

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный государственный
университет путей сообщения»

Кафедра «Вычислительная техника
и компьютерная графика»

О.А. Графский

АФФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
по выполнению контрольных работ

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2018

УДК 514.14 (075.8)

ББК В 151.3я73

Г 78

Рецензент:

Кандидат технических наук, доцент

кафедры «Вычислительная техника и компьютерная графика»

Дальневосточного государственного университета путей сообщения

Е.В. Фалеева

Графский, О.А.

Г 78 Аффинная и проективная геометрия : метод. указания по выполнению контрольных работ / О.А. Графский – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2018. – 31 с.

Методические указания по учебной дисциплине «Аффинная и проективная геометрия» составлены на кафедре «Вычислительная техника и компьютерная графика» для студентов ИИФО (заочной формы обучения) по направлению подготовки бакалавров 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль подготовки «Системы автоматизированного проектирования») в соответствии с ФГОС.

Указания содержат темы программы курса, варианты исходных данных заданий контрольных работ, указания и примеры выполнения, контрольные вопросы по темам и вопросы к зачету и экзамену для студентов заочной формы обучения.

В процессе изучения дисциплины студенты выполняют две контрольные работы, которые охватывает все разделы программы.

УДК 514.14 (075.8)

ББК В 151.3я73

© ДВГУПС, 2018

ВВЕДЕНИЕ

Изучение аффинной и проективной геометрии необходимо для приобретения новых знаний по геометрии, навыков, позволяющих оперировать средствами компьютерной графики, а также для развития пространственного воображения.

Настоящие Методические указания не заменяют разработанное учебное пособие «Основы аффинной и проективной геометрии», в котором представлена теоретическая часть по аффинной и проективной геометрии.

Основной формой работы студента-заочника является самостоятельное изучение теоретического материала, а основная форма отчетности за усвоение пройденного материала – выполнение двух контрольных работ:

- для студентов, обучающихся 3,5 года на втором курсе: в третьем семестре – одна контрольная работа (Кр1), форма отчетности – зачет; в четвертом семестре – одна работа (Кр2), форма отчетности – экзамен;
- для студентов, обучающихся 5 лет на третьем курсе: в пятом семестре – одна контрольная работа (Кр1), форма отчетности – зачет; в шестом семестре – одна контрольная работа (Кр2), форма отчетности – экзамен.

Методические указания помогут организовать самостоятельную работу по изучению дисциплины и выполнить расчетно-графические контрольные работы.

1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «АФФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Перед изучением курса необходимо, прежде всего, ознакомиться с программой, приобрести учебную литературу и тщательно продумать календарный рабочий план самостоятельной учебной работы, согласуя его с учебным графиком и планами по другим учебным дисциплинам. Наряду с изучением теории необходимо ознакомиться с решением типовых задач по каждой теме курса и только после этого выполнить контрольную работу в соответствии со своим вариантом.

При изучении данной дисциплины следует придерживаться следующих указаний:

1. Строго последовательное изучение тем дисциплины.
2. Прочитанный в учебной литературе материал, должен быть глубоко освоен, студент должен разобраться в теоретическом материале и уметь применить его как общую схему к решению конкретных задач. Свои знания надо проверить ответами на вопросы разделов 5 и 6 настоящих методических указаний.
3. Прежде чем приступить к решению той или иной геометрической задачи, надо понять ее условие и установить последовательность выполнения операций (алгоритм).
4. Если в процессе изучения курса у студента возникли трудности, то он должен обратиться за консультацией на кафедру «Вычислительная техника и компьютерная графика» (ВТиКГ), каб. 437, 439.

Для удобства изучения дисциплины студент может ориентироваться на теоретические положения, изложенные в списке литературы и программные вопросы курса (таблица 2.1).

2 ПРОГРАММНЫЕ ВОПРОСЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Программные вопросы курса приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Программные вопросы курса

Тема	Программный материал курса	Изучение теоретического материала по литературным источникам
1	Задачи дисциплины. Современное определение геометрии. Понятие отображения и преобразования. Умножение преобразований. Группы и виды преобразований	[1–8]
2	Основные понятия аффинных преобразований. Перспективно-аффинное соответствие двух плоскостей.	[1, 2, 3, 5, 8]

Окончание таблицы 2.1

Тема	Программный материал курса	Изучение теоретического материала по литературным источникам
2	Аффинные преобразования: общее аффинное соответствие; частные случаи аффинного преобразования плоскости; аффинное преобразование как произведение преобразований. Главные направления двух аффинно-ответственных плоскостей: построение главных направлений; главные направления в произвольном аффинном преобразовании. Аффинные свойства фигур	[1, 2, 3, 5, 8]
3	Аффинные координаты; аналитическое представление аффинных преобразований; связь между преобразованием плоскости и преобразованием координат; обобщения на трехмерный случай	[1, 2, 3, 5, 8]
4	Кривые второго порядка: аффинные свойства; аффинная классификация	[1, 3, 8]
5	Основы проективной геометрии: система аксиом, группы аксиом проект. геометрии; основные геометрические формы; принцип двойственности. Построение проективного пространства и его особенности. Теорема Дезарга (прямая и обратная). Конфигурация Дезарга. Виды преобразований как частные случаи гомологии	[1, 3, 4, 7, 8]
6	Основные понятия проективной геометрии на плоскости: сложное отношение четырех точек прямой и прямых пучка; перспективные ряды и пучки; задание и построение проективного соответствия. Гармонизм. Гармонические свойства полного четырехугольника и четырехсторонника. Проективные ряды (и пучки), имеющие общего носителя. Инволюция: центр инволюции; геометрическая интерпретация гиперболической инволюции	[1, 3, 4, 7, 8]
7	Проективная теория кривых 2-го порядка: ряды и пучки 2-го порядка; основная теорема для рядов и пучков 2-го порядка. Теорема Паскаля. Анализ частных случаев теоремы Паскаля и теоремы Брианшона. Проективное соответствие рядов 2-го порядка: проективность двух рядов; перспективность на одном носителе; двойные точки; перспективность рядов 1-го и 2-го порядков	[1, 3, 4, 7, 8]
8	Обводы. Основные понятия и определения. Способы построения обводов: Радиусографический способ. Способ кривых второго порядка. Построение обводов кривыми 2-го порядка по инженерному дискриминанту	[1]

3 ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Каждая задача контрольной работы выполняется на отдельном формате А4 по индивидуальным вариантам. Номер варианта должен соответствовать последней цифре шифра (номера) зачетной книжки. Контрольная работа в полном объеме направляется на проверку с *пояснительной запиской* в сброшюрованном виде и оформленным *титульным листом* (лист не нумеруется, приложение А). После титульного листа на одной странице приводится *содержание* (этот заголовок печатается прописными не жирными буквами, выравнивание по центру, приложение Б), *введение* (заголовок печатается прописными не жирными буквами, выравнивание по центру: ВВЕДЕНИЕ). После *введения* на следующей странице печатается с абзацного отступа прописными жирными буквами номер раздела и через пробел его наименование (например, **1 ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ КООРДИНАТАХ**). При необходимости на текущих страницах приводятся подразделы с очередным номером и наименованием строчными жирными буквами (например, **1.1 Перспективно-аффинное соответствие**). Каждый новый раздел приводится с новой страницы. После всех разделов (и подразделов) приводится с новой страницы *заключение* (заголовок печатается прописными не жирными буквами, выравнивание по центру: ЗАКЛЮЧЕНИЕ). На следующей странице приводится библиографический список по номерам, которые в обязательном порядке приводятся в тексте в квадратных скобках (СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ, см. приложение В).

Если в работе структурно представлен только один раздел, то он не нумеруется и не имеет подразделов. Если в работе предусмотрены приложения, то каждое из них (ПРИЛОЖЕНИЕ А, ПРИЛОЖЕНИЕ Б и т.д.) размещаются на отдельной странице, как это представлено в настоящих методических указаниях. По всему тексту: шрифт Times New Roman № 14, выравнивание по ширине, автоматический перенос слов, абзацный отступ 1, 25, интервал полуторный, левое поле 30, правое 10, верхнее и нижние поля по 20 мм. Оформление рисунков и формул показано в приложении Г. Контрольные вопросы к экзамену приведены в приложении Д.

Построения осуществляются ручным способом (посредством чертежных инструментов) или с применением информационных технологий (Microsoft Office Visio).

Контрольные работы сдают на кафедру «Вычислительная техника и компьютерная графика» лаборанту, где она регистрируется (ауд. 437, главный учебный корпус). При наличии ошибок преподаватель указывает, какую часть работы нужно исправить или переделать заново. В этом случае исправленную работу следует представить на повторную проверку полностью со всеми предыдущими рецензиями.

