РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный
университет путей сообщения МПС России»

Кафедра «Вычислительная техника и компьютерная графика»

Т.В. Хрусталева

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Перейти к Оглавлению

Рекомендовано
Дальневосточным региональным учебно-методическим центром
в качестве учебного пособия для студентов
специальности 210700 «Автоматика, телемеханика и связь
на железнодорожном транспорте», 240100 «Организация
перевозок и управление на транспорте»

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2003

Рецензенты:

Кафедра “Начертательная геометрия и машинная графика” Хабаровского государственного технического университета (Заведующий кафедрой, кандидат технических наук, доцент *Л.Г. Вайнер*)

Доктор педагогических наук, заведующий кафедрой “Изобразительное искусство и начертательная геометрия” Хабаровского государственного педагогического университета, профессор *А.И. Иконников*

Х 955 **Хрусталева, Т.В.** Начертательная геометрия: Учебное пособие / Т.В. Хрусталева. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2003. – 122 с.: ил.

Учебное пособие составлено в соответствии с Государственным образовательным стандартом дисциплины «Инженерная графика», раздел «Начертательная геометрия» для студентов первого курса.

Изложены основы курса ортогонального проецирования. Рассмотрены алгоритмы решения позиционных задач на вербальном, графическом и аналитическом уровнях.

Выделен основной понятийный аппарат, способы действий, которыми необходимо владеть, вопросы для самоанализа; даны различные виды задач, домашних заданий, итоговые расчетно-графические работы, тесты с целью самоанализа усвоения курса «Начертательная геометрия».

Предназначено для студентов первого курса ДВГУПС, обучающихся по специальностям 210700 «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», 240100 «Организация перевозок и управление на транспорте», направлению 657700 «Системы обеспечения движения поездов».

© ГОУ ВПО “Дальневосточный государственный университет путей сообщения МПС России” (ДВГУПС), 2003

Оглавление

Предисловие
Введение
Общие требования и методические рекомендации по изучению курса «Начертательная геометрия»
Методические указания по выполнению практических работ
Глава 1. Метод проекций
§ 1. Геометрические образы
§ 2. Способ проецирования
§ 3. Свойства ортогональных проекций
§ 4. Обратимость чертежа. Метод Монжа
Выводы
Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Глава 2. Проекция точки
§ 1. Система двух взаимно перпендикулярных плоскостей
§ 2. Точка в системе двух плоскостей проекций π_1 и π_2
§ 3. Образование комплексного чертежа (эпюра)
§ 4. Характеристика положения точки в системе π_1 и π_2
§ 5. Система трех взаимно перпендикулярных плоскостей
§ 6. Точка в системе π_1, π_2, π_3
§ 7. Комплексный чертеж и наглядное изображение точки в I–IV октантах
Выводы
Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Способы деятельности, которыми надо уметь пользоваться
Контрольные задания
Практическая работа № 1. Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трех плоскостей проекций
Глава 3. Прямая линия. Проецирование отрезка прямой линии
§ 1. Общие положения
§ 2. Прямая общего положения в системе трех плоскостей проекций π_1, π_2, π_3
§ 3. Прямые частного положения
Прямые уровня
Проецирующие прямые
§ 4. Построение третьей проекции отрезка по двум заданным
§ 5. Способ прямоугольного треугольника. Определение натуральной величины отрезка прямой линии и углов наклона прямой к плоскости проекции.
§ 6. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения
§ 7. Принадлежность точки прямой
Выводы
Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Способы деятельности, которыми надо уметь пользоваться
Контрольные задания
Практическая работа № 2. Определение натуральной величины отрезка прямой
Глава 4. Взаимное положение прямых в пространстве
§ 1. Общие положения
§ 2. Определение видимости прямых относительно плоскостей проекций
Выводы

Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Способы деятельности, которыми необходимо владеть
Практическая работа № 3. Взаимное положение прямых в пространстве
Глава 5. Плоскость
§ 1. Общие положения
§ 2. Способы задания плоскости
§ 3. Положение плоскости относительно плоскостей проекций
§ 4. Условия принадлежности прямой линии плоскости
§ 5. Прямые особого положения в плоскости
§ 6. Принадлежность точки плоскости
Выводы
Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Способы деятельности, которыми необходимо владеть
Глава 6. Взаимное положение двух плоскостей, прямой линии и плоскости
§ 1. Взаимное положение двух плоскостей
Параллельные плоскости
Плоскости пересекающиеся
§ 2. Линия пересечения двух плоскостей общего положения
Практическая работа № 4. Построение линии пересечения двух плоскостей
§ 3. Прямая, параллельная плоскости
§ 4. Пересечение прямой линии с плоскостью общего положения
§ 5. Перпендикулярность прямой и плоскости
§ 6. Перпендикулярность двух плоскостей
Выводы
Вопросы для самоанализа
Основные понятия, которые необходимо знать
Способы деятельности, которыми необходимо владеть
Практическая работа № 5. Построение точки пересечения прямой и плоскости
ТРЕНИНГ УМЕНИЙ
Задачи для самостоятельной работы
Тесты
Заключение
Приложение 1. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В I ОКТАНТЕ.
Приложение 2. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В I ОКТАНТЕ.
Приложение 3. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВО II ОКТАНТЕ.
Приложение 4. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВО II ОКТАНТЕ.
Приложение 5. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В III ОКТАНТЕ.
Приложение 6. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В III ОКТАНТЕ.
Приложение 7. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В IV ОКТАНТЕ.
Приложение 8. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В IV ОКТАНТЕ.
Приложение 9. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ.
Приложение 10. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 3. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ.
Приложение 11. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 4. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ.
Приложение 12. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 5. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.
Краткий словарь специальных терминов и определений
Рекомендуемый библиографический список

Предисловие

Любая цивилизация сильна культурой труда, умением работать. «Информационный взрыв» конца XX века прошлого тысячелетия привел к противоречию между количеством знаний, необходимых для успешной профессиональной деятельности и возможностью их осмысления. Ускорились темпы развития общественного производства, науки, культуры. Через каждые 6–7 лет знания устаревают. Поэтому наше время можно назвать веком образования. Система образования обеспечивает человека знаниями, позволяющими ему вписываться в создаваемый им мир, прогнозировать дальнейшее развитие этого мира и своего места в нем.

Объективные закономерности общественного развития: научно техническая революция, информационный взрыв, внедрение новых технологий, возрастание роли творческих элементов в различных областях человеческой деятельности – диктуют необходимость повышения интеллектуального потенциала каждого человека, развития инновационного стиля мышления, нестандартных способов осуществления любой деятельности каждого человека способного самостоятельно воспринимать и оценивать новую информацию, принимать решения, генерировать новые идеи.

Творческие умения человека развиваются посредством разнообразных приемов и методов обучения при активном использовании имеющихся знаний и умений в конкретной учебной деятельности.

Человеческое общество знает множество способов передачи информации, одним из которых является графическое изображение. Задачи строительства различных сооружений, крепостных укреплений, жилья, храмов, требовали предварительного построения изображений этих сооружений. Поэтому, зародившись в глубокой древности, различные способы построения изображений по мере развития материальной жизни общества претерпевали глубокие изменения. От примитивных изображений, передававших геометрические формы изображаемых объектов лишь весьма приближенно, постепенно совершался переход к составлению проекционных чертежей, отражающих их геометрические свойства.

Первые попытки проекционных изображений уходят своими истоками в отдаленные времена жизни народов – еще до нашей эры. Одним из наиболее древних письменных произведений, дошедших до нас, является трактат римского архитектора Марка Витрувия (I век до н. э.) “Десять книг об архитектуре”. В этом произведении применение горизонтальных и фронтальных проекций дается как нечто уже известное. В этом же произведении Витрувий рассматривает вопросы, относящиеся к построению перспективных изображений.

После упадка и застоя в Средние века в эпоху Возрождения начинается новый расцвет культуры.

К концу 17 века был накоплен большой опыт по теории и практике изображения пространственных предметов на плоскости. Это позволило французскому геометру Гаспару Монжу (1746–1881) систематизировать и обобщить весь материал и издать научный труд под названием «Начертательная геометрия».

В своем труде Монж успешно решает проблему получения изображения на плоскости, которое позволило, во-первых, передавать информацию о форме и размерах предмета без искажения, а во-вторых, добиться однозначности и взаимозаменяемости получения изображений. Другими словами, на основе созданной им теории можно построить изображение любого предмета и, наоборот, по изображению предмета (эскиз, чертеж, рисунок) выполнить его в натуре.

Предлагаемое учебное пособие по начертательной геометрии включает основополагающие разделы курса, предусмотренные учебной программой, содержит краткие теоретические положения, различные виды заданий и задач и алгоритмы их решения. После каждого раздела даются вопросы для самоанализа, основные понятия и

способы деятельности, которые необходимо знать студенту и уметь ими пользоваться, а также расчетно-графические работы.

Для лучшего усвоения учебного материала имеется тренинг умений, который включает задачи для самостоятельного выполнения по каждой главе и заключительное тестирование по всему курсу. Кроме того, для удобства пользования учебное пособие снабжено кратким словарем специальных терминов и определений.

Автор выражает признательность и благодарность редактору Долгавиной Э.Г. за неоценимую помощь в процессе подготовки к изданию настоящего пособия.

Введение

Графическая деятельность требует выполнения ряда мыслительных и познавательных действий, качественное воплощение которых осуществляется при наличии у обучающихся способностей к восприятию различных средств графической информации, ее переработке, переосмыслению, анализу целостности восприятия. Все это позволяет создать образы реально существующего или задуманного объекта, или явления с последующим его отображением в виде чертежа, рисунка, схемы, графика и т.д.

Уровень графической подготовки человека сейчас определяется не столько техникой графических изображений, а тем, насколько он готов к мыслительным преобразованиям этих изображений и насколько развита подвижность образного мышления, а также уровень пространственных представлений, которые являются одним из показателей общего умственного развития.

Начертательная геометрия как наука изучает вопросы отображения геометрических образов на плоскость.

Под геометрическими образами понимают точки, линии (прямые и кривые), поверхности, плоскости. Совокупность этих образов дает любую пространственную форму (деталь, конструкцию, сооружение).

Полученное изображение на плоскости называют чертежом. По образному выражению В. Курдюмова, чертеж – язык техники, а начертательная геометрия – грамматика этого языка.

Отсюда цели и задачи курса начертательной геометрии, в результате изучения которого **студент должен знать**:

– правила составления, чтения и выполнения чертежа;

– правила, приемы и способы графического решения задач, связанных с пространственными формами;

уметь:

– строить изображения пространственных форм на плоскости, то есть составлять чертеж;

– решать графическим способом на чертеже ряд пространственных задач.

Общие требования и методические рекомендации по изучению курса «Начертательная геометрия»

Приступая к изучению курса “Начертательная геометрия”, студенты должны помнить, что в предлагаемом учебном пособии изложены только основные теоретические положения. Поэтому для более детального изучения прорабатываемого материала необходима систематическая работа с рекомендуемой литературой.

Учебное пособие построено таким образом, что в конце каждой главы содержатся выводы по изученным темам, даются вопросы для самоанализа и заключительные практические работы, выделены основные ключевые понятия и виды деятельности, которые студент должен знать, уметь владеть и пользоваться ими. Новый материал сопровождается достаточным количеством подробно разработанных примеров решения задач и упражнений. Решение задач и выполнение чертежей предполагает усвоение способов их выполнения. Для этого учебное пособие содержит алгоритмы выполнения заданий, которые даны в трех уровнях: вербальном (словесном), графическом и аналитическом.

В рабочей тетради, представленной студентом на проверку преподавателю, помимо решенных задач, должны быть записи основных теоретических положений и записи последовательности производимых на чертеже операций с помощью символов, то есть

должны быть составлены алгоритмы их решения (комбинирование известных способов деятельности, выбор оптимального варианта).
На последнем практическом занятии студент получает допуск к экзамену при условии, что все пять расчетно-графических работ (рекомендации по выполнению которых будут даны ниже), а также решенные задачи, выполненные по надлежащим правилам, будут сданы.

Методические указания по выполнению практических работ

1. В первом семестре выполняется пять практических работ (*ПР*), которые сдаются по мере изучения тем курса «Начертательная геометрия».

2. Каждый студент выполняет свой вариант, выданный преподавателем.

3. Чертежи выполняются на листах чертежной бумаги формата А4, (*210 x 297* мм). Можно использовать масштаб.

4. Каждый лист оформляется рамкой и надписью по форме, приведенной в прил. 1.

Все надписи, как и отдельные обозначения в виде букв и цифр, должны быть выполнены стандартным шрифтом размером *3,5* и *5*. Условия задач и все геометрические построения выполняются карандашом при помощи чертежных инструментов. На тщательность построения должно быть обращено особое внимание. Небрежное выполнение построений не только снижает качество чертежа, но и приводит к неправильным результатам.

Глава 1
Метод проекций

Начертательная геометрия является наивысшим средством развития той таинственной способности человеческого духа, которая зовется воображением и которая является ступенью к другой царственной способности – фантазии, без которой почти не совершаются великие открытия и изобретения

Н.А. Рынин



[3, гл. 1, § 1–3];
[5, гл. 1, § 6];
[6, гл. 1, § 1–2];
[7, гл. 1, подразделы 1–3]

В основе правил построения изображений, рассматриваемых в начертательной геометрии и применяемых в черчении, лежит метод проекций. Изучение начинается с построения проекций точки, так как при построении изображений любой пространственной формы рассматривается ряд точек, принадлежащих этой форме.

В настоящем учебном пособии приняты следующие буквенно-цифровые обозначения геометрических фигур.

§ 1. Геометрические образы

1. Плоскость проекций:

π – произвольная;
π_1 – горизонтальная;
π_2 – фронтальная;
π_3 – профильная;
S – центр проецирования.

2. Оси проекции:

X – ось абсцисс;
Y – ось ординат;
Z – ось аппликат;

Начало координат – прописной буквой *O*.

1. Точки, расположенные в пространстве, обозначаются прописными буквами латинского алфавита, а также арабскими цифрами:

A, B, C, D,…, L, M, N,
1, 2, 3, 4,…,12, 13, 14,…

2. Линии, расположенные произвольно относительно плоскостей проекций, обозначаются строчными буквами латинского алфавита:

a, b, c,…, l, m, n

Линии уровня обозначаются:

h – горизонталь;
f – фронталь;
p – профильная прямая.

Для прямых линий используются также следующие обозначения:

(A, B) – прямая, проходящая через точки A и B;
[AB] – отрезок прямой, ограниченный точками A и B

3. Плоскости обозначаются прописными буквами латинского и греческого алфавита:

P, Q, R, S, T, Σ , Λ , Θ …

Для обозначения плоскостей уровня используются прописные буквы только греческого алфавита:

Г – горизонтальная плоскость (гамма);
Ф – фронтальная плоскость (фи);
Р – профильная плоскость (ро).

Чтобы выделить способ задания плоскости, указывают ее геометрические элементы, которыми она определяется:

P (Δ ABC) – плоскость P задана треугольником ABC;
Q (a$\cap$ b) – плоскость Q задана пересекающимися прямыми a и b;
R (m II n) – плоскость R задана параллельными прямыми m и n;
S (A,B,C) – плоскость S задана тремя точками.

4. Проекции точек, линий и других геометрических образов обозначаются теми же буквами (или цифрами), что и оригинал, но с добавлением индекса A_1, A_2, A_3 или 1_1, 1_2, 1_3, соответствующего плоскости проекций, на которой они получены:

A_1, B_1, C_1, …, M_1, N_1… – горизонтальные проекции точек;
A_2, B_2, C_2, …, M_2, N_2… – фронтальные проекции точек;
A_3, B_3, C_3, …, M_3, N_3… – профильные проекции точек;
a_1, b_1, c_1, …, m_1,n_1… – горизонтальные проекции линий;
a_2, b_2, c_2, …, m_2,n_2… – фронтальные проекции линий;
a_3, b_3, c_3,…, m_3,n_3… – профильные проекции линий и т. д.

Обозначение отношений между геометрическими образами

Обозначение	Содержание	Пример символической записи
≡	совпадают	(AB) ≡ (CD) – прямая, проходящая через точки A и B совпадает с прямой, проходящей через точки C и D
=	равны, результат действия	|AB| = |CD| – длина отреза AB равна длине отрезка CD
∞	подобны	ΔABC ∞ ΔMNK – подобны
⊥	перпендикулярны	$m \perp P$ – прямая m перпендикулярна плоскости P
||	параллельны	$a \parallel b$ – прямые a и b параллельны
⨪	скрещиваются	$a \nparallel b$ – прямые a и b скрещиваются

Обозначения теоретико-множественные

Обозначение	Содержание	Пример символической записи в начертательной геометрии
∈	является элементом	$A \in m$ – точка A принадлежит прямой m (точка A лежит на прямой m) $b \ni D$ – прямая b проходит через точку D (прямая b содержит точку D)
⊂	включает, содержит	$a \subset Q$ – прямая a принадлежит плоскости Q
⊃	проходит через	$R \supset b$ – плоскость R проходит через прямую b.
∩	пересечение	$a = Q \cap R$ – прямая a есть пересечение плоскостей Q и R $K = l \cap Q$ – точка K есть пересечение прямой l с плоскостью Q
⇒	импликация – логическое следствие	$a \cap b = k \Rightarrow a_1 \cap b_1 = k_1$, если прямые a и b пересекаются в точке K, то горизонтальная проекция точки k_1 является точкой пересечения гори-зонтальных проекций прямых a и b
⇔	эквивалентность	$A \in Q \Leftrightarrow A \in l, l \subset Q$ – точка A принадлежит плоскости Q, если она принадлежит некоторой прямой l, принадлежащей плоскости Q

Сущность метода проецирования заключается в том, что проекция $A\pi$ некоторого геометрического образа A получается в результате пересечения проецирующей линии n, проходящей через точку A с плоскостью проекций π (рис.1.1):

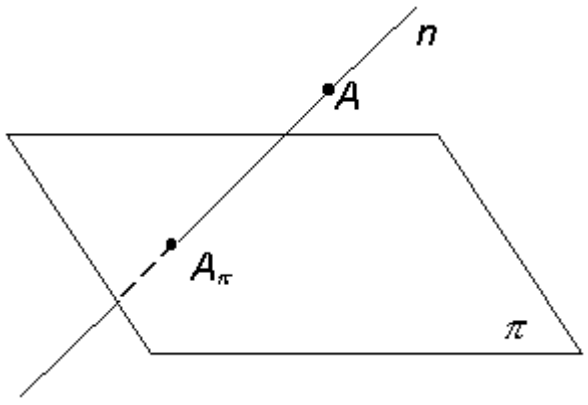


Рис. 1.1

π – плоскость проекций;
A – геометрический образ пространства;
n – проецирующая линия;
$A\pi = n \cap \pi$ I A – проекция геометрического образа пространства на плоскость проекций.

Для получения проекции линии проецируют ряд ее точек с последующим соединением полученных проекций точек (рис. 1.2).

Знание построения проекций точек и линий позволяет перейти к проецированию поверхности тела.

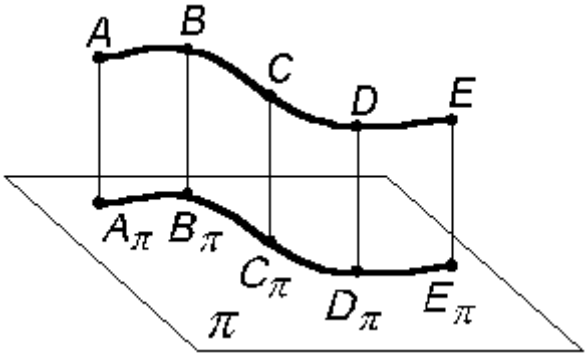


Рис. 1.2

§ 2. Способы проецирования

В начертательной геометрии рассматриваются два основных способа проецирования: центральное и параллельное.

1. Проецирование центральное

Центральным называется проецирование, при котором все проецирующие лучи выходят из одной точки S, называемой центром проецирования. На рис. 1.3 дан пример центрального проецирования, где π – плоскость проекций; S – центр проецирования (точка, не лежащая в плоскости π); A, B, C – точки пространства; $A\pi$, $B\pi$, $C\pi$ – центральные проекции точек A, B, C, на плоскость π : они получаются в пересечении проецирующих лучей SA, SB, SC с плоскостью проекций.

Если для некоторой точки D проецирующий луч окажется параллельным плоскости проекций, то принято считать, что они пересекаются, но в бесконечно удаленной точке. Проекцией точки D будет бесконечно удаленная точка $D\pi$.

Проекции точек (A и B), лежащих на одном проецирующем луче, совпадают ($A\pi \equiv B\pi$) (рис. 1.4).

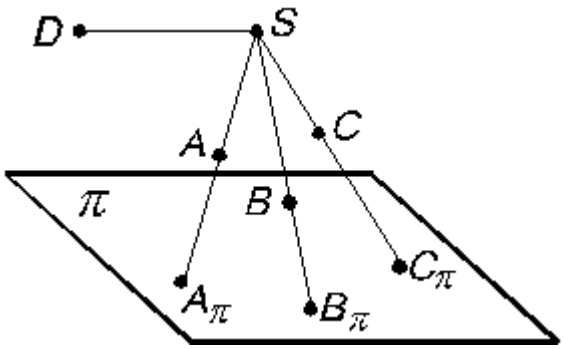


Рис. 1.3

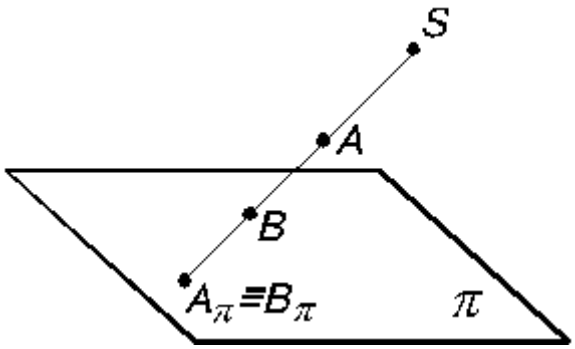


Рис. 1.4

Построение центральных проекций прямой линии AB и кривой MN показано на (рис. 1.5 и 1.6).

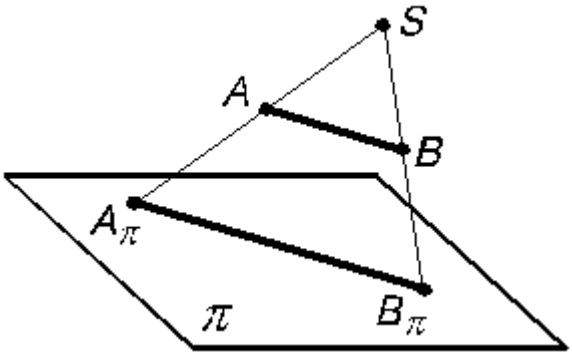


Рис. 1.5

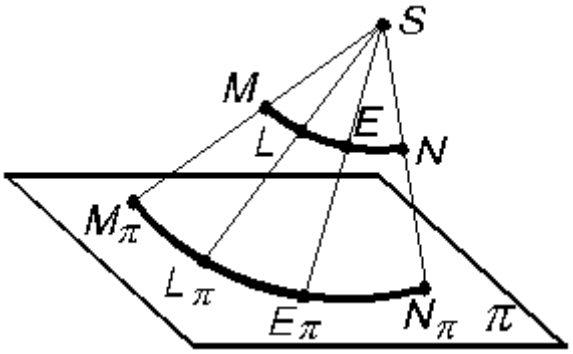


Рис. 1.6

2. Проецирование параллельное

Параллельным называется проецирование, при котором все проецирующие лучи между собой параллельны.

Параллельные проекции могут быть косоугольными (рис.1.7) и прямоугольными (рис. 1.8).

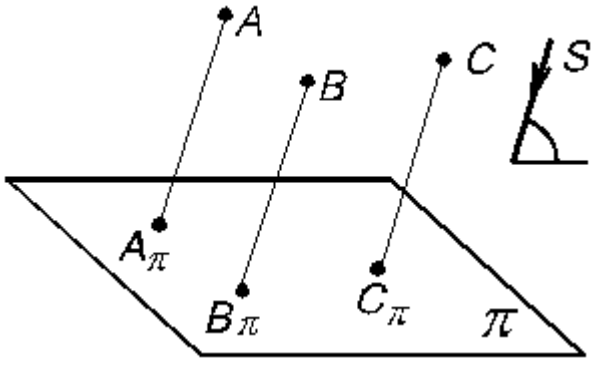


Рис. 1.7

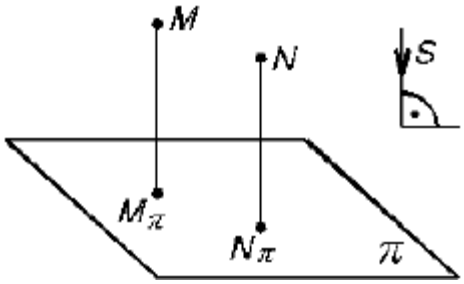


Рис. 1.8

S – направление проецирования.

При косоугольном проецировании проецирующие лучи составляют с плоскостью проекций угол, не равный 90° .

При прямоугольном проецировании проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций (прямоугольное проецирование чаще всего называют ортогональным проецированием).
Каждый из рассматриваемых способов имеет свои преимущества и недостатки. В зависимости от того, для какой цели выполняется чертеж, используется тот или иной способ.
Для выполнения чертежа, по которому изготовляется изображаемый предмет, используется ортогональное проецирование.
Косоугольное, параллельное проецирование используется в основном для получения аксонометрических изображений, центральное – для построения перспективных изображений.
В изучаемом курсе основное внимание будет уделено ортогональному проецированию.

§ 3. Свойства ортогональных проекций

1. Проекция точки есть точка (рис. 1.9).

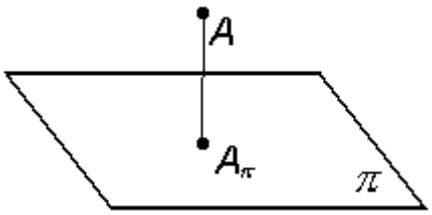


Рис. 1.9

2. Проекция прямой в общем случае есть прямая (рис. 1.10).

Если прямая располагается перпендикулярно какой-либо плоскости проекций (такая прямая называется проецирующей), то на эту плоскость она проецируется в виде точки (рис. 1.10).

3. Если точка лежит на прямой, то ее проекция располагается на соответствующей проекции этой же прямой $A \in m \Rightarrow A_\pi \in m_\pi$ (рис. 1.11).

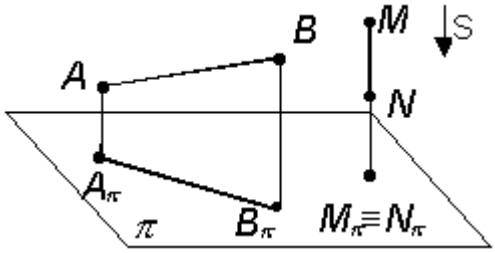


Рис. 1.10

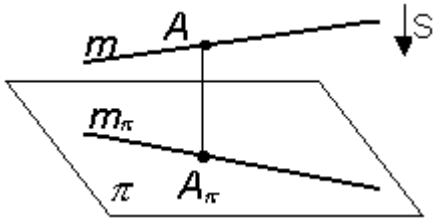


Рис. 1.11

Примечание. Первые 3 свойства проекций являются общими для центрального и параллельного проецирования.

4. Если точка делит отрезок прямой в каком-либо отношении, то ее проекция делит проекцию отрезка в том же самом отношении (рис. 1.12).

$$\frac{AD}{DB} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{A_\pi D_\pi}{D_\pi A_\pi} = \frac{m_\pi}{n_\pi};$$

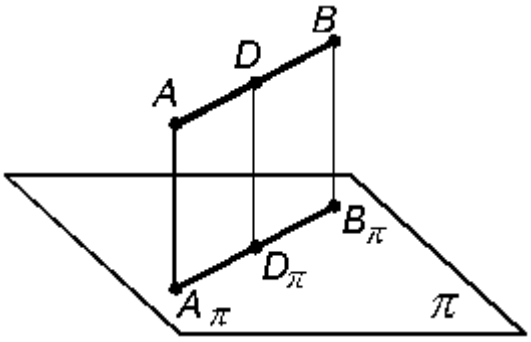


Рис. 1.12

5. Если прямая параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость эта прямая проецируется без искажений (рис.1.13).

$$m \text{ II } \angle \Rightarrow m_\pi = m, \qquad m \text{ II } \pi \Rightarrow [\, A_\pi B_\pi \,] = [\, AB \,].$$

Если плоская фигура параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется без искажения.

6. Если прямые в пространстве пересекаются, то их проекции также пересекаются (рис. 1.14).

$$m \cap n = C \Rightarrow m_\pi \cap n_\pi \Rightarrow c_\pi$$

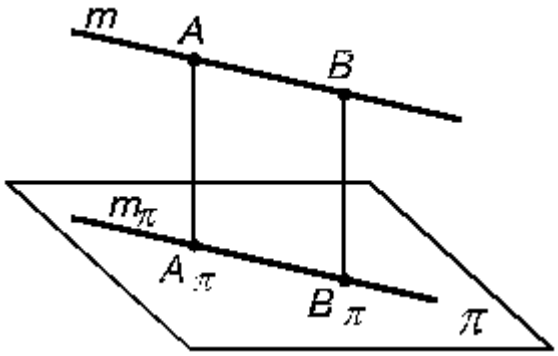


Рис. 1.13

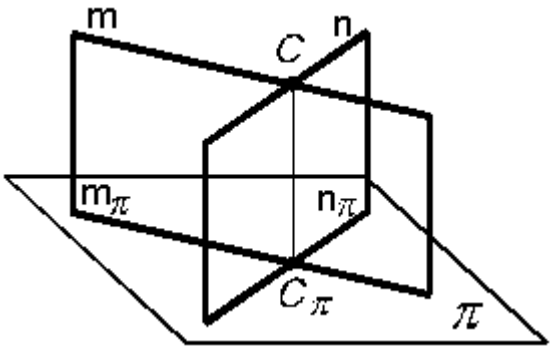


Рис. 1.14

7. Если прямые в пространстве параллельны, то их проекции также параллельны (рис. 1.15).

$$a \text{ II } b \Rightarrow a_\pi \text{ II } b_\pi$$

Примечание. Общими для косоугольного и прямоугольного проецирования являются свойства 4, 5, 6.

8. Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость прямой угол проецируется без искажений (рис. 1.16).

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ ; } AB \parallel \pi \text{ ; } BC \parallel \pi \text{ ; } \angle A_\pi B_\pi C_\pi = 90^\circ \text{ ;}$$

$$\angle ABD = 90^\circ \text{ ; } AB \parallel \pi \text{ ; } BD \nparallel \pi \text{ ; } \angle A_\pi B_\pi D_\pi = 90^\circ \text{ .}$$

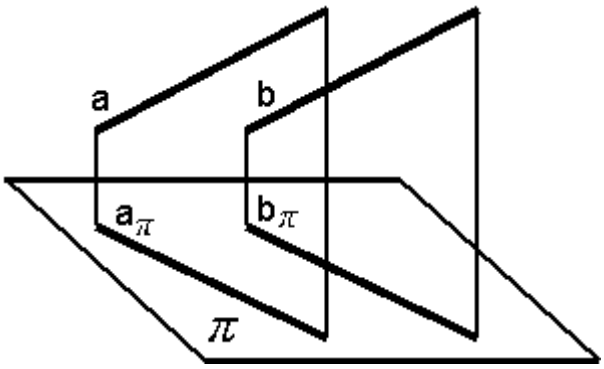


Рис. 1.15

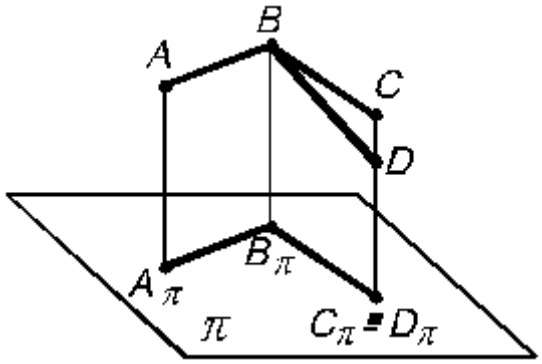


Рис. 1.16

Примечание. Свойство 8-е только для ортогонального проецирования.

