

ПРЕДЕЛЫ

Вариант № 1

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$; $x_0 = -1, x_0 = 2$.

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$; $x_0 = \frac{\pi}{3}, x_0 = 0$.

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x$;

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{5x^3 + 2x^2 - 3}$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x}{x-3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 12x + 16}$;

9) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$;

10) $\lim_{x \rightarrow -1} (2+x)^{\frac{1}{x^3+1}}$;

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\ln(1+4x)}$;

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{tg} \frac{3}{x}$;

13) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2 + 2x}$;

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 6x}$;

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 2^x}{e^{-x} - 1}$;

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(e^{x-1} - 1)}{\ln x}$;

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{\operatorname{arctg}^2 3x}$;

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{x+16} - 2}{\sin 5x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = 5t^2 + 2t^5$ и $\beta(t) = 2t^2 + 2t^3$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \cos^3 x \sim \frac{3}{2} \sin^2 x$.

Вариант №2

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 1}{2x^3 - 4x + 2};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 2x - 15}; x_0 = 5, x_0 = -2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\arcsin 2x}{5x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{1}{2}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x;$

5) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 2}{3x - 5};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x - 1}{5x^3 - 2x + 1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \ln x;$

10) $\lim_{x \rightarrow 2} (3-x)^{\frac{5}{x^3-8}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\ln(1+2x)};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{2}{x};$

13) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(x+2)}{x^2 + 2x};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \operatorname{tg} 5x \cdot \operatorname{ctg} 6x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{5^{-x} - 3^{-x}};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\sqrt[5]{x+3} - \sqrt[5]{3}};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = t \sin^2 t$ и $\beta(t) = 2t \sin t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \frac{1}{1+x} \sim x$.

Вариант №3

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + x^2 - 8}{6x^3 - x + 2};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}; x_0 = 1, x_0 = 2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6x}{\operatorname{arctg} x}; x_0 = 0, x_0 = 1.$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x^2 + 2x - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x^2 + 3};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{5x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right);$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x-3} \right)^{4x};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\ln(1+5x)};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2^x};$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2 - 1};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^2 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{3x} - 4^{3x}}{x};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\sqrt[4]{1+x^2} - 1};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{\cos 3x - \cos x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sin(x-1)};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = t$ и $\beta(t) = \operatorname{tg} t^3$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \frac{1}{\sqrt{1+x}} \sim \frac{1}{2}x$.

Вариант №4

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{2x^3 + 4x - 5};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10}; x_0 = -2, x_0 = 1.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{6}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 2x)(\ln(x+1) - \ln x);$

5) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - n^2}}{n^2};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 3}{-5x^4 - 3x^3 + 2x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x - 2};$

8) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15};$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \operatorname{tg} 5x;$

10) $\lim_{x \rightarrow -1} (3 + 2x)^{\frac{1}{1-x^2}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 7^{-2x}}{3x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right);$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1 - 2x)}{1 - 4x^2};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg} 4x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\ln(1 + 8x)};$

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(e^{x-2} - 1)}{\operatorname{tg}(x-2)};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 2x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt[3]{x-1}};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sin^{\frac{2}{3}} t$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что $\sqrt[3]{1+x} \sim \frac{1}{3}x$ при $x \rightarrow 0$.

Вариант №5

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 5x^2 - 3}{5x^4 - 2x^3 - 4x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 4x + 3}$; $x_0 = 3$, $x_0 = -2$.

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x}$; $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 2)(\ln(x+1) - \ln x)$;

5) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x^2 - 4}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + 3}{x^2}$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{3x^3 + 2x^2 - 3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$;

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$;

10) $\lim_{x \rightarrow 2} (5 - 2x)^{\frac{1}{4-x^2}}$;

11) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x-2)}{x^2 - 4}$;

12) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}$;

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 10x}{\ln(1+15x)}$;

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x(\sqrt[5]{1+x} - 1)}$;

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{2x} - 3^{2x}}{e^{-2x} - 1}$;

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{In} \cos x}{\ln(1+x^2)}$;

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$;

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{\sin \pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt{9+t} - 3$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $x \ln(1+x) \sim x \sin x$.