К каждой задаче необходимо приложить пояснительную записку на листах формата А4, в которой излагается последовательность графических построений (см. указания по выполнению контрольных работ, раздел 4) .

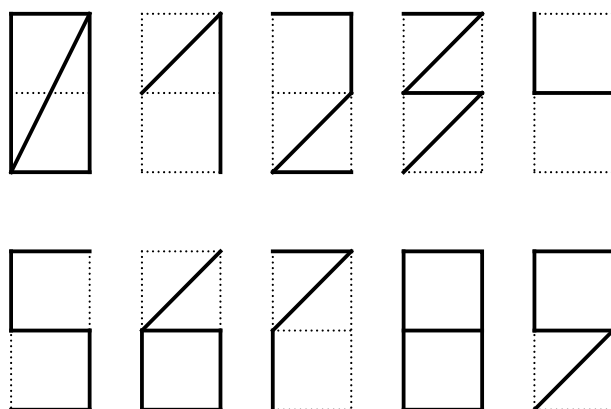


Рисунок 4.3 – Фигуры, соответствующие последней цифре номера шифра зачетной книжки

4.2 Выбор варианта и указания по выполнению контрольной работы № 1 «Аффинные и проективные преобразования»

В соответствии с рисунком 4.3 выбрать, согласно последней цифры шифра в зачетной книжке, знак и построить его по условному прямоугольнику, показанному на рисунке 4.1, с пронумерованными характерными точками (рисунок 4.2).

Каждая задача контрольной работы (Кр1) предусматривает выполнение преобразований по индивидуальным вариантам (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Задание на выполнение контрольной работы № 1

Номер задачи	Варианты 0, 2, 4, 6, 8	Варианты 1, 3, 5, 7, 9	Вид преобразования
Задача 1	Перспективно-аффинное преобразование (родство)		Аффинные преобразования
Задача 2	Косое растяжение	Косое сжатие	
Задача 3	Косая симметрия		
Задача 4	Сдвиг относительно оси ординат	Сдвиг относительно оси абсцисс	
Задача 5	Гиперболическая гомология	Параболическая гомология	Проективные преобразования

Задачи 1, 2, 3, 4 относятся к аффинным преобразованиям, задача 5 – к проективным преобразованиям (таблица 4.1). Таким образом, целью выполнения Кр1 является закрепление теоретического материала по выполнению аффинных и проективных преобразований, а задачами – приобретение навыка в графическом исполнении этих преобразований.

Геометрическим аппаратом проективных преобразований является центральное проецирование (точка S является центром проецирования), при аффинных преобразованиях центром проецирования является несобственная (бесконечно удаленная) точка. Поэтому, в проективных преобразованиях все слабо инвариантные прямые линии, на которых располагаются соответственные точки, проходят через центр проецирования S , а в аффинных преобразованиях все слабо инвариантные прямые параллельны между собой (параллельны заданному направлению).

Характерной особенностью геометрических преобразований является то, что каждое из них имеет двойную (инвариантную) прямую линию – ось координат:

- ось родства в перспективно-аффинном преобразовании (задача 1);
- ось растяжения (сжатия) в растяжении относительно этой прямой или сжатии (задача 2);
- ось симметрии в косо́й симметрии (задача 3);
- ось сдвига, относительно которой выполняется сдвиг (задача 4);
- ось гомологии в гиперболической и параболической гомологии (задача 5).

В любом случае все точки двойной прямой являются неподвижными (двойными, инвариантными). Все преобразования необходимо выполнять с применением этих точек. Во всех представленных примерах, двойными точками являются X_1 , X_2 , X_3 , принадлежащие двойной прямой $x - x$ (рисунки 4.4–4.9).

При решении задачи 1 (перспективно-аффинное преобразование) необходимо задать направление родства парой соответственных точек, например 3 и 3' (рисунок 4.4), т.е. необходимо задать точку 3' ниже оси $x - x$. При этом, все слабо инвариантные прямые проходят параллельно заданной прямой линии 3 – 3'.

В задаче 2 в соответствии с вариантом (таблица 4.1) выполняется косое растяжение или косое сжатие относительно оси $x - x$. Направление проецирования можно также задать парой соответственных точек, например 3 и 3' (рисунок 4.5), т.е. точку 3' при растяжении необходимо задать более удаленно от оси $x - x$, чем точка 3, а при сжатии – ближе к этой оси. Построения осуществляются аналогично задаче 1. При этом все слабо инвариантные прямые проходят параллельно заданной прямой линии 3 – 3'.

В задаче 3 необходимо выполнить косую симметрию относительно оси $x - x$. Направление проецирования можно задать парой соответственных точек, например 3 и 3' (рисунок 4.6), т.е. точку 3' необходимо задать по другую сторону от оси $x - x$, но на таком же расстоянии от этой оси, что и точка 3. Построения осуществляются аналогично задаче 1. При этом все слабо инвариантные прямые проходят параллельно заданной прямой линии 3 – 3'.

В задаче 4 необходимо выполнить преобразование сдвига относительно оси координат, которая принимается за двойную прямую (ось сдвига). В данном случае направление проецирования можно задать парой соответственных точек, например 3 и 3' (рисунок 4.7), т.е. необходимо так задать точку 3', чтобы прямая 3 – 3' была параллельна оси сдвига. При этом, все слабо инвариантные прямые проходят параллельно заданной прямой линии 3 – 3'.

Общие указания к задачам 1 – 4: во всех задачах необходимо определить коэффициент преобразования, либо задаться этим коэффициентом при выполнении преобразования.

Построив в соответствии с вариантом исходный знак (рисунок 4.3), с учетом требований по расположению знака в координатной плоскости Oxy (рисунок 4.1) и обозначением точек условного прямоугольника (рисунок 4.2), в задаче 5 необходимо произвольно задать:

- центр гомологии S (в гиперболической гомологии ее центр не принадлежит оси гомологии $x - x$; в параболической гомологии этот центр принадлежит оси гомологии $x - x$);
- одну соответственную точку, например, $3'$.

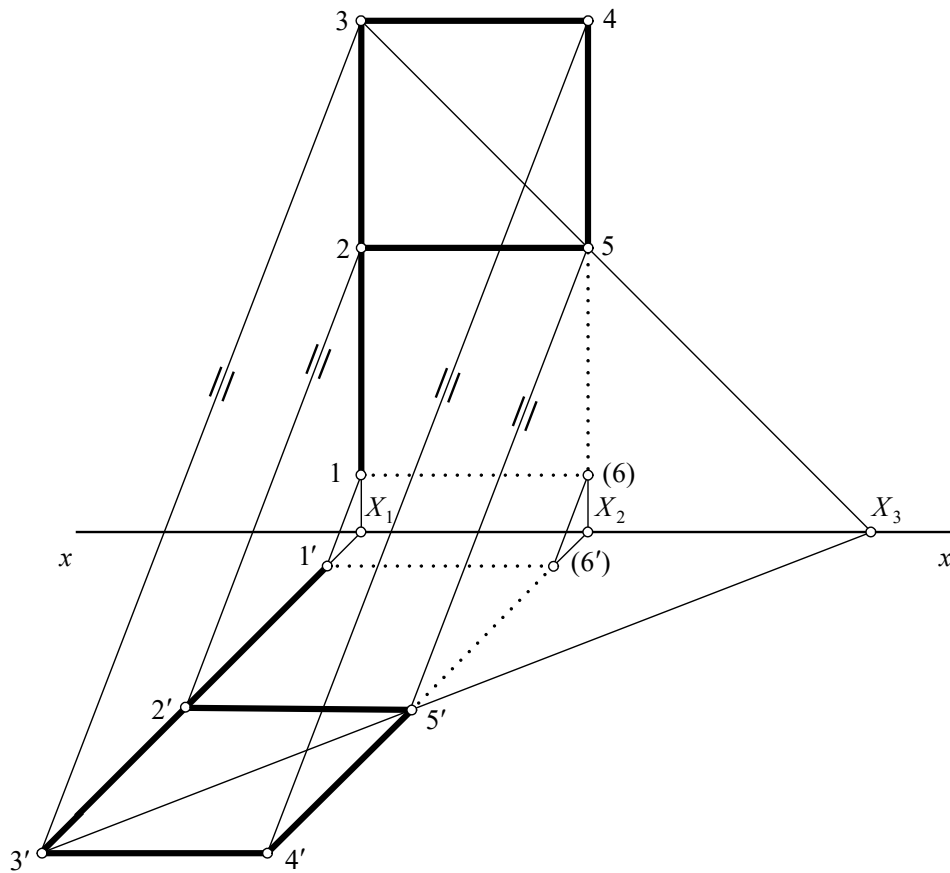


Рисунок 4.4 – Перспективно-аффинные преобразования (задача 1)