9. Параллельный перенос фигуры в пространстве или плоскости проекций не изменяет вида и размеров проекции фигуры.

§ 4. Обратимость чертежа. Метод Монжа

Рассмотренный в § 2 и § 3 способ проецирования на одну плоскость проекций дает возможность решить прямую задачу (имея предмет, можно найти его проекцию), но не позволяет решить обратную задачу (имея проекцию, определить форму и размеры предмета). Например, имея проекцию Ар (рис. 1.9) нельзя определить положение самой точки в пространстве, так как не известно, насколько она удалена от плоскости проекций р . Наличие одной проекции создает неопределенность изображения. Решение этой задачи является основной в технической практике. Так, на производстве изделие изготавливают по его проекционным чертежам, которые должны полностью определять размеры и формы этого изделия. Чертеж должен быть “обратимым”, т.е. вполне определяющим проецируемые геометрические образы (объекты).
В практике нашли применение несколько способов построения “обратимых” чертежей: проекции с числовыми отметками, “федоровские проекции”, аксонометрические проекции, комплексные проекции.
В нашем случае будут рассмотрены чертежи, получаемые ортогональным проецированием на две и три взаимно перпендикулярные плоскости проекций, т. е. комплексные чертежи (метод Монжа).

Выводы

Начертательная геометрия как наука изучает вопросы изображений геометрических образов (точки, линии, плоскости, поверхности) на плоскости. Основным методом начертательной геометрии является метод проецирования. Способы проецирования могут быть центральными, параллельными (ортогональными и косоугольными).

Вопросы для самоанализа

1. На каком методе базируется начертательная геометрия?
2. Назовите способы проецирования. Дайте их определения. В чем суть каждого из них?
3. Назовите свойства проекций:
а) центральных;
б) параллельных косоугольных;

в) ортогональных.
4. Можно ли ортогональное проецирование назвать параллельным?
5. В чем заключается метод Монжа?

Основные понятия, которые необходимо знать:

- метод проецирования;
- центральное проецирование;
- параллельное проецирование;
- ортогональное проецирование;
- плоскость проекций;
- проецирующая линия;
- проекция;
- свойства центральных и параллельных проекций;
- построение проекции точки на плоскости.

Глава 2 Проекция точки



[1, с. 3–5];
[2, с. 53–61];
[3, с. 6–8];
[4, гл. 2, § 7];
[5, гл. 6, § 32–37];
[6, гл. 1, § 3–4];
[7, гл. 1, подразделы 1.4–1.5]

§ 1. Система двух взаимно перпендикулярных плоскостей

Обратимость чертежа, как об этом говорилось ранее, т. е. однозначное определение положения точки в пространстве по ее проекциям, может быть обеспечена проецированием на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций.
1. Пространство делится на четверти двумя взаимно-перпендикулярными плоскостями.
2. Для получения изображения объекта на плоскости выбирается ортогональное (прямоугольное) проецирование.
3. Для преобразования изображений, полученных на взаимно перпендикулярных плоскостях, изображение на одну плоскость, следует считать неподвижным (плоскость π_2), а плоскость π_1 – вращающейся вокруг оси до совмещения с плоскостью π_2.
Рассмотрим две взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рис. 2.1).
Плоскость π_1, расположенную горизонтально, называют горизонтальной плоскостью проекций, вертикальную плоскость π_2 – фронтальной плоскостью проекций. X – линия пересечения плоскостей проекций, которую называют осью проекций. Ось проекций делит каждую плоскость на две полуплоскости: π_1 – положительную и отрицательную, π_2 – положительную и отрицательную. Плоскости делят окружающее пространство на четыре четверти – I, II, III, IV (рис. 2.1 и 2.2).

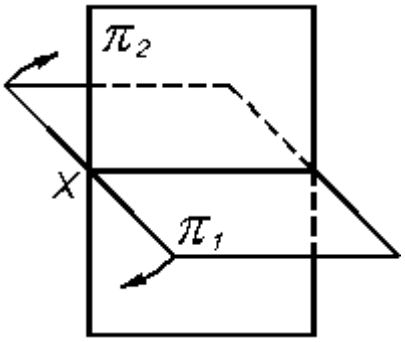


Рис. 2.1

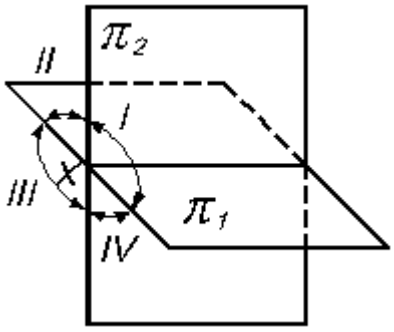


Рис. 2.2

§ 2. Точка в системе двух плоскостей проекций π_1 и π_2

Построение проекций точки (и любого геометрического образа) в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций осуществляется ортогональным проецированием на каждую плоскость.

Рассмотрим построение проекций некоторой точки А, расположенной в первой четверти системы π_1/π_2 (рис. 2.3). Проведя из А перпендикуляры (проецирующие лучи из бесконечно удаленных центров S_1 и S_2) к плоскостям проекций π_1 и π_2, получаем проекции точки А: горизонтальную проекцию A_1, и фронтальную проекцию A_2.

Если спроецировать отрезки лучей AA_1 из центра $S_2\infty$ и AA_2 из центра $S_1\infty$, то получаем две взаимно перпендикулярные прямые A_2A_x и A_1A_x, соответственно. Эти прямые принято называть линиями связи проекций.

Таким образом, точка А в пространстве характеризуется двумя проекциями A_2 и A_1 на плоскости π_1/π_2 и двумя линиями связи A_2A_x и A_1A_x (рис. 2.4).

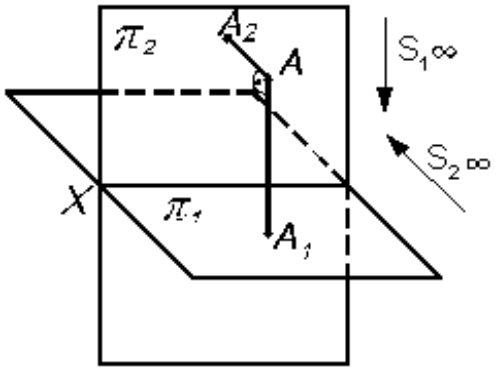


Рис. 2.3

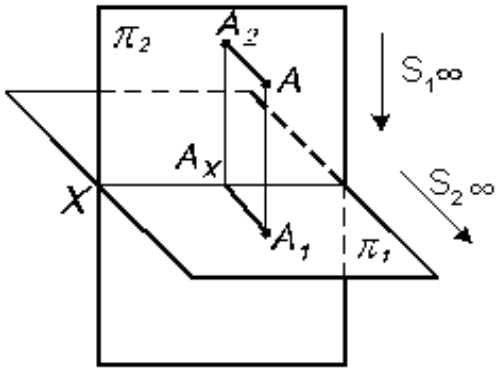


Рис. 2.4

Проверим, верна ли обратная задача.

Если даны проекции A_1, A_2 некоторой точки А, то определяют ли они положение точки в пространстве (рис. 2.4).

Решение:

1. Проведем из точки A_1 перпендикуляр к плоскости π_1 (рис. 2.5).

2. Проведем из точки A_2 перпендикуляр к плоскости π_2 (рис. 2.6).

3. Фигура $AA_1A_xA_2$ имеет:

$\angle A_x = 90°$ – по условию $\pi_2 \perp \pi_1$
$\angle A_2 = 90°$ – по построению
$\angle A_1 = 90°$ – по построению
$\Rightarrow A_1A_xA_2$ – прямоугольник

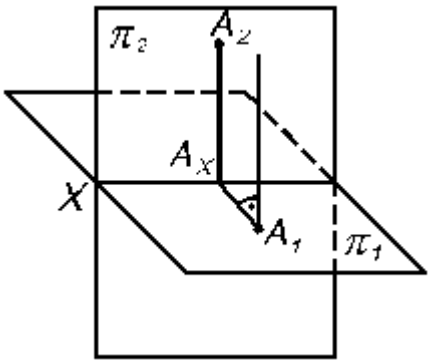


Рис. 2.5

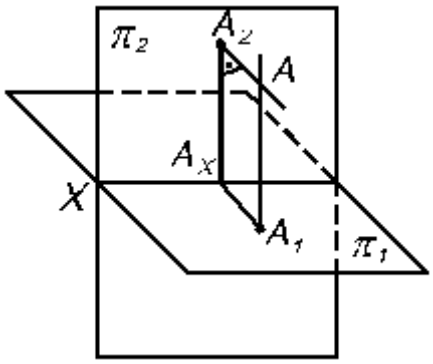


Рис. 2.6

Следовательно, точка А есть точка, принадлежащая двум пересекающимся перпендикулярам, лежащим в одной плоскости, и она единственная.
Таким образом, доказано, что две проекции определяют положение точки в пространстве.

§ 3. Образование комплексного чертежа (эпюра)

Для удобства пользования полученными изображениями от пространственной системы плоскостей перейдем к плоскостной.

Для этого:

1. Применим способ вращения плоскости π_1 вокруг оси X до совмещения с плоскостью π_2 (рис. 2.7)

2. Совмещаем плоскости π_1 и π_2 в одну плоскость чертежа (рис. 2.8)

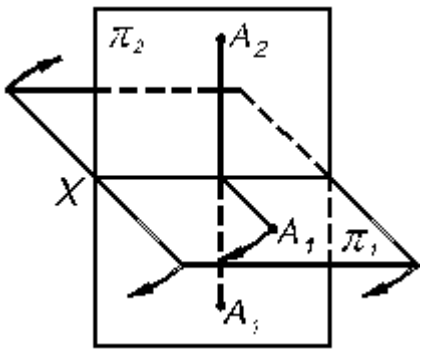


Рис. 2.7

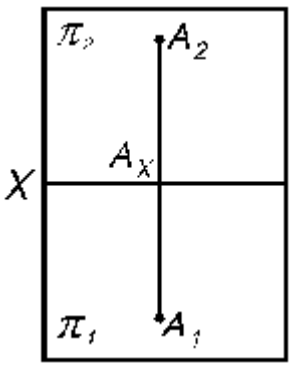


Рис. 2.8

Проекции A_1 и A_2 располагаются на одной линии связи перпендикулярной оси X. Эта линия называется линией проекционной связи (рис. 2.9).

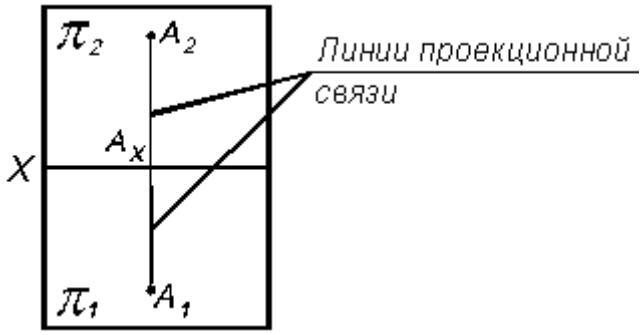


Рис. 2.9

Так как плоскость проекций считается бесконечной в пространстве, то границы плоскости π_1, π_2 можно не изображать (рис. 2.10).

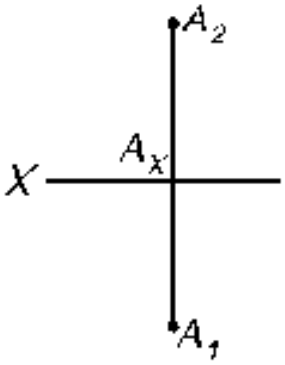


Рис. 2.10

В результате совмещения плоскостей π_1 и π_2 получается комплексный чертеж или эпюр (от франц. ***epure*** чертеж), т.е. чертеж в системе π_1 и π_2 или в системе двух плоскостей проекций. Заменив наглядное изображение эпюром, мы утратили пространственную картину расположения плоскостей проекций и точки. Но эпюр обеспечивает точность и удобоизмеряемость изображений при значительной простоте построений. Чтобы представить по эпюру пространственную картину, требуется работа воображения: например, по рис. 2.11 надо представить картину, изображенную на рис. 2.12.

При наличии на комплексном чертеже оси проекций по проекциям A_1 и A_2 можно установить положение точки А относительно π_1 и π_2 (см. рис. 2.5 и 2.6). Сравнивая рис. 2.11 и 2.12 нетрудно установить, что отрезок $A_2 A_X$ – расстояние от точки А до плоскости π_1, а отрезок A_1A_X – расстояние от точки А до π_2. Расположение A_2 выше оси проекций означает, что точка А расположена над плоскостью π_1. Если A_1 на эпюре расположена ниже оси проекций, то точка А находится перед плоскостью π_2. Таким образом, горизонтальная проекция геометрического образа определяет его положение относительно фронтальной плоскости проекций π_2, а фронтальная проекция геометрического образа – относительно горизонтальной плоскости проекций π_1.

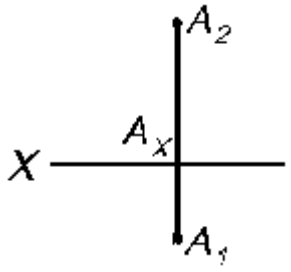


Рис. 2.11

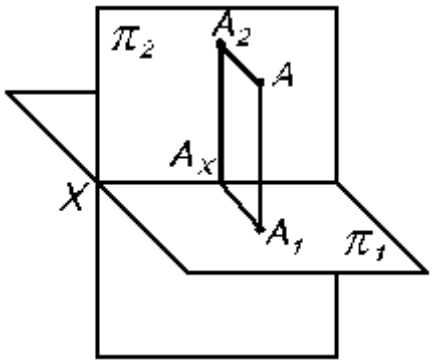


Рис. 2.12

§ 4. Характеристика положения точки в системе π_1 и π_2

Точка, заданная в пространстве, может иметь различные положения относительно плоскостей проекций (рис. 2.13).

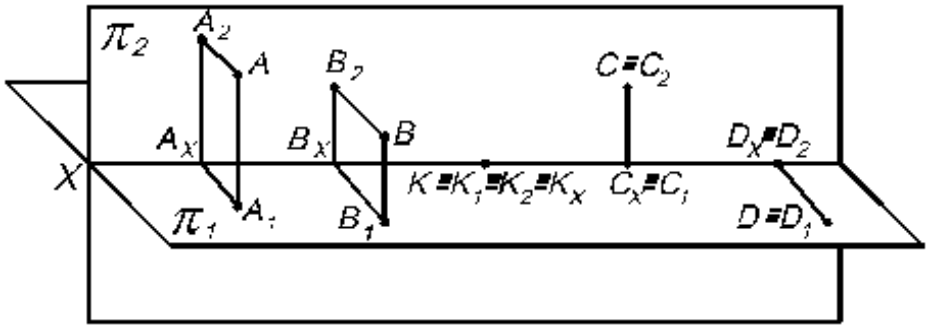


Рис. 2.13

Рассмотрим возможные варианты расположения точки в пространстве первой четверти:

1. Точка расположена в пространстве I четверти на любом расстоянии от оси X и плоскостей $\pi_1 \pi_2$, например точки A, B (такие точки называются точками общего положения) (рис. 2.14 и рис. 2.15).

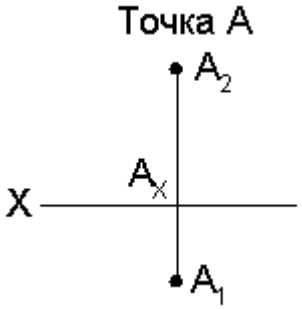


Рис. 2.14

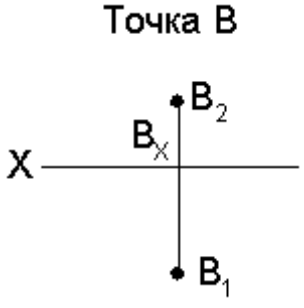


Рис. 2.15

2. Точка C принадлежит плоскости π_2, точка D – плоскости π_1 (рис. 2.16 и рис. 2.17)

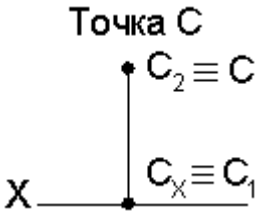


Рис. 2.16

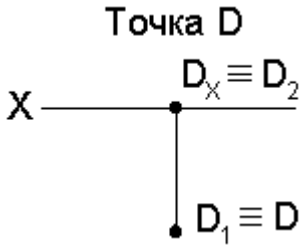


Рис. 2.17

3. Точка К принадлежит одновременно и плоскости π_1 и π_2, то есть принадлежит оси X (рис. 2.18):

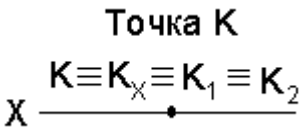


Рис. 2.18

На основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод:
1. Если точка расположена в пространстве I четверти, то ее проекция A_2 расположена выше оси X, а A_1 – ниже оси X; A_2A_1 – лежат на одном перпендикуляре (линии связи) к оси X (рис. 2.14).
2. Если точка принадлежит плоскости $\square_2$, то ее проекция $C_2 \equiv C$ (совпадает с самой точкой С) а проекция $C_1 \in X$ (принадлежит оси X) и совпадает с C_X: $C_1 \equiv C_X$.
3. Если точка принадлежит плоскости $\square_1$, то ее проекция D_1 на эту плоскость совпадает с самой точкой $D \equiv D_1$, а проекция D_2 принадлежит оси X и совпадает с D_X: $D_2 \equiv D_X$.
4. Если точка принадлежит оси X, то все ее проекции совпадают и принадлежат оси X: $K \equiv K_1 \equiv K_2 \equiv K_X$.

Задание:

1. Дать характеристику положения точек в пространстве I четверти (рис. 2.19).

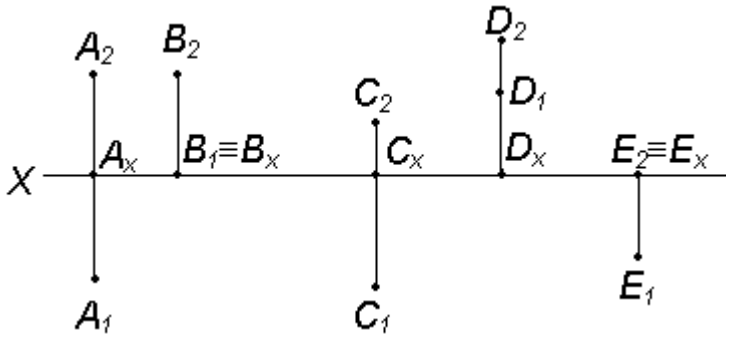


Рис. 2.19

2. Построить наглядное изображение и комплексный чертеж точки по описанию:

а) точка С расположена в I четверти, и равноудалена от плоскостей π_1 и π_2.
б) точка М принадлежит плоскости π_2.
в) точка К расположена в первой четверти, и ее расстояние до π_1 в два раза больше, чем до плоскости π_2.

г) точка L принадлежит оси X.

3. Построить комплексный чертеж точки по описанию:

а) точка P расположена в I четверти, и ее расстояние от плоскости π_2 больше, чем от плоскости π_1.
б) точка A расположена в I четверти и ее расстояние до плоскости π_1 в 3 раза больше, чем до плоскости π_2.
в) точка B расположена в I четверти, и ее расстояние до плоскости π_1=0.

4. Сравнить положение точек относительно плоскостей проекций π_1 и π_2 и между собой. Сравнение ведется по характеристикам или признакам. Для точек эти характеристики есть расстояние до плоскостей π_1; π_2 (рис. 2.20).

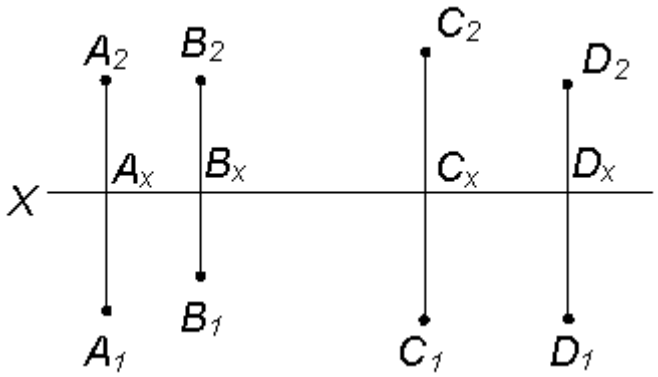


Рис. 2.20

Применение вышеизложенной теории при построении изображений точки может быть осуществлено различными способами:

- словами (вербальное);
- графически (чертежи);
- наглядное изображение (объемное);
- плоскостное (комплексный чертеж).

Умение переводить информацию с одного способа на другой способствует развитию пространственного мышления, т.е. с вербального в наглядное (объемное), а затем в плоскостное, и наоборот.

Рассмотрим это на примерах (табл. 2.1 и табл. 2.2).

Таблица 2.1

Пример изображения точек в системе двух плоскостей проекций

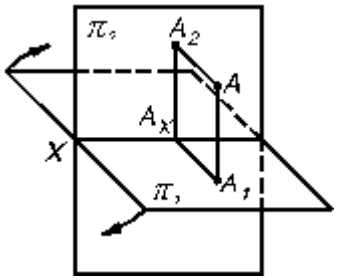
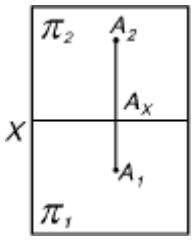
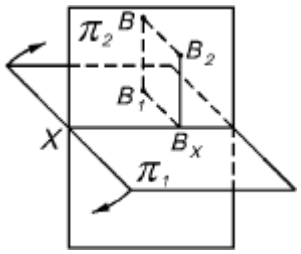
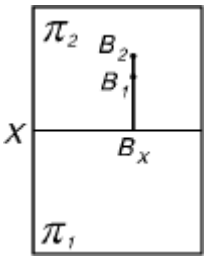
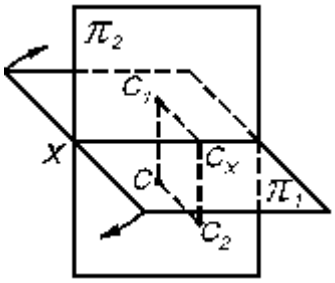
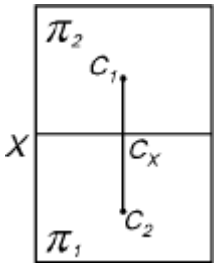
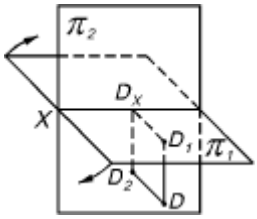
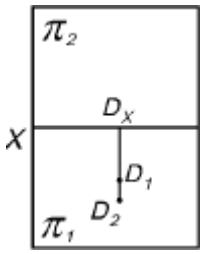
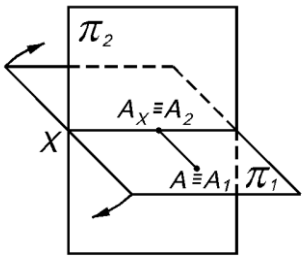
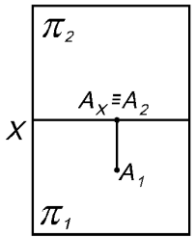
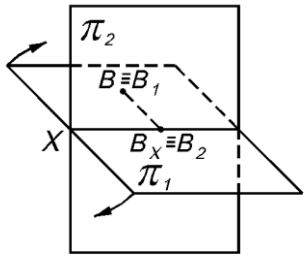
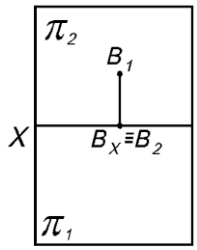
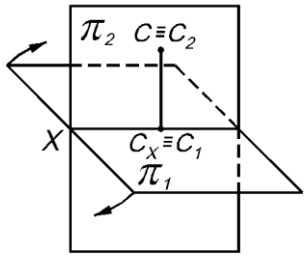
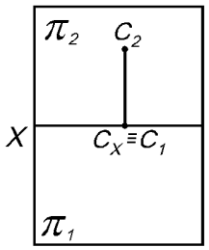
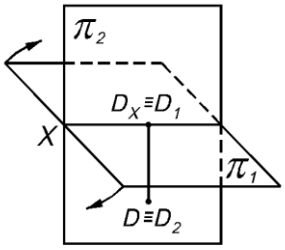
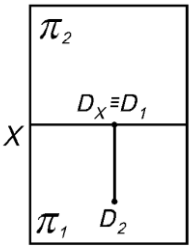
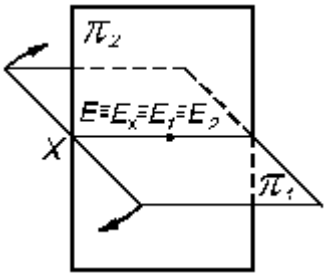
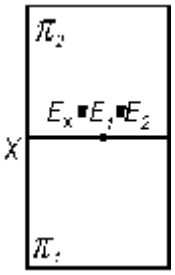
Четверть пространства	Наглядное изображение	Комплексный чертеж	Характерные признаки
I			Фронтальная проекция точки А выше оси Х, горизонтальная проекция точки А ниже оси Х
II			Фронтальная и горизонтальная проекции точки В выше оси Х
III			Фронтальная проекция точки С ниже оси Х, горизонтальная проекция точки С выше оси Х
IV			Фронтальная и горизонтальная проекции точки D ниже оси Х

Таблица 2.2

Пример изображения точек, принадлежащих плоскостям π_1 и π_2

Положение точки	Наглядное изображение	Комплексный чертеж	Характерные признаки
Точка А принадлежит плоскости π_1			A_1 – ниже оси Х, A_2 – на оси Х

Точка B принадлежит плоскости π_1			B_1 – выше оси X, B_2 – на оси X
Точка C принадлежит плоскости π_2			C_2 – выше оси X, C_1 – на оси X
Точка D принадлежит плоскости π_2			D_1 – на оси X, D_2 – ниже оси X
Точка E принадлежит оси X			E_1 совпадает с E_2 и принадлежит оси X

Задача № 1.

Построить комплексный чертеж точки А, если:

1. точка расположена во II четверти и равноудалена от плоскостей π_1 и π_2.
2. точка расположена в III четверти, и ее расстояние до плоскости π_1 в два раза больше, чем до плоскости π_2.
3. точка расположена в IV четверти, и ее расстояние до плоскости π_1 больше, чем до плоскости π_2.

Задача № 2.

Определить, в каких четвертях расположены точки (рис. 2.21).

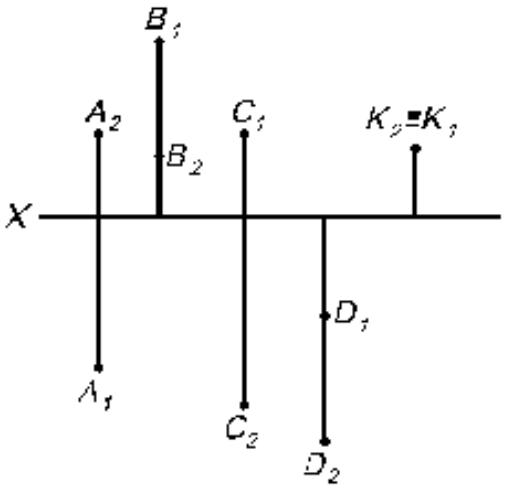


Рис. 2.21

Задача № 3.

1. Построить наглядное изображение точек в четвертях:

а) A – общего положения в III четверти;
б) B – общего положения в IV четверти;
в) C – во второй четверти, если ее расстояние от π_1 равно 0;
г) D – в I четверти, если ее расстояние от π_2 равно 0.

Задача № 4.

Построить комплексный чертеж точек A, B, C, D (см. задачу 3).

§ 5. Система трех взаимно перпендикулярных плоскостей

На практике исследования и построения изображений система двух взаимно перпендикулярных плоскостей не всегда дает возможность однозначного решения. Так, например, если переместить точку A вдоль оси X, то ее изображение не изменится.

Положение точки в пространстве (рис. 2.22) изменилось (рис. 2.24), а изображения на комплексном чертеже остались без изменений (рис. 2.23 и рис. 2.25).

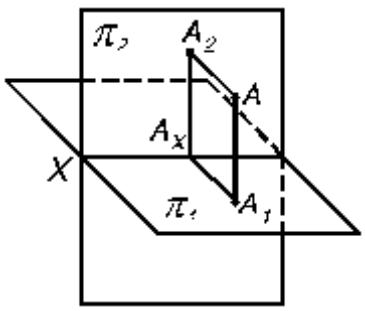


Рис. 2.22

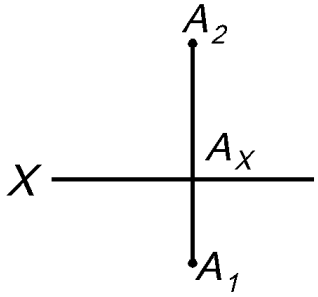


Рис. 2.23

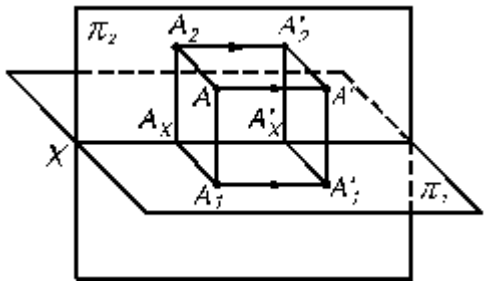


Рис. 2.24

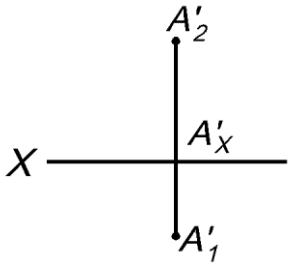


Рис. 2.25

Для решения данной задачи вводят систему трех взаимно перпендикулярных плоскостей, так как при составлении чертежей, например машин и их частей, требуется не два, а больше изображений. На этом основании в некоторые построения при решении задач необходимо вводить в систему π_1, π_2 и другие плоскости проекций.

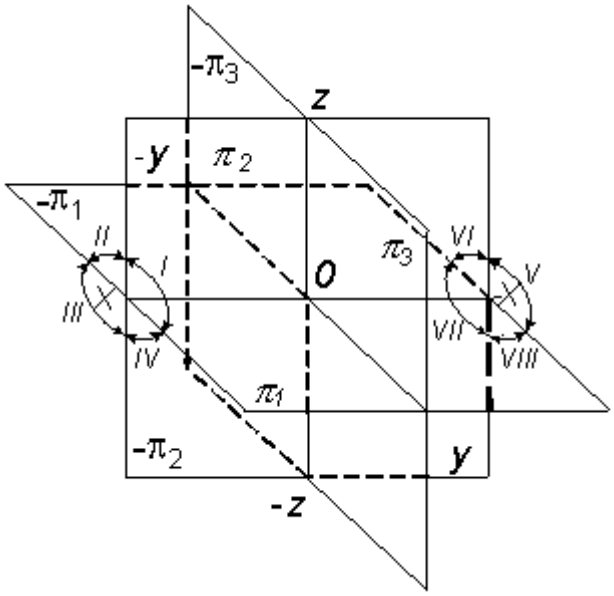


Рис. 2.26

Рассмотрим три взаимно перпендикулярные плоскости π_1, π_2, π_3 **(**рис. 2.26). Вертикальная плоскость π_3 называется профильной плоскостью проекции. Пересекаясь между собой, плоскости π_1, π_2, π_3 образуют оси проекций, при этом пространство делится на 8 октантов.