Вариант №6

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+x-5x^4}{x^4+12x-3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2-7x-4}{x^2-3x-4}; x_0 = 4, x_0 = 0.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 3x}{\sin 2x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+1)(\ln(x+3) - \ln x);$

5) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{6x^3 + 2x^2 + 3x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 - 3}{x};$

8) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3} \right);$

10) $\lim_{x \rightarrow -2} (3+x)^{\frac{3}{x^2-4}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x-2)}{x^3 - 8};$

12) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{\ln^2(1+3x)};$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} 4x \cdot \operatorname{ctg} 6x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 5^{-3x}}{e^{2x} - 1};$

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 6x}{1 - \cos 3x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = \frac{1-x}{1+x}$ и $\beta(x) = 1 - \sqrt{x}$ при $x \rightarrow 1$.3. Доказать, что при $t \rightarrow 0$ $e^{\sin t} - 1 \sim t$.

Вариант №7

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 2x^2 - x^4};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 13x + 20}{x^2 - 6x + 8}; x_0 = 4, x_0 = -2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{6}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 5)(\ln(x - 3) - \ln x);$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^2 + x^3};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{3x^3 + 2x - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - 4x^4 + 3x^3}{2x^2 - 3};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\cos 2x};$

10) $\lim_{x \rightarrow -2} (7 + 3x)^{\frac{x}{x^2 + 3x + 2}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x^2}{\arcsin^2 x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1);$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 6\sqrt{x}}{\ln(1 + 6x)};$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 3^{4x}}{e^{3x} - 1};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x \cdot \operatorname{tg} x)}{\sqrt[5]{1 + x^2} - 1};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x^2}{1 - \cos 2x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln^2 x}{1 + \cos \pi x};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = \frac{3x^4 - x^5}{x+1}$ и $\beta(x) = x$ при $x \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$.

Вариант №8

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x - 5 + 3x^3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 6x + 5}; x_0 = 5, x_0 = 2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}}{x^3}; x_0 = 0, x_0 = 2.$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{1}{3x-3}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 5}{4x^4 + 3x^3 + 2x^2};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{-3x^3 + 2x};$

8) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x-3};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \ln \sqrt{x};$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x + 8) [\ln(2x - 3) - \ln(2x + 5)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{\arcsin^2 x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} 3x;$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{\ln(1+x^2)};$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\sin \pi x} - 1}{x-1};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-x}}{3^{4x} - 1};$

16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x-5)}{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt[4]{4}};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 2x}{1 - \cos 4x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sqrt{x+9} - 3};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \operatorname{tg} t - \sin t$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\frac{x}{1+x} \sim \frac{x}{1+x^2}$.

Вариант №9

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2x}{x^4 + 3x};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^3 + 3x + 1}{x^2 - 2x - 3}; x_0 = -1, x_0 = 2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

4) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2}{x-2}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x - 3}{3x^2 - x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 1}{2x^5 - 2x + 3};$

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right];$

10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x - 3) [\ln(4 - 3x) - \ln(5 - 3x)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\operatorname{tg} 5x};$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin[\pi(x+2)]};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\arcsin 3x};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1 - \cos 7x}{x \sin 7x} \right];$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(e^{2x} - 1)}{\ln(e - x) - 1};$

17) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{2^{x+2} - 2^{3x}};$

18) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3}{x};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = 1 - \cos t$ и $\beta(t) = 3t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \cos 8x \sim 32x^2$.

Вариант №10

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 - 5};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x - 2}; x_0 = -1, x_0 = 3.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x-2}};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2}{x^3 + x - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 2x - 3}{3x^2 - 2};$

8) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5 - \sqrt{22-x}}{1 - \sqrt{4+x}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3} \right];$

10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7 - 10x) [\ln(1 - 2x) - \ln(5 - 2x)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x^2)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{tg} \frac{4}{x};$

13) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{arctg}(x-5)}{x^2 - 6x + 5};$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \cos \pi x) \operatorname{ctg}^2 \pi x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{3x \cdot \arcsin x};$

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin^2 \pi x};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-4x} - 1}{\operatorname{tg} \left[2\pi \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]};$

18) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sqrt[5]{5-x} - 1};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt{1+t} - 1$ и $\beta(t) = 4t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\arcsin(x^2 - x) \sim x^3 - x$.