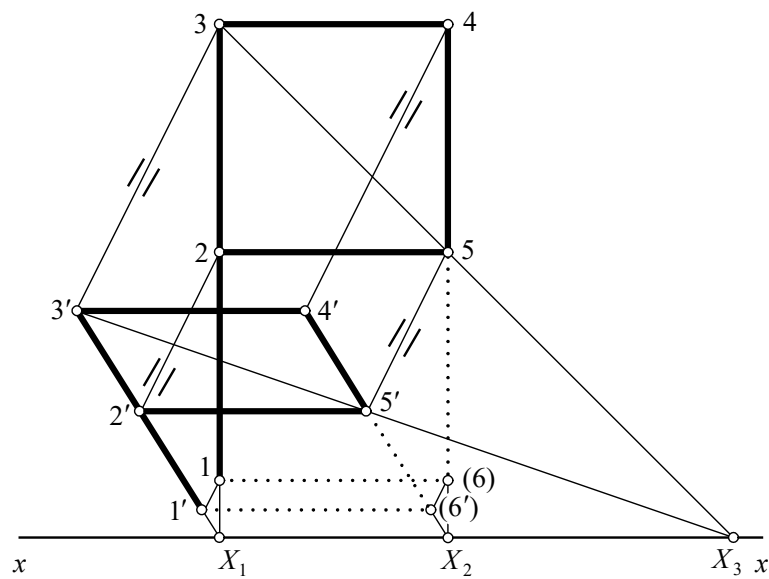


Рисунок 4.5 – Косое сжатие (задача 2)

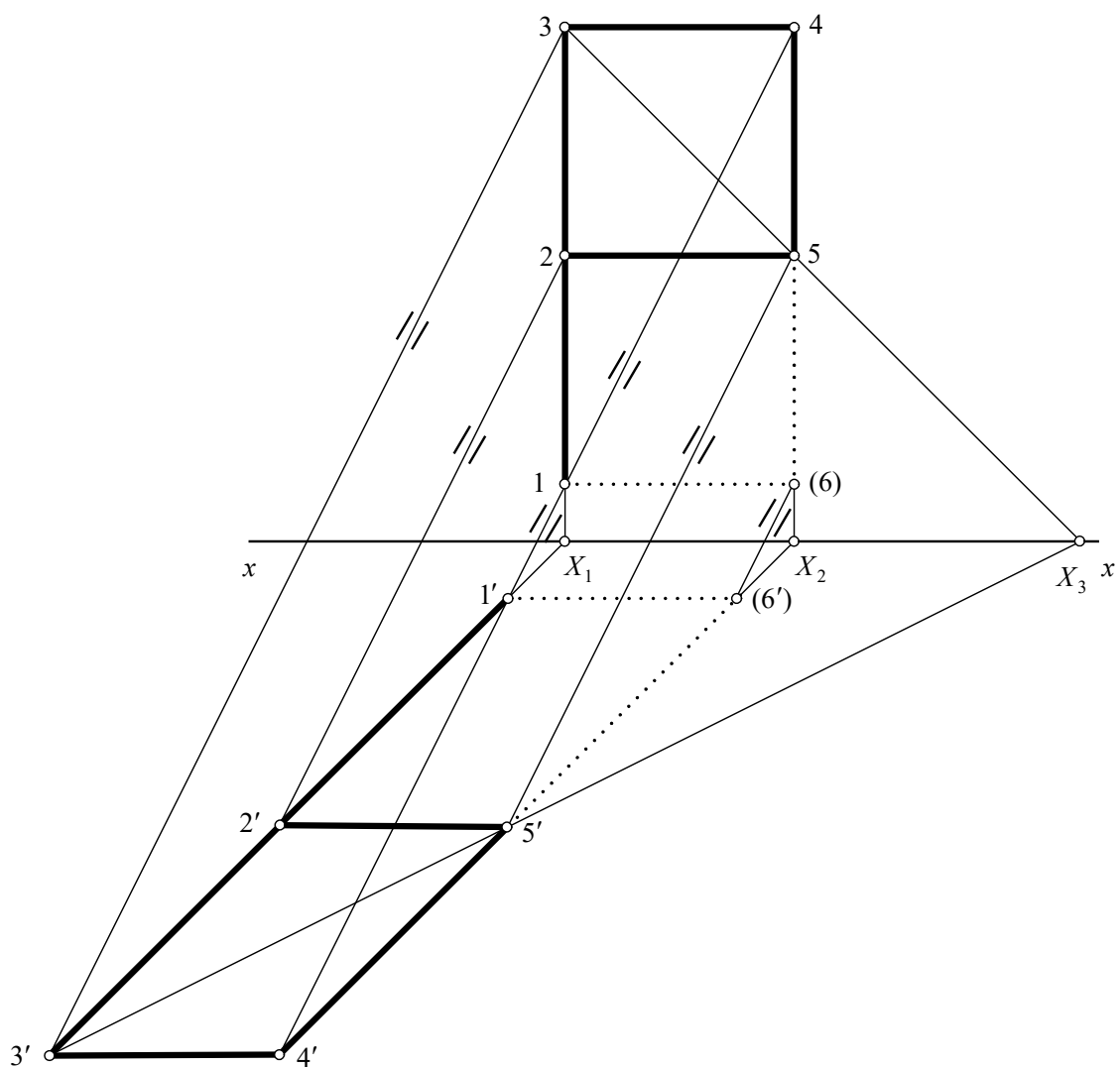


Рисунок 4.6 – Косая симметрия (задача 3)

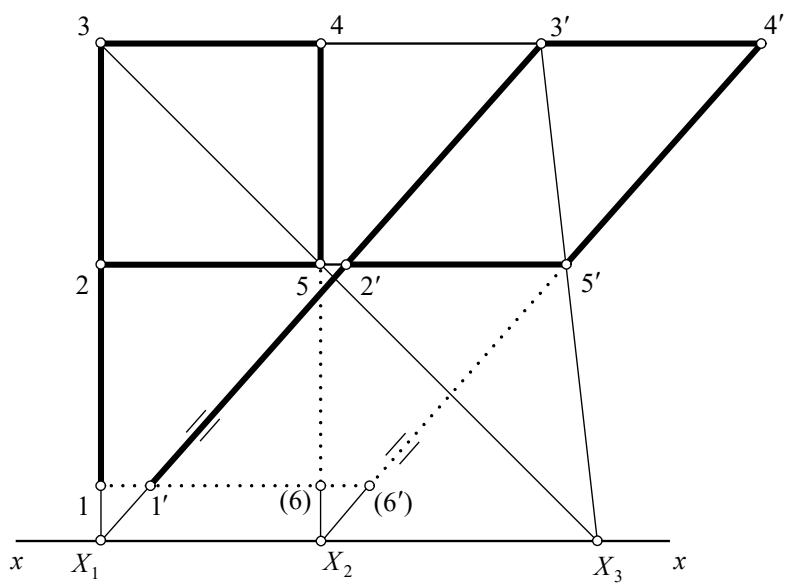


Рисунок 4.7 – Сдвиг относительно оси $x - x$ (задача 4)

Построения осуществляются при помощи двойных точек X_1 , X_2 , X_3 . Например, для построения точки $5'$, необходимо:

- провести вспомогательную прямую $(3-5)$;
- отметить двойную точку $X_3 = (3-5) \cap (x-x)$, см. рисунки 4.4 и 4.5;
- провести прямую $(3'-X_3)$ до пересечения с прямой $(S-5)$, таким образом, $5' = (3'-X_3) \cap (S-5)$.

Остальные построения понятны из рисунков 4.8 и 4.9.