$\pi_1 \cap \pi_2 =$ **x; -x**

$\pi_1 \cap \pi_3 =$ **y; -y**

$\pi_2 \cap \pi_3 =$ **z; -z**

0 – точка пересечения осей проекций.

Эти плоскости делят все пространство на VIII частей, которые называются октантами (от лат. ***okto*** восемь). Плоскости не имеют толщины, непрозрачны и бесконечны. Наблюдатель находится в первой четверти (для систем π_1, π_2) или первого октанта (для систем π_1, π_2, π_3) в бесконечном удалении от плоскостей проекций.

§ 6. Точка в системе π_1, π_2, π_3

Построение проекций некоторой точки А, расположенной в I октанте, на три взаимно перпендикулярные плоскости π_1, π_2, π_3 показано на рис. 2.27. Используя совмещение плоскостей проекций с плоскостью π_2 и применяя способ вращения плоскостей, получаем комплексный чертеж точки А (рис. 2.28):

$AA_1 \perp \pi_1$; $AA_2 \perp \pi_2$; $AA_3 \perp \pi_3$,

где A_3 – профильная проекция точки А; A_X, A_y, A_Z – осевые проекции точки А.

Проекции A_1, A_2, A_3 называются соответственно фронтальной, горизонтальной и профильной проекцией точки А.

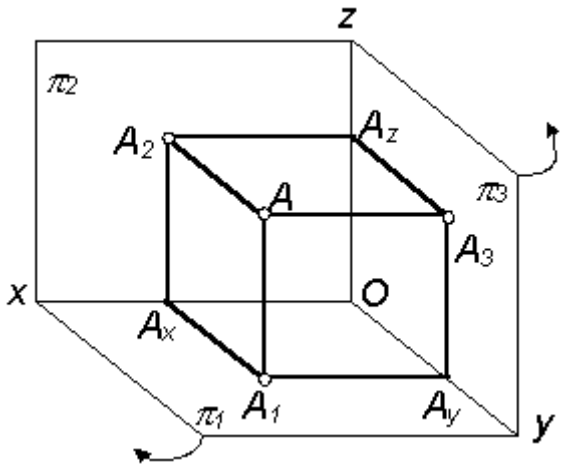


Рис. 2.27

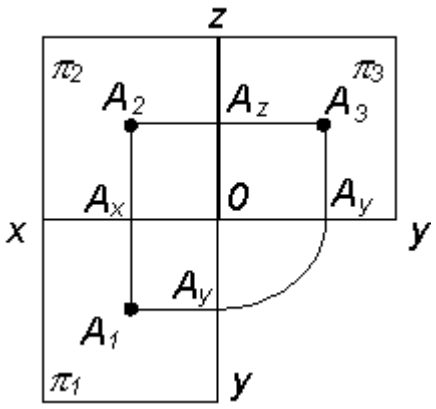


Рис. 2.28

Плоскости проекций, попарно пересекаясь, определяют три оси x, y, z, которые можно рассматривать как систему декартовых координат: ось *X* называется осью абцисс, ось *y* – осью ординат, ось *Z* – осью аппликат, точка пересечения осей, обозначаемая буквой *O,* есть начало координат.

Так, зритель, рассматривающий предмет, находится в первом октанте.

Для получения комплексного чертежа применим способ вращения плоскостей π_1 и π_3 (как показано на рис. 2.27) до совмещения с плоскостью π_2. Окончательный вид всех плоскостей в первом октанте приведен на рис. 2.29.

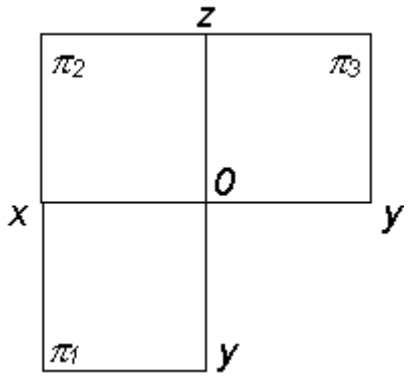


Рис. 2.29

Здесь оси *Ox* и *Oz*, лежащие в неподвижной плоскости π_2, изображены только один раз, ось *Oy* показана дважды. Объясняется это тем, что, вращаясь с плоскостью π_1, ось *y* на эпюре совмещается с осью *Oz*, а вращаясь с плоскостью π_3, эта же ось совмещается с осью *Ox*.

Рассмотрим рис. 2.30, где точка пространства *A*, задана координатами (5,4,6). Эти координаты положительны, и сама она находится в первом октанте. Построение изображения самой точки и ее проекций на пространственной модели осуществляется с помощью координатного прямоугольного параллелограмма. Для этого на осях координат откладываем отрезки, соответственно отрезкам длины: *OAx* = 5, *OAy* = 4, *OAz* = 6. На этих отрезках (*OAx, OAy, OAz*), как на ребрах, строим прямоугольный параллелепипед. Одна из его вершин будет определять заданную точку *A*.

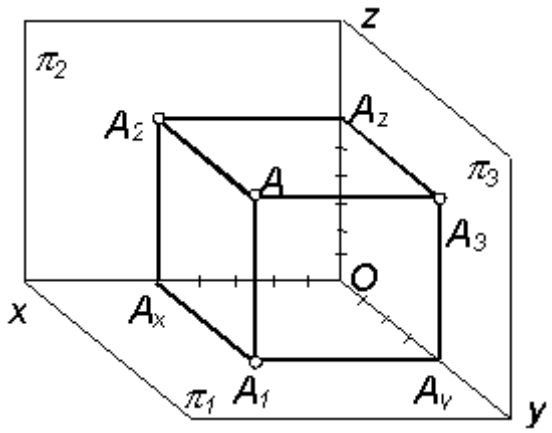


Рис. 2.30

Говоря о системе трех плоскостей проекций на комплексном чертеже (рис. 2.30), необходимо отметить следующее.

Первое

1. две проекции точки принадлежат одной линии связи;
2. две проекции точки определяют положение третьей ее проекции;
3. линии связи перпендикулярны соответствующей оси проекций.

Второе

Любая точка пространства задается координатами. По знакам координат можно определить октант, в котором находится заданная точка. Для этого воспользуемся табл. 2.3, в которой рассмотрены знаки координат в 1–4 октантах (5–8 октанты не представлены, они имеют отрицательное значение *x*, а *y* и *z* повторяются).

Таблица 2.3

x	*y*	*z*	Октант
+	+	+	I
+	-	+	II
+	-	-	III
+	+	-	IV

Образование комплексного чертежа в системе трех плоскостей проекций осуществляется совмещением плоскостей π_1, π_2, π_3 (рис. 2.31).

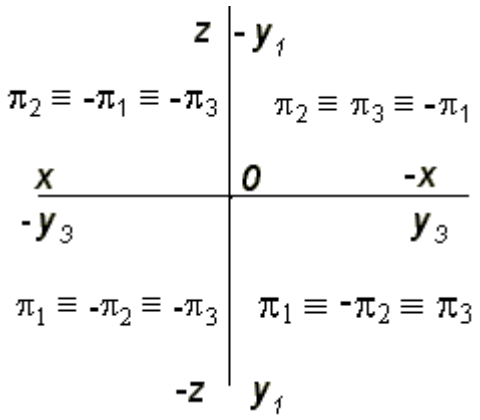


Рис. 2.31

Ось *y* в этом случае имеет два положения: y_1 с плоскостью π_1, y_3 с плоскостью π_3.

Горизонтальная и фронтальная проекции точки располагаются на линии проекционной связи, перпендикулярной оси *x*, фронтальная и профильная проекции – на линии проекционной связи, перпендикулярной к оси *z*.

$A_1A_X = A_3A_Z = AA_2$ – расстояние от А до π_2

$A_2A_X = A_3A_y = AA_1$ – расстояние от А до π_1

$A_1A_y = A_2A_Z = AA_3$ – расстояние от А до π_3

Расстояние точки от плоскости проекций измеряются аналогично отрезкам на эпюре (рис. 2.32).

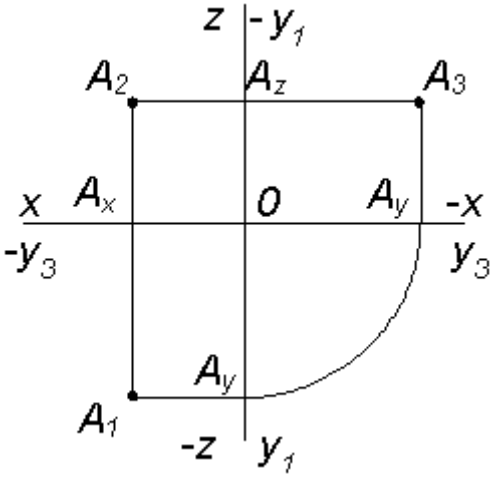


Рис. 2.32

При построении проекции точки в пространстве и на комплексном чертеже могут применяться различные алгоритмы.

1. Алгоритм построения наглядного изображения точки, заданной координатами (рис. 2.30):

1.1. Соотнести знаки координат *x, y, z* с данными табл. 2.3.
1.2. Определить четверть, в которой расположена точка.
1.3. Выполнить наглядное (аксонометрическое) изображение четверти.
1.4. Отложить координаты точки на осях A_X, A_Y, A_Z.

1.5. Построить проекции точки на плоскостях π_1, π_2, π_3.
1.6. Построить перпендикуляры к плоскостям π_1, π_2, π_3 в точках проекции A_1, A_2, A_3.
1.7. Точка пересечения перпендикуляров есть искомая точка А.

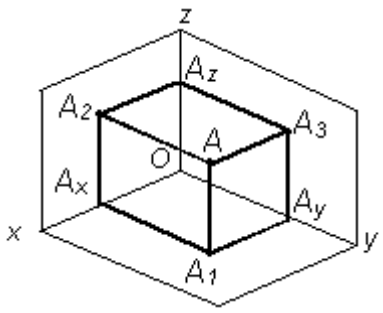
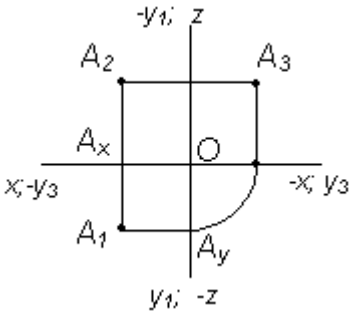
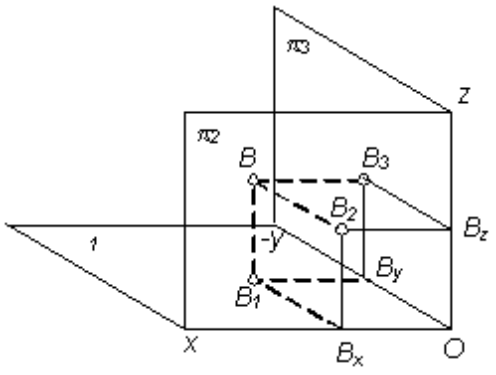
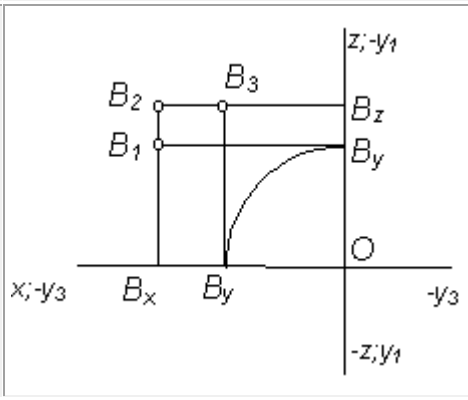
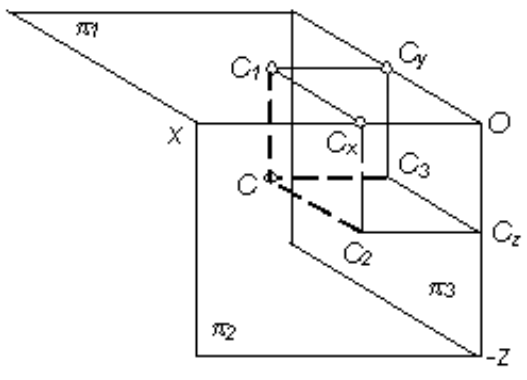
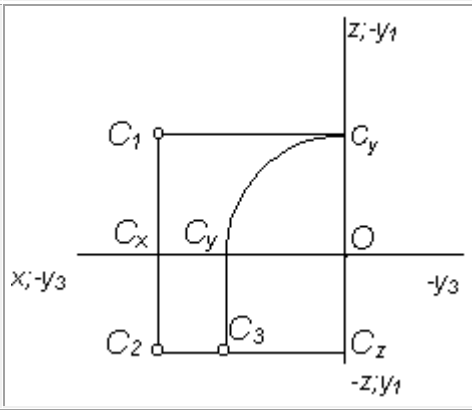
2. Алгоритм построения комплексного чертежа точки в системе трех плоскостей проекций π_1, π_2, π_3, заданной координатами (рис. 2.32)

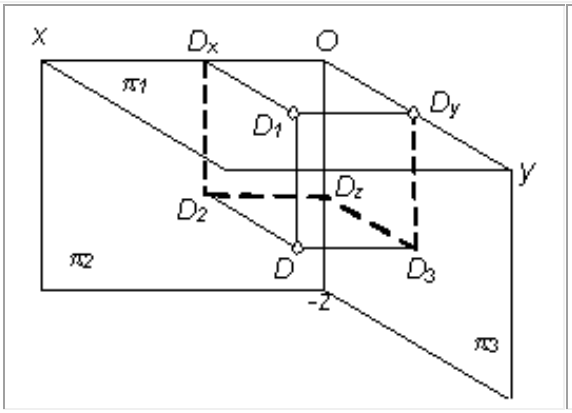
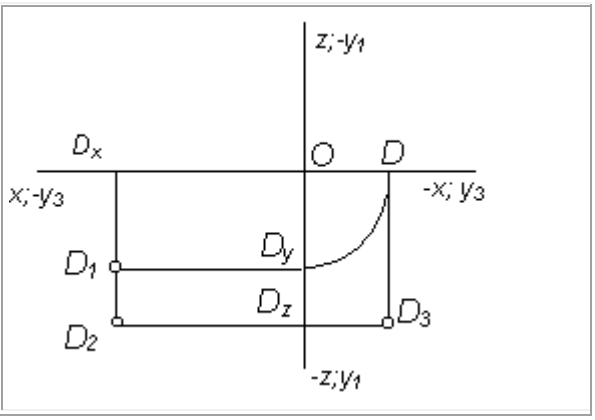
2.1. Определить по координатам четверть, в которой расположена точка.
2.2. Определить механизм совмещения плоскостей.
2.3. Построить комплексный чертеж четверти.
2.4. Отложить координаты точки на осях *x, y, z* (A_X, A_Y, A_Z).
2.5. Построить проекции точки на комплексном чертеже.

§ 7. Комплексный чертеж и наглядное изображение точки в I–IV октантах

Рассмотрим пример построения точек A, B, C, D в различных октантах (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Октант	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
I		
II		
III		

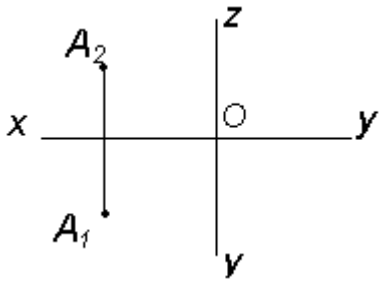
IV		

Пример построения третьей проекции точки по двум заданным

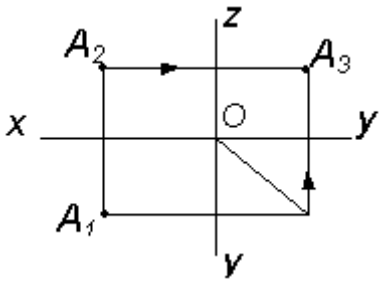
Точка в пространстве определяется любыми двумя своими проекциями. При необходимости построения третьей проекции по двум заданным необходимо воспользоваться соответствием отрезков линий проекционной связи, полученных при определении расстояний от точки до плоскости проекций (см. рис. 2.27 и рис. 2.28).

Примеры решения задач в I октанте

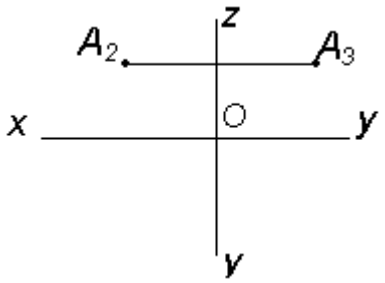
Дано A_1; A_2



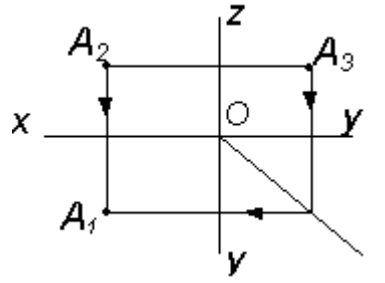
Построить A_3



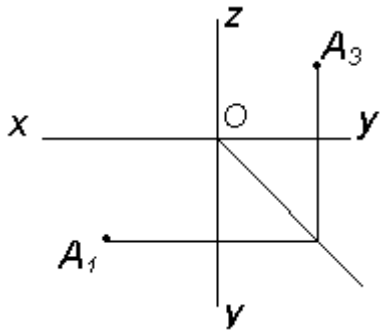
Дано A_2; A_3



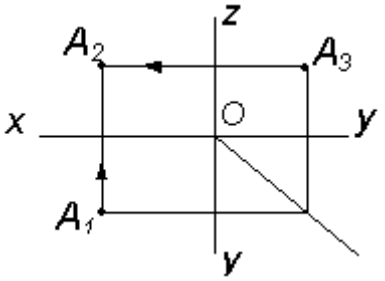
Построить A_1



Дано A_1; A_3



Построить A_2

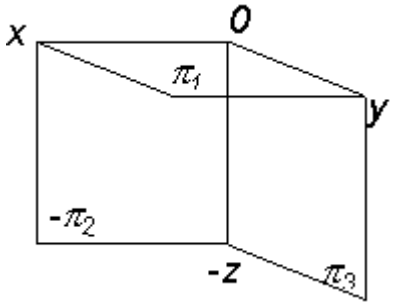
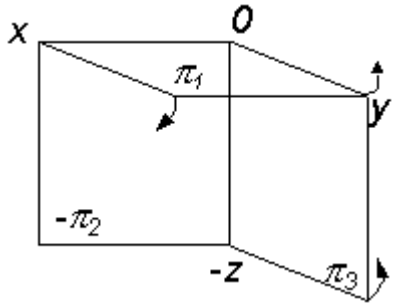
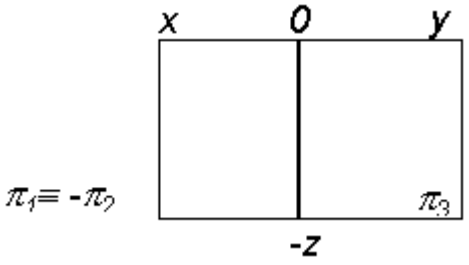
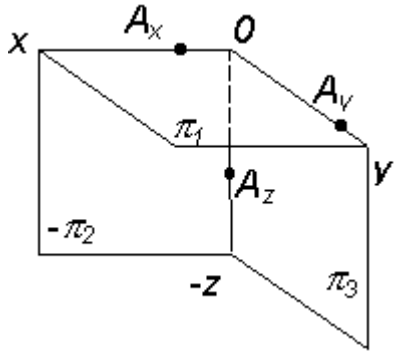
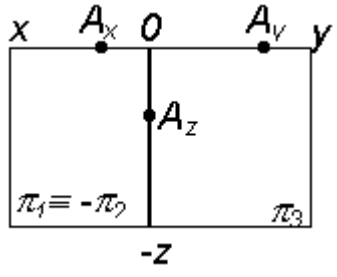
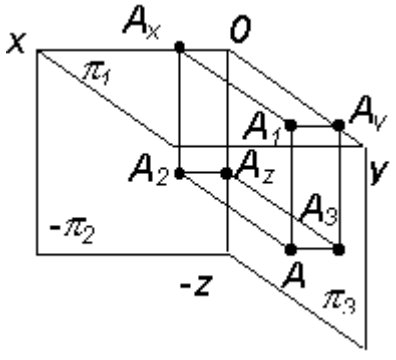


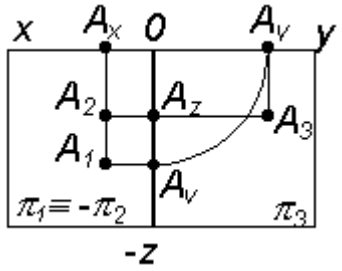
Рассмотрим алгоритм построения точки А (табл. 2.5)

Таблица 2.5

Алгоритм построения точки А
по заданным координатам А (*x* = 5, *y* = 20, *z* = -9)

Вербальная форма	Графическая форма
Соотнести знаки координат *x, y, z* с данными табл. 2.3	Согласно табл. 2.3, это знаки 4-го октанта

Построить наглядное (аксонометрическое) изображение 4-го октанта	
Определить механизм совмещения плоскостей	
Построить комплексный чертеж 4-го октанта	
Отложить координаты точки на осях: $x = 5$, $y = 20$, $z = -9$	
Перенести координаты точки на оси комплексного чертежа	
Построить горизонтальную, фронтальную и профильную проекции точки *A* (табл. 2.4)	

Построить проекции точки *A (A1, A2, A3)* на комплексном чертеже (табл. 2.4)	

В следующих главах мы будем рассматривать образы: прямые и плоскости только в первой четверти. Хотя все рассматриваемые способы можно применить в любой четверти.

Выводы

Таким образом, на основании теории Г. Монжа, можно преобразовать пространственное изображение образа (точки) в плоскостное.

Эта теория основывается на следующих положениях:

1. Все пространство делится на 4 четверти с помощью двух взаимно перпендикулярных плоскостей π_1 и π_2, либо на 8 октантов при добавлении третьей взаимно-перпендикулярной плоскости π_3.
2. Изображение пространственного образа на эти плоскости получается с помощью прямоугольного (ортогонального) проецирования.
3. Для преобразования пространственного изображения в плоскостное считают, что плоскость π_2 – неподвижна, а плоскость π_1 вращается вокруг оси *x* так, что положительная полуплоскость π_1 совмещается с отрицательной полуплоскостью π_2, отрицательная часть π_1 – с положительной частью π_2.
4. Плоскость π_3 вращается вокруг оси *z* (линии пересечения плоскостей) до совмещения с плоскостью π_2 (см. рис. 2.31).

Изображения, получающиеся на плоскостях π_1, π_2 и π_3 при прямоугольном проецировании образов, называются проекциями.

Плоскости π_1, π_2 и π_3 вместе с изображенными на них проекциями, образуют плоскостной комплексный чертеж или эпюр.

Линии, соединяющие проекции образа $\perp$ осям *x*, *y*, *z*, называются линиями проекционной связи.

Для более точного определения образов в пространстве может быть применена система трех взаимно перпендикулярных плоскостей π_1, π_2, π_3.

В зависимости от условия задачи можно выбрать для изображения либо систему π_1, π_2, либо π_1, π_2, π_3.

Систему плоскостей π_1, π_2, π_3 можно соединить с системой декартовых координат, что дает возможность задавать объекты не только графическим или (вербальным) образом, но и аналитическим (с помощью цифр).

Такой способ изображения образов, в частности точки, дает возможность решать такие позиционные задачи, как:

- расположение точки относительно плоскостей проекций (общее положение, принадлежность плоскости, оси);
- положение точки в четвертях (в какой четверти расположена точка);
- положение точек относительно друг друга, (выше, ниже, ближе, дальше относительно плоскостей проекций и зрителя);
- положение проекций точки относительно плоскостей проекций (равноудаление, ближе, дальше).

Метрические задачи:

- равноудаленность проекции от плоскостей проекций;
- отношение удаления проекции от плоскостей проекций (в 2–3 раза, больше, меньше);
- определение расстояния точки от плоскостей проекций (при введении системы координат).

Вопросы для самоанализа

1. Линией пересечения каких плоскостей является ось *z*?
2. Линией пересечения каких плоскостей является ось *y*?
3. Как располагается линия проекционной связи фронтальной и профильной проекции точки? Покажите.
4. Какими координатами определяется положение проекции точки: горизонтальной, фронтальной, профильной?
5. В какой четверти располагается точка F (10; –40; –20)? От какой плоскости проекций точка F удалена дальше всего?
6. Расстоянием от какой проекции до какой оси определяется удаление точки от плоскости π_1? Какой координатой точки является это расстояние?

Основные понятия, которые необходимо знать:

– система двух и трех плоскостей проекций;
– фронтальная проекция, горизонтальная проекция, профильная проекция, комплексный чертеж (эпюр);
– линии проекционной связи.

Способы деятельности, которыми надо уметь пользоваться:

- алгоритм построения точки, заданной координатами в системе трех плоскостей проекций в пространстве и на комплексном чертеже;
- построение третьей проекции по двум заданным.

Контрольные задания

1. Дать сравнительный анализ положения проекций точек в четвертях (см. табл. 2.5): по сходству, различию, противоположности (рис. 2.33 и рис. 2.34).

Задача № 1

Определить координаты точек и их взаимное положение в пространстве (рис. 2.33 и рис. 2.34)

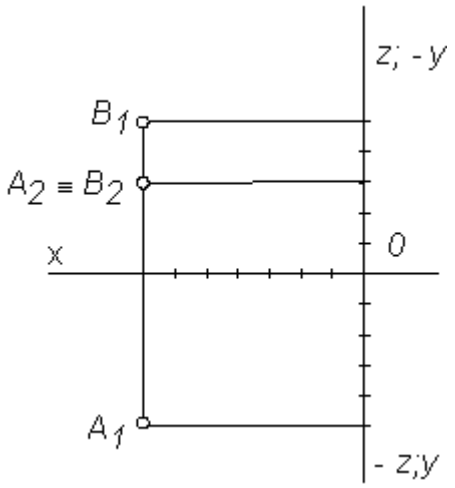


Рис. 2.33

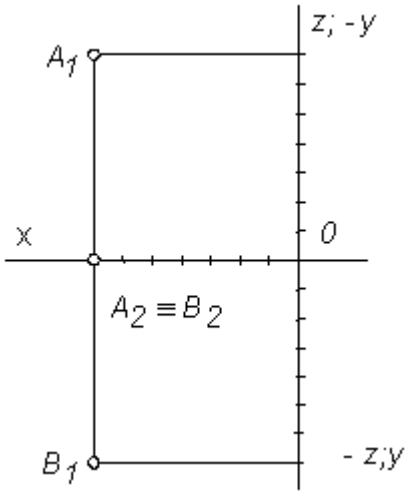


Рис. 2.34

Задача № 2

Построить проекции точки:

1. расположенной во II четверти и равноудаленной от всех трех плоскостей проекций;
2. расположенной в IV четверти, расстояние которой от плоскости π_1=0.

Практическая работа № 1.
Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трех плоскостей проекций

Выполняется в соответствии с вариантом, указанным в нижеследующей таблице.

Задание:

1. По заданным координатам построить три проекции точек A, B, C.
2. Определить, в каком октанте находятся точки.
3. Выполнить наглядные изображения и комплексный чертеж данных точек.

Варианты ПР № 1

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	x	20	30	10	60	0	50	10	30	10	20	30	20	30	10	60	0	50	10	30	10	20	60	0	50	10
	y	30	10	-10	0	10	15	30	-10	30	0	-15	30	10	-10	0	10	15	30	-10	30	0	0	10	15	30
	z	10	-20	-30	-40	-50	-10	-35	40	-45	10	50	10	-20	-30	-45	-50	-10	-35	40	-45	10	-45	-50	-10	-35
B	x	10	0	40	30	20	0	10	15	50	0	60	10	0	40	30	20	0	10	15	50	0	30	20	0	10
	y	0	-50	45	45	-25	25	40	40	-15	35	10	0	-50	45	45	-25	25	40	40	-15	35	45	-25	25	40
	z	15	40	25	60	40	-20	45	40	20	0	5	15	40	25	60	40	-20	45	40	20	0	60	40	-20	45
C	x	20	15	55	55	35	30	55	15	60	50	25	20	15	55	55	35	30	55	15	60	50	55	35	30	55
	y	25	-30	-10	30	60	-60	60	55	-50	0	-10	25	-30	-10	30	60	-60	60	55	-50	0	30	60	-60	60
	z	30	40	-15	20	10	10	-60	20	50	-15	0	30	40	-15	20	10	10	-60	20	50	-15	20	10	10	-60

Примечание. 1. Образцы выполнения практической работы приведены в прил. 1 – 8:

1.1. В прил.1 рассмотрен пример построения наглядного изображения точки, расположенной в I октанте;

1.2. В прил.2 рассмотрен пример построения комплексного чертежа точки, расположенной в I октанте;

1.3. В прил.3 рассмотрен пример построения наглядного изображения точки, расположенной во II октанте;

1.4. В прил.4 рассмотрен пример построения комплексного чертежа точки, расположенной во II октанте;

1.5. В прил.5 рассмотрен пример построения наглядного изображения точки, расположенной в III октанте;

1.6. В прил.6 рассмотрен пример построения комплексного чертежа точки, расположенной в III октанте;

1.7. В прил.7 рассмотрен пример построения наглядного изображения точки, расположенной в IV октанте;

1.8. В прил.8 рассмотрен пример построения комплексного чертежа точки, расположенной в IV октанте.

Глава 3
Прямая линия.
Проецирование отрезка прямой линии

[4, гл. 2, § 10–14];
[5, гл. 7, § 38–40];
[6, гл. 2, § 5–6];
[7, гл. 2, подразделы 2.1–2.3]

§ 1. Общие положения

Линия – это одномерный геометрический образ, имеющий длину; множество всех последовательных положений движущейся точки. По определению Эвклида: "Линия же – длина без ширины".

Положение прямой линии в пространстве определяется положением двух ее точек. Чтобы спроецировать прямую линию в общем случае, надо спроецировать две ее точки и соединить полученные проекции. Прямая в пространстве может быть расположена произвольно. Рассмотрим различные положения прямой относительно плоскостей проекций π_1, π_2, π_3 (рис. 3.1).