Вариант №11

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-4x}{5x-2};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2+x-10}{x^2-5x+6}; x_0 = 2, x_0 = -2.$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{13x^2};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-2} \right)^x;$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{5x};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2x-3}{4x^3-2x^2+1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5+2x^3-x}{3x^3-2};$

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x};$

10) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{\frac{1}{x^2-2x}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1-4x) \cdot \operatorname{ctg}[\pi(x+3)];$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x \operatorname{tg} \frac{2}{3^x};$

13) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{3\sqrt{2+x+x^2}-9};$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2};$

15) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{arctg}(x-4)}{x^2-3x-4};$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt[4]{1+x^2-x-1}};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x^2}-1}{\cos 9x - \cos x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) \cdot \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \frac{3t}{2-t}$ и $\beta(t) = \frac{t}{7+t}$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\operatorname{tg} x^3 \sim x \sin^2 x$.

Вариант №12

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 4}{3x^3 - 2x + 6};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^3 - 13x + 20}{x^2 - 2x - 8}; x_0 = 4, x_0 = 1.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\arccos 3x}{6x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^x;$

5) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{2+x} - 2}{x-6};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{3x^4 + 2x - 3};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^5 + 3}{2x^2 + x - 3};$

8) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x^2 - 49};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x;$

10) $\lim_{x \rightarrow -2} (9 + 4x)^{\frac{1}{x^3 + 8}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\cos \frac{\pi}{2}(x+3)};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(1 - 2^{1/x});$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 3^{7x}}{\sin 3x};$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+2) - \ln 2}{x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{4-x^2} - 1}{x^2 - 5x + 6};$

16) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{x(\cos 3x - \cos x)};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sqrt[4]{x^3 - x + 1} - 1}$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sin 3t + \sin t$ и $\beta(t) = 5t^2$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\sqrt{1+4x} - 1 \sim 2x$.

Вариант №13

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x^2 - 6}{4x + 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}; x_0 = 3, x_0 = -2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{1 - \cos 3x}}{3x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{3}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{2x};$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{2x^2 - 2x};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2x + 3}{5x - 6x^3};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 5}{4x^2 + x};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 2x)};$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2\sin x}{\cos 3x};$

10) $\lim_{x \rightarrow 4} (2x - 7)^{\frac{4}{x^2 - 3x - 4}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1};$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} 2x;$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{a^x - a^{-x}};$

14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{(e^{2x} - 1)^2};$

16) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x^2)}{\operatorname{tg}^2 10x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = t^4 - t^2$ и $\beta(t) = 2\sin^3 4t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\sqrt{4-x} - 2 \sim \frac{x}{4}$.

Вариант №14

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - 2x^4 + x}{x - 2x^6};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 10x + 21}{2x^2 + 5x - 3}; x_0 = -3, x_0 = 2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{14x}{\operatorname{arctg} 2x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{1}{2}.$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{4x}{\sqrt{1 + 4x} - 1};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 3}{4x^5 + 5x - 2};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 3}{x - 5};$

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - 4x^3}{\ln x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x;$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{2x^2 - x + 1} \right)^{x-1};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{5x} \operatorname{ctg} \frac{1}{3x};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{arcsin}^2 x}{\sin^3 2x};$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{5x+1}}{\cos \left[\frac{\pi(x+3)}{2} \right]};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)};$

16) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e};$

17) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{\operatorname{arctg}(x - 2)};$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x^4)}{\sqrt[5]{1 - 3x^4} - 1};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = \operatorname{tg}^2(x^2 - 3x)$ и $\beta(x) = x^2 - 3x$ при $x \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $t \rightarrow 0$ $e^{\operatorname{tg} x} - 1 \sim t$.

Вариант №15

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3 - x}{x - 8x^2 - 5x^4};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - 5x + 6}; \quad x_0 = 2, \quad x_0 = 3.$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}; \quad x_0 = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 4x)(\ln(x+1) - \ln x);$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 - 5x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2}{2x^3 - 5x + 3};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg} \frac{x}{2};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -4} (13 + 3x)^{\frac{x}{x^2 - 16}};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x^2}{\operatorname{tg}^2 5x};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{8x} \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{x};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \ln(1 - 7x)}{3 \operatorname{arctg} 4x};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[7]{1 + x^4 - x^2} - 1}{\arcsin(x^3 - 4x)};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{\sin 3x};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{lncos} 2x}{\operatorname{lncos} 4x};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\sin \pi x};$$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt{9+t} - 3$ и $\beta(t) = 4t$ при $t \rightarrow 0$.