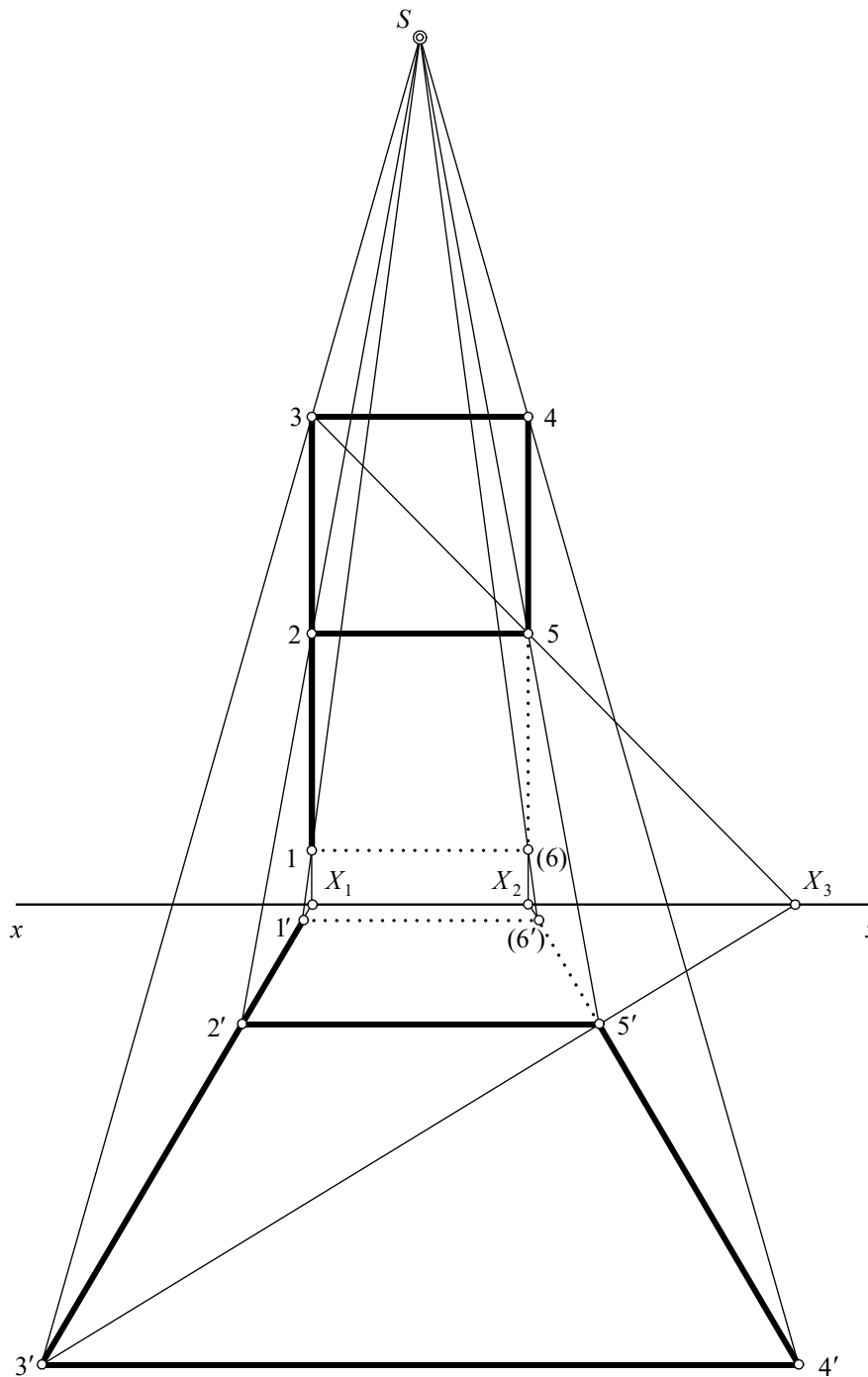


Рисунок 4.8 – Гиперболическая гомология (задача 5)

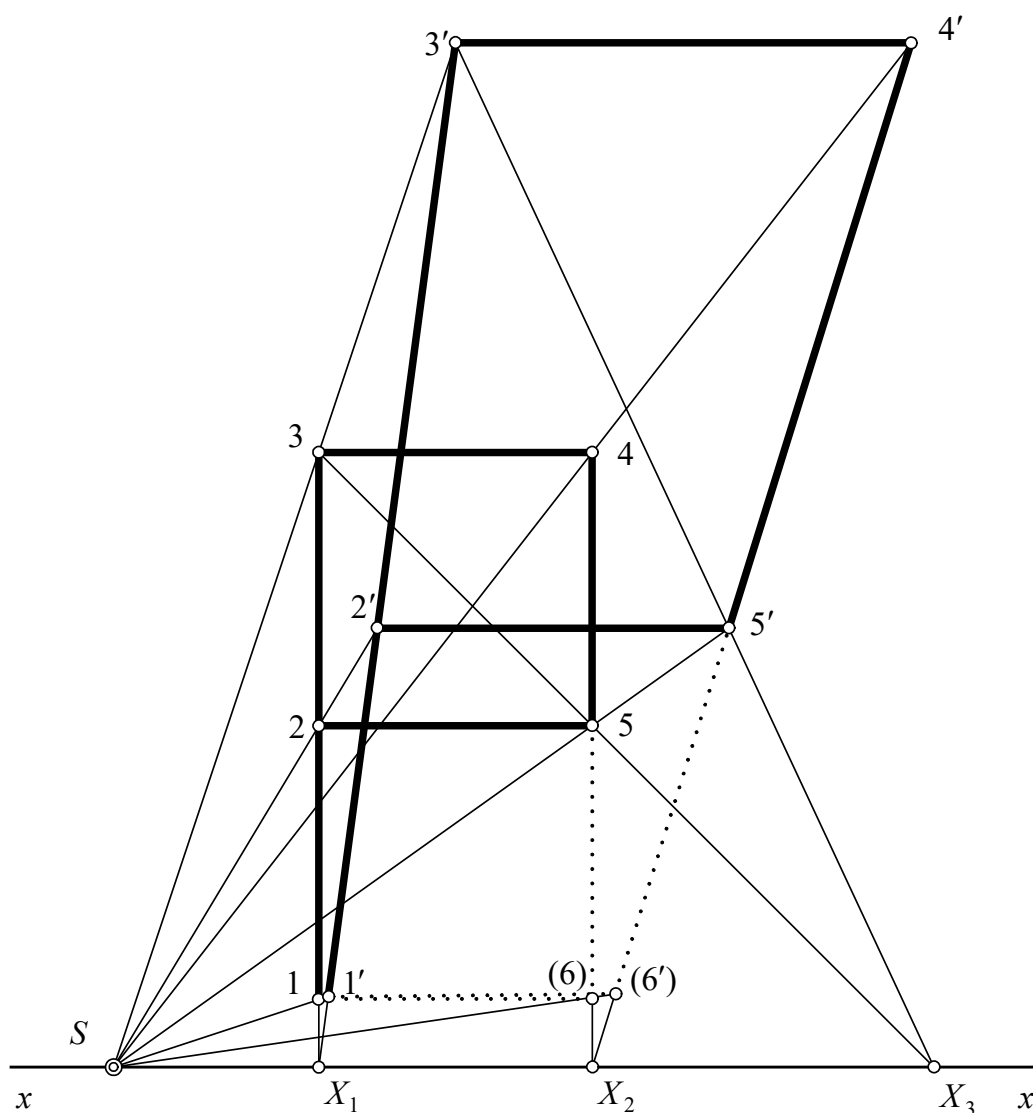


Рисунок 4.9 – Параболическая гомология (задача 5)

4.3 Указания по выполнению контрольной работы № 2 «Обводы»

Исходные данные и вариант для выполнения контрольной работы № 2 (Кр2) те же, что к задачам в контрольной работе № 1 (см. Кр1, рисунки 4.1–4.3). В данной работе необходимо построить обвод, проходящий через точки заданного знака по примеру рисунка 4.10.

Построенный обвод состоит из четырех дуг кривых линий m_1 , m_2 , m_3 и m_4 : m_1 – окружности; m_2 – эллипса; m_3 – гиперболы; m_4 – параболы.

Необходимо, чтобы в выполненной по варианту работе были построены эти четыре кривые (кроме знака «1» и «7» – по три кривые)

На рисунке 4.10 кривая m_1 является дугой окружности и проходит через две точки 3 и 4. Для построения этой кривой необходимо задаться касательными t_1 и t_2 ($t_1 \cap t_2 = T_1$). Центр O_1 дуги окружности определяется как точка пересечения перпендикуляров, проведенных через точки 3 и 4 ($O_1 = n_1 \cap n_2$).

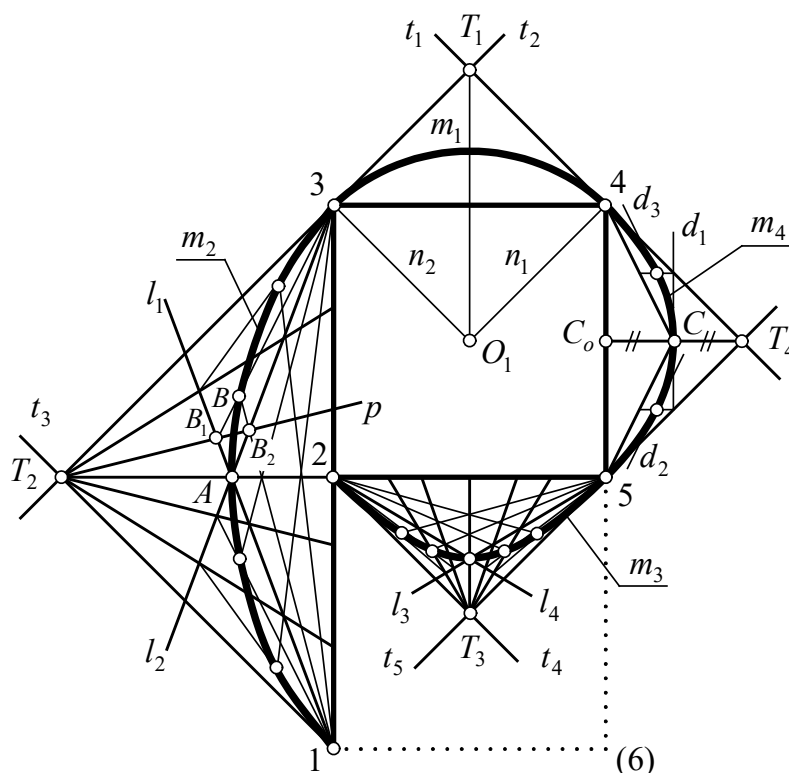


Рисунок 4.10 – Обвод, построенный через узловые точки заданного знака

Кривая m_2 является дугой эллипса, проходящего через точки 1, 3 и точку A , которую необходимо определить на медиане $T_2 2$ треугольника $1T_2 3$ из отношения, представляющего инженерный дискриминант d :