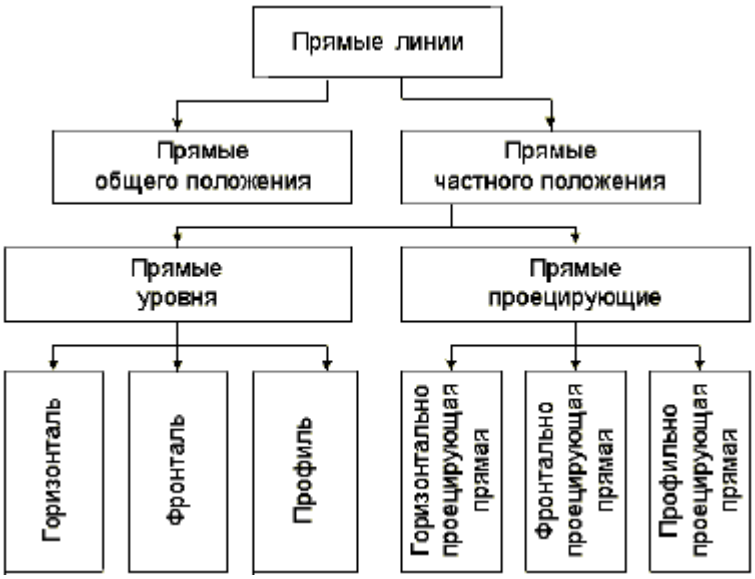
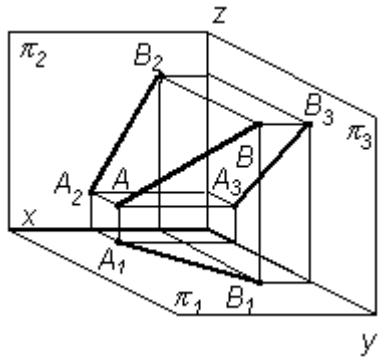
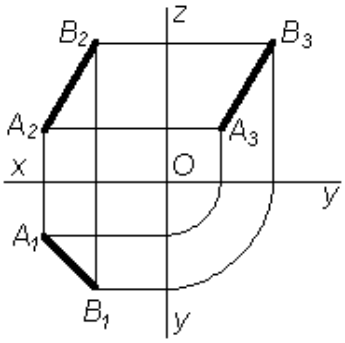


Рис. 3.1

§ 2. Прямая общего положения в системе трех плоскостей проекций π_1, π_2, π_3

Определение	Наглядное изображение	Комплексный чертеж

Прямой общего положения называется прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций π_1, π_2, π_3 AB – прямая в пространстве; A_1B_1 – горизонтальная проекция прямой; A_2B_2 – фронтальная проекция прямой; A_3B_3 – профильная проекция прямой		

§ 3. Прямые частного положения

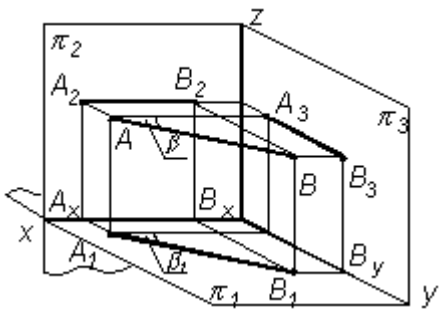
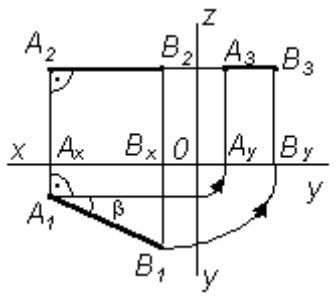
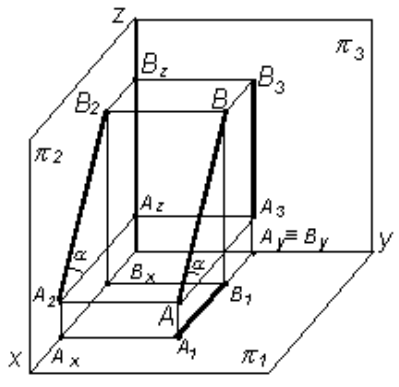
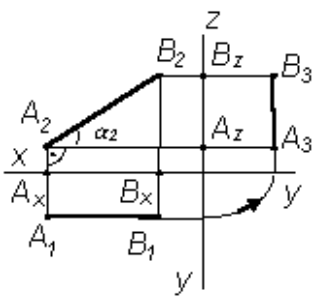
Прямые частного положения – это прямые, которые либо параллельны (табл. 3.1), либо перпендикулярны одной из плоскостей проекций (табл. 3.2).

Прямые уровня

Всякую линию, параллельную плоскости проекций, называют линией уровня. В начертательной геометрии различают три основные линии уровня: *горизонталь, фронталь и профильную линии* (табл. 3.1).

Таблица 3.1

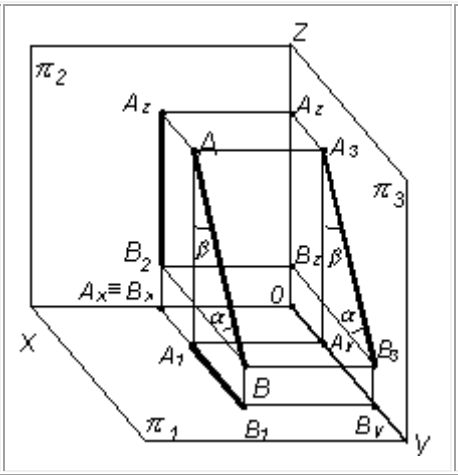
Прямые уровня

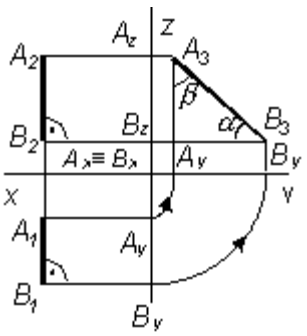
Определение	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
Горизонталью называют всякую линию, параллельную горизонтальной плоскости p_1: A_2B_2 || Ox; A_3B_{3i} || y. A_1B_1 – натуральная величина отрезка, b – угол наклона к π_2		
Фронталью называют линию, параллельную фронтальной плоскости π_2: A_1B_{1i} || Ox; A_2B_2 – натуральная величина; $A_3B_{3\,i}$ || z; α – угол наклона к π_1		

Профильной линией называют линию, параллельную профильной плоскости π_3; $A_2B_{2i} \parallel z$; $A_1B_{1i} \parallel y$; A_3B_3 – натуральная величина отрезка,

α – угол наклона к π_1;

β – угол наклона к π_2





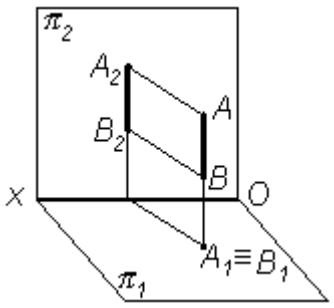
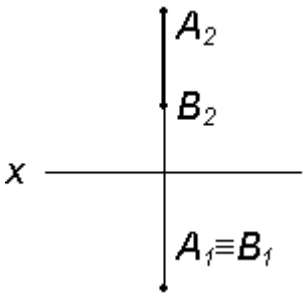
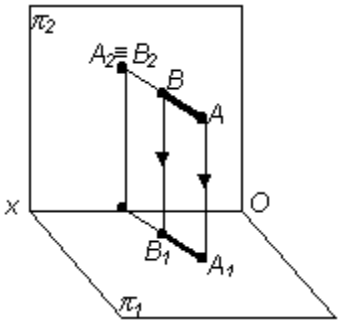
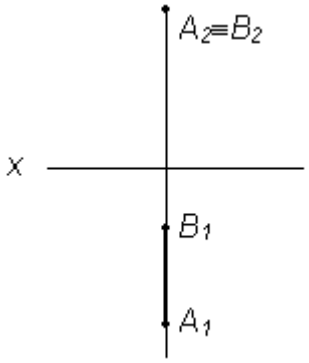
Проецирующие прямые

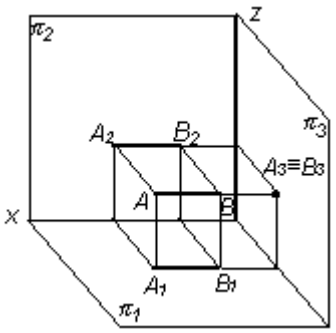
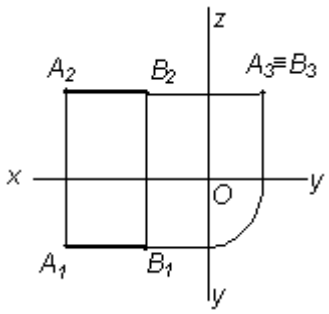
Проецирующими прямыми называют прямые, расположенные перпендикулярно к плоскостям проекций π_1, π_2, π_3. Различают три основные проецирующие прямые: горизонтальную, фронтальную и профильную.

Если прямая перпендикулярна какой-либо из плоскостей проекций, то на эту плоскость она проецируется в виде точки. Две другие ее проекции параллельны осям и равны натуральной величине отрезка (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Проецирующие прямые

Определение	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
Горизонтально-проецирующей прямой называют прямую, перпендикулярную к плоскости π_1; A_2B_2 – натуральная величина АВ, в плоскости π_1 отрезок АВ проецируется в точку $A_1 \equiv B_1$		
Фронтально-проецирующей прямой называют прямую, перпендикулярную к плоскости π_2; АВ $\parallel \pi_1$ и АВ $\perp \pi_2$, A_1B_1 – натуральная величина АВ, в плоскости π_2 отрезок проецируется в точку $A_2 \equiv B_2$		

Профильно-проецирующей прямой называют прямую, перпендикулярную к плоскости π_3; AB || π_1 и AB || π_2, A_1B_1 и A_2B_2 – натуральные величины отрезка AB, A_3B_3 проецируется на π_3 в точку		

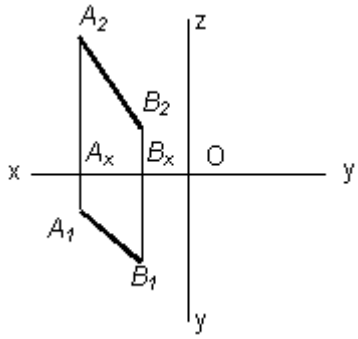
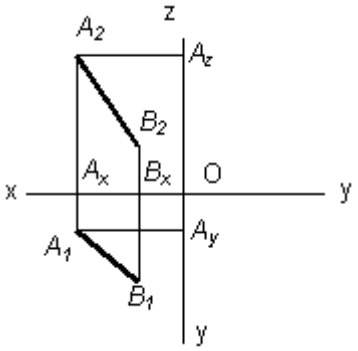
При сравнительном анализе изображений прямых частного положения на комплексном чертеже (табл. 3.1 и 3.2) следует:

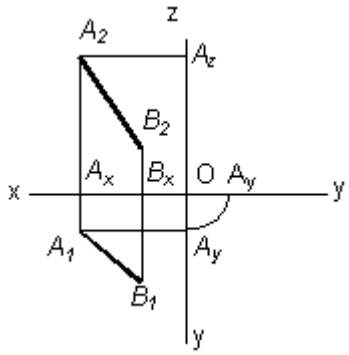
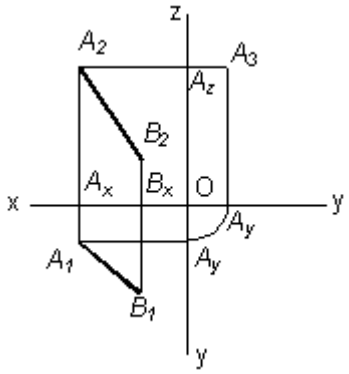
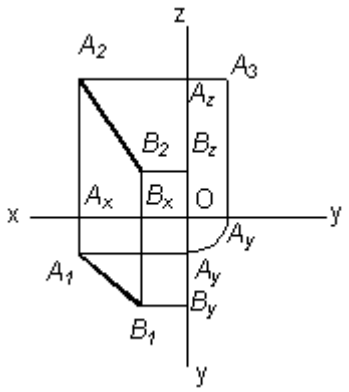
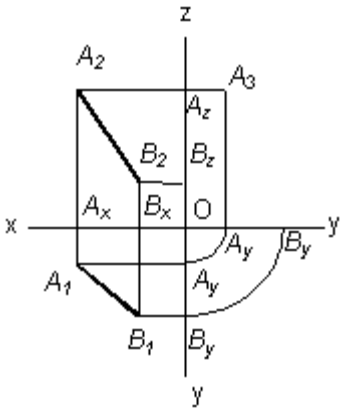
1. Прямая уровня проецируется в натуральную величину на ту плоскость, которой она параллельна. Две остальные ее проекции обязательно параллельны осям проекций.
2. Проекция прямой уровня, к той плоскости, которой она параллельна, составляет с осями проекций углы, равные углам наклона линии уровня с плоскостями проекций.
3. Если прямая перпендикулярна плоскости проекций, то ее проекцией на эту плоскость является точка, а вторая проекция располагается перпендикулярно осям проекций.

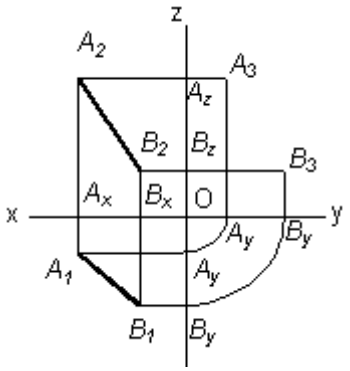
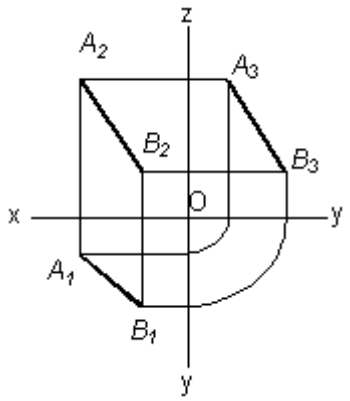
§ 4. Построение третьей проекции отрезка по двум заданным

В нашем примере мы будем рассматривать построение прямой общего положения в первой четверти (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Вербальная форма	Графическая форма
1. Прямая AB задана двумя проекциями A_1B_1 и A_2B_2. Необходимо построить третью проекцию A_3B_3	
2. Построить третью проекцию точки A – A_3:	
а) на оси z и y отложить координаты точки A: A_z и A_y	а) 

б) построить A_y для профильной проекции	б) 
в) построить перпендикуляры из A_z и A_y. Обозначить полученную профильную проекцию точки A_3	в) 
3. Построить третью проекцию точки B_3:	
а) на осях z и y отложить координаты точки B: B_z и B_y	а) 
б) построить B_y для профильной проекции точки B	б) 
в) построить перпендикуляры:	в)

$B_zB_3 \perp z$. $B_yB_3 \perp y$. Обозначить профильную проекцию точки B_3	
4. Соединить полученные проекции A_3 и B_3 – это и будет проекция отрезка AB на плоскость π_3	

Задача № 1

При решении задач использовать алгоритм построения третьей проекции прямой по двум заданным (табл. 3.3).

1. По двум заданным проекциям построить третью на рис. 3.1–3.9:

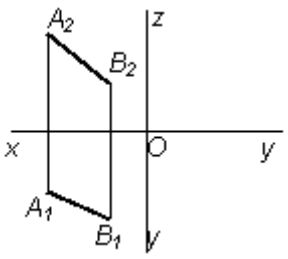


Рис. 3.1.

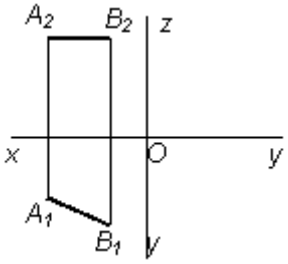


Рис. 3.2.

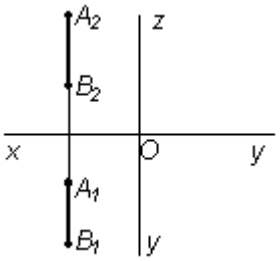


Рис. 3.3.

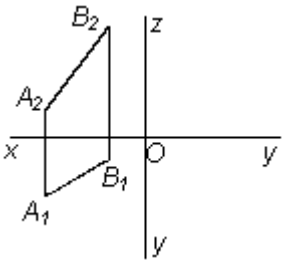


Рис. 3.4.

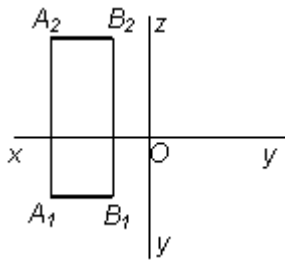


Рис. 3.5.

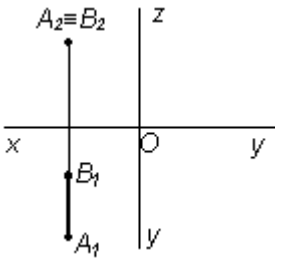


Рис. 3.6.

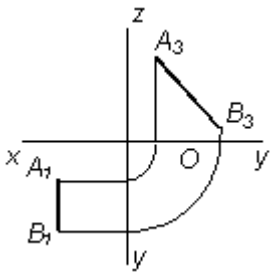


Рис. 3.7.

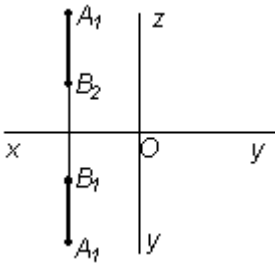


Рис. 3.8.

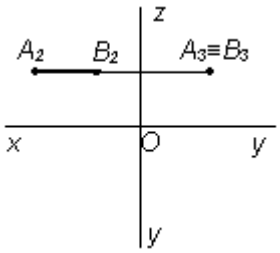


Рис. 3.9.

Задача № 2

Определить, на каком из комплексных чертежей данная прямая является натуральной величиной отрезка. Где можно определить углы наклона прямой к плоскостям проекций (рис. 3.1–рис. 3.9)?

§ 5. Способ прямоугольного треугольника. Определение натуральной величины отрезка прямой линии и углов наклона прямой к плоскостям проекций

Построение проекций отрезка прямой общего и частного положения позволяет решать не только позиционные задачи (расположение относительно плоскостей проекций), но и метрические – определение длины отрезка и углов наклона к плоскостям проекций. Но эта задача может быть решена только в случае, если отрезок параллелен или перпендикулярен к одной или нескольким плоскостям. Рассмотрим способ решения такой задачи для отрезка общего положения.

Пусть дан отрезок АВ общего положения относительно плоскостей π_1 и π_2. АВ'В – прямоугольный треугольник (рис. 3.10), в котором катет АВ' = A_1B_1 (проекции отрезка АВ на плоскость π_1), а катет ВВ' равен z – разности расстояний точек А и В до плоскости π_1. Угол α в прямоугольном треугольнике АВ'В определяет угол наклона прямой АВ к плоскости π_1.

Рассмотрим треугольник ВА'А (рис. 3.11), где катет ВА' равен проекции A_2B_2 (ВА' = A_2B_2), а второй катет АА' равен Δ y – разности расстояний точек А и В от плоскости π_2. Угол β в прямоугольном треугольнике ВАА' определяет угол наклона прямой АВ к плоскости π_2.

Таким образом, натуральная длина отрезка прямой общего положения определяется гипотенузой прямоугольного треугольника, у которого один катет равен проекции отрезка, а второй катет – алгебраической разности расстояний от концов отрезка до одной из плоскостей проекций.

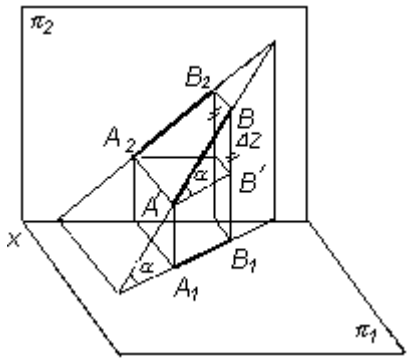


Рис. 3.10

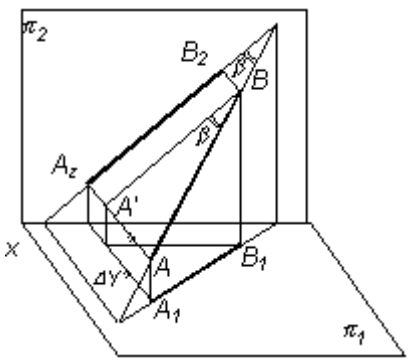


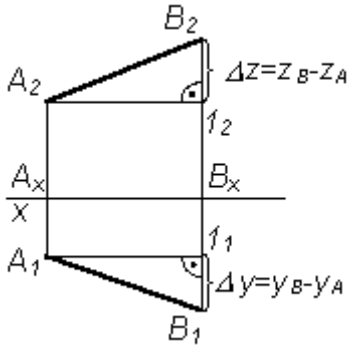
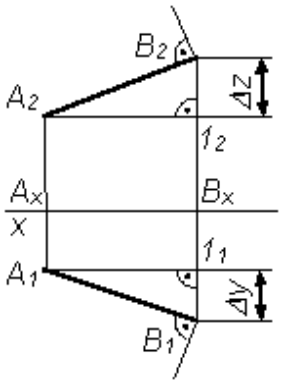
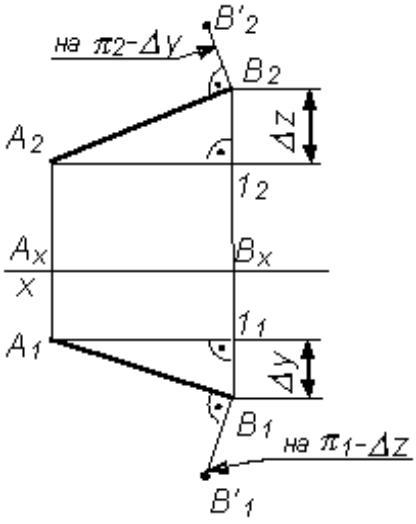
Рис. 3.11

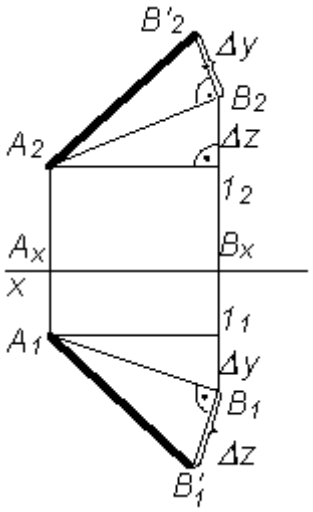
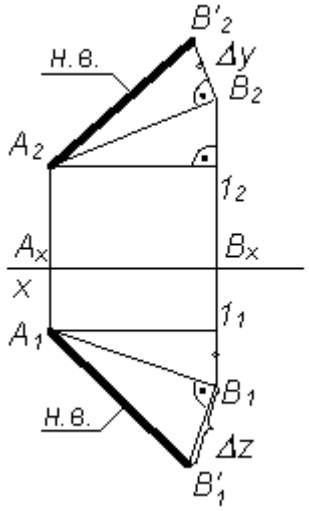
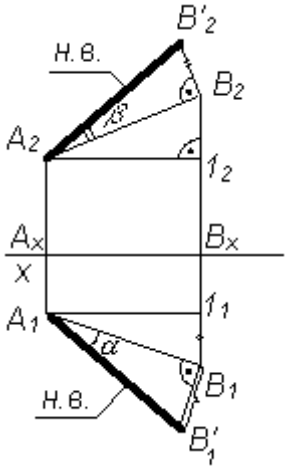
§ 6. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения

Для определения натуральной величины отрезка прямой линии общего положения по ее проекциям применяют метод прямоугольного треугольника.

Рассмотрим последовательность этого положения (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Вербальная форма	Графическая форма
1. Определить на комплексном чертеже A_z, B_z, A_y, B_y: Δ z – разность расстояний от точек A и B до плоскости π_1; Δ y – разность расстояний от точек A и B до плоскости π_2	
• Взять любую точку проекции прямой AB, провести через нее перпендикуляр к отрезку: а) либо перпендикуляр к A_2B_2 через точку B_2 или A_2; б) либо перпендикуляр к A_1B_1 через точку B_1 или A_1	
• На этом перпендикуляре от точки B_2 отложить Δ y или от точки B_1 отложить Δ z	

4. Соединить A_2 и B'_2; A_1 и B'_1	
5. Обозначить натуральную величину отрезка АВ (гипотенузу треугольника): $\|AB\| = A_1B'_1 = A_2B'_2$	
• Отметить углы наклона к плоскости проекции π_1 и π_2: $\angle\alpha$ – угол наклона отрезка АВ к плоскости π_1; $\angle\beta$ – угол наклона отрезка АВ к плоскости π_2	

При решении подобной задачи находить натуральную величину отрезка можно только один раз (либо на π_1, либо на π_2). Если требуется определить углы наклона прямой к плоскостям проекций, то данное построение выполняется дважды – на фронтальной и горизонтальной проекциях отрезка.

§ 7. Принадлежность точки прямой

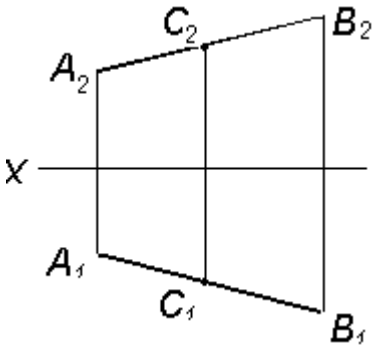


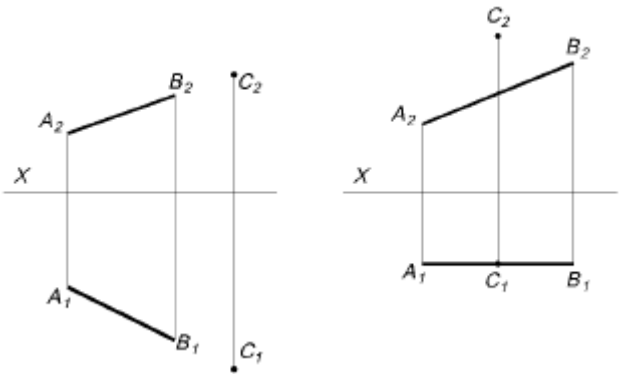
Рис. 3.4

Точка принадлежит прямой, если их одноименные проекции совпадают (рис. 3.4).

Точка С принадлежит отрезку АВ, так как C_2 принадлежит фронтальной проекции отрезка, а C_1 – горизонтальной проекции отрезка.

Задача № 1

Определить, принадлежит ли точка С отрезку прямой АВ.



Задача № 2

Найти вторую проекцию точки В, если она принадлежит прямой *а* (рис. 3.12–3.15)

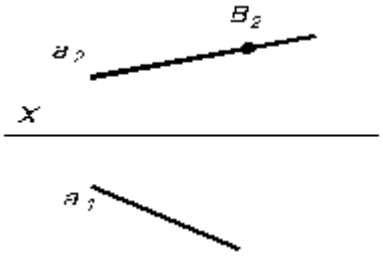


Рис. 3.12

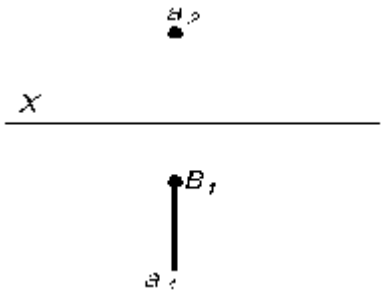


Рис. 3.13

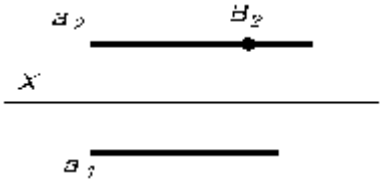


Рис. 3.14

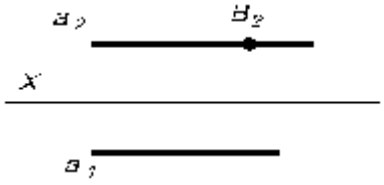


Рис. 3.15

Выводы

На основе теории Монжа можно преобразовать пространственное изображение не только точки, но и более сложных объектов, в частности прямой линии и ее отрезка.

Для получения проекций отрезка АВ строят проекции его концов-точек А и В – A_1B_1; A_2B_2; A_3B_3. Соединив одноименные проекции точек, получают проекции отрезка A_1B_1 – на плоскость π_1; A_2B_2 – на плоскость π_2; A_3B_3 – на плоскость π_3. Проекции концов отрезков связаны линиями проекционной связи.

Точка принадлежит отрезку, если ее проекции располагаются на одноименных проекциях этой же прямой.

Отрезок прямой относительно плоскостей проекций может быть:

- отрезком общего положения (углы наклона отрезка к плоскостям проекций произвольные);
- отрезком уровня (параллельным какой-либо плоскости проекций);
- проецирующим отрезком (перпендикулярным какой-либо плоскости проекций).

Отрезок может быть задан как в системе $\pi_{1\pi\,2}$, так и в $\pi_1\pi_2\pi_3$.

По двум заданным проекциям всегда можно построить третью.

Отрезок в пространстве характеризуется длиной и углом наклона к плоскостям проекций.

Для отрезков уровня и проецирующих эти величины определяются на самом комплексном чертеже, так как одна из проекций отрезка частного положения есть его натуральная величина.

Для нахождения натуральной величины отрезка общего положения и углов его наклона к плоскостям проекций применяется метод прямоугольного треугольника.

Вопросы для самоанализа

1. Что характерно для прямых, если они параллельны какой-либо плоскости проекции?
2. Какая проекция прямой будет параллельна оси O_x, если эта прямая параллельна π_1?
3. Если одна из проекций прямой есть точка, что это за прямая?
4. Когда прямая проецируется на плоскость в натуральную величину?
5. Как определить натуральную величину отрезка общего положения?
6. Что определяют Δ z и Δ y?

Основные понятия, которые необходимо знать:

– проекция прямой, отрезка;
– отрезок общего положения;
– прямые уровня (горизонталь, фронталь, профильная прямая);
– проецирующие прямые (горизонтально-проецирующая, фронтально-проецирующая, профильно-проецирующая прямая).

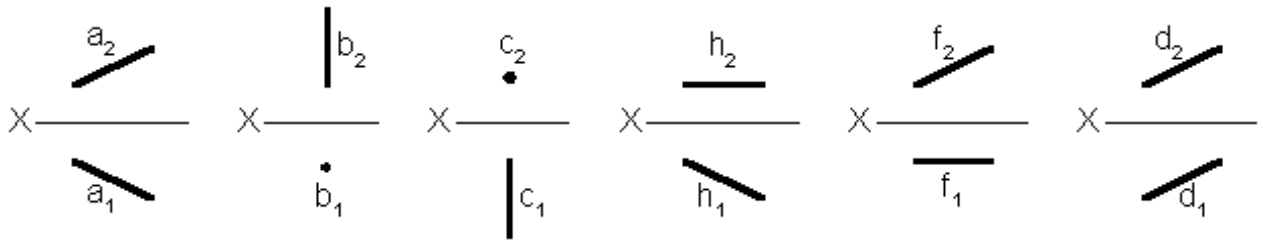
Способы деятельности, которыми надо уметь пользоваться:

1. Построение третьей проекции отрезка по двум заданным.
2. Нахождение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника.

Контрольные задания

1. Провести сравнительный анализ положения проекций прямых:

а) по расположению относительно плоскостей проекций, осей;
б) по сходству и различию.



Практическая работа № 2.
Определение натуральной величины отрезка прямой

Задания

1. По заданным координатам построить две проекции отрезка прямой.
2. Определить натуральную величину отрезка АВ и углы наклона к плоскостям проекций π_1 и π_2.

Варианты ПР № 2

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	*x*	0	10	15	30	0	60	60	65	10	25	30	10	30	60	60	0	50	10	30	10	20	60	0	50	10
	y	45	50	10	35	45	65	40	5	0	30	40	15	20	10	10	10	15	30	10	30	0	0	10	15	30
	z	30	20	0	10	30	10	25	40	0	50	45	30	20	0	10	30	20	0	0	10	15	30	50	10	35
B	*x*	45	25	25	40	45	20	80	80	15	40	25	45	25	25	40	45	45	25	5	15	10	5	5	0	10
	y	60	40	20	45	60	30	65	10	55	35	10	0	50	45	30	20	0	10	30	20	0	10	30	25	40
	z	55	35	30	55	55	45	75	15	25	15	5	15	40	25	45	25	25	40	45	5	25	40	10	0	45

Примечание. Образец выполнения практической работы № 2 см. прил. 9.

