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < 1, \\ x, & 1 \leq x < 2, \\ 3, & 2 \leq x \leq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{1}{\lg|x|}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x+5}{x-3}.$$

**Вариант №13**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = x + \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{2-x}}}$  при  $x \rightarrow 2$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$  в точке  $x = 6$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ x, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x^3 - 8}.$$

**Вариант №14**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = x + \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{2-x}}}$  при  $x \rightarrow 2$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \lg|x-1|. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x-4}{x+3}.$$



**Вариант №15**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}x}{x^2 - 3x}$  при  $x \rightarrow 0$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x-3}} - 1}{2^{\frac{1}{x-3}} + 1}$  в точке  $x = 3$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 1, \\ -\sqrt{x}, & 1 \leq x < 4, \\ 2, & x \geq 4. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{3x}{x-4}. \quad \text{в) } f(x) = \ln(4-x^2)$$

**Вариант №16**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}x}{x^2 + 3x}$  при  $x \rightarrow 0$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$  в точке  $x = 0$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ e^x, & 0 \leq x < 3, \\ 4-x, & x \geq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{x-3}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x^2}{(x+2)^2}.$$

**Вариант №17**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - 5x}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x < 1, \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{1}{2-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}.$$

**Вариант №18**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - 5x}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = x + \frac{x+2}{|x+2|}$  в точке  $x = -2$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \ln|x|, & x < 0, \\ x^2 + 2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 6, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x+3}{x^2 - 9}.$$

**Вариант №19**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{\cos x}{\frac{1}{3 - 2 \sin x}}$  при  $x \rightarrow 0$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x-5)}$  в точке  $x = 5$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 1, & x < -1, \\ \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x-2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 25}. \quad \text{в) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x+3}.$$

**Вариант №20**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{\cos x}{\frac{1}{3 - 2 \sin x}}$  при  $x \rightarrow 0$ .

2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{5x^2 - 3x}{x}$  в точке  $x = 0$ .

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -x, & x < -1, \\ \frac{1}{1+x^2}, & -1 \leq x < 1, \\ -3x+3,5, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{1}{x-2}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x+4}.$$

**Вариант №21**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{|x-3|}{x^2-9}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x, & 1 < x \leq 2, \\ 3, & 2 < x \leq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 12^{\frac{2}{1-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x-1}{x-4}.$$

**Вариант №22**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{|x-3|}{x^2-9}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$  в точке  $x = 0$  и  $x = 1$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \lg(x-2)^2.$$

**Вариант №23**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = e^{\frac{1}{x-a}}$  при  $x \rightarrow a$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{|\sin x|}{x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 1-x, & x > \pi. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{x-3}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x+2}{x-4}.$$

**Вариант №24**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-3}}}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$  в точке
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \operatorname{tg} x + 1, & x > 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 12^{\frac{1}{x-1}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x-3}.$$

**Вариант №25**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x}}}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+15} - 3}{x^2 - 36}$  в точке  $x = 6$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

а)  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x - 2, & x > \pi. \end{cases}$       б)  $f(x) = 10^{\frac{1}{7-x}}$ .      в)  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 9}$ .

**Вариант №26**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$  при  $x \rightarrow 3$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{3}{x-5}$  в точке  $x = 5$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

а)  $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1 - x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$       б)  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ .      в)  $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ .

**Вариант №27**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}$  при  $x \rightarrow 1$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ x, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x}{x^3 - 8}.$$

**Вариант №28**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = x + \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{2-x}}}$  при  $x \rightarrow 2$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x - 2, & x < 1, \\ -\sqrt{x}, & 1 \leq x < 4, \\ 2, & x \geq 4. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{3x}{x-4}. \quad \text{в) } f(x) = \ln(4 - x^2)$$

**Вариант №29**

1. Найти правый предел функции  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}x}{x^2 + 3x}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \ln|x|, & x < 0, \\ x^2 + 2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 6, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x+3}{x^2 - 9}.$$

**Вариант №30**

1. Найти левый предел функции  $f(x) = \frac{\cos x}{3 - 2^{\frac{1}{\sin x}}}$  при  $x \rightarrow 0$ .
2. Установить характер разрыва функции  $f(x) = \frac{5x^2 - 3x}{x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x, & 1 < x \leq 2, \\ 3, & 2 < x \leq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 12^{\frac{2}{1-x}}. \quad \text{в) } f(x) = \frac{x-1}{x-4}.$$