$$d = \frac{A2}{T_2 A}.$$

Для эллипса значения $d < 0,5$ (т.е. $A2 < T_2 A$). Этим отношением (дискриминантом) необходимо задаться. Точки дуги эллипса строятся при помощи прямых Паскаля (p), которые проводятся произвольно в пределах угла $\angle 1T_2 3$. На рисунке 4.10 приведен пример построения с обозначением только одной точки B . Следует иметь ввиду, что через точку 3 проходит общая касательная прямая линия, т.е. к окружности и эллипсу, а касательную t_3 необходимо задать самостоятельно ($t_2 \cap t_3 = T_2$).

Кривая m_3 является дугой гиперболы, для которой $d > 0,5$. Для построения гиперболы этим параметром также необходимо задаться, предварительно задавшись направлением касательных t_4 и t_5 ($t_4 \cap t_5 = T_3$). Построение точек гиперболы также выполняется при помощи прямых Паскаля.

Кривая m_4 является дугой параболы. Для этой кривой $d = 0,5$, т.е. точка C делит медиану $T_4 C_0$ треугольника $4T_4 5$ пополам, где боковые стороны этого тре-

угольника построены на касательных t_1 и t_5 , которые являются касательными соответственно к окружности и гиперболе. Для определения других точек параболы, можно воспользоваться только значением инженерного дискриминанта. Для этого необходимо через точку C провести касательную d_1 ($d_1 // 45$). Касательные t_1 и d_1 с отрезком $4C$ образуют треугольник, на медиане которого необходимо отметить точку, которая делит эту медиану пополам. Полученная точка принадлежит параболе. Таким образом, *целью выполнения Кр2* является закрепление теоретического материала по моделированию обводов, а *задачами* – приобретение навыка в построении обводов различными кривыми второго порядка.

5 ОЦЕНКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ, ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО АФФИННОЙ ГЕОМЕТРИИ

При приеме контрольной работы № 1 (Кр1) оценивается не только правильность выполненных построений геометрических преобразований и оформления работы, но и знание теоретического материала по аффинной геометрии. Вопросы по подготовке этого материала приведены в подразделах 5.1–5.4.

5.1 Отображения и преобразования

1. На чем основано современное определение геометрии.
2. Раскройте понятие отображение.
3. Отличие отображения *на* от отображения *в*.
4. Прямое и обратное отображение; раскройте понятие взаимно-однозначного отображения.
5. Привести примеры взаимно-однозначного и одно-многозначного отображения.
6. Раскройте понятие преобразования; основные положения (аспекты, свойства) преобразований.
7. Раскройте понятие инвариантной точки, инвариантной фигуры.
8. В чем отличие преобразований 1-го и 2-го рода?
9. Какое преобразование называется тождественным?
10. В чем заключается понятие инволюционного преобразования? Привести пример.
11. Что подразумевается под понятием произведения преобразований.
12. Назвать основные группы преобразований и их инварианты.
13. Перечислите преобразования группы движений.
14. Что подразумевается под понятием главной группы.
15. Перечислить и построить все движения, переводящие в себя следующие фигуры:
 - ромб;
 - квадрат;

- равносторонний треугольник;
- равнобедренный треугольник.

5.2 Основные понятия аффинных преобразований

1. Является ли перспективно-аффинное соответствие (родство) двух плоскостей однозначным?

2. Что означает понятие «коллинеарность»?

3. Являются ли два произвольных треугольника аффинно-соответственными?

4. Выберите правильный вариант ответа:

– при определении простого отношения трех точек (ABC) , принадлежащих прямой линии, принято рассматривать следующие точки:

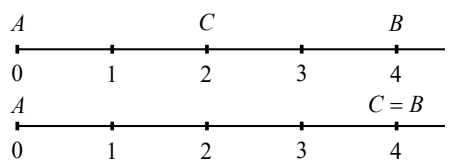
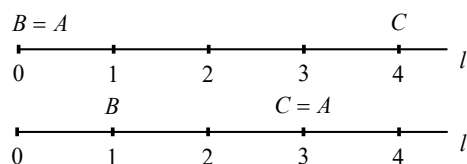
А – базисная, В – базисная, С – делящая;

А – базисная, В – делящая, С – базисная;

А – делящая, В – базисная, С – базисная;

А – базисная, В – делящая, С – делящая;

– указать простое отношение трех точек $(ABC) = 1$:



– как могут располагаться относительно друг друга точки A, B, C , инцидентные прямой, если их простое отношение $(ABC) = -1$?

5. Как задается перспективно-аффинное соответствие?

6. Какие два свойства (инварианты) аффинных преобразований являются равносильными?

7. Привести примеры аффинных преобразований плоскости.

8. Чем отличается подобие от гомотетии?

9. Привести примеры аффинных преобразований, как их произведение.

10. Что подразумевается под главными направлениями двух аффинно-соответственных плоскостей?

11. Какие плоские фигуры обладают аффинными свойствами?

12. Почему прямоугольник, ромб и квадрат рассматриваются как плоские фигуры, не имеющие аффинные понятия?

5.3 Аналитическая аффинная геометрия

1. В вопросах аффинной геометрии все ли аффинные системы координат являются равноправными?

2. Какие аналитические выражения имеют аффинные координаты точки для плоскости и пространства?

3. Определить координаты неподвижной двойной точки, если аффинное преобразование задано выражениями

а) $x' = x - y + 3$, $y' = x + 2y = 2$;

б) $2x' = x - 2y + 3$, $y' = 2x + 3y - 1$.

4. Записать формулы обратного преобразования, если аффинные преобразования имеют следующий вид:

а) $x' = x + 4y - 3$, $y' = 4x - 2y + 1$;

б) $x' = x + 5y + 7$, $y' = 2x - 3y + 1$.

5. Почему в формулах аффинных преобразований принимается условие

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0?$$

6. Записать аналитический вид аффинных преобразований пространства.

7. Чем отличается, декартова система координат от аффинной системы?

8. Справедливо ли утверждение: «Всякое новое аффинное преобразование плоскости переводит аффинную систему координат в аффинную же»?

9. Какая связь наблюдается между преобразованием плоскости и преобразованием координат?

5.4 Кривые второго порядка

1. Какое общее аналитическое выражение имеет кривая второго порядка?

2. Перечислить все невырожденные виды кривых второго порядка.

3. Что означает слово «коники»?

4. Какие кривые второго порядка имеют следующий аналитический вид:

$$x^2 + y^2 = 1,$$

$$x^2 - y^2 = 1,$$

$$x^2 + y^2 = -1,$$

$$x^2 = y?$$

5. Записать аффинное уравнение центральных неприводимых кривых второго порядка.

6. Записать аффинное уравнение центральных приводимых кривых второго порядка.

7. Записать аффинное уравнение нецентральной неприводимых кривой второго порядка.

8. Записать аффинное уравнение нецентральных кривых второго порядка, распадающиеся на различные компоненты.

9. Записать аффинное уравнение нецентральных кривых второго порядка, распадающиеся на совпадающие компоненты.

10. Сколько фокусов имеет кривая второго порядка?

11. Что подразумевается под эксцентриситетом кривой второго порядка?

12. Как графически определяется порядок кривых?

13. Что подразумевается под диаметром гиперболы?
14. Что подразумевается под осями эллипса?
15. Какая кривая второго порядка является ограниченной кривой?
16. Какие кривые второго порядка являются ограниченными кривыми?
17. Перечислить аффинные свойства следующих кривых:
 - гиперболы;
 - эллипса;
 - параболы.
18. На какие классы подразделяются кривые второго порядка?

6 ОЦЕНКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ, ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ

При приеме контрольной работы № 2 (КР2) оценивается не только правильность выполненных построений и оформления работы, но и знание теоретического материала по проективной геометрии. Вопросы по подготовке этого материала приведены в подразделах 6.1–6.4.