Глава 4
Взаимное положение прямых в пространстве

[4, гл. 2, § 14];
[5, гл. 7, § 41];
[6, гл. 1, § 7];
[7, гл. 2, подразделы 2–4]

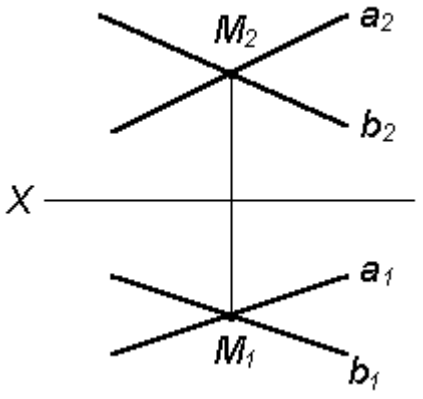
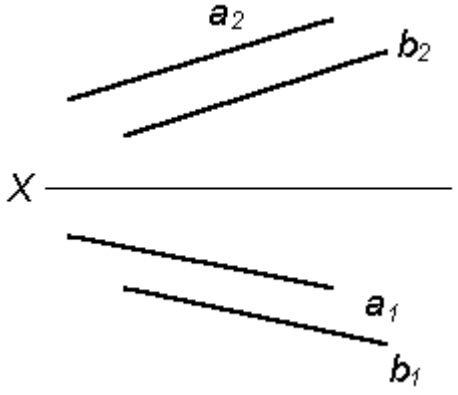
§ 1. Общие положения

Две прямые в пространстве могут иметь различное расположение:

- пересекаться (лежать в одной плоскости). Частный случай пересечения – под прямым углом;
- могут быть параллельными (лежать в одной плоскости);
- совпадать – частный случай параллельности;
- скрещиваться (лежать в разных плоскостях и не пересекаться).

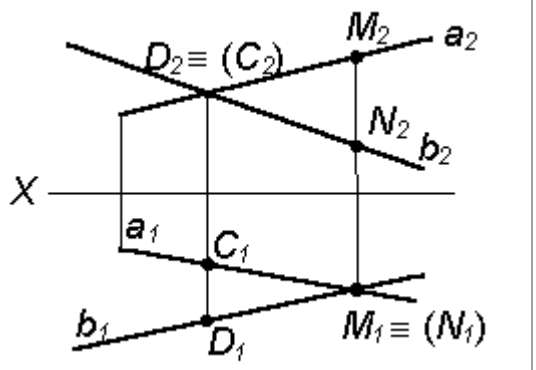
Рассмотрим изображение пересекающихся, параллельных и скрещивающихся прямых на комплексном чертеже (табл. 4.1)

Таблица 4.1

Определение	Комплексный чертеж
Пересекающиеся прямые Если прямые общего положения пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой, а проекции точек пересечения лежат на одной линии связи: $M = a \cap b$; $M_1 = a_1 \cap b_1$; $M_2 = a_2 \cap b_2$	
Параллельные прямые Если прямые параллельны, то их одноименные проекции также параллельны. Если $a \parallel b$, то $a_1 \parallel b_1$, $a_2 \parallel b_2$	

Скрещивающиеся прямые

Если прямые скрещиваются в пространстве, то их одноименные проекции не пересекаются, так как мы имеем дело с конкурирующими точками



§ 2. Определение видимости прямых относительно плоскостей проекций

Для определения видимости прямых относительно плоскостей проекции используются конкурирующие точки. Рассмотрим комплексный чертеж скрещивающихся прямых *a* и *b* (рис. 4.1 и рис. 4.2). Определим, какая из прямых расположена выше другой (относительно плоскости π_1) или ближе другой к наблюдателю (относительно плоскости π_2). Для этого необходимо проанализировать положение конкурирующих точек C и D, принадлежащих этим прямым. Из рис. 4.1 следует, что при взгляде сверху по указанной стрелке C_2 выше D_2 относительно π_1. Следовательно, точка C_1, принадлежащая прямой *a*, будет видима, а точка D_2, принадлежащая прямой *b*, (D_1 – показана в скобках) будет не видима.

Из двух конкурирующих точек M и N, принадлежащих скрещивающимся прямым *a* и *b* (рис. 4.2), относительно плоскости π_2, видимой будет точка M_2, так как M_1 расположена ближе к наблюдателю, что видно при взгляде спереди по указанной стрелке, а точка N_2 будет не видима, поэтому она показана в скобках.

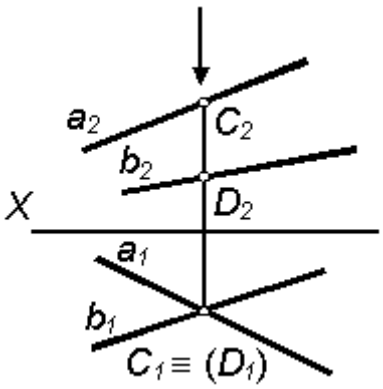


Рис. 4.1

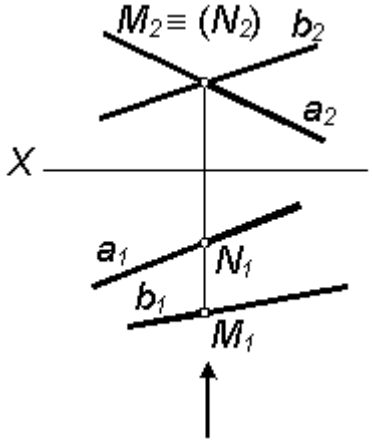


Рис. 4.2

Понятие конкурирующих точек используется в решении позиционных задач, когда требуется определить видимость, то есть положение прямых между собой и относительно зрителя.

Задание

1. Определить взаимное положение прямых (рис. 4.3–рис. 4.10).
2. Найти конкурирующие точки, если они есть (рис. 4.3–рис. 4.10).
3. Описать положение прямых относительно друг друга (рис. 4.3–рис. 4.10).

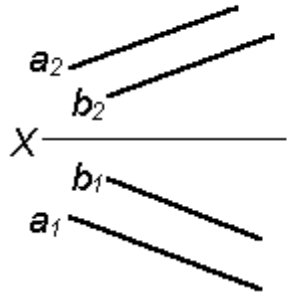


Рис. 4.3

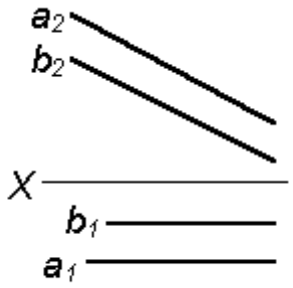


Рис. 4.4

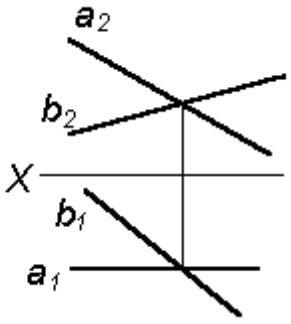


Рис. 4.5

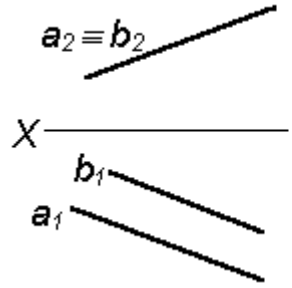


Рис. 4.6

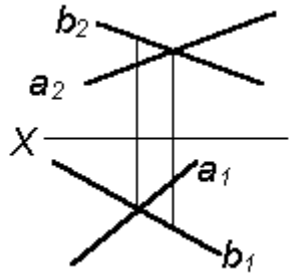


Рис. 4.7

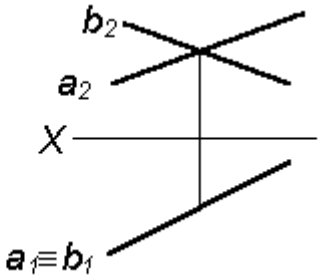


Рис. 4.8

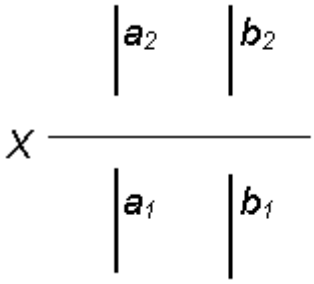


Рис. 4.9

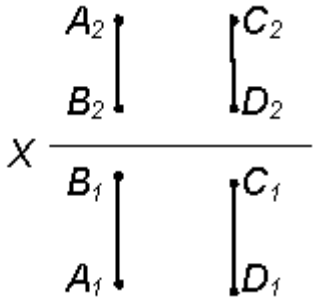
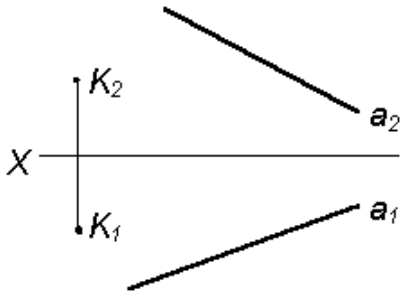


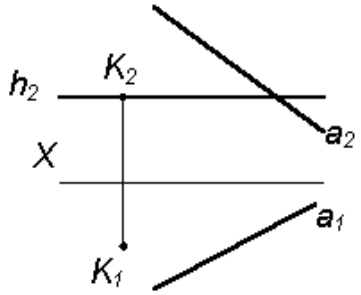
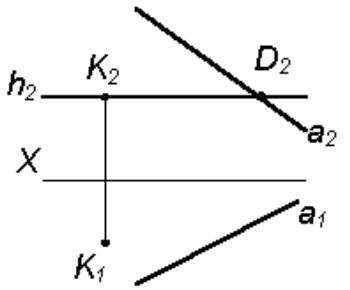
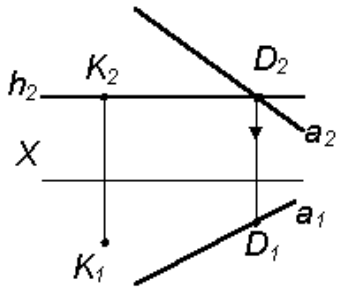
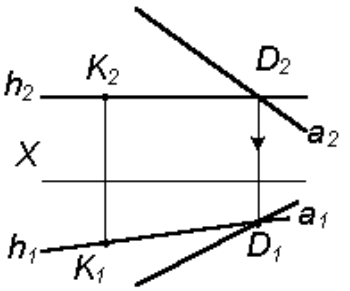
Рис. 4.10

Рассмотрим алгоритмы построения прямых пересекающихся (табл. 4.2) и параллельных (табл. 4.3).

Таблица 4.2

Алгоритм построения пересекающихся прямых

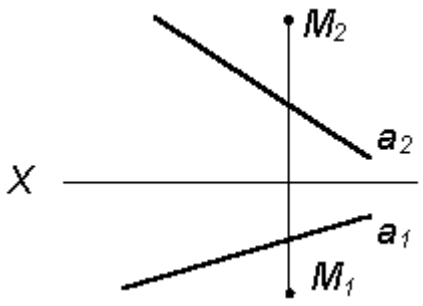
Вербальная форма	Графическая форма
1. Через точку К провести прямую h|| π_1 и пересекающую прямую а	

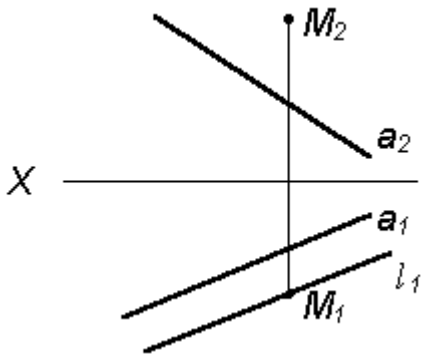
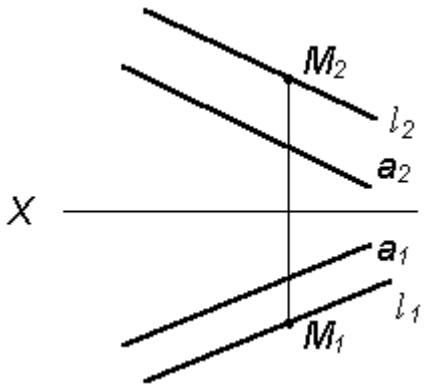
2. Через точку К ($К_2$) проводим фронтальную проекцию горизонтали $h_{2||}$ оси x: $K_2 \in h_2$	
3. Отмечаем точку D (D_2) пересечения горизонтали h_2 и прямой *a*: $D_2=h_2 \cap a_2$	
4. Находим горизонтальную проекцию точки D – D_1	
5. Проводим: $К_1D_1$ – горизонтальную проекцию горизонтали h_1	

Таким образом, можно сделать следующий вывод, так как $h_2 \cap a_2=D_2$, $h_1 \cap a_1=D_1$, то эти прямые пересекаются.

Таблица 4.3

Алгоритм построения прямых параллельных

Вербальная форма	Графическая форма
1. Через точку М провести прямую $l \parallel a$	

2. Через точку M_1 проведем $l_1 \parallel a_1$	
3. Проведем $l_2 \parallel a_2$ через точку M_2	

Таким образом, можно сделать следующий вывод: l параллельна a, так как l_1 параллельна a_1 и l_2 параллельна a_2.

Выводы

Прямые в пространстве могут быть:
– пересекающимися;
– параллельными;
– скрещивающимися.
Изображение этих прямых на комплексном чертеже характеризуется расположением их проекций, а именно:

1. если прямые пересекаются в пространстве, то на комплексном чертеже их одноименные проекции пересекаются, а точки пересечения их проекций лежат на одном перпендикуляре к оси проекций;
2. если прямые в пространстве параллельны, то на комплексном чертеже их одноименные проекции параллельны между собой;
3. если прямые скрещиваются в пространстве, то на комплексном чертеже их одноименные проекции пересекаются, но точки их пересечения не лежат на одном перпендикуляре к оси проекций.

Видимость прямых относительно плоскостей проекций определяется с помощью конкурирующих точек.
Используя изученный материал, можно решать на комплексном чертеже такие позиционные задачи, как:
– определять положение прямых и точек относительно друг друга и плоскостей проекций;
– выполнять построение прямых с заданными свойствами (параллельность, пересечение и т.п.).

Вопросы для самоанализа

1. В чем различие положений скрещивающихся и пересекающихся прямых в пространстве?

2. В чем сходство и различие положений проекций пересекающихся и скрещивающихся прямых на комплексном чертеже?
3. Если две прямые в пространстве имеют две общих точки, то они пересекаются. Верно ли это утверждение?
4. Приведите пример положения конкурирующих точек:

– двух скрещивающихся прямых;
– двух параллельных прямых.

5. Сколько проекций надо задать для определения параллельности прямых в пространстве? Рассмотрите варианты решения. Сделайте обобщенный вывод.

Основные понятия, которые необходимо знать:

– параллельность прямых;
– пересечение прямых;
– скрещивание прямых;
– совпадение прямых;
– конкурирующие точки.

Способы деятельности, которыми необходимо владеть:

1. Построение параллельных, пересекающихся, скрещивающихся прямых.
2. Построение прямых, параллельно заданным и построение прямых, пересекающих заданные.

Практическая работа № 3
Взаимное положение прямых в пространстве

Задания выполняются в соответствии с вариантом. Требуется:

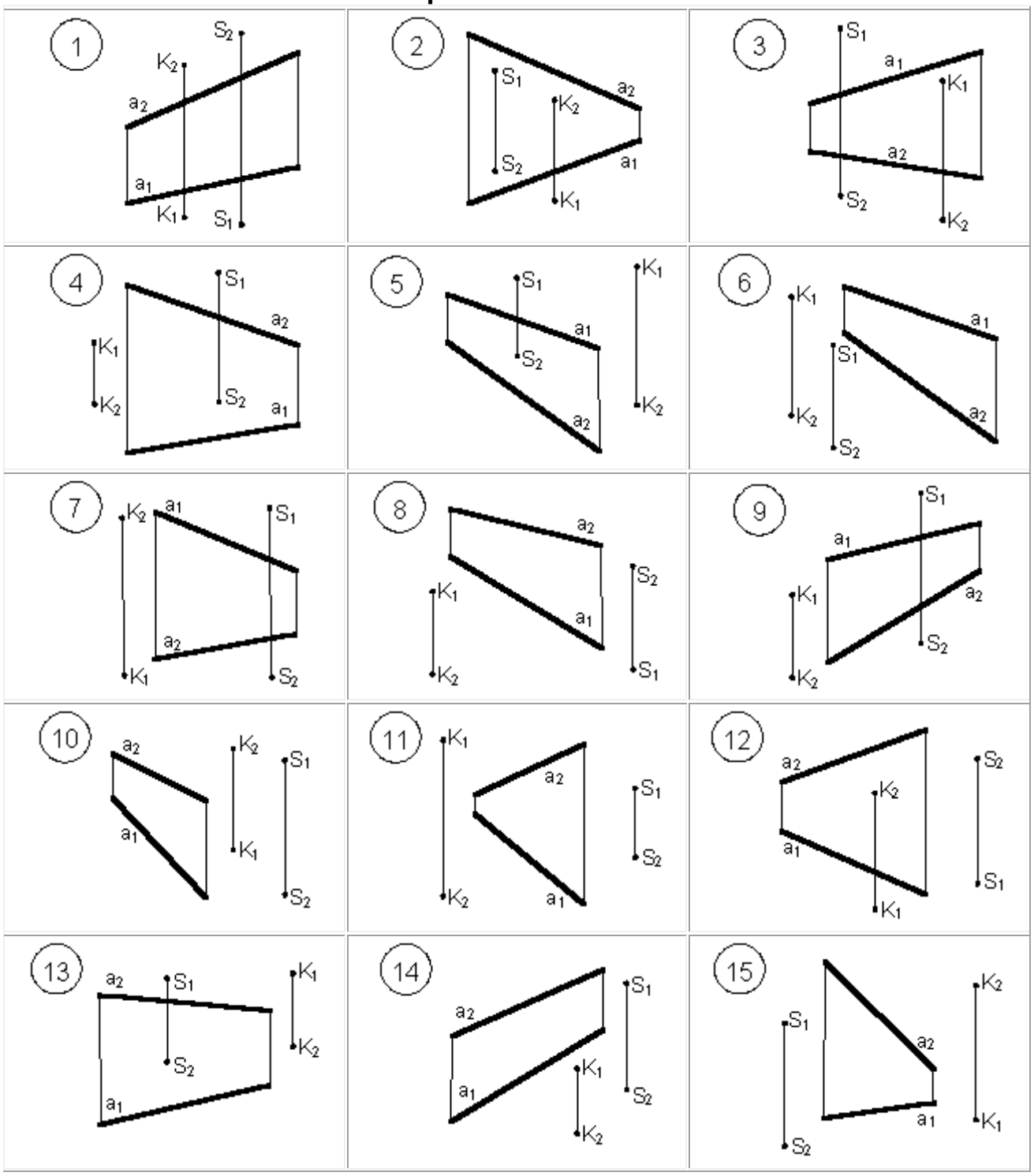
1.Через точку К провести прямую h|| π_1 , пересекающую заданную прямую *a*;

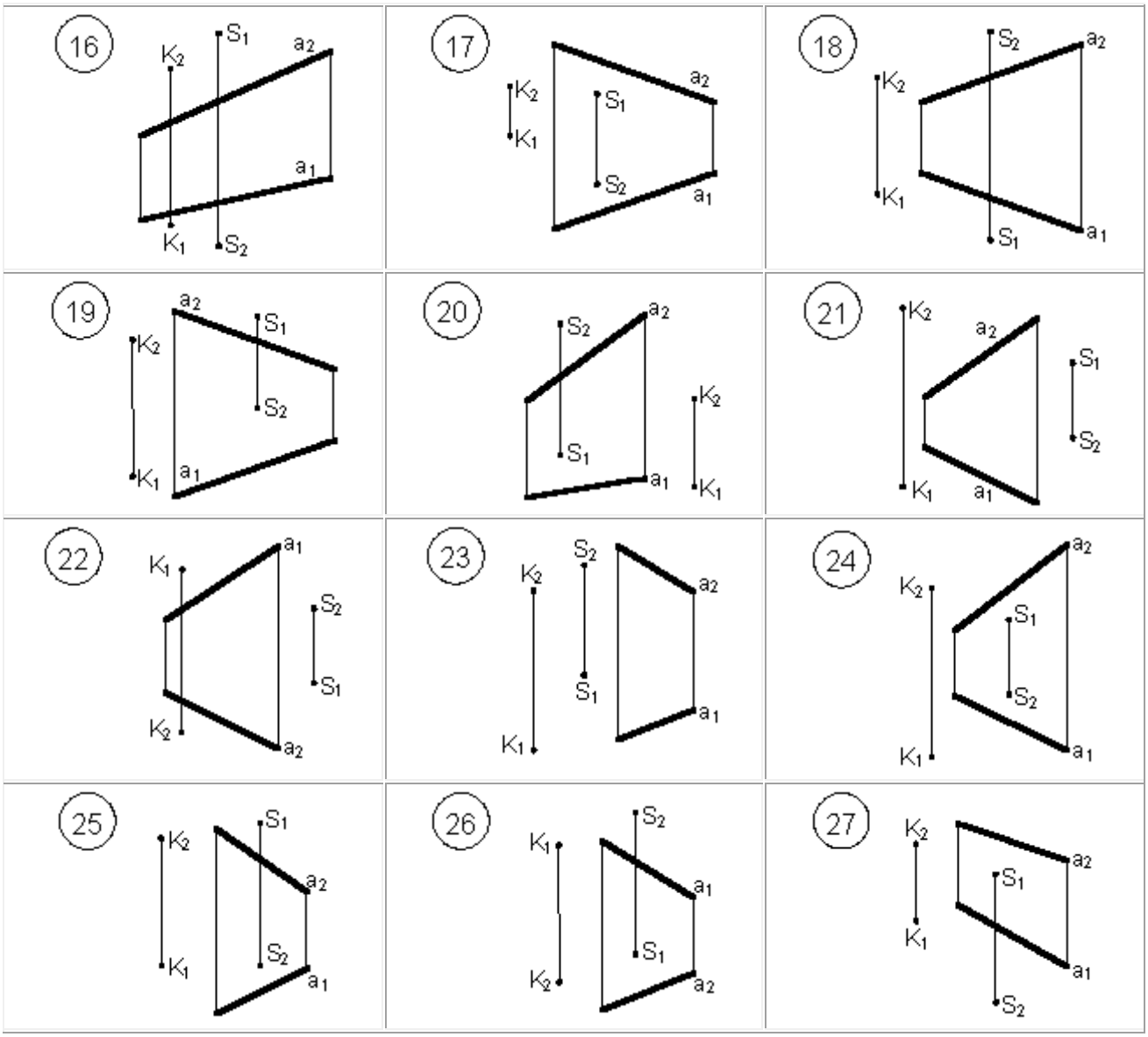
2.Через точку К провести прямую f|| π_2 , пересекающую заданную прямую *a*;

3.Через точку К провести прямую *l*, пересекающую заданную прямую *a*;

4.Через точку S провести прямую m || *a*.

Варианты ПР № 3





Примечание. Образец выполнения практической работы № 3 см. прил. 10.

Глава 5
Плоскость

[4, гл. 3, § 16–19];
[5, гл. 8, § 46–48];
[6, гл. 3, § 8–10];
[7, гл. 3, подразделы 3.1–3.2]

§ 1. Общие положения

Плоскость – это двумерный геометрический образ, имеющий длину и ширину. Плоскость считается бесконечной, не имеющей толщины и непрозрачной. Плоскость является одним из наиболее часто встречающихся видов поверхности, которая содержит полностью каждую прямую, соединяющую любые две ее точки (рис. 5.1).

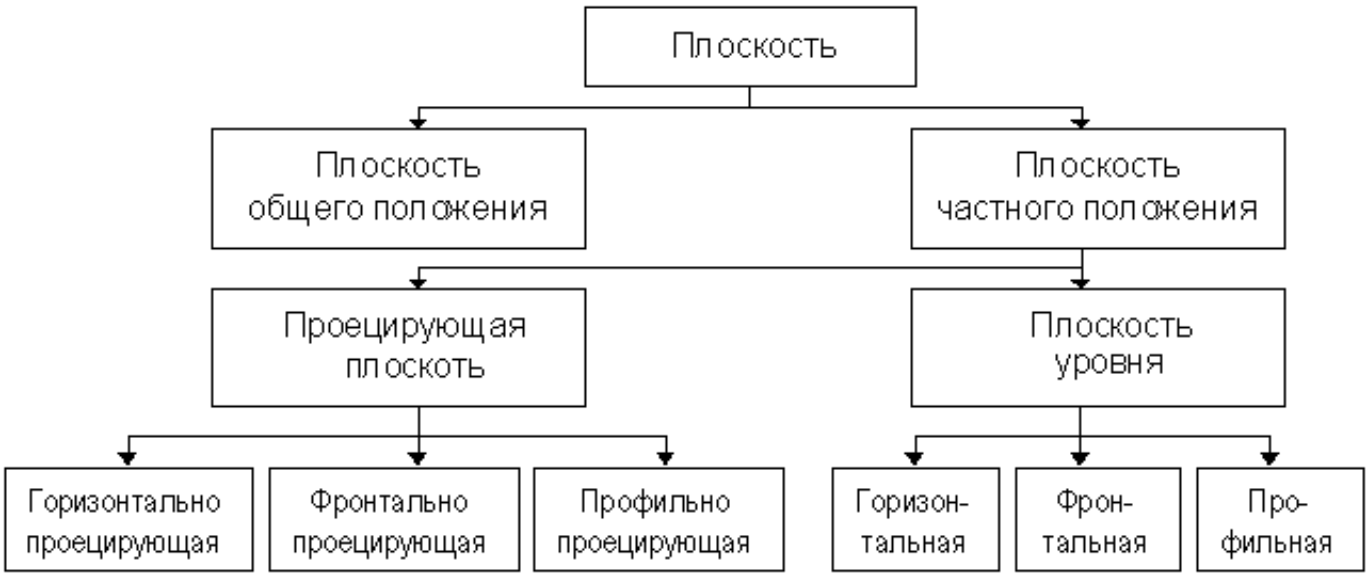
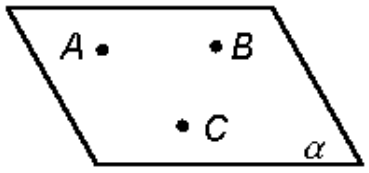
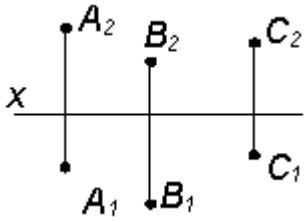
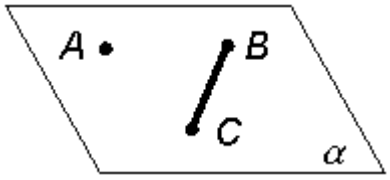
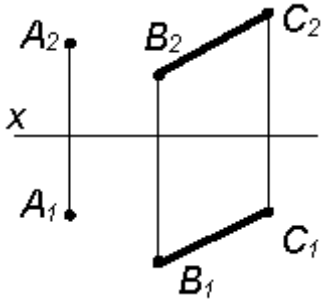
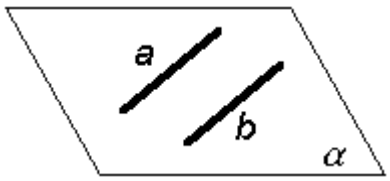
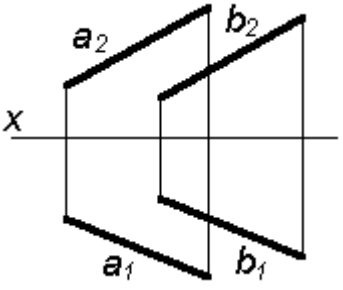


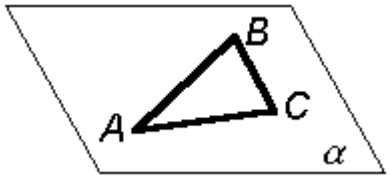
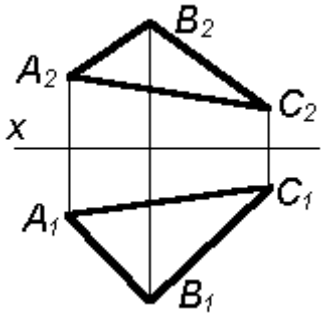
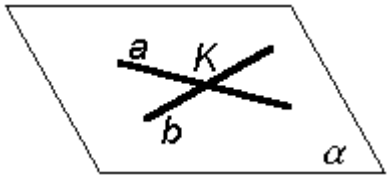
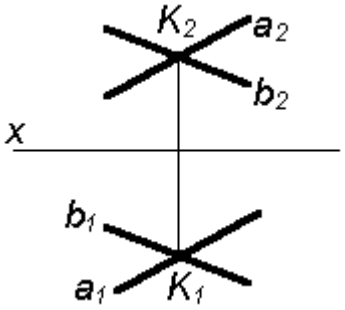
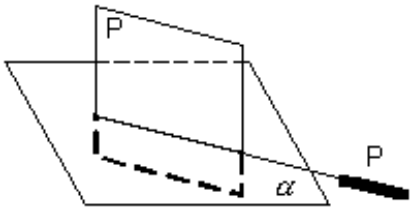
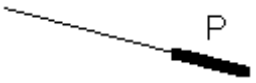
Рис. 5.1

§ 2. Способы задания плоскости

Плоскость на чертеже может быть задана следующими способами (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Способ задания	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
а) тремя точками, не лежащими на одной прямой		
б) прямой и точкой вне данной прямой		
в) двумя параллельными прямыми		

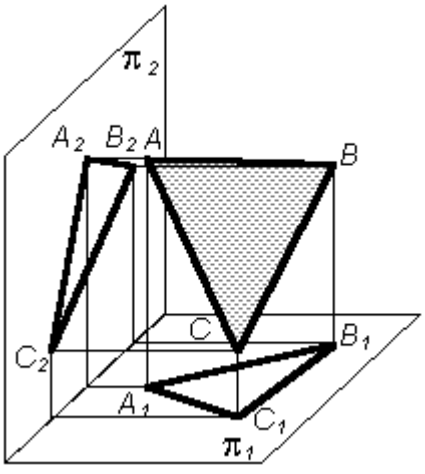
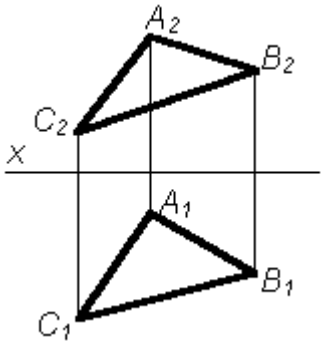
г) плоской фигурой		
д) двумя пересекающимися прямыми		
е) следом: P ⊥ α		

§ 3. Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскости в пространстве могут занимать общее (табл. 5.2) и частное положение (табл. 5.3 и табл. 5.4).

