

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ С  
РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ  
ПЕРЕМЕННЫМИ.  
ОДНОРОДНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ**

**Вариант №1**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $2xdx - 2ydy = x^2 ydy - 2xy^2 dx;$

2)  $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y;$

3)  $y' = \frac{3y - 2x + 1}{3x + 3}, y(0) = 1;$

4)  $(1 + y)(e^x dx - e^{2y} dy) - (1 + y^2)dy = 0;$

5)  $(x + y)dy + (2x - y)dx = 0;$

6)  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x};$

7)  $(1 - e^x)yy' = e^x, y(0) = 1.$

**Вариант №2**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $x^2 dy + (y - 2)dx = 0;$

2)  $(x + 2y)dx - xdy = 0;$

3)  $\sqrt{5 + y^2} dx + 4(x^2 y + y)dy = 0;$

4)  $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y;$

5)  $y' = \frac{x + y - 4}{x - 2}, y(1) = 2;$

6)  $y' = \frac{2x}{3y}, y(0) = 1;$

7)  $(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1.$

**Вариант №3**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $2e^x \operatorname{tg} y dx + (1 + e^x) \sec^2 y dy = 0;$

2)  $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y';$

3)  $xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx;$

4)  $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}, y(2) = 1;$

5)  $y' = \frac{x + 7y - 8}{9x - y - 8};$

6)  $xy' = xe^{y/x} + y, y(1) = 0;$

7)  $y' = 3 + y^2.$

**Вариант №4**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $ye^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0;$

2)  $(x - y \cos \frac{y}{x}) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0;$

3)  $\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0;$

4)  $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, y(1) = 2;$

5)  $(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1;$

6)  $y' = \frac{x + 8y - 9}{10x - y - 9};$

7)  $y'(x^2 + 2) = y.$

**Вариант №5**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $x(y^2 + 1)dx + y^2(x^4 + 1)dy = 0;$

2)  $yy' = -\frac{2x}{\cos y};$

3)  $xy' = xe^{y/x} + y, y(1) = 0;$

4)  $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0;$

5)  $y' = \frac{1 - 3x - 3y}{1 + x + y};$

6)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y^2 + 1};$

7)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, y(-1) = 1.$

**Вариант №6**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $y'(x^2 - 4) = 2xy, y(0) = 1;$

2)  $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x};$

3)  $\sqrt{4 - x^2} y' + xy^2 + x = 0;$

4)  $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy};$

5)  $y' = \frac{x + 3y + 4}{3x - 6};$

6)  $3yy' = x, y(0) = 3;$

7)  $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0.$

**Вариант №7**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $y' - xy^2 = 2xy, y(0) = 1;$

2)  $y' = \sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x};$

3)  $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0;$

4)  $y' = \frac{x+y}{x-y};$

5)  $y' = \frac{x-2y+3}{-2x-2};$

6)  $xy' = 2y, y(2) = 2;$

7)  $(1+e^x)yy' = e^x.$

**Вариант №8**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $y' = 3y^{2/3}, y(2) = 0;$

2)  $x dy = \left( x \cos^2 \frac{y}{x} + y \right) dx;$

3)  $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0;$

4)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6;$

5)  $y' = \frac{2y-2}{x+y-2}, y(3) = 2;$

6)  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x};$

7)  $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x.$

**Вариант №9**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $xydx + \sqrt{1-x^2} dy = 0;$
- 2)  $x^2 + y^2 + xy y' = 0;$
- 3)  $y' = 2\sqrt{y} \ln x, y(e) = 1;$
- 4)  $(x^2 + xy)y' = x\sqrt{x^2 - y^2} + xy + y^2;$
- 5)  $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0;$
- 6)  $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2};$
- 7)  $y' = \frac{3y - x - 4}{3x + 3}, y(2) = 1.$

**Вариант №10**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $\frac{1 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + 3x - 1}} = \frac{y - 1}{x + 1} y';$
- 2)  $\sin^2 y \operatorname{tg} x dx + \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4};$
- 3)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x};$
- 4)  $y^2 + x^2 y' = xy y', y(3) = 4;$
- 5)  $y' = \frac{x + y}{x - y};$
- 6)  $y' \sqrt{1 - x^2} = 1 + y^2;$
- 7)  $(1 - x^2) dy = (xy + xy^2) dx.$