6.1 Построение проективного пространства

1. Сколько групп аксиом содержит система аксиом Д. Гильберта? Перечислите эти группы.
2. Как принято называть в проективной геометрии фигуры?
3. Перечислите основные геометрические формы 1-й ступени.
4. К формам какой ступени относятся:
 - пучок прямых, связка прямых;
 - пространство точек, пространство плоскостей;
 - связка плоскостей, пучок плоскостей.
5. Чем отличается принцип двойственности для плоскости и трехмерного пространства?
6. Какой вид проецирования положен в геометрический аппарат построения проективного пространства?
7. Перечислите особенности, отличающие евклидово пространство от проективного.
8. Что означает термин «разделенность пар точек»?
9. Чем отличается прямая теорема Дезарга от обратной?
10. Запишите символ конфигурации Дезарга.
11. Какими элементами можно задать гомологию?
12. Чем отличается гиперболическая гомология от эллиптической?
13. Чем отличается гиперболическая гомология от перспективно-аффинного преобразования?
14. Какой вид преобразования представляет инволюционная гомотетия?

15. Какое взаимное расположение имеют центр и ось гомологии, если она вырождается в трансляцию?

16. Каким видом преобразования является инволюционное родство?

17. Какие значения принимают коэффициенты a_1, b_1, c_1 и a_2, b_2, c_2 в системе уравнений аффинных преобразований:

- для ортогональной симметрии относительно оси Ox (относительно оси Oy);
- трансляции;
- ортогонального сжатия относительно оси Oy ;
- гомотетии относительно начала координат;
- центральной симметрии относительно начала координат;
- для тождественного преобразования?

18. К какой группе преобразований относятся уравнения:

- а) $\begin{cases} x' = x \cos \theta - \varepsilon y \sin \theta + x_o, \\ y' = x \sin \theta + \varepsilon y \cos \theta + y_o; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} x' = k(x \cos \theta - \varepsilon y \sin \theta) + a, \\ y' = k(x \sin \theta + \varepsilon y \cos \theta) + b. \end{cases}$

6.2 Основные понятия проективной геометрии на плоскости

1. Записать следующие случаи сложных отношений четырех точек, выразив их через λ , если $\lambda = (ABCD)$:

- 1) $(CDAB)$; 2) $(DCAB)$; 3) $(CADB)$;
4) $(DBAC)$; 5) $(DACB)$; 6) $(CBAD)$.

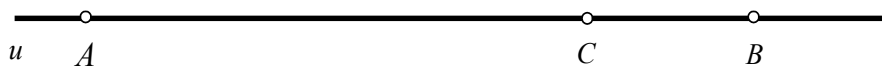
2. Сколько пар соответственных элементов необходимо задать для проективного соответствия двух форм первой степени?

3. По заданным трем прямым пучка $S(a, b, c)$, построить четвертую прямую d этого пучка, гармонически сопряженную с прямой c .

4. Чему равно сложное отношение четырех точек A, B, C, D , если имеет место выражение $(ABC) = -(ABD)$?

5. Сколько сторон, диагональных прямых и диагональных точек имеет полный четырехугольник?

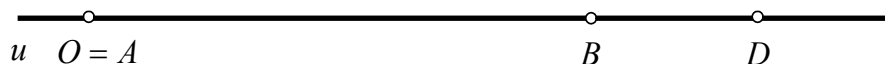
6. Используя геометрию полного четырехугольника, постройте на ряде $u(A, B, C)$ четвертую точку D , сопряженную с точкой C в соответствии с рисунком.



7. Какой вид соответствия (эллиптический, гиперболический или параболический) устанавливается на ряде $u(A, B, C, D)$ при решении задачи 6?

8. Используя условие задачи 6 привести аналитический вид определения точки D , при котором $OA = -a$, $OB = a$, $OC = 1$, точка O рассматривается как начало координат и середина отрезка AB .

9. Используя геометрию полного четырехугольника, постройте на ряде $u(A, B, D)$ точку C и выполните аналитическую проверку ее построения. Известно, что начало координат совпадает с точкой A , $AB = b$, $AD = d$.



10. Какая геометрическая фигура является двойственной по отношению к полному четырехугольнику?

11. Какой смысл имеют двойные элементы проективного ряда и пучка прямых?

12. К какому типу инволюции относятся проективные соответствия точек ряда u , если на этом ряде:

– рассматривать разделенные пары точек: $AA' \div BB'$?

– рассматривать неразделенные пары точек: $AA' \div \div BB'$?

– имеет место выражение $OA' = \frac{a^2}{OA}$?

– имеет место выражение $OA' = \frac{-a^2}{OA}$?

13. Каким свойством обладают соответственные точки параболической инволюции?

14. Как располагаются соответственные точки при гиперболической инволюции относительно ее центра?

15. То же при эллиптической инволюции?

16. То же при параболической инволюции?

17. Доказать, что если три пары соответственных прямых двух проективных пучков с общим носителем пересекаются под одним и тем же углом, то и все пары соответственных прямых этих пучков обладают тем же свойством.

18. При каких случаях и типах инволюционного соответствия образ заданной точки может совпадать с центром инволюции, с двойной точкой, с несобственной точкой?

6.3 Проективная теория кривых второго порядка

1. Какие стороны вписанного в кривую второго порядка шестиугольника называются противоположными?

2. Какой геометрический смысл заложен в термины:

– кривая второго порядка;

– кривая второго класса?

3. Сколько точек необходимо для задания кривой второго порядка?

4. Кривая второго порядка задана четырьмя точками и касательной в одной из них. Построить сколько угодно точек этой кривой.

5. Кривая второго порядка задана тремя точками и касательными в двух из них. Построить сколько угодно точек этой кривой.

6. Кривая второго порядка задана тремя точками и касательными в двух из них. Построить касательную в третьей из точек этой кривой.
7. Кривая второго порядка задана четырьмя точками и касательной в одной из них. Построить еще одну касательную в одной из точек этой кривой.
8. Как будет выглядеть чертеж, применимый к теореме Паскаля, если прямая Паскаля является несобственной прямой?
9. Доказать, что две кривые второго порядка пересекаются не более чем в четырех точках.
10. Объяснить, почему для построения на чертеже определенной окружности достаточно трех точек.

6.4 Проективные преобразования плоскости

1. Какой обвод называется дискретным?
2. На каких свойствах основан радиусографический способ построения обвода?
3. Раскройте смысл понятия инженерного дискриминанта при построении обвода.
4. Какие кривые соответствуют значению инженерного дискриминанта d : $d < 0,5$, $d = 0,5$, $d > 0,5$, $d = 1$?
5. Приведите пример построения дуги гиперболы посредством прямых Паскаля.
6. Приведите пример построения дуги гиперболы инженерного дискриминанта.
7. Какое требование должно соблюдаться при построении обводов в стыковых его точках?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Графский, О.А. Основы аффинной и проективной геометрии : учеб. пособие / О.А. Графский. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2013. – 135 с.
2. Рыжков, В.В. Лекции по аналитической геометрии / В.В. Рыжков // Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета. – URL: <http://lib.mexmat.ru/books/56731> (дата обращения: 10.12.2016).

Дополнительная литература

3. Четверухин, Н.Ф. Проективная геометрия / Н.Ф. Четверухин. – М. : Просвещение, 1969. – 368 с.
4. Горшкова, Л.С. Проективная геометрия / Л.С. Горшкова, В.И. Паньженский, Е.В. Марина. – М. : ЛКИ, 2007. – 168 с.
5. Красовская, Т.С. Инженерная геометрия: конспект лекций: в 3 ч. Ч. 1 / Т.С. Красовская. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2005. – 62 с.
6. Пеклич, В.А. Высшая начертательная геометрия : монография / В.А. Пеклич. – М. : АСВ, 2000. – 344 с.
7. Юнг, Дж.В. Проективная геометрия / Дж.В. Юнг. – М. : Меркурий-ПРЕСС, 2000. – 184 с.
8. Иванов, Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии / Г.С. Иванов. – М. : Машиностроение, 1998. – 157 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)

Пример титульного листа контрольной работы

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный государственный университет путей сообщения»
Институт интегрированных форм обучения

Кафедра «Вычислительная техника и компьютерная графика»

**АФФИННЫЕ И ПРОЕКТИВНЫЕ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**
Контрольная работа № 1
Кр. 09.03.01. АФПРГ.01.05.000 – ПЗ

Исполнитель
студент, ИВ-2 гр. _____ А.П. Иванов
(поставить свою подпись и дату)

Шифр _____
(проставить № зачетной книжки)

Руководитель
д-р. техн. наук,
профессор _____ О.А. Графский

Хабаровск – 2018

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(справочное)

Пример оформления содержания

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Наименование раздела 1	5
1.1 Наименование подраздела 1.1	5
1.2 Наименование подраздела 1.2	9
2 Наименование раздела 2	14
2.1 Наименование подраздела 2.1	15
2.2 Наименование подраздела 2.2	22
2.2.1 Наименование подраздела 2.2.1	22
2.2.2 Наименование подраздела 2.2.2	22
2.3 Наименование подраздела 2.3	33
3 Наименование раздела 3	40
3.1 Наименование подраздела 3.1	45
3.2 Наименование подраздела 3.2	50
Заключение	56
Список использованных источников	62
Приложение А Наименование приложения А	65
Приложение Б Наименование приложения Б	67
Приложение В Наименование приложения В	68

ПРИЛОЖЕНИЕ В

(справочное)

Примеры оформления списка использованных источников

Описания книги одного автора.