Плоскость общего положения

Таблица 5.2

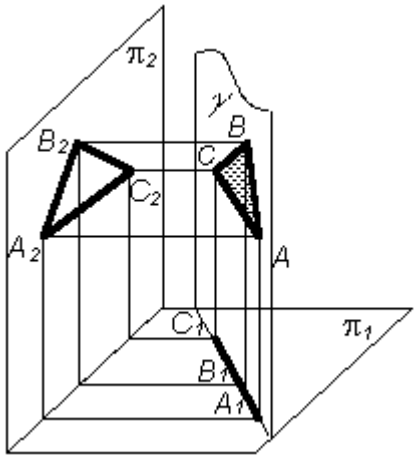
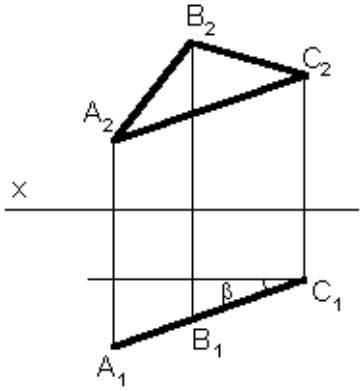
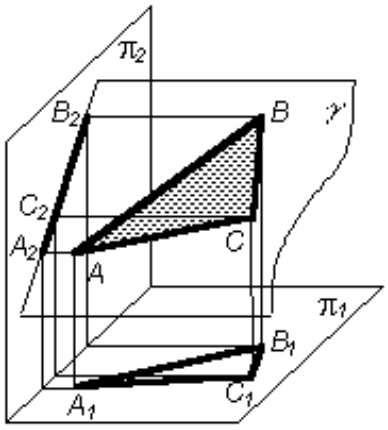
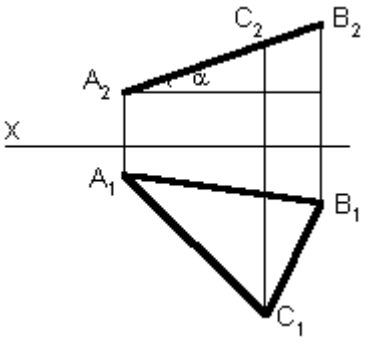
Определение	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
Плоскость, не перпендикулярную ни к одной из плоскостей проекций, называют плоскостью общего положения		

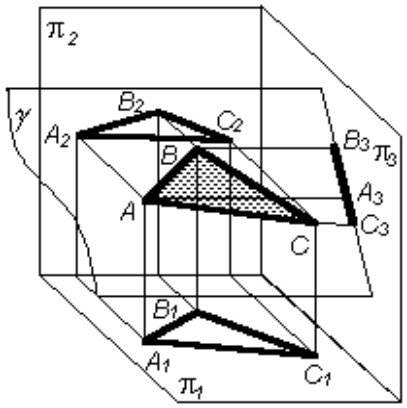
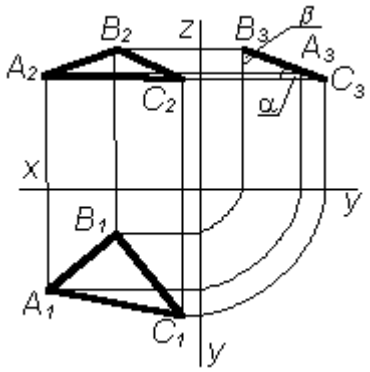
Плоскости частного положения

Плоскостью частного положения называют плоскость, которая либо перпендикулярна, либо параллельна одной из плоскостей проекций. Плоскости частного положения могут быть проецирующими (табл. 5.3) и плоскостями уровня (табл. 5.4).

Таблица 5.3

Плоскости проецирующие

Определение	Наглядное изображение	Комплексный чертеж
Горизонтально-проецирующей плоскостью называют плоскость, перпендикулярную к плоскости проекций Σ (Δ ABC)$\perp \pi_1$. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость π_1 в прямую линию; горизонтальная проекция $\Delta A_1B_1C_1$ есть прямая линия на плоскости π_1; угол β есть угол наклона этой плоскости к плоскостям π_2. Он проецируется на горизонтальную плоскость без искажения		
Фронтально-проецирующей плоскостью называют плоскость, перпендикулярную к плоскости проекций π_2. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость π_2 в прямую линию; фронтальная проекция $\Delta A_2B_2C_2$ есть прямая линия на плоскости π_2. Угол α есть угол наклона этой плоскости к плоскости π_1, он проецируется на плоскость π_2 без искажения		

Профильно-проецирующей плоскостью называют плоскость перпендикулярную к плоскости проекций π_3. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на профильную плоскость проекций в прямую линию. Профильная проекция $\Delta A_3B_3C_3$ есть прямая линия плоскости π_3. Углы α и β есть углы наклона этой плоскости к π_1 и π_2		

Таким образом, если плоскость перпендикулярна одной из плоскостей проекций, то на эту плоскость она проецируется в виде прямой линии.

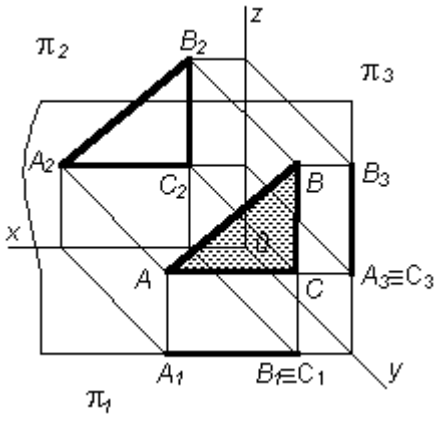
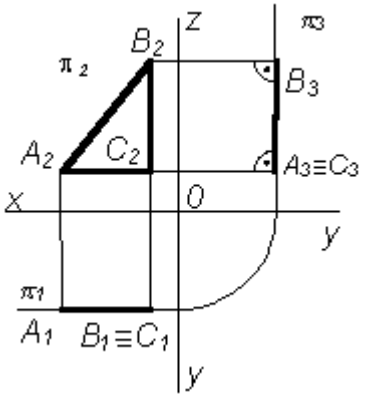
Задача

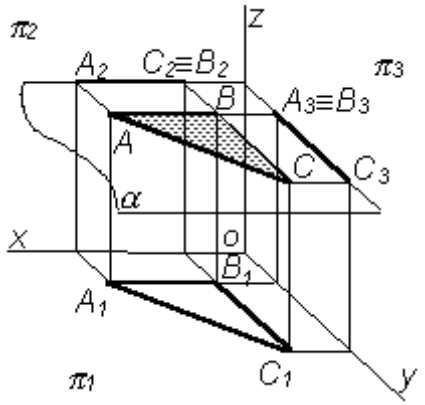
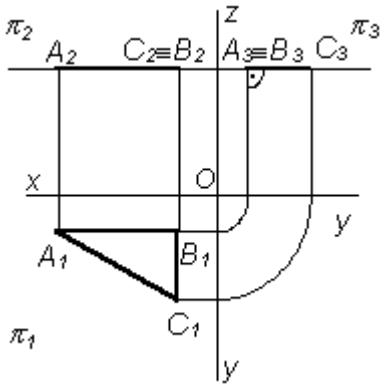
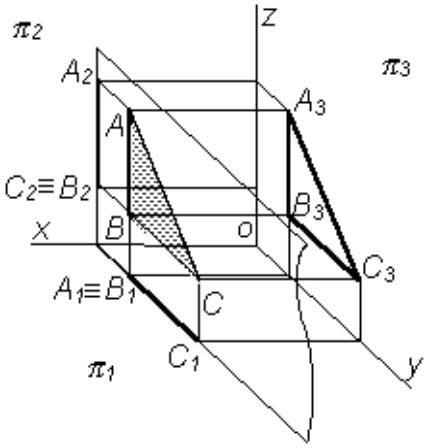
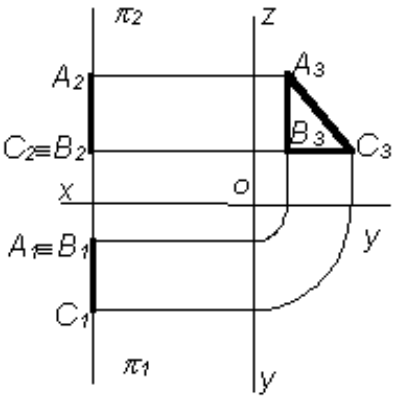
Построить комплексный чертеж фронтально-, профильно- и горизонтальнопроецирующих плоскостей, если они заданы:

а) тремя точками;
б) прямой и точкой, не принадлежащей данной прямой;
в) двумя пересекающимися прямыми;
г) двумя параллельными прямыми.

Таблица 5.4

Плоскости уровня

Характеристика	Наглядное изображение	Эпюр
Фронтальная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости π_2. Эта плоскость пересекает плоскость π_1 параллельно оси OX, а плоскость π_3 – по линии, параллельной оси OZ		

Горизонтальная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости проекции π_1. Эта плоскость пересекает плоскость π_2 параллельно оси OX, а плоскость π_3 – параллельно оси OУ		
Профильная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости π_3. Эта плоскость пересекает плоскости проекций π_1 и π_2 по линиям, параллельным оси Z		

Таким образом, если плоскость параллельна какой-либо плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в натуральную величину, а две ее другие проекции есть прямые линии параллельные осям проекций.

Задача

Постройте комплексный чертеж плоскости уровня (горизонтальной, фронтальной, профильной), если они заданы:

а) тремя точками;
б) прямой и точкой, не лежащей на прямой;
в) двумя пересекающимися прямыми;
г) двумя параллельными прямыми;
д) плоской фигурой.

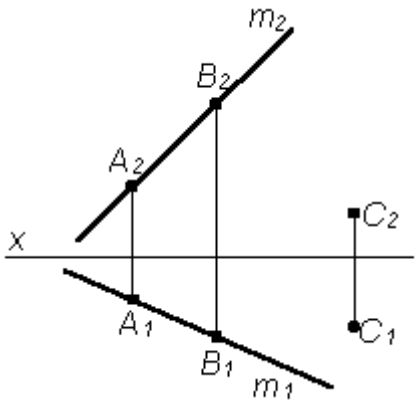
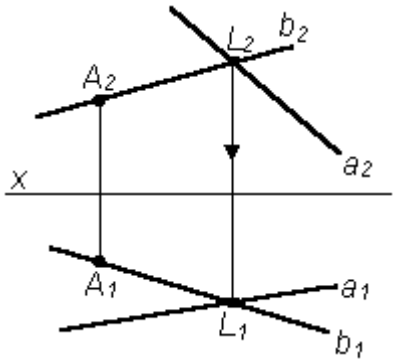
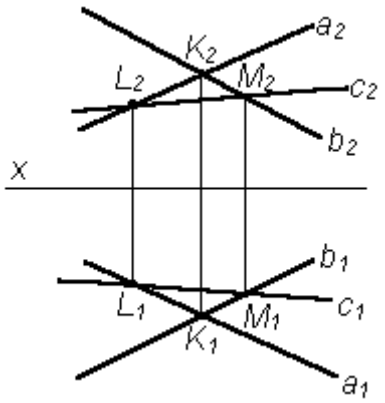
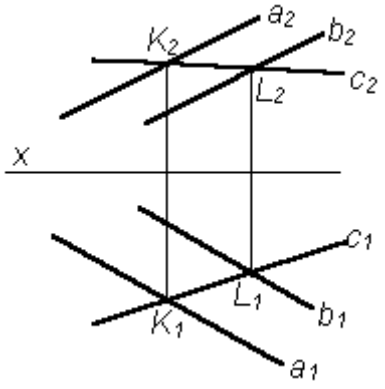
§ 4. Условия принадлежности прямой линии плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие этой плоскости или через одну точку этой плоскости, параллельно прямой, лежащей в этой плоскости.

Задача

Провести прямую, принадлежащую данной плоскости. Рассмотрим пример на основе применения определения, когда плоскость задана разными способами (табл. 5.5).

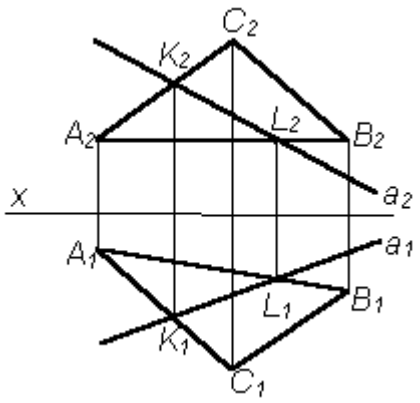
Таблица 5.5

Условие	Комплексный чертеж
Плоскость задана тремя точками A, B, C. **Решение:** провести прямую m через любые две точки (в частности, A и B)	
Плоскость задана точкой A и прямой *a*. **Решение:** 1) на прямой *a* выбираем любую точку L (L_2); строим L_1 2) через A и L проводим прямую b	
Плоскость задана двумя пересекающимися прямыми: $a \cap b = K$. **Решение:** 1) выбираем произвольные точки на прямой *a* L(L_1L_2), и на прямой *b* – M (M_1M_2). 2) проводим прямую *c* через эти точки	
Плоскость задана двумя параллельными прямыми *a* || *b*. **Решение:** 1) выбираем на прямых по одной произвольной точке K∈*a* и L∈ *b*; 2) через одноименные проекции K и L проводим прямую *c*	

Плоскость задана плоской фигурой.

Решение:

1) на любых сторонах треугольника выбираем произвольные точки K и L;
2) через одноименные проекции проводим проекции прямой *a*



Задача № 1

Определить принадлежность прямой линии плоскости, если дана плоскость ∆ ABC (∆ $A_1B_1C_1$, ∆ $A_2B_2C_2$) и прямая *a* (a_1a_2) (рис. 5.2).

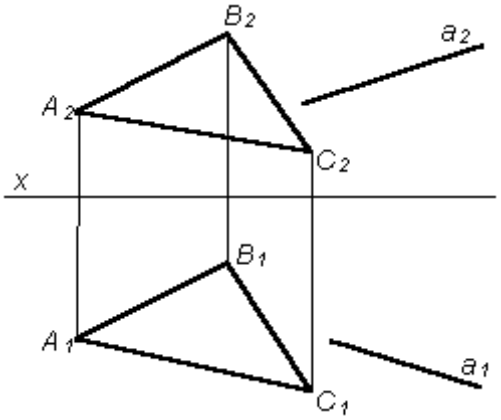


Рис. 5.2

Задача № 2

Достроить фронтальную проекцию четырехугольника; плоскость четырехугольника задана горизонтальной проекцией и тремя точками фронтальной проекции (рис. 5.2–5.4).

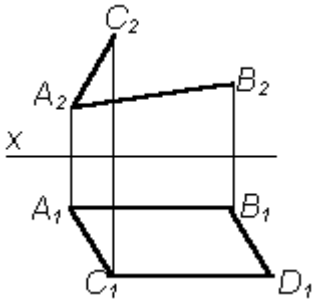


Рис. 5.2

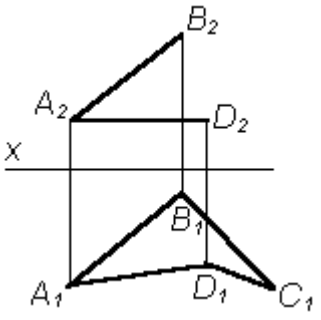


Рис. 5.3

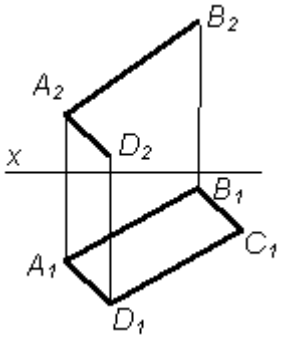


Рис. 5.4

Задача № 3

Достроить вторую проекцию параллелограмма (рис. 5.5).

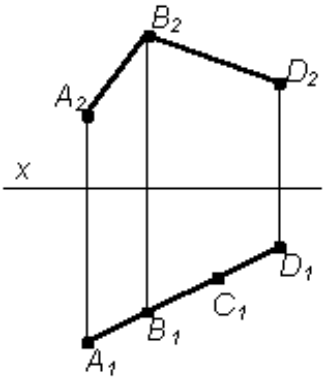


Рис. 5.5

Задача № 4

Достроить вторую проекцию пятиугольника (рис. 5.6).

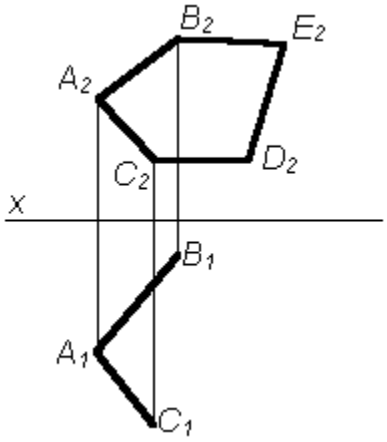
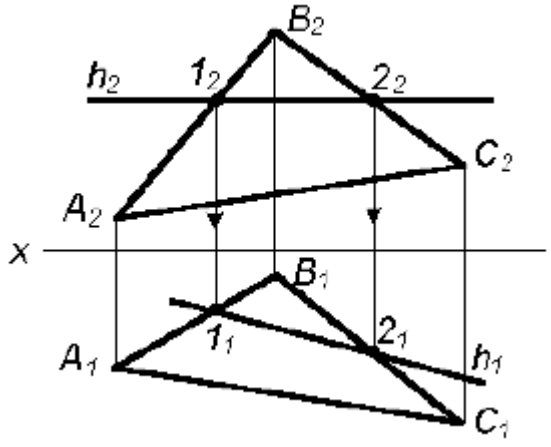


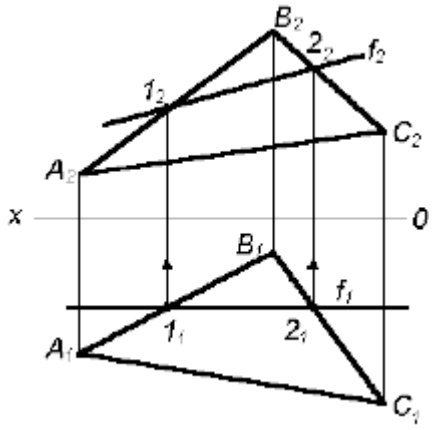
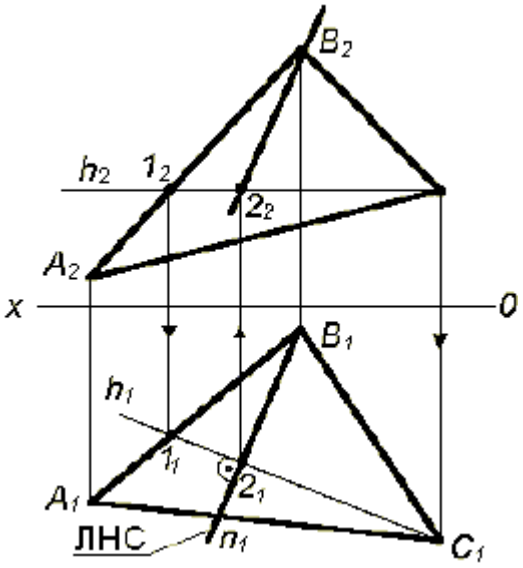
Рис. 5.6

§ 5. Прямые особого положения в плоскости

Прямыми особого положения в плоскости являются горизонталь h, фронталь f и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций. Рассмотрим графическое изображение этих линий (табл. 5.6).

Таблица 5.6

Определение	Комплексный чертеж
1. Горизонталью плоскости называется прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций, обозначаемая h. Построение горизонтали начинается с фронтальной проекции h_2. Все горизонтали одной плоскости между собой параллельны. Горизонталь есть геометрическое место точек плоскости, удаленных от плоскости π_1 на одно и то же расстояние	

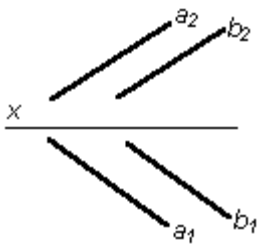
2. Фронталью плоскости называется прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций, обозначаемая f. Все фронтали одной плоскости параллельны между собой. Фронталь плоскости – это геометрическое место точек, удаленных от плоскости π_2 на одно и то же расстояние	
3. Линиями наибольшего наклона данной плоскости к плоскостям проекций называются линии, лежащие в плоскости и перпендикулярные горизонтали, фронтали или ее профильной прямой. В первом случае определяется наклон данной плоскости к плоскости π_1, во втором – к π_2, в третьем – к π_3. Линия наибольшего наклона к π_1 называется линией наибольшего ската (ЛНС). Построение ЛНС начинается с ее горизонтальной проекции n_1, так как согласно свойству проецирования прямого угла, угол 90^0 между ЛНС и h_1 на π_1 проецируется без искажения	

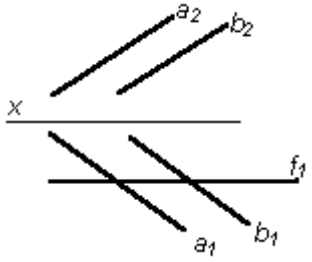
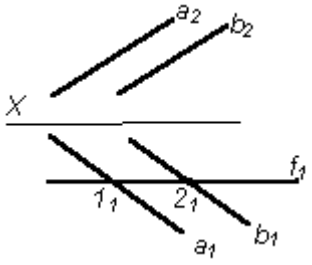
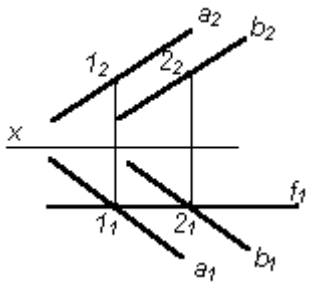
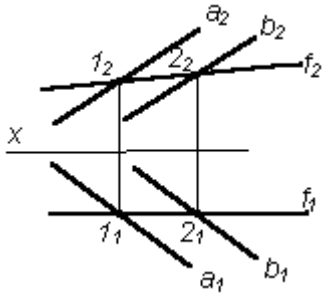
Задача № 1

1. Провести фронталь в плоскости, заданной двумя параллельными прямыми: α (a || b) (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Алгоритм построения фронтали

Вербальная форма	Графическая форма
Дана плоскость α (a|| b), следовательно, $a_1 \parallel b_1$; $a_2 \parallel b_2$	

Фронталь – это прямая, принадлежащая плоскости $f \subset \alpha$ (a$\parallel$ b). Известно, что горизонтальная проекция фронтали $f_{1\parallel}$ x. Проведем $f_{1\parallel}$ x и $f_1 \cap a_1$, $f_1 \cap b_1$	
Отметим точки пересечения f_1 и a_1, f_1 и b_1: $f_1 \cap a_1 = 1_1$, $f_1 \cap b_1 = 2_1$	
Если $f \in \alpha$ (a $\subset$b), то все ее точки принадлежат этой плоскости, следовательно, точки 1 и 2 принадлежат α (a$\parallel$ b). Тогда, $1_2 \in a_2$ и $2_2 \in b_2$. Находим эти проекции	
Через точки 1_2 и 2_2 проводим фронтальную проекцию фронтали f_2	

Задача № 2

Провести горизонталь, фронталь и ЛНС в плоскости, заданной:

а) тремя точками;
б) двумя пересекающимися прямыми.

§ 6. Принадлежность точки плоскости

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости (рис. 5.7).

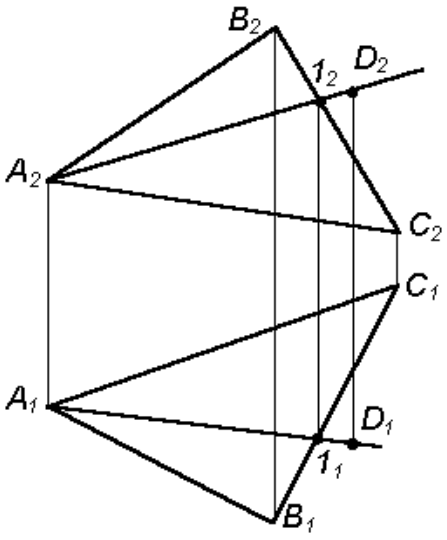


Рис. 5.7

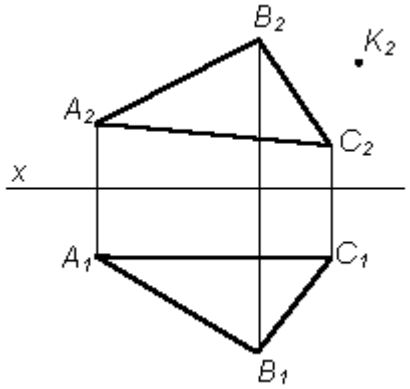
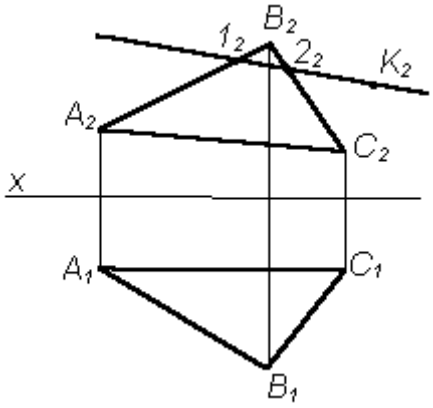
Точка D принадлежит плоскости Σ (Δ ABC), так как $D_1 \in A_1 1_1$; $D_2 \in A_2 1_2$, а прямая A1 принадлежит плоскости Σ (Δ ABC) в соответствии с § 4.

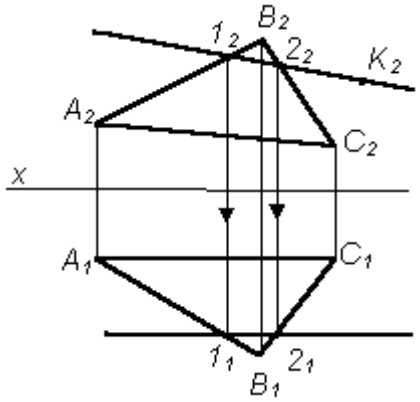
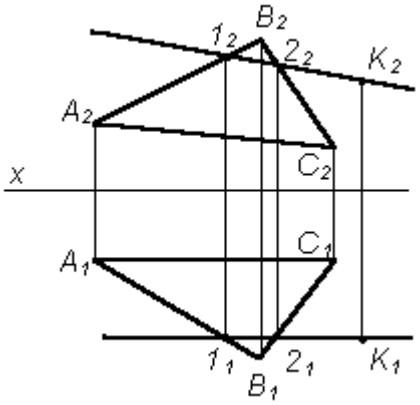
Задача № 1

Построить вторую проекцию точки K, если $K \in \alpha$ (Δ ABC) (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Алгоритм построения второй проекции точки К

Вербальная форма	Графическая форма
Плоскость α – задана плоской фигурой α (Δ ABC), K_2 – фронтальная проекция точки K	
Проведем через K_2 фронтальную проекцию прямой 1_2; 2_2, лежащую в плоскости α (Δ ABC)	

Построим горизонтальную проекцию прямой 1_1; 2_1	
Строим вторую проекцию точки К ($К_1$), принадлежащей прямой 1; 2, а следовательно, и плоскости α (Δ АВС)	

Решить задачи:

Построить точку К ($К_1$), принадлежащую плоскости:

а) α (АВС), заданной тремя точками;
б) заданной прямой а (a_1a_2) и точкой В (B_1B_2);
в) заданной параллельными прямыми а(a_1a_2) || b(b_1b_2);
г) заданной пересекающимися прямыми а$\cap$ b.

Выводы

Подводя итог, сделаем следующее заключение.

1. Плоскость в пространстве может быть задана (табл. 5.1):

1. тремя точками, не лежащими на одной прямой (табл. 5.1, п. а);
2. прямой и точкой, не принадлежащей данной прямой (табл. 5.1, п. б);
3. двумя параллельными прямыми (табл. 5.1, п. в);
4. двумя пересекающимися прямыми (табл. 5.1, п. д).
5. плоской фигурой (табл. 5.1, п. г);
6. следом (табл. 5.1, п. е).

2. Заданию плоскости в пространстве соответствуют комплексные чертежи, где указанные объекты (точка, прямая, фигура) заданы проекциями (табл. 5.1).

3. Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и сама прямая принадлежит плоскости (табл. 5.6).

4. Если точка принадлежит плоскости, то она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости.

5. Используя эти основные понятия и способ построения ортогональных проекций, можно решать бесконечное множество позиционных задач, определяющих взаимное положение точек, прямых, плоскостей относительно друг друга и относительно плоскостей проекций.

Вопросы для самоанализа

1. Какие способы задания плоскости вам известны?
2. Как называется плоскость если она:
– параллельна какой-либо плоскости проекций;
– перпендикулярна какой-либо плоскости проекций.
3. Какое условие определяет принадлежность линии плоскости?
4. Назовите главные линии плоскости.
5. Каково условие принадлежности точки плоскости.
6. Проведите сравнительный анализ проецирующих плоскостей и плоскостей уровня.
7. Определите сходство и различия в проекциях горизонтали, фронтали и профильной прямой.

Основные понятия, которые необходимо знать:

– плоскость;
– прямые особого положения в плоскости;
– положение плоскости в пространстве;
– принадлежность точки и прямой плоскости.

Способы деятельности, которыми необходимо владеть:

1. Построение комплексного чертежа плоскости, заданной любым способом;
2. Определение принадлежности точки и прямой плоскости.

Глава 6
Взаимное положение двух плоскостей, прямой линии и плоскости



[4, гл. 4, § 22–31];
[5, гл. 8, § 49];
[6, гл. 4, § 11–15; гл. 5, § 16–17];
[7, гл. 3, подразделы 3.3–3.4; гл. 4, подразделы 4.1–4.7]

§ 1. Взаимное положение двух плоскостей

Две плоскости в пространстве могут располагаться параллельно или пересекаться. В частном случае пересекающиеся плоскости могут быть взаимно перпендикулярными.

Параллельные плоскости

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости (рис. 6.1).

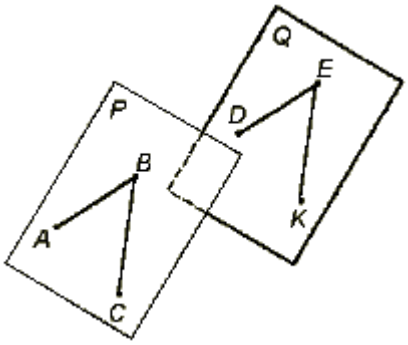


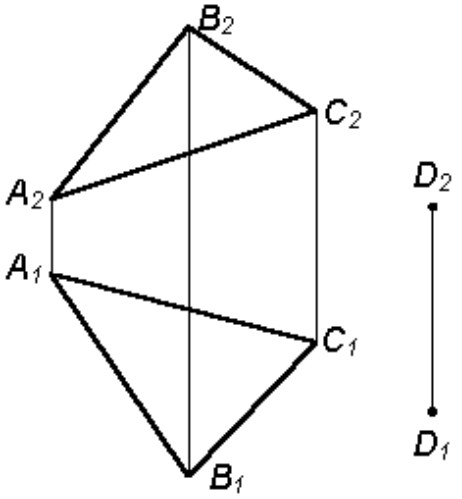
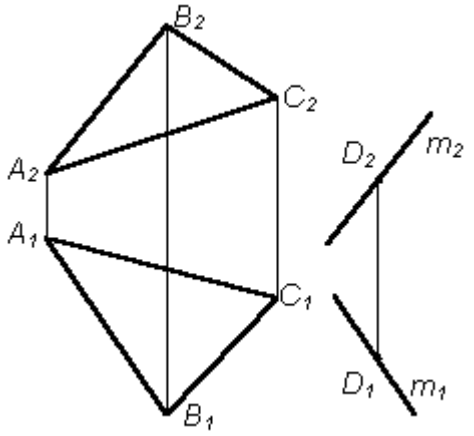
Рис. 6.1

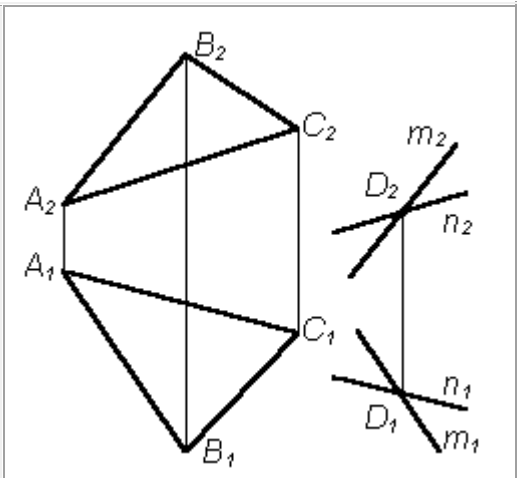
Рассмотрим алгоритм построения плоскости, параллельной данной (табл. 6.1).