**Вариант №11**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) 
$$\frac{4 + y^2}{\sqrt{x^2 + 4x + 13}} = \frac{3y + 2}{x + 1} y';$$

2) 
$$\sec^2 x \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \operatorname{tg} x dy = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4};$$

3) 
$$2(x + y)dy + (3x + 3y - 1)dx = 0;$$

4) 
$$y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x};$$

5) 
$$x dy = (y + \sqrt{x^2 + y^2}) dx;$$

6) 
$$\frac{dy}{dx} = y \operatorname{tg} x;$$

7) 
$$xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right), y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

**Вариант №12**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1) 
$$dy + y \operatorname{tg} x dx = 0, y(\pi) = 2;$$

2) 
$$2yx^2 dy = (1 + x^2) dx;$$

3) 
$$(2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2 y) dy = 0;$$

4) 
$$x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0;$$

5) 
$$y' = \frac{y + x - 2}{3x - y - 2}, y(2) = 3;$$

6) 
$$y' = (y - 1)x;$$

7) 
$$(\sqrt{xy} - \sqrt{x}) dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y}) dy = 0.$$

**Вариант №13**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $xy' = 2(y - \sqrt{xy});$

2)  $y' = \frac{x + y - 2}{y - x - 4}, y(1) = 1;$

3)  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x};$

4)  $xy' = y \ln \frac{x}{y};$

5)  $y' \operatorname{ctgx} = y;$

6)  $y' = e^{x+y};$

7)  $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0, y(1) = 0.$

**Вариант №14**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(1 + e^x)y' = ye^x;$

2)  $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy;$

3)  $xy' = y \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1;$

4)  $y'x^3 = 2y, y(2) = 3;$

5)  $xy' = \frac{4y^3 + 14yx^2}{2x^2 + 7x^2};$

6)  $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3};$

7)  $yy' = -\frac{x}{2}.$

**Вариант №15**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $x\sqrt{4+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0;$

2)  $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8, y(1) = 0;$

3)  $y' = \frac{2x+y-3}{x-1};$

4)  $x^2y' + y^2 = 0, y(-1) = 1;$

5)  $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x};$

6)  $(1+e^x)yy' = e^x;$

7)  $xy' = 2y.$

**Вариант №16**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(xy^2 + x)dy + (x^2y - y)dx = 0, y(1) = 1;$

2)  $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0;$

3)  $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0;$

4)  $y' = \frac{x+2y-3}{2x-2};$

5)  $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y;$

6)  $y'tgx = y, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$

7)  $(2x - y)dx + (2y - x)dy = 0.$

**Вариант №17**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $20xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 5xy^2 dx;$

2)  $y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy};$

3)  $(1 + y^2)dx - xydy = 0, y(1) = 0;$

4)  $y^2 + x^2 y' = xy y';$

5)  $y' = \frac{x + y - 2}{2x - 2};$

6)  $y' = y - xy, y(1) = 2;$

7)  $(3 + e^x)yy' = e^x.$

**Вариант №18**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $xy' + y = y^2;$

2)  $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}, y(0) = 1;$

3)  $xdy - ydx = ydy;$

4)  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x};$

5)  $(xy' - y)\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x, y(1) = 0;$

6)  $(x + xy^2)dx + (1 + x^2)dy = 0;$

7)  $y' = \frac{2x + y - 3}{4 - x - \frac{y}{2}}.$

**Вариант №19**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}y' = 0;$
- 2)  $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0, y(1) = 1;$
- 3)  $(3y^2 + 3xy + x^2)dx = (x^2 + 2xy)dy;$
- 4)  $y' + \frac{x \sin x}{y \cos y} = 0;$
- 5)  $x^2 dy = (y^2 + xy)dx;$
- 6)  $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x;$
- 7)  $\frac{yy'}{x} = e^y, y(1) = 0.$

**Вариант №20**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $x + xy + y'(y + xy) = 0;$
- 2)  $(\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0, y(1) = 1;$
- 3)  $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0;$
- 4)  $y' = \frac{2y + x}{2x - y};$
- 5)  $y' = \frac{3y + 3}{2x + y - 1};$
- 6)  $xy' = 2y, y(1) = 0;$
- 7)  $y \ln y = xy'.$