Если в тексте документа имеется, например, запись: ... основные понятия системотехники приведены в учебнике И.П. Норенкова [100]. Тогда в Списке использованных источников имеется следующая запись:

100. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования : учеб. для вузов / И.П. Норенков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 448 с.

Книги зарубежных авторов:

Штейнер, Я. Геометрические построения, выполняемые с помощью прямой линии и неподвижного круга / Я. Штейнер; под ред. Д.М. Синцова; пер. с нем. – М. : Гос. учебно-пед. изд-во, 1939. – 80 с.

Blaschke, W. Projektive Geometrie / W. Blaschke // *B\cher der Mathematik und Naturwissenschaften* / Wolfenb\tteler Verlagsanstalt, 1948. – 2-te Aufl. – 160 s.

Пример описания книги двух авторов:

Ильин, В.А. Аналитическая геометрия : учеб. для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.

Пример описания книги трёх авторов:

Божко, А.Н. Компьютерная графика : учеб. пособие для вузов / А.Н. Божко, Д.М. Жук, В.Б. Маничев. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 392 с.

Описание документа под заглавием, имеющего более трёх авторов:

При описании документа под заглавием, имеющего более трёх авторов, указывают первого автора с добавлением в квадратных скобках в сокращенном виде «и другие», т.е. [и др.], затем указывается сведения об ответственности:

Начертательная геометрия : учеб. для строит. спец. вузов / Н.Н. Крылов [и др.]; под ред. Н.Н. Крылова. – М. : Высш. шк., 2006. – 224 с.

Примеры описания сборников:

Транспорт и связь. В 3 ч. Ч. 2. Научные проблемы управления транспортом. Связь и информатика : межвуз. сб. науч. тр. / ДВГАПС [и др.]; под ред. В.Г. Григоренко. – Хабаровск : Изд-во ДВГАПС, 1994. – 146 с.

Тезисы докладов научной конференции / ДВГУПС; под ред. О.А. Графского. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 1998. – 128 с.

Повышение эффективности работы железнодорожного транспорта Сибири и Дальнего Востока. В 2 ч. Ч. 1: сб. тез. докл. / ДВГУПС [и др.]. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 1997. – 168 с.

Научные статьи и тезисы докладов одного автора:

Графский, О.А. Исследование моделей неевклидовых плоскостей схемы Кэли–Клейна / О.А. Графский // Начертательная геометрия и компьютерная графика : международ. науч.-метод. сб. тр. кафедр граф. дисциплин / ННГАСУ. – Н. Новгород, 2000. – Вып. 5. – С. 171–175.

Продолжение приложения В

Бобушев, С.А. Нелинейный расчет сооружения, взаимодействующего с грунтом, на динамические воздействия / С.А. Бобушев // Повышение эффективности работы железнодорожного транспорта Дальневосточного региона : тез. докл. науч.-техн. конф. 26–27 окт., 1995 г. – Хабаровск, 1995. – С. 53.

Димантов, Е.А. Построение некоторых кривых четвертого порядка на плоскости / Е.А. Димантов // Вопросы геометрического моделирования : сб. науч. тр. / ЛИСИ. – Л., 1973. – № 80. – С. 108–127.

Графский, О.А. К вопросу построения фундаментальных образов в геометрии / О.А. Графский // 12-я Международ. конф. по компьютерной графике и машинному зрению «ГрафиКон-2002» : тр. конф. 16–21 сент., 2002 г. – Н. Новгород, 2002. – С. 346–353.

Пример описания двух авторов:

Новачук, Я.А. К вопросу о ресурсе бандажа колесной пары локомотива / Я.А. Новачук, А.Н. Тепляков // Повышение эффективности работы железнодорожного транспорта Сибири и Дальнего Востока. В 2 ч. Ч. 1 : сб. тез. докл.; под ред. С.М. Гончарука / ДВГУПС [и др.]. – Хабаровск : ДВГУПС, 1997. – С. 146–147.

Пример описания трех авторов:

Баранов, В.Л. Реконструкция структуры обыкновенного дифференциального уравнения методом наименьших квадратов / В.Л. Баранов, И.В. Хромов, В.Н. Щитов // Известия ТулГУ. Сер. Математика. Механика. Информатика. – Т. 9. Вып. 3. Информатика. – Тула : Изд-во ТулГУ, 2003. – С. 15–20.

Пример описания более трех авторов:

Коноскопические картины в оптически активных одноосных кристаллах / К.А. Рудой [и др.] // Кристаллография. – 2003. – № 2. – С. 334–339.

Описание монографии:

Пеклич, В.А. Высшая начертательная геометрия : монография / В.А. Пеклич. – М. : АСВ, 2000. – 344 с.

Графский, О.А. Введение мнимых элементов в начертательную геометрию : монография / О.А. Графский. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2004. – 168 с.

Учебные пособия:

Графский, О.А. Основы аффинной и проективной геометрии : учеб. пособие / О.А. Графский. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2013. – 135 с.

Компьютерная геометрия : учеб. пособие для студ. вузов / Н.Н. Голованов и [др.]. – М. : Академия, 2006. – 512 с. – (университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика).

Стандарты:

ГОСТ Р 7.0.11–2011. Диссертация и автореферат. Структура и правила оформления. – М. : Стандартинформ, 2012. – 16 с.

ГОСТ Р 7.0.12–2011. Библиографическая запись. Сокращение слов и словосочетаний на русском языке. Общие требования и правила. – М. : Стандартинформ, 2012. – 27 с.

Окончание приложения В

Запись авторского свидетельства (под заголовком):

А.с. 1686648 Российская Федерация, МКИ 5H02M1/08. Устройство для управления вентилями плеча преобразователя / С.В. Власьевский, В.В. Находкин, Д.А. Галушко, С.В. Доронин ; заявитель и патентообладатель Хабаров. ин-т инж. ж.-д. трансп. – № 4715612/07; заявл. 07.07.89; опубл. 23.10.91, Бюл. № 39. – С. 224.: ил.

При описании патента, вместо «А.с.» указывается «Пат.».

Запись патента (под заглавием):

Приемопередающее устройство : пат. 2187888 Рос. Федерация : МПК7 Н 04 В 1/38, Н 04 J 13/00 / Чугаева В. И. ; заявитель и патентообладатель Воронеж. науч.-ислед. ин-т связи. – № 2000131736/09 ; заявл. 18.12.00 ; опубл. 20.08.02, Бюл. № 23 (II ч.). – 3 с. : ил.

При описании авторского свидетельства, вместо «пат.» указывается «а.с.».

Диссертации:

Тармаев, О.А. Исследование геометрических вопросов повышения эффективности процесса намотки с использованием технического зрения : дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01/ Тармаев Олег Алексеевич. – Омск, 2012. – 134 с.

Авторефераты диссертаций:

Графский, О.А. Теоретико-конструктивные проблемы моделирования мнимых элементов в начертательной геометрии и ее приложения : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.01.01 / Графский Олег Александрович. – М., 2004. – 35 с.

Библиографическая запись электронных ресурсов:

3-D графика и анимация // Petrosoft: золотой софт на DVD [Электронный ресурс]. – М. : ООО «Эликтан», 2003. – 1 электрон. опт. диск. – Загл. с этикетки диска.

Графский, О.А. Многомерный подход к образованию поверхностей главными сечениями моделей плоскостей схемы Кэли–Клейна [Электронный ресурс] / О.А. Графский // Прикладная геометрия: Электронный журнал / МАИ. – М., 2002. – Вып. 4. – № 5. – 10 с. – Режим доступа: <http://www.mai.ru/~arg> (дата обращения: 31.03.2003).

Можно записать немного иначе:

Графский, О.А. Многомерный подход к образованию поверхностей главными сечениями моделей плоскостей схемы Кэли–Клейна / О.А. Графский // Прикладная геометрия: Электронный журнал / МАИ. – М., 2002. – Вып. 4. – № 5. – 10 с. – Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. – URL: <http://www.mai.ru/~arg> (дата обращения: 31.03.2004).