3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\operatorname{tg} x - \sin x \sim \frac{x^3}{2}$.

Вариант №16

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{3x^2 + 5x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6}$; $x_0 = 3$, $x_0 = -1$.

3) $\lim_{y \rightarrow y_0} \frac{y^2 \operatorname{ctg} 4y}{\sin 3y}$; $y_0 = 0$, $y_0 = \frac{\pi}{4}$.

4) $\lim_{x \rightarrow 2} (7 - 3x)^{\frac{4}{x-2}}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 5x - 2}{4x^4 - 2x + 1}$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{1 - 3x^3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}$;

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} 2x}{x^3}$;

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - 2x^2}{5 - 2x^2} \right)^{x^2 + 4}$;

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x \cdot \operatorname{tg} x} - 1}{e^{-x^2} - 1}$;

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{3x} \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{2x}$;

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 5x^2}{\ln(1+x^3)}$;

14) $\lim_{x \rightarrow 2} \operatorname{tg} \pi x \cdot \operatorname{ctg} 2\pi x$;

15) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin^2(x-3)}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$;

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 4}{\ln(x-1)}$;

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \cdot \operatorname{tg} 3x}$;

18) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^x - e^\pi}{\sin 5x - \sin 3x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha = \operatorname{tg}(t^2 - 2t)$ и $\beta = t^4 - 8t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\frac{3x}{1+x^2} \sim \frac{3x+x^2}{1-x}$.

Вариант №17

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-2x^2}{3x-2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2+2x-8}{2x^2+7x-4}; \quad x_0 = -4, \quad x_0 = 1.$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x^2}; \quad x_0 = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 4} (9-2x)^{\frac{3}{4-x}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1-\sqrt{x-4}}{(x-5)(x+5)};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x^2-3x+1};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-4x^3+5}{x^2-3x+1};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \ln x \cdot \operatorname{tg} 4x;$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+17}{4x-21} \right)^x;$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2^x - 32}{e^{x-4} - e};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(x-3)}{x^2-4x+3};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \arcsin x}{1-\cos x};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt[4]{10-3x}-\sqrt{2}};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x}-1}{\sin \left[\pi \left(\frac{x}{2} + 1 \right) \right]};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{5}{2x};$$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \cos t - \cos^3 t$ и $\beta(t) = 3t^2$ при $t \rightarrow 0$.

3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \frac{2}{\sqrt{4+x}} \sim \frac{x}{8}$.

Вариант №18

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x^2 - 3}{1 - 3x^3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 8x + 15}{2x^2 + 5x - 3}; x_0 = -3, x_0 = 2.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{x^2}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{8}.$

4) $\lim_{n \rightarrow 1} (7 - 6n)^{\frac{n}{3n-3}};$

5) $\lim_{y \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2y-1} - \sqrt{5}}{y-3};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x^3 - 3x + 1}{3x^2 - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^4 + 2}{5x^5};$

8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{2x+1} - 3};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{\operatorname{ctg} x}{x} \right);$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x + 4) [\ln(3x + 17) - \ln(3x + 2)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + 2x) \operatorname{ctg} \left[\pi \left(\frac{x}{2} + 1 \right) \right];$

12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x+3} - e^{x^2+1}}{3^{2x} - 3^{x+2}};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x;$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos 4x}{x \cdot \operatorname{arctg} 2x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos \left[\frac{\pi(x+1)}{2} \right]};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = 3t^2 - t^3$ и $\beta(t) = \frac{3t}{2-t}$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \cos^4 x \sim 2x^2$.