Необходимо построить плоскость Q, проходящую через точку D, параллельную данной плоскости P(∆ ABC).

Таблица 6.1

Алгоритм построения плоскости, параллельной данной

Вербальная форма	Графическая форма
1. Для решения задачи в данной плоскости P(∆ ABC) берутся любые пересекающиеся прямые. Например, AB ∩AC	
2. Через точку D проводим прямую m: $m_2 \parallel A_2B_2$; $m_2 \ni D_2$ $m_1 \parallel A_1B_1$; $m_1 \ni D_1$	

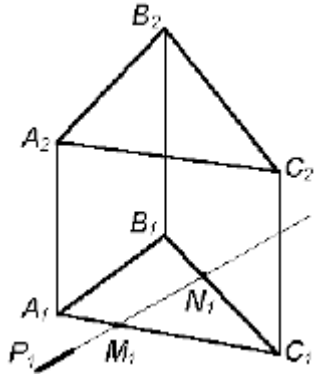
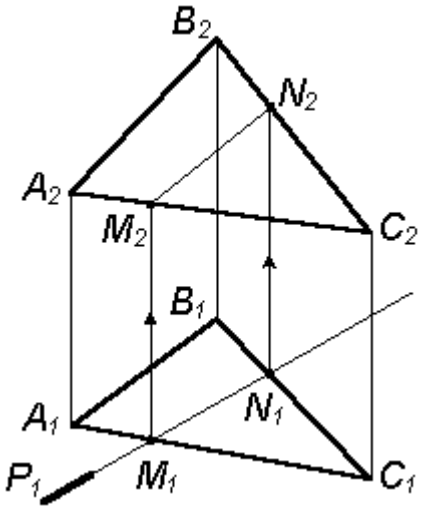
3. Через точку D проводим n ‖ AC: $n_1 \| A_1C_1$; $n_2 \| A_2C_2$. Плоскость Q определяется двумя пересекающимися прямыми: Q (m ∩n), так как эти две прямые параллельны двум пересекающимся прямым AB и AC, плоскости P и Q параллельны P(Δ ABC) ‖ Q (m ∩n)	

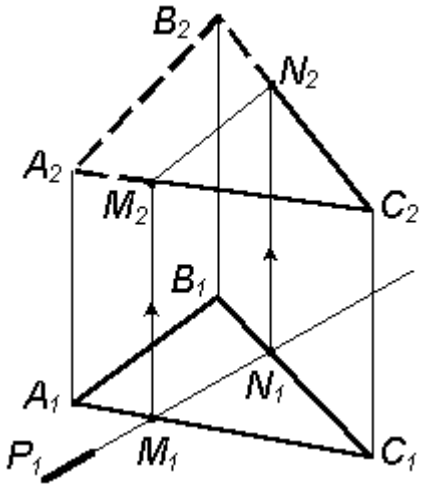
Плоскости пересекающиеся

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Для построения линии их пересечения необходимо найти две точки, принадлежащие этой линии. Задача упрощается, если одна из пересекающихся плоскостей занимает частное положение. В этом случае ее вырожденная проекция включает в себя проекцию линии пересечения плоскостей (табл. 6.2).

Таблица 6.2

Алгоритм построения линии пересечения горизонтально проецирующей плоскости P с плоскостью общего положения Q(Δ ABC)

Вербальная форма	Графическая форма
1. Для построения линии пересечения двух плоскостей P(P_1) и Q(Δ ABC) необходимо определить две точки M и N – общие для этих плоскостей. Видно, что горизонтальная проекция плоскости P_1 совпадает с горизонтальной проекцией линии пересечения плоскостей P и Q. $M_1N_1 = P_1 \cap Q_1$	
2. Строим фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей $M_2N_2 = P_2 \cap Q_2$	

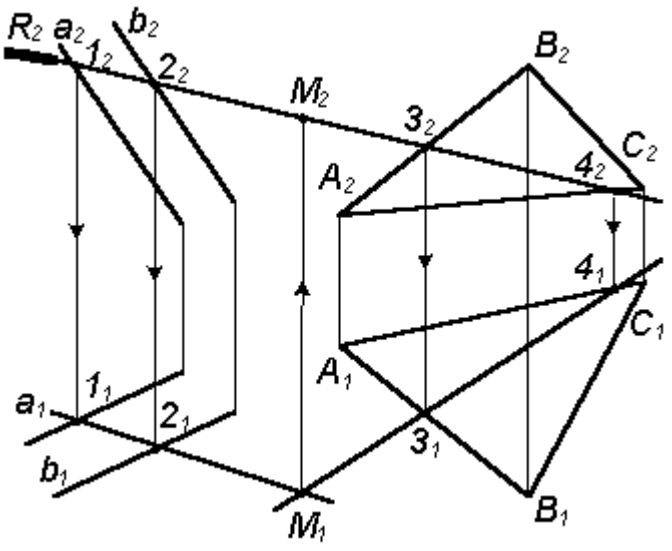
3. Определяем видимость. Часть плоскости Q (∆ ABC) не видима, так как она расположена за плоскостью P	

§ 2. Линия пересечения двух плоскостей общего положения

Для определения двух точек, принадлежащих линии пересечения двух плоскостей, применяют вспомогательные секущие плоскости (табл. 6.3).

Таблица 6.3

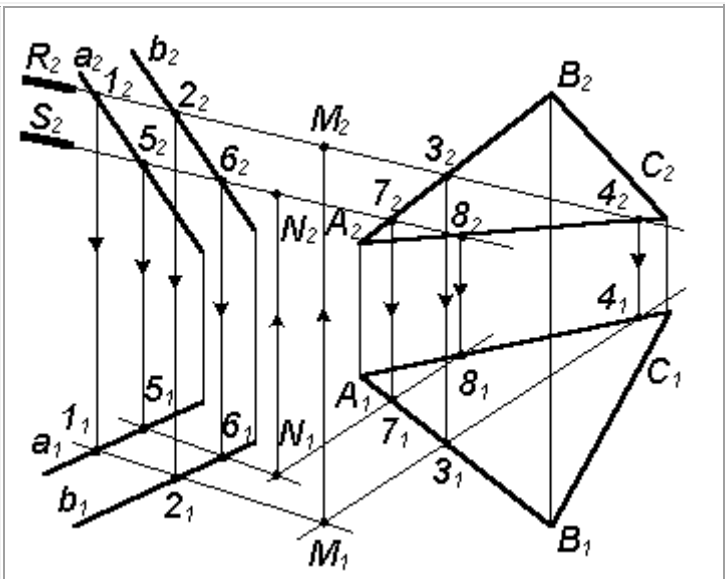
Алгоритм построения линии пересечения MN плоскости Q(a|| b) и плоскости Σ(∆ ABC) общего положения при помощи двух вспомогательных фронтально-проецирующих секущих плоскостей

Вербальная форма	Графическая форма
1. Для построения первой общей точки M берем вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость R (R_2), отмечаем точки 1_2 2_2 = $R_2 \cap Q_2$ и $3_2 4_2$ = $R_2 \cap \Sigma_2$. Горизонтальные проекции линии пересечения данных плоскостей с вспомогательной плоскостью R (R_2) дают первую общую точку M: $1_1 2_1 \cap 3_1 4_1 = M_1$ Теперь строим фронтальную проекцию точки M (M_2)	

2. Для построения второй общей точки N проводим вторую вспомогательную фронтально-проекцирующую плоскость S (S_2), которая дает 5; 6∩7; 8 = N:

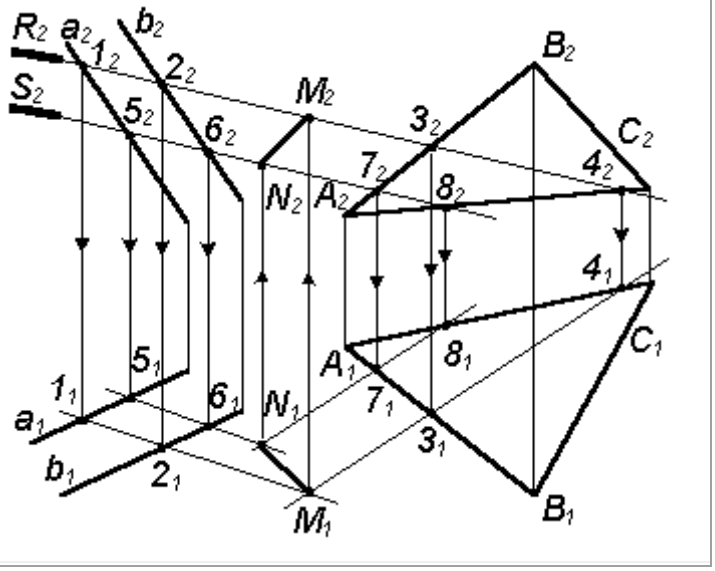
$$5_1 6_1 \cap 7_1 8_1 = N_1.$$

Теперь строим фронтальную проекцию точки N (N_2)



3. После соединения M_1 и N_1 и M_2 и N_2 получаем MN:

MN= Q (a|| b)∩Σ(Δ ABC)

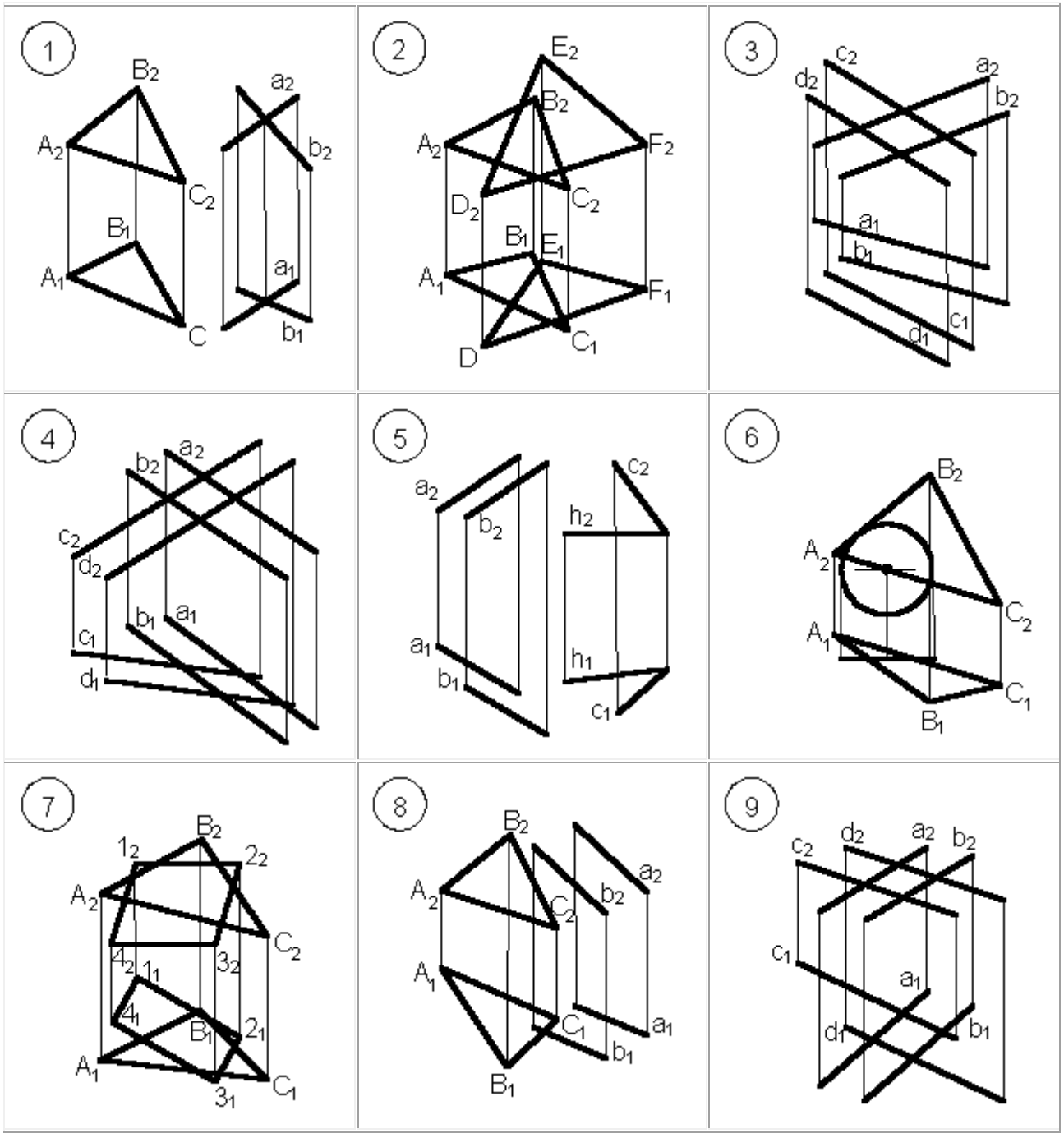


Практическая работа № 4
Построение линии пересечения двух плоскостей

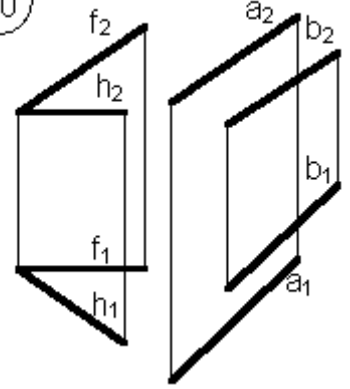
Задание выполняется по вариантам.

1. Построить линию пересечения двух плоскостей.

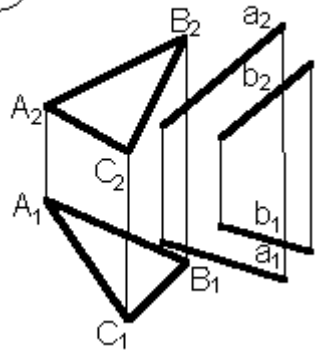
Варианты заданий ПР № 4



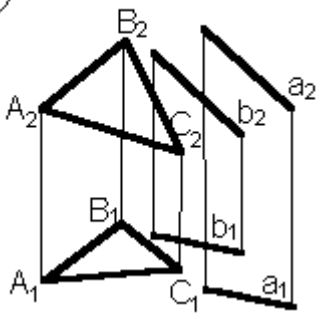
10



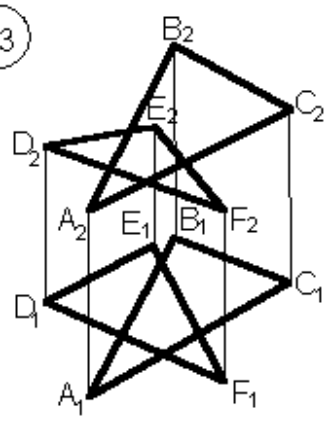
11



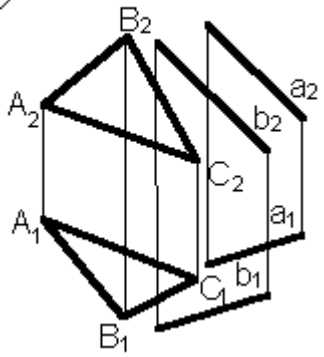
12



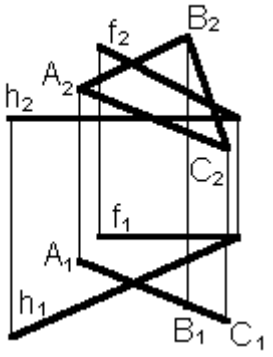
13



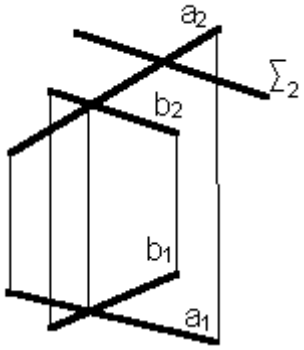
14



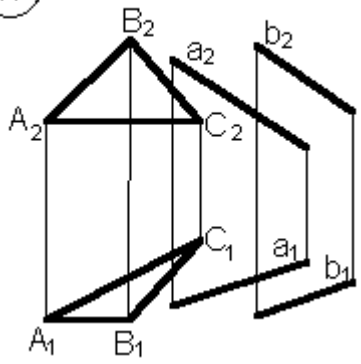
15



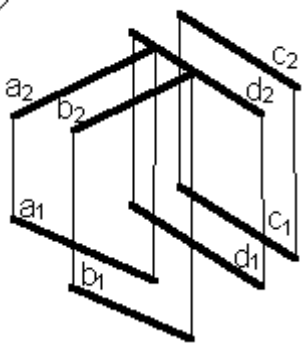
16



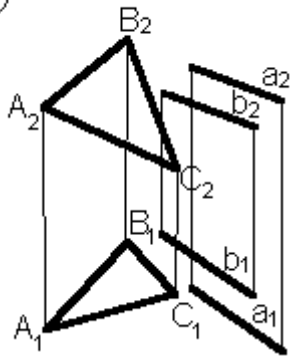
17



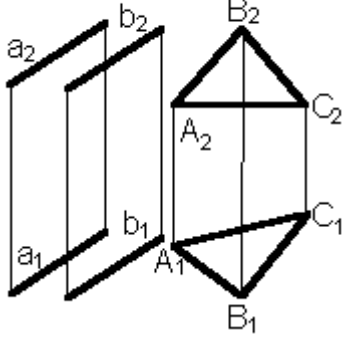
18



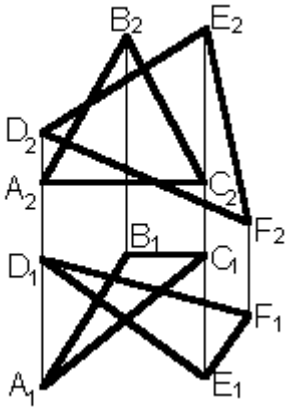
19

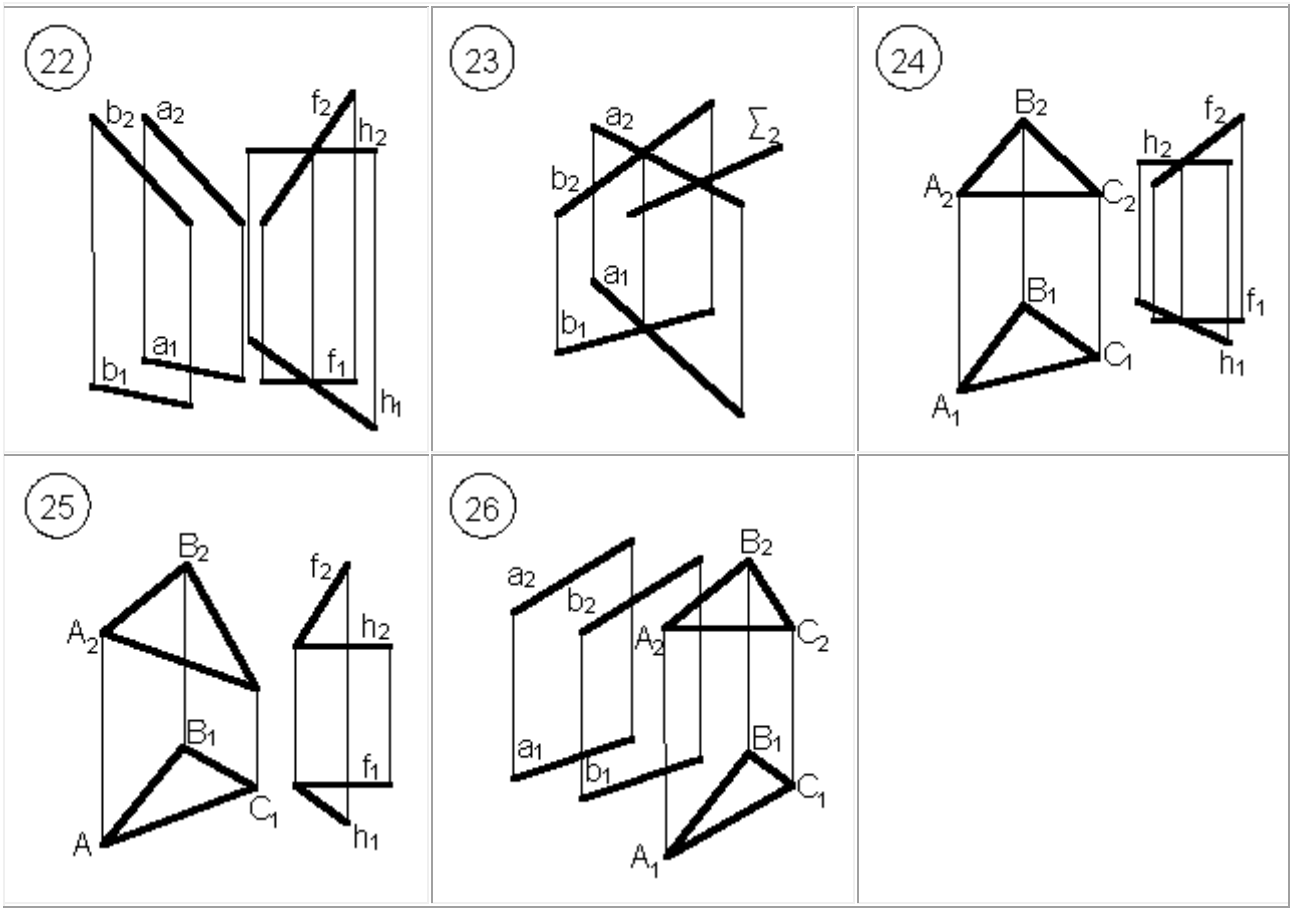


20



21





Примечание. Образец выполнения практической работы № 4 см. прил. 11

§ 3. Прямая, параллельная плоскости

Прямая, параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, принадлежащей данной плоскости (рис. 6.2).

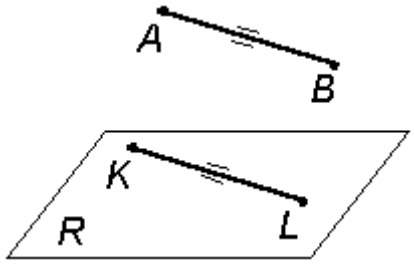


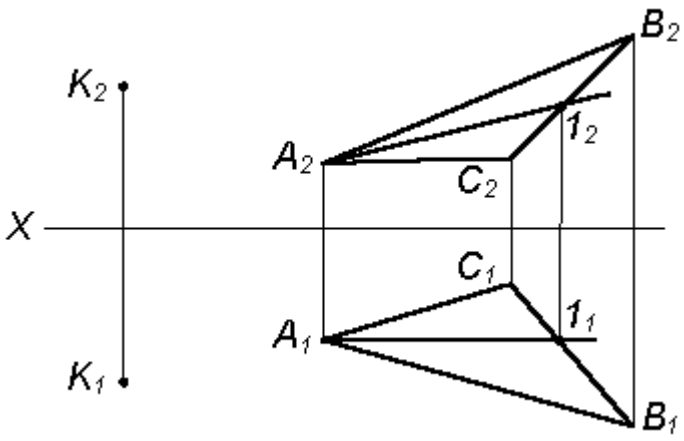
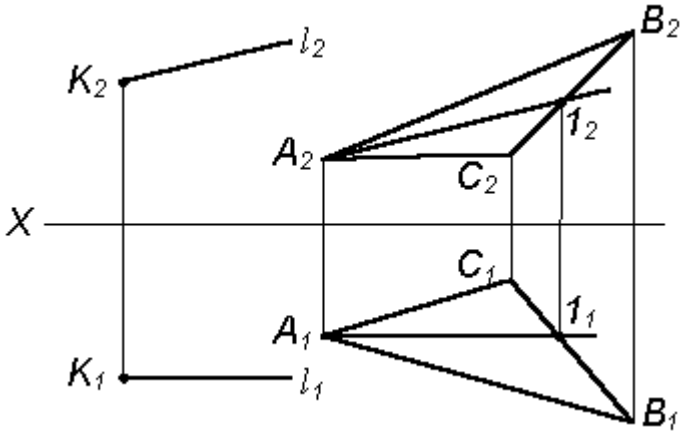
Рис. 6.2

Для построения прямой, проходящей через заданную точку пространства, параллельно заданной плоскости, достаточно провести прямую, параллельную любой прямой, принадлежащей плоскости. При этом возможно множество решений.

Рассмотрим алгоритм построения проекций прямой линии, проходящей через точку K (K_1, K_2), параллельную плоскости P(Δ ABC) (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Алгоритм построения прямой, параллельной плоскости

Вербальная форма	Графическая форма
1. Построим в плоскости P(Δ ABC) прямую A1, которая принадлежит плоскости P	
2. Через точку K_1 проводим l_1|| $A_1 1_1$. Через K_2 проводим l_2|| $A_2 1_2$, прямая l параллельна плоскости P, так как l_1|| $A_1 1_1$ и l_2 || $A_2 1_2$, а прямая A1 принадлежит плоскости P(Δ ABC)	

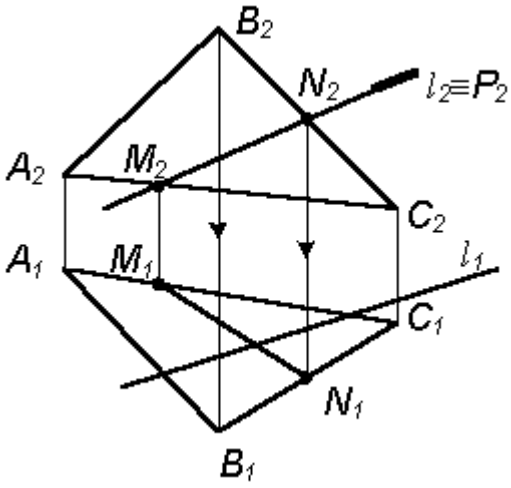
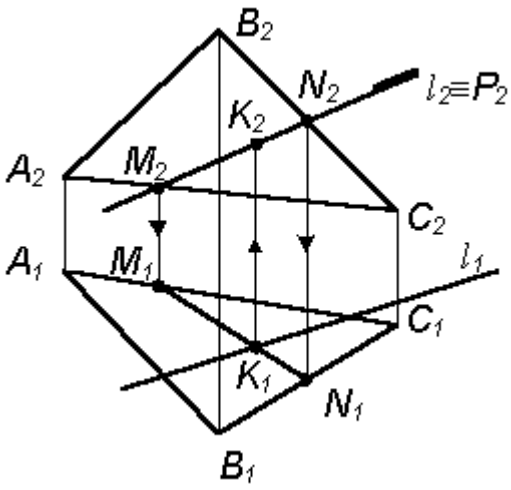
Для того чтобы проверить, параллельна ли прямая заданной плоскости, можно попробовать провести в этой плоскости прямую, параллельную заданной. Если такую прямую в плоскости построить не удается, то заданные прямая и плоскость не параллельны между собой.

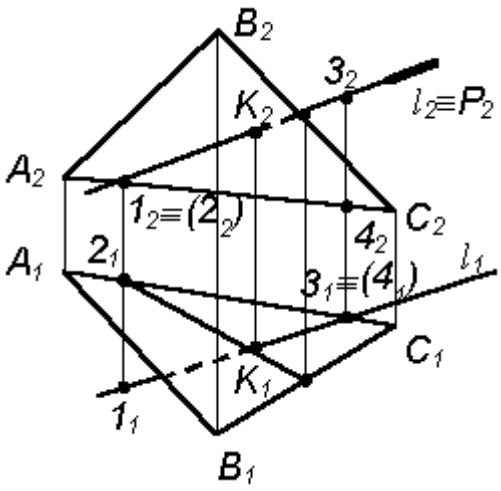
§ 4. Пересечение прямой линии с плоскостью общего положения

Прямая пересекает плоскость в одной точке. Точку пересечения прямой с плоскостью определяют при помощи вспомогательной проецирующей плоскости, в которую заключаем данную прямую. Рассмотрим алгоритм построения точки пересечения прямой l и плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ (табл. 6.5).

Таблица 6.5

Алгоритм пересечения прямой линии с плоскостью общего положения

Вербальная форма	Графическая форма
1. Чтобы построить точку пересечения прямой l с плоскостью $\Sigma(\Delta ABC)$, необходимо заключить прямую l в вспомогательную фронтально проецирующую плоскость P (P_2). Получаем M_2N_2 – фронтальную проекцию линии пересечения $\Sigma \cap P = MN$. Затем строим горизонтальную проекцию линии пересечения данной плоскости и плоскости P, т.е. M_1N_1	
2. Отмечаем точку К ($К_1К_2$) пересечения прямой l с найденной линией пересечения плоскостей MN. $MN=\Sigma(\Delta ABC) \cap P\ (P_2)$. Точка К будет искомой точкой пересечения прямой l с плоскостью $\Sigma(\Delta ABC)$: $К = l \cap \Sigma$	

3. Определяем видимость прямой l относительно плоскости $\Sigma(\Delta$ ABC) при помощи конкурирующих точек 1; 2 и 3; 4. На чертеже точки M и N не обозначены	

§ 5. Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости (рис. 6.3).