**Вариант №21**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0;$

2)  $(1 - e^x)yy' = e^x, y(0) = 1;$

3)  $y' = \frac{2y + x + 1}{2x + 4y + 3};$

4)  $y' = -\frac{y + x}{x};$

5)  $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0;$

6)  $y' = -\frac{y}{x}, y(1) = 1;$

7)  $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x.$

**Вариант №22**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0, y(1) = 1;$

2)  $\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0;$

3)  $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx;$

4)  $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, y(1) = 2;$

5)  $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x;$

6)  $y' = 1 + y;$

7)  $xy' = y \left( \ln \frac{y}{x} - 3 \right).$

**Вариант №23**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $\ln \cos y dx + x \operatorname{tg} y dy = 0;$

2)  $x^2 y' + y = 0, y(0) = 1;$

3)  $xyy' = y^2 + 2x^2;$

4)  $y' = \frac{x + y - 2}{y - x - 4}, y(1) = 1;$

5)  $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2};$

6)  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2;$

7)  $xy' \sin \frac{y}{x} - y \sin \frac{y}{x} = x.$

**Вариант №24**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0, y(4) = 0;$

2)  $(x - 1)y' + y = 0;$

3)  $y' \operatorname{tg} x = y;$

4)  $(x - 2y + 3) dy + (2x + y - 1) dx = 0;$

5)  $(x^2 - 3y^2) dx + 2xy dy = 0;$

6)  $e^{1+x^2} \operatorname{tg} y dx - \frac{e^{2x}}{x-1} dy = 0, y(1) = \frac{\pi}{2};$

7)  $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x.$

**Вариант №25**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(y^2 + 3xy + 4x^2)dx + (x^2 + 3xy + 4y^2)dy = 0;$

2)  $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x;$

3)  $(x - y + 4)dy + (x + y)dx = 0;$

4)  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2, y(0) = 1;$

5)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, y(1) = 0;$

6)  $x(1 + y^2) + y(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 0;$

7)  $\frac{dy}{dx} = xy^2 + 2xy.$

**Вариант №26**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(xy - 4x + y - 4)dx + (xy - 4x + 3y - 12)dy = 0;$

2)  $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0;$

3)  $y' - xy^2 = 2xy, y(0) = 1;$

4)  $y' = \sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x};$

5)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, y(1) = 0;$

6)  $y' = 2\sqrt{y} \ln x;$

7)  $\frac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0.$

**Вариант №27**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $x + yx + y(1 + x)y' = 0;$

2)  $(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1;$

3)  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x};$

4)  $(x - 2y + 3)dy + (2x + y - 1)dx = 0;$

5)  $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0, y(2) = 1;$

6)  $y' = 3y^{2/3};$

7)  $e^{-y} \left( 1 + \frac{dy}{dx} \right) = 1.$

**Вариант №28**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1)  $(1 + y^2)dx = xydy, y(2) = 1;$

2)  $(xy - 2x + y - 2)dx + (xy - 4x + 3y - 12)dy = 0;$

3)  $y' = \frac{x + y}{x - y};$

4)  $xyy' = y^2 + 2x^2;$

5)  $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x, y(1) = 0;$

6)  $y' - xy^2 = 2xy;$

7)  $y' = e^{x+y}.$

**Вариант №29**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $y' = e^{x+y} + e^{x-y}, y(0) = 0;$
- 2)  $(1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy;$
- 3)  $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}, y(1) = \frac{\pi}{2};$
- 4)  $(x-y+4)dy + (x+2y+2)dx = 0;$
- 5)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x};$
- 6)  $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{2y};$
- 7)  $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0.$

**Вариант №30**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

- 1)  $xy' = 2(y - \sqrt{xy});$
- 2)  $y' = \frac{x+y-2}{y-x-4}, y(1) = 1;$
- 3)  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x};$
- 4)  $xy' = y \ln \frac{x}{y};$
- 5)  $y' \operatorname{ctg} x = y;$
- 6)  $y' = e^{x+y};$
- 7)  $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0, y(1) = 0.$