Вариант №19

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + x - 2}{3x^3 + 2x - 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - x - 1}; \quad x_0 = 1, \quad x_0 = -1.$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\arcsin 2x}{x}; \quad x_0 = 0, \quad x_0 = \frac{1}{2}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2}{2-x}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - 3x^2 + 2x - 1};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x - 7};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\operatorname{arctg} 5x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+19}{5x-2} \right)^{3-x};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin[\pi(x+1)]}{\ln(1+10x)};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} 4^x \sin \frac{1}{4^x};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{arctg}(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}} - e};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2 - x - 6};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cos \left(\frac{\pi}{2} + 3x \right)}{\operatorname{arctg} 3x^2};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 10x - \cos 2x}{e^{x^2} - 1};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x};$$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = x^3 - 3x^2$ и $\beta(x) = \frac{2x^3}{7+x}$ при $x \rightarrow 0$.

3. Доказать, что при $t \rightarrow 0$ $1 - \frac{2}{2+t} \sim \frac{t}{2}$.

Вариант №20

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 - 3x^3 + 1}{2x^5 - 4x^6 + 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 5x + 6}; x_0 = 2, x_0 = -3.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} 6x \cdot \operatorname{ctg} 4x; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{2x} - 2};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x^2 + 1}{2 - 3x + 5x^3};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4}{3x^3 - 2x + 1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{\sqrt{2x+5} - 3};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{x^2};$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 2) [\ln(5x^2 - 4) - \ln(5x^2 + 7)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin[2\pi(x+10)]};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(3^{\frac{1}{x}} - 1 \right);$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x};$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{\ln(1-3x)};$

15) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x^2-9} - 1}{x^2 - 4x + 3};$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{\sqrt[5]{x} - 1};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^{x^2-4} - 1}{\operatorname{tg} \ln \frac{x}{2}};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = 1 - \cos 6t$ и $\beta(t) = t \sin 3t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\sqrt[3]{1+2x} - 1 \sim \frac{2x}{3}$.

Вариант №21

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-4x}{6x-5};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2-14x-5}{x^2-8x+15}; \quad x_0 = 5, \quad x_0 = -1.$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x}; \quad x_0 = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-2} \right)^x;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x^2 - 4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x^4 + 6x^5}{2 - 2x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x - 2}{5x^5 - 2x^4 + 3};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin 3x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -5} (6+x)^{\frac{x+1}{x^2-25}};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{3^{-4x} - 1};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x;$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\arcsin(x-5)}{x^2 - 7x + 10};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{x^3 + 1} - 1}{\ln(1+x^3)};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\operatorname{tg}[\pi(2+x)]};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3-x) - \ln 3}{x};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{5x-3} - e^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x};$$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt{25-t} - 5$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.

3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\frac{x^5 - x^4}{x+2} \sim \frac{x^4}{2}$.

Вариант №22

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 5x^2 - 3}{5x^4 - 2x^3 - 4x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - x - 1}$; $x_0 = 1, x_0 = 3$.

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x$; $x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{12}$.

4) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2x}{x^2 - 4}}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x^2 - 6x - 7}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5}{2x^3 + 3x^2 - 1}$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x + 1}{3 - 2x^2 + x^3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{\sqrt{5+x} - 2}$;

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 8x}$;

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (7x + 11) [\ln(3x + 4) - \ln(3x - 11)]$;

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{4x} - 1)^2}{1 - \cos 3x}$;

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} \operatorname{ctg} \frac{7}{x}$;

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x \cdot \operatorname{tg}^2 x)}{\sqrt[4]{1 + x^4} - 2x^3 - 1}$;

14) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{\arcsin(x - 3)}$;

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{\cos 7x - \cos 5x}$;

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$;

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x^2}{\operatorname{tg} 2x \cdot \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)}$;

18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin x - \sin 2}{\sin \ln(x - 1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \cos 3t - \cos 7t$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $3 - \sqrt{9+x} \sim -\frac{x}{6}$.

Вариант №23

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + x^2 - 8}{x^2 + 7x^4 + 9};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 9x + 10}; x_0 = -2, x_0 = 3.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{x^2}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{9}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x} \right)^{2x};$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 6x + 5};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^3 - 4};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x^3 - 1}{x^{12} + 4};$

8) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1 - \sqrt{x-4}}{2 - \sqrt{2x-6}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\arcsin 3x};$

10) $\lim_{x \rightarrow 6} (7-x)^{\frac{1+x}{x^2-5x-6}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin^2 x}{\operatorname{tg}^3 2x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{x};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x^2}{2}}{\ln^2 \left(1 - \frac{x}{3} \right)};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{\sin(x-1)};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sqrt[5]{1+2x} - 1};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x^3}{x(\cos 7x - \cos 5x)};$

18) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{e^{\sin 2x} - 1};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = t \cdot \operatorname{tg}^2 t$ и $\beta(t) = 3t \sin t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\sin 5x + \sin x \sim 6x$.