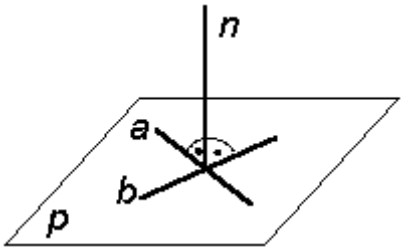


Рис 6.3

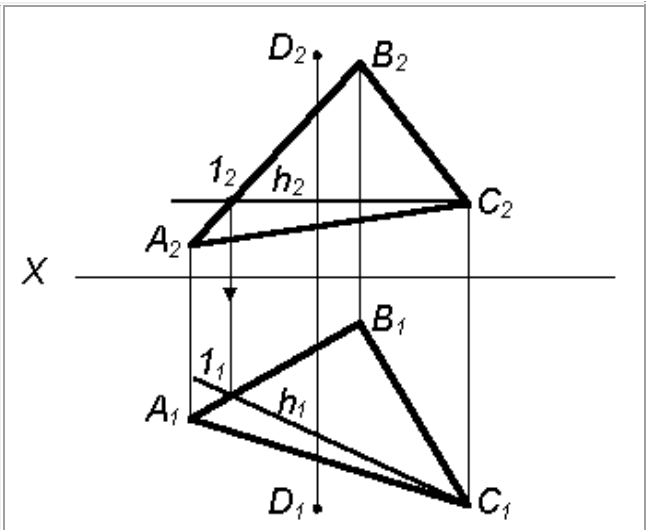
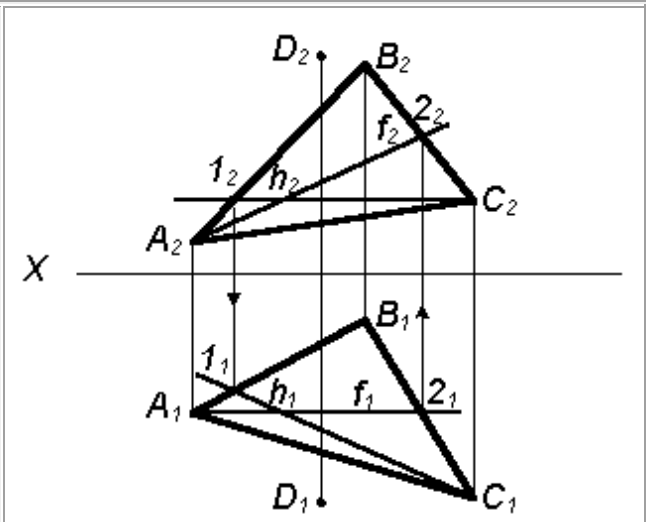
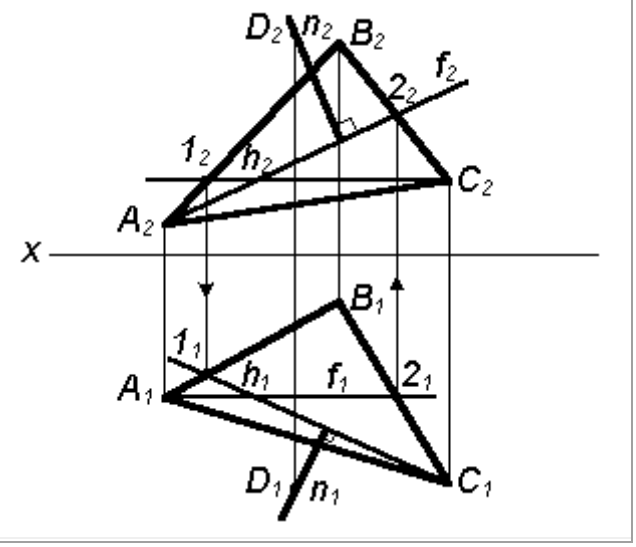
Если прямая перпендикулярна плоскости, то она будет перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости. Из множества этих прямых при построении перпендикуляров к плоскости выбирают горизонталь и фронталь плоскости. В этом случае, пользуясь свойством проецирования прямого угла на комплексном чертеже, фронтальную проекцию перпендикуляра проводим под углом 90^0 к фронтальной проекции фронтали, а горизонтальную проекцию перпендикуляра – под углом 90° к горизонтальной проекции горизонтали.

Рассмотрим алгоритм построения перпендикуляра n к плоскости P(Δ ABC) (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Алгоритм построения перпендикуляра к плоскости

Вербальная форма	Графическая форма

1. Для того чтобы построить перпендикуляр к плоскости P(∆ ABC) через точку D, необходимо сначала построить любую горизонталь в данной плоскости P(∆ ABC) – h (h_1h_2)	
2. Строим фронталь в плоскости P(∆ ABC) – f (f_1f_2)	
3. Строим перпендикуляр n к плоскости P(∆ ABC). Для этого через точку D_2 проводим n_2, перпендикулярно f_2, а через D_1 проводим n_1, перпендикулярно h_1. n (n_1n_2) ⊥P (∆ABC), так как $n_1 \perp h_1$; $h_1 \subset P_1$ ($\Delta A_1B_1C_1$) $n_2 \perp f_2$; $f_2 \subset P_2$ ($\Delta A_2B_2C_2$)	

§ 6. Перпендикулярность двух плоскостей

Две плоскости будут перпендикулярны друг к другу, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости (рис. 6.4).

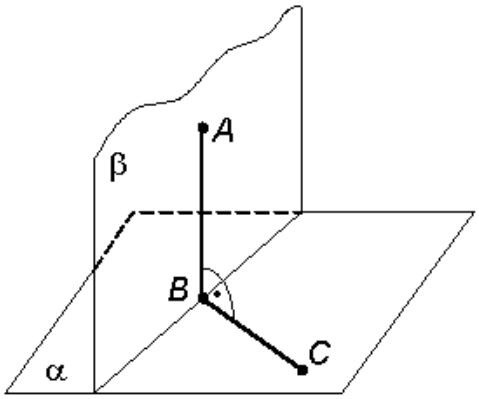


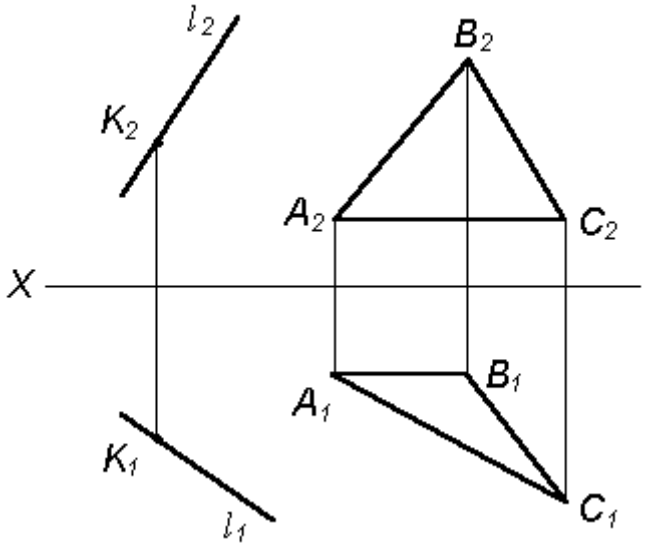
Рис 6.4

АВ $\subset\beta$, то есть АВ принадлежит плоскости β и АВ $\perp$ плоскости α . Плоскость $\beta \perp$ плоскости α .

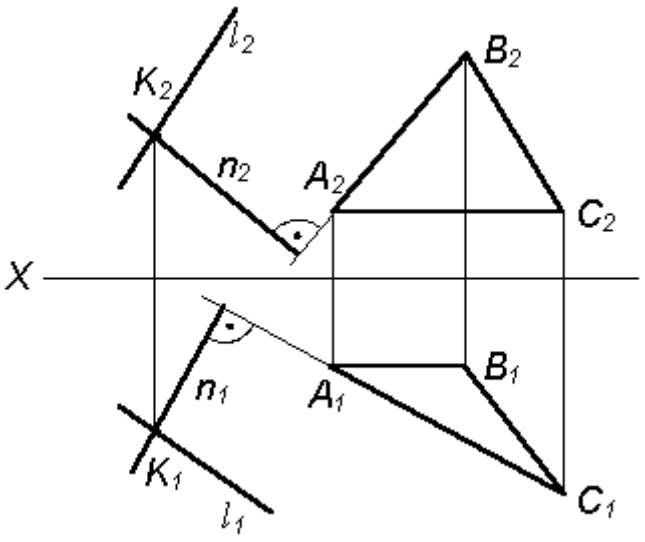
Рассмотрим это положение на комплексном чертеже (табл. 6.7), где будет показано построение плоскости Р, проходящей через прямую *l* и перпендикулярной плоскости, заданной треугольником Q(Δ АВС) (табл. 6.7).

Таблица 6.7

Алгоритм построения плоскости, перпендикулярной данной

Вербальная форма	Графическая форма
1. Известно, что для построения прямой, перпендикулярной плоскости, необходимо построить горизонталь и фронталь в плоскости. а) Заметим, что построение перпендикуляра упрощается, так как стороны плоскости Q(Δ АВС) являются прямыми уровня: АВ (A_1B_1; A_2B_2) – фронталь АС (A_1C_1; A_2C_2) – горизонталь. б) Возьмем на прямой *l* произвольную точку К	

2. Через точку К, которая принадлежит прямой *l,* проводим прямую $n \perp Q$, т.е. $n_1 \perp A_1C_1$ и $n_2 \perp A_2B_2$.
Искомая плоскость будет определяться двумя пересекающимися прямыми, одна из которых задана – *l*, а другая – *n* является перпендикулярной к заданной плоскости:
$P(l \cap n) \perp Q\ (\Delta\ ABC)$



Выводы

1. Прямая и плоскость в пространстве могут:

а) не иметь общих точек;
б) иметь хотя бы одну общую точку;
в) иметь множество общих точек.
В зависимости от этого прямая может принадлежать плоскости, быть ей параллельна, пересекаться с данной плоскостью и, как частный случай, быть ей перпендикулярна.
2. Две плоскости в пространстве могут быть параллельны друг другу, пересекаться между собой и, как частный случай, быть взаимно перпендикулярны.
3. Две пересекающиеся плоскости имеют одну общую прямую – линию пересечения.
4. Прямая, пересекающая плоскость, имеет с ней одну общую точку.
5. Для построения перпендикуляра к плоскости необходимо использовать свойства проецирования прямого угла.

Вопросы для самоанализа

1. Назовите признаки параллельности прямой и плоскости, двух плоскостей.
2. Какая прямая является линией пересечения плоскости общего положения с фронтально проецирующей плоскостью?
3. По какой линии пересекаются две горизонтально проецирующие плоскости?
4. Как определяется видимость при пересечении двух плоскостей, прямой и плоскости?
5. Какова последовательность построения точки пересечения прямой и плоскости?
6. Как провести плоскость, перпендикулярную данной прямой (через точку на прямой или через точку вне прямой)?
7. Как провести перпендикуляр к прямой общего положения?
8. Как через прямую провести плоскость, перпендикулярную данной плоскости?

Основные понятия, которые необходимо знать:

– признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости двух плоскостей;
– принадлежность прямой двум плоскостям одновременно;
– принадлежность точки прямой и плоскости.

Способы деятельности, которыми необходимо владеть:

– построение линии пересечения двух плоскостей;

– построение точки пересечения прямой и плоскости;
– определение видимости прямой и плоскости относительно плоскостей проекций;
– построение прямой, параллельной плоскости;
– построение прямой, перпендикулярной плоскости;
– построение плоскости, перпендикулярной или параллельной данной плоскости.

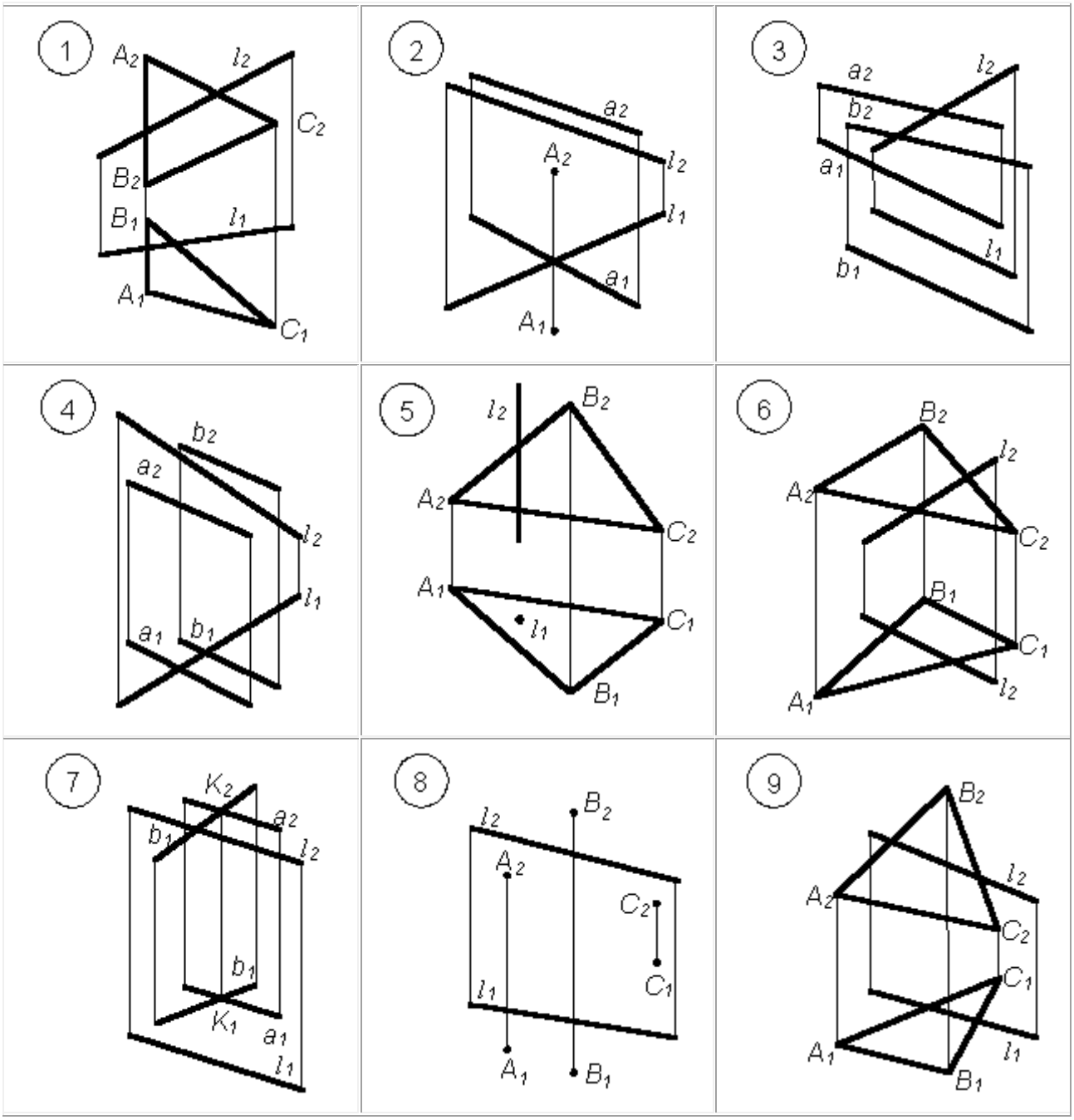
Практическая работа № 5
Построение точки пересечения прямой и плоскости

Задание выполняется в соответствии с вариантом.

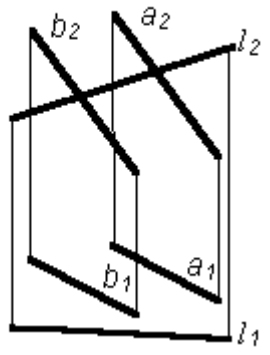
Требуется:

1. Построить точку пересечения прямой и плоскости общего положения.
2. Определить видимость прямой относительно плоскостей проекций.

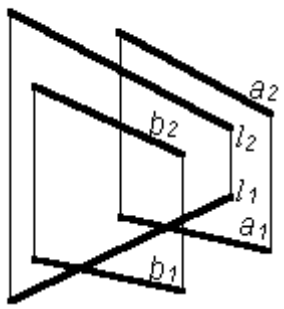
Варианты заданий ПР № 5



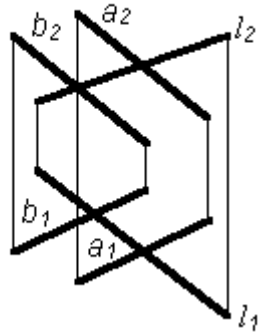
10



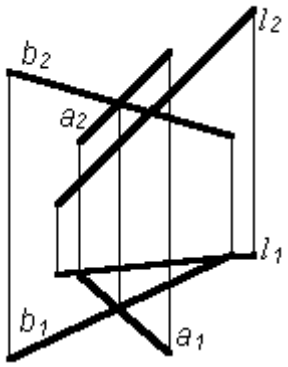
11



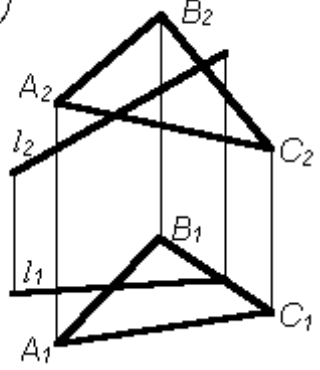
12



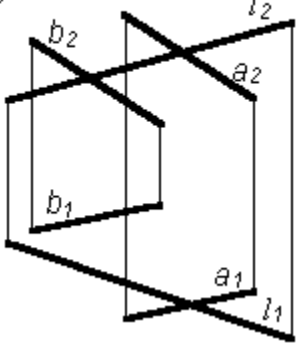
13



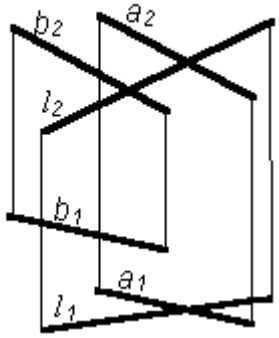
14



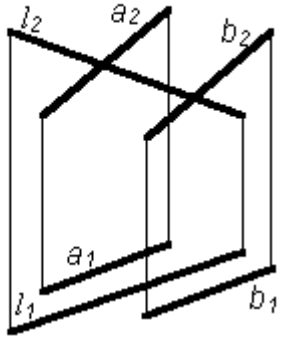
15



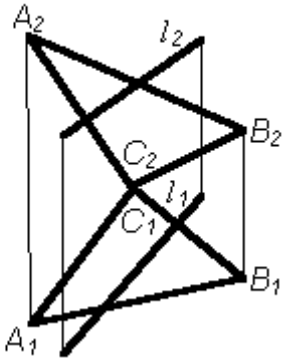
16



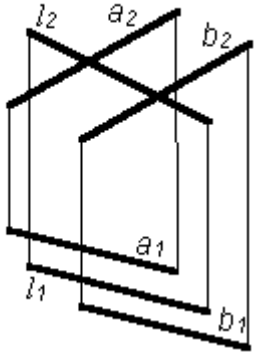
17



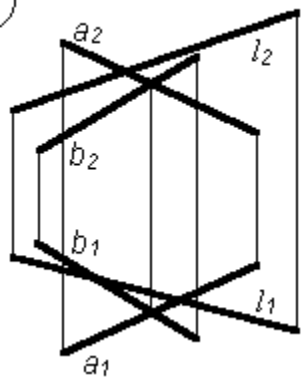
18



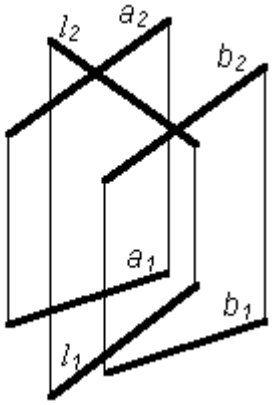
19

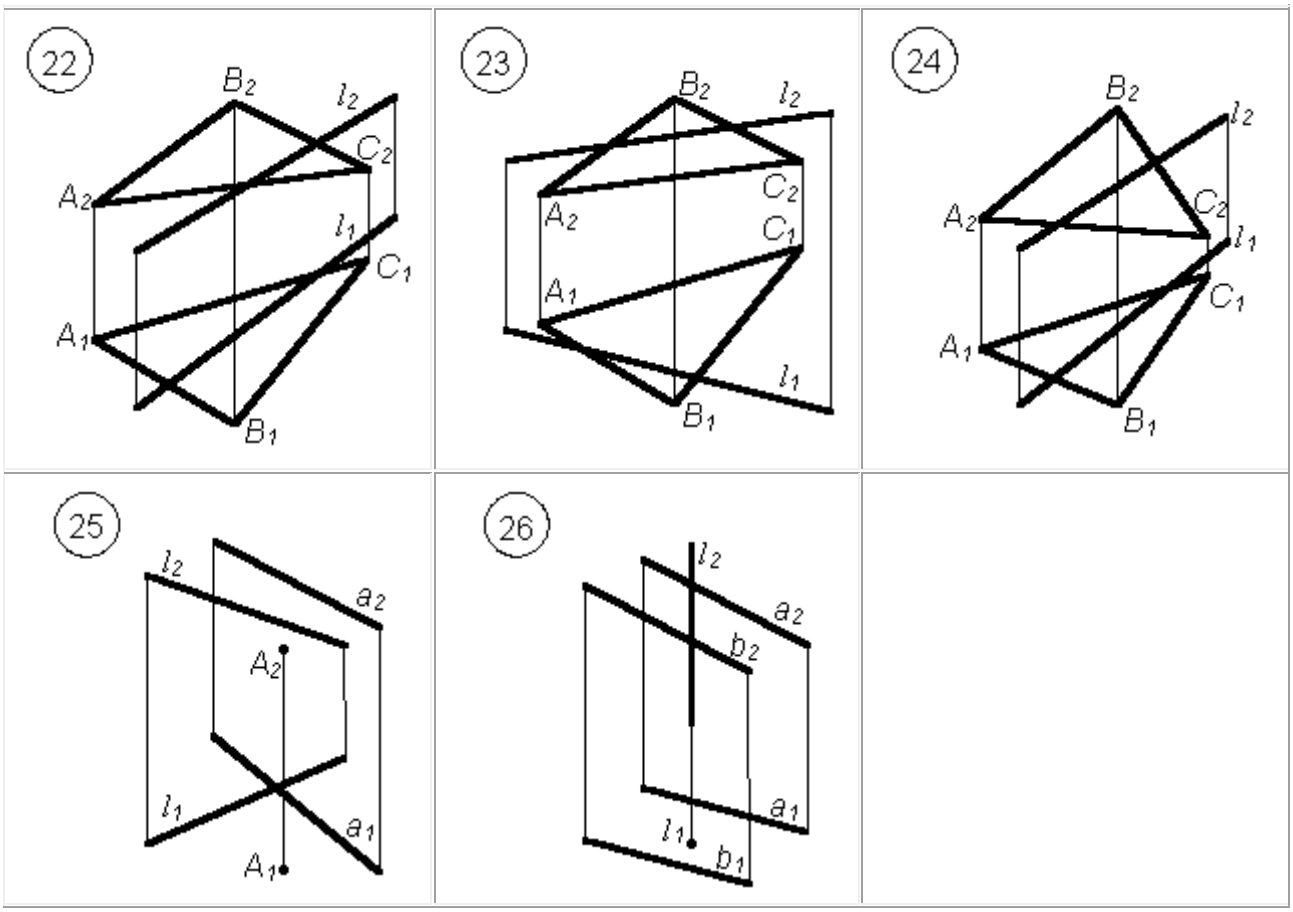


20



21





Примечание. Образец выполнения практической работы № 5 см. прил. 12

ТРЕНИНГ УМЕНИЙ

Задачи для самостоятельной работы

К главе 2

1. Построить комплексный чертеж произвольной точки А, находящейся во второй четверти пространства и удаленной от горизонтальной плоскости проекций на 32 мм и от фронтальной плоскости проекций – на 18 мм.
2. Построить комплексный чертеж точки А (10; –24; –13).
3. Дана точка А (15; 12; 20). Построить комплексный чертеж точки В, симметричной точке А относительно π_1, π_2; оси ОХ.
4. Построить комплексный чертеж точек (рис. 1).

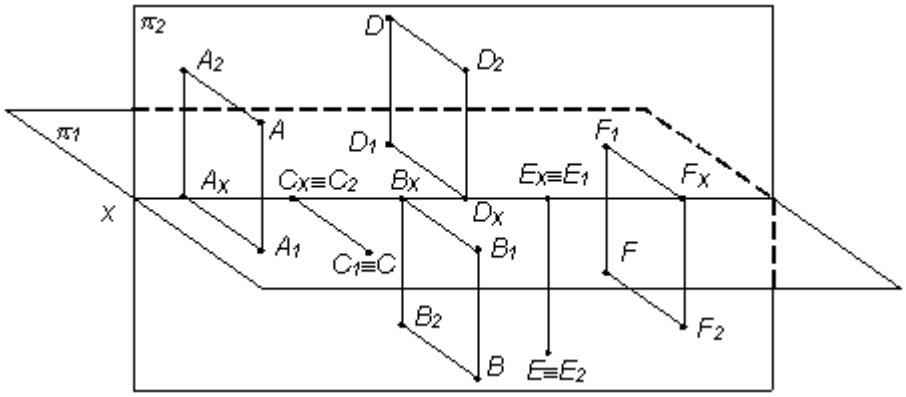


Рис. 1

5. Построить наглядное изображение точек (рис. 2).

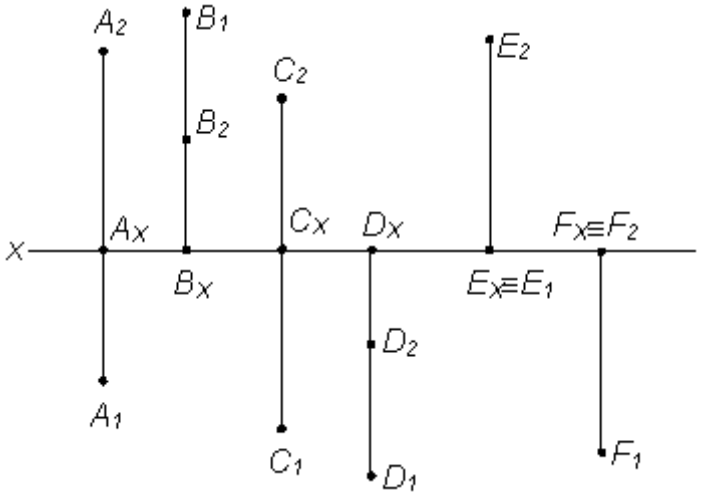


Рис. 2

К главе 3

1. Построить проекции прямой АВ (рис. 3), если она:

а) параллельна π_1;
б) параллельна π_2;
в) параллельна ОХ;
г) перпендикулярна π_1;
д) перпендикулярна p_2.

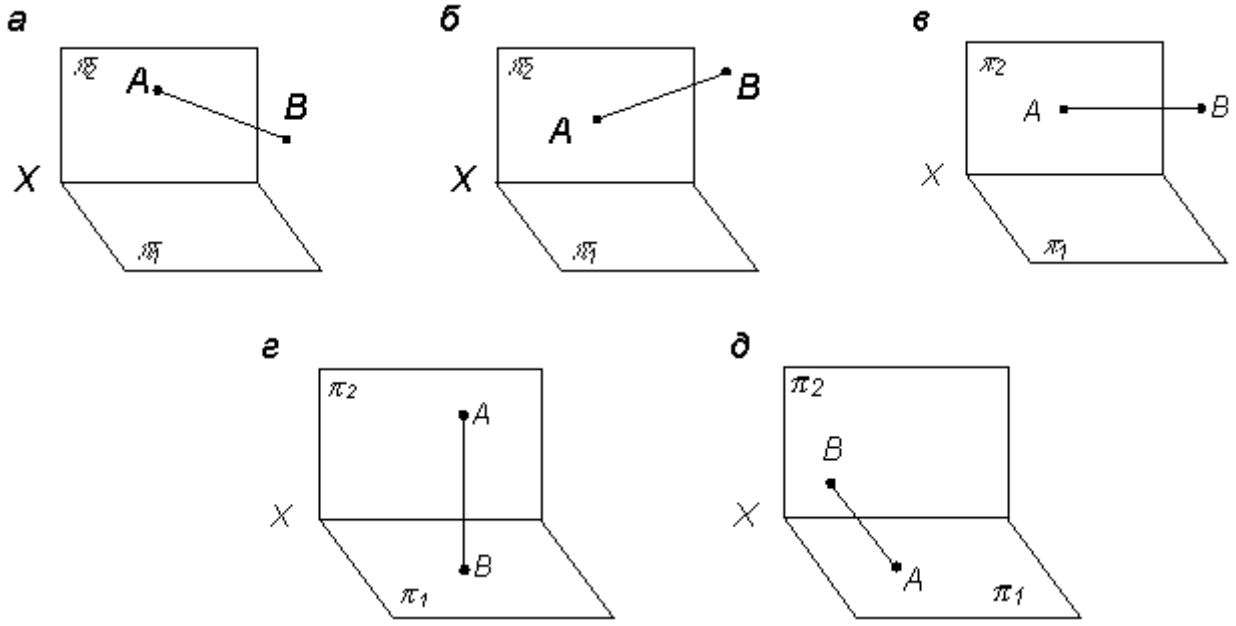


Рис. 3

2. Построить проекции отрезков по координатам. Определить их положение относительно плоскостей проекций: A(80; 40; 30), B(20; -15; 30), C(60, 40, -25), D(10; -40; -50), E(30; 0; 70), F(3; 40; 0).

3. Определить положение точек относительно прямой *l* (рис. 4).

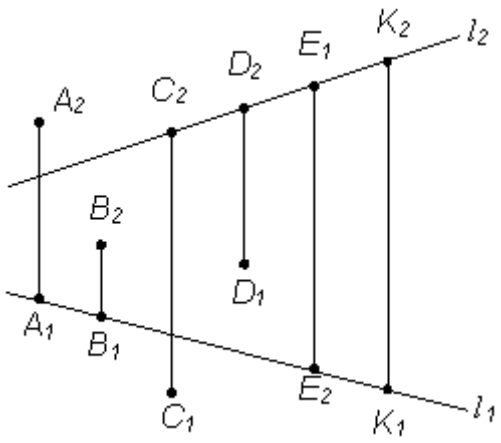


Рис. 4

4. Построить комплексный чертеж точки А, которая находится под прямой *a*; В – за прямой *a*; точки С, которая принадлежит прямой а.

5. Через точку A(A_1A_2) провести прямую $h \parallel \pi_1$ и через точку B(B_1B_2) провести прямую $f \parallel \pi_2$ (рис. 5).

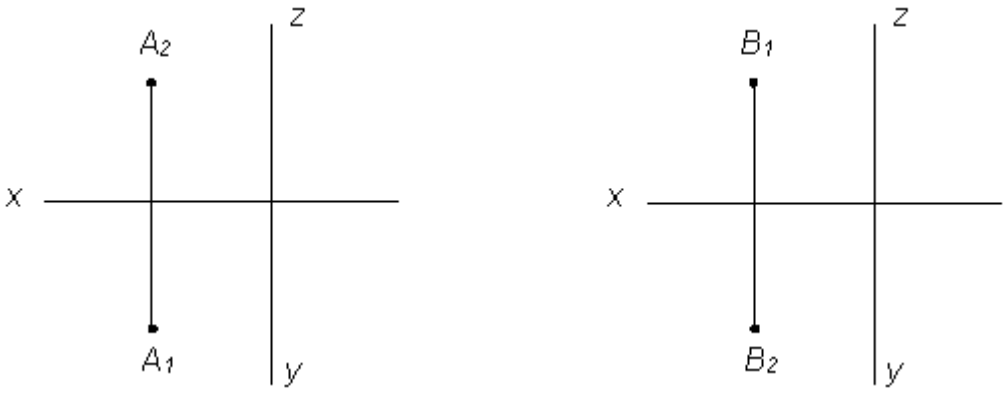


Рис. 5

К главе 4

1. Через точку S провести прямую $l \parallel a$ (рис. 6)

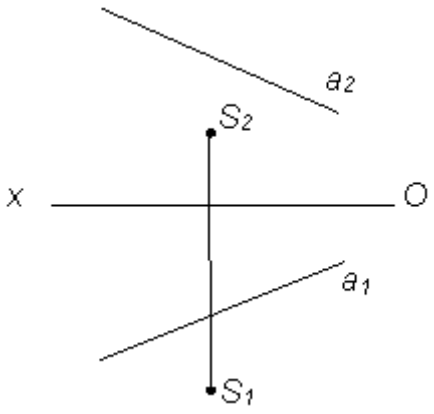


Рис. 6

2. Через точку S провести прямую *l,* пересекающую прямую *a* и параллельную π_1 (рис. 7).

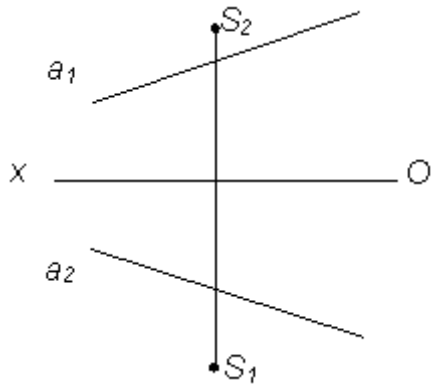


Рис. 7

3. Выяснить взаимное положение двух прямых *ab* и *cd* (рис. 8):