ПРИЛОЖЕНИЕ Г (справочное)

Примеры оформления рисунка и формул

Г.1. Пример оформления рисунка

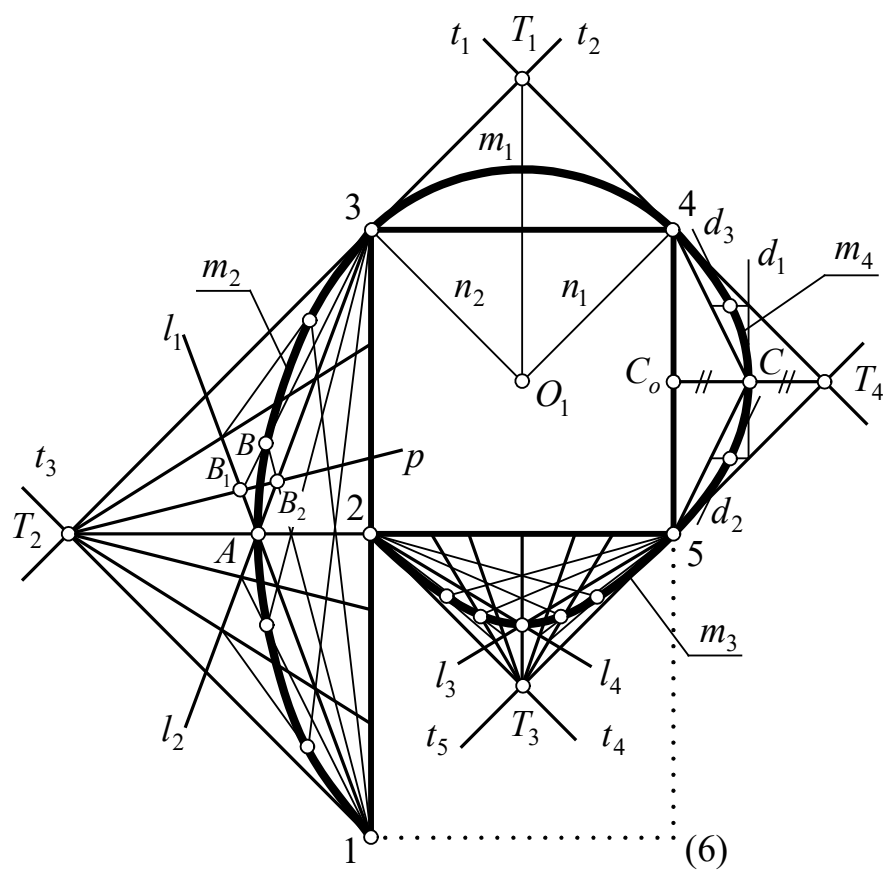


Рисунок Г.1 – Обвод, построенный через узловые точки заданного знака

Г.2. Пример оформления формул

$$Ax + By + C = 0, \tag{Г.1}$$

$$\frac{n(n+3)}{2} \tag{Г.2}$$

Приложение Д (рекомендуемое)

Контрольные вопросы для подготовки к зачету и экзамену

Б.1 Вопросы по аффинной геометрии

1. Современное определение геометрии.
2. Понятие отображения.
3. Отличие отображения *на* и отображения *в*.
4. Прямое и обратное отображение; понятие взаимно-однозначного отображения.
5. Примеры взаимно-однозначного и одно-многозначного отображения.
6. Понятие преобразования; основные положения (аспекты, свойства) преобразований.
7. Понятие инварианта преобразований; инварианты аффинных преобразований; инварианты метрических преобразований.
8. Понятие инвариантной точки, инвариантной фигуры.
9. Отличие преобразований 1-го и 2-го рода.
10. Понятие тождественного преобразования.
11. Понятие инволюционного преобразования, привести пример.
12. Понятие произведения преобразований.
13. Основные группы преобразований и их инварианты.
14. Преобразования группы движений.
15. Понятие главной группы.
16. Перспективно-аффинное соответствие (родство) двух плоскостей.
17. Понятие коллинеарности и простого отношения трех точек.
18. Понятие общего аффинного соответствия.
19. Два равносильных свойства аффинных преобразований.
20. Аффинные преобразования плоскости (привести примеры).
21. Подобие как композиция преобразований (примеры).
22. Аффинные преобразования как произведение преобразований.
23. Главные направления двух аффинно-соответственных плоскостей.
24. Аффинные свойства плоских фигур.
25. Аффинные координаты.
26. Аналитическое представление аффинных преобразований.
27. Анализ аффинных преобразований плоскости.
28. Связь между преобразованием плоскости и преобразованием координат.
29. Эллипс, гипербола, парабола в аффинной системе координат.
30. Аффинная классификация кривых второго порядка.

Окончание приложения Д

Б.2 Вопросы по проективной геометрии

31. Основы проективной геометрии: система аксиом.
32. Основные геометрические формы: основные положения
33. Формы первой, второй и третьей степени.
34. Принцип двойственности для двумерного проективного пространства.
35. Принцип двойственности для трехмерного проективного пространства.
36. Геометрический аппарат построения проективного пространства.
37. Особенности, отличающие евклидово пространство от проективного пространства.
38. Прямая и обратная теоремы Дезарга.
39. Понятие гомологичных треугольников. Конфигурация Дезарга.
40. Виды преобразований как частные случаи гомологии.
41. Теорема Дезарга при построении центральных проекций (перспектива: классификация и способы построения).
42. Основные понятия проективной геометрии на плоскости: сложное (ангармоническое) отношение четырех точек прямой и прямых пучка.
43. Перспективные ряды и пучки.
44. Задание и построение проективного соответствия.
45. Гармонизм.
46. Гармонические свойства полного четырехугольника (четырёхсторонника).
47. Проективные ряды (и пучки), имеющие общего носителя.
48. Гиперболическое, параболическое и эллиптическое проективное соответствие двух форм первой степени с общим носителем.
49. Инволюция; центр инволюции, виды инволюционных соответствий.
50. Построение инволюционных соответствий точек.
51. Проективная теория кривых второго порядка: ряды второго порядка.
52. Пучки второго порядка.
53. Основная теорема для рядов и пучков второго порядка.
54. Следствия основной теоремы для рядов и пучков второго порядка.
55. Теорема Паскаля. Обратная теорема Паскаля.
56. Частные случаи теоремы Паскаля.
57. Теорема Брианшона (двойственная теореме Паскаля).
58. Проективное соответствие рядов второго порядка (проективность двух рядов второго порядка).
59. Проективное соответствие рядов второго порядка на одном носителе.
60. Двойные точки проективного соответствия на кривой второго порядка.
61. Перспективность рядов первого и второго порядков.
62. Обводы: общие положения, способы задания.
63. Радиусографический способ построения обвода.
64. Построение обвода с применением прямых Паскаля.
65. Построение обвода способом инженерного дискриминанта.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «АФФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ».....	4
2 ПРОГРАММНЫЕ ВОПРОСЫ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
3 ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.....	6
4 ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ	7
4.1 Исходные данные контрольных работ № 1 и № 2.....	7
4.2 Выбор варианта и указания по выполнению контрольной работы № 1 «Аффинные и проективные преобразования»	8
4.3 Указания по выполнению контрольной работы № 2 «Обводы».....	13
5 ОЦЕНКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ, ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО АФФИННОЙ ГЕОМЕТРИИ	15
5.1 Отображения и преобразования	15
5.2 Основные понятия аффинных преобразований.....	16
5.3 Аналитическая аффинная геометрия	16
5.4 Кривые второго порядка	17
6 ОЦЕНКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ, ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ	18
6.1 Построение проективного пространства	18
6.2 Основные понятия проективной геометрии на плоскости	19
6.3 Проективная теория кривых второго порядка	20
6.4 Проективные преобразования плоскости.....	21
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	22
ПРИЛОЖЕНИЕ А Пример титульного листа контрольной работы.....	23
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Пример оформления содержания.....	24
ПРИЛОЖЕНИЕ В Примеры оформления списка использованных источников	25
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Примеры оформления рисунка и формул	28
ПРИЛОЖЕНИЕ Д Контрольные вопросы для подготовки к зачету и экзамену.....	29

Учебное издание

Графский Олег Александрович

АФФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
по выполнению контрольных работ

Отпечатано методом прямого репродуцирования

Технический редактор *Н.В. Ларионова*

План 2018 г. Поз. 9.28. Подписано в печать 29.01.2018.
Гарнитура Times New Roman. Печать RISO.
Усл. печ. л. 1,2. Уч.-изд. л. 2,0. Зак. 71. Тираж 15 экз. Цена 144 р.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.

Кафедра «Вычислительная техника
и компьютерная графика»

О.А. Графский

АФФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
по выполнению контрольных работ

Хабаровск
2018