Вариант №24

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^2 + 1}{2x^4 - 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4x - 5}{2x^2 + 5x + 3}; x_0 = -1, x_0 = 4.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos 7x - \cos 2x}{x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{3}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x;$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 4};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{2x^3 + 2x - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 2x + 1}{x + 2};$

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - \sqrt{x+11}}{2 - \sqrt{x+6}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\ln \sqrt{x}};$

10) $\lim_{x \rightarrow -6} (13 + 2x)^{\frac{5}{36-x^2}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x \sin x} - 1}{3^{x^2} - 1};$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{7^x - 25^x};$

14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}};$

15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x-2)}{x^3 + x^2 - 4x - 4};$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 3\pi x}{\sqrt{10-x} - 3};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$

18) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{tg} \frac{1}{2x};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sin t^3$ и $\beta(t) = t^2$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\sqrt[3]{x+27} - 3 \sim \frac{x}{27}$.

Вариант №25

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x^2-4x+1}$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-4x-5}{3x^2-14x-5}$; $x_0 = 5$, $x_0 = -2$.

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1-\cos 2x}{3x^2}$; $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-9}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-2x^2-1}{2-x+2x^2-4x^3}$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2x-1}{5x+3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$;

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{\sin 5x}$;

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (25x-13) \ln \frac{3x-11}{3x+14}$;

11) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$;

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{tg} \frac{4}{x}$;

13) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2-5x+6}$;

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg} x$;

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x-3^x}{e^{-2x}-1}$;

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin \pi(x+7)}$;

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 4x}{\cos 3x - \cos 5x}$;

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}-x-1}{\sin(x-1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt{\operatorname{tg} t}$ и $\beta(t) = t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 1$ $\frac{x-1}{1+x^2} \sim \frac{x^3-1}{x+5}$.

Вариант №26

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 - 5x^2 + 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{9+x} - 2}{x^2 - 25};$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4x - 12}{2x^2 + 9x + 10}; x_0 = -2, x_0 = 3.$

4) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x}{\arcsin 5x}; x_0 = 0, x_0 = \frac{\pi}{5}.$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-4} \right)^{3x};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3x + x^2}{x + 5};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 4}{5x^4 - 3x^2 + 4};$

8) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3 - \sqrt{x^2 - 7}}{2 - \sqrt{8 + x}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\cos 2x - 1};$

10) $\lim_{x \rightarrow 7} (15 - 2x)^{\frac{1}{x^2 - 7x}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{In} \cos 5x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{3}{x^2};$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 1}{\operatorname{arctg}(2x - \pi)};$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x-5} + \sqrt[3]{5}}{\arcsin 4x};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{3x} - 2^x}{1 - e^{2x}};$

16) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + \cos 4x}{x^3 - \pi^3};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \frac{3x}{2}}{\operatorname{In}(1 - 7x)};$

18) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 4x - 4 \sin x}{e^{\cos \frac{x}{2}} - 1};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \operatorname{tg} t^3$ и $\beta(t) = t^2 \sin 2t$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $1 - \cos^3 2x \sim \frac{3}{27} \operatorname{tg}^2 2x$.

Вариант №27

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{3x^3 + 5x^2 - 1};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}; x_0 = -2, x_0 = 3.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}; x_0 = \frac{\pi}{4}, x_0 = 0.$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{3}{x^2 - 1}};$

5) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{ax} - x}{x - 2};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 5}{-2x + 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x}{2 + 5x};$

8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \sqrt{x - 3}}{2 - \sqrt{x}};$

9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos \frac{\pi x}{6}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi x}{12}};$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x + 1) \left[\ln(x^2 - 3) - \ln(x^2 + 4x - 2) \right];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{7^x - 4^x};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(e^{-\frac{1}{x^2}} - 1 \right);$

13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6 + x} - 2}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{x}};$

14) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin 6x \cdot \operatorname{ctg} 21x;$

15) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + \cos 4\pi x}{x^3 - 6x + 5};$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4\sqrt{x})}{\arcsin 7x};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{\arcsin 3x};$

18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \pi x}{x^2 - 4};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = \sqrt[3]{\arcsin^2 t}$ и $\beta(t) = \frac{t}{t-1}$ при $t \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ $\arcsin x \ln(1 + 3x) \sim x\sqrt{xt} \operatorname{tg} 3\sqrt{x}$.

Вариант №28

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-4x^3}{2x+3x^2+5x^3};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2+x-2}{x^2+2x}; x_0 = -2, x_0 = 5.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}; x_0 = \frac{1}{2}, x_0 = 0.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x} \right)^{\frac{x}{2}};$

5) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4-2x^3-2}{x^2+3};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{5x^3+2x-1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-7x-4}{2x^2-13x+20};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 3x;$

10) $\lim_{x \rightarrow 7} (2x-13)^{\frac{1}{7x^2-x^3}};$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^3(1+2x)}{\operatorname{tg} x^2 \cdot \arcsin 5x};$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4};$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{2^{3x}-2^{-x}};$

14) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin \ln(4x+5)}{x^3+3x-2};$

15) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(1 - 3^{\frac{1}{x^2}} \right);$

16) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^3 5x}{\cos^2 3x};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5-x^3}{\operatorname{arctg}(5x^2)};$

18) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2-\sqrt{13+3x}}{x^2-9};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = \frac{1-x^2}{1+x^3}$ и $\beta(x) = \frac{\sin(x-1)}{\cos \pi x}$ при $x \rightarrow 1$.3. Доказать, что при $t \rightarrow 0$ $1 - e^{\operatorname{tg} 5t} \sim -5\sqrt{t} \sin t$.

Вариант №29

1. Найти пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-4x^4}{2x+3x^2-5x^4};$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-x-2}{x^3+1}; x_0 = -1, x_0 = 3.$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}; x_0 = \pi, x_0 = \frac{\pi}{4}.$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{\sqrt{3x}-3};$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{2}{x}};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+3x^2-2x}{-3x^2+1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+1}{x};$

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3-x}}{x+2};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 6x \cdot \operatorname{ctg} x;$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1-2x)[\ln(3x+19)-\ln(3x-10)];$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt[3]{1+5x^2}}{\ln(1+x \sin x)};$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \frac{4}{x^2} (e^{x^2} - 1);$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} \frac{25x^2-4}{\sin(5x-2)};$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x-8}{\sqrt{6-x}-\sqrt{5+x}};$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{-x}}{\arcsin 4x};$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(3x-2)}{2\sqrt{3+x^2}-4};$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{5};$

18) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x + 3 \sin 4x}{\cos 5x - \cos 3x};$

2. Сравнить б. м. $\alpha(x) = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}$ и $\beta(x) = 3x \sin x$ при $x \rightarrow 0$.3. Доказать, что при $t \rightarrow \pi$ $1 + \cos^3 t \sim \frac{3}{2}(\pi - t)^2$.

Вариант №30

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 2x^3}{4 + 2x - 3x^2 + 5x^3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{2x^2 + 3x + 1}; \quad x_0 = -1, \quad x_0 = 1.$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}; \quad x_0 = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{x^2 - 3};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{3x^2 - 5x + 1};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 5x^2 - 6x - 16};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\arcsin 3x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} (7x + 8) \ln \frac{15x + 4}{15x - 3};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + x \sin x} - 1};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{7}{x} \operatorname{ctg} \frac{1}{5x};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \arcsin^2 5x}{\ln^3(1 - 4x)};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\operatorname{tg} 7\pi x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x-2)}{x^2 - 7x + 12};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x + 1}{\cos 5x};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5-4x} - \sqrt[3]{5x-4}}{x \operatorname{arctg} 3x};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x^2}{\cos 5x - \cos x};$$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t) = 1 - \cos^4 t$ и $\beta(t) = t \cdot \operatorname{tg} 3t$ при $t \rightarrow 0$.

3. Доказать, что при $x \rightarrow 2$ $\frac{x-2}{x^2+3} \sim \frac{x^2-3x+2}{x+5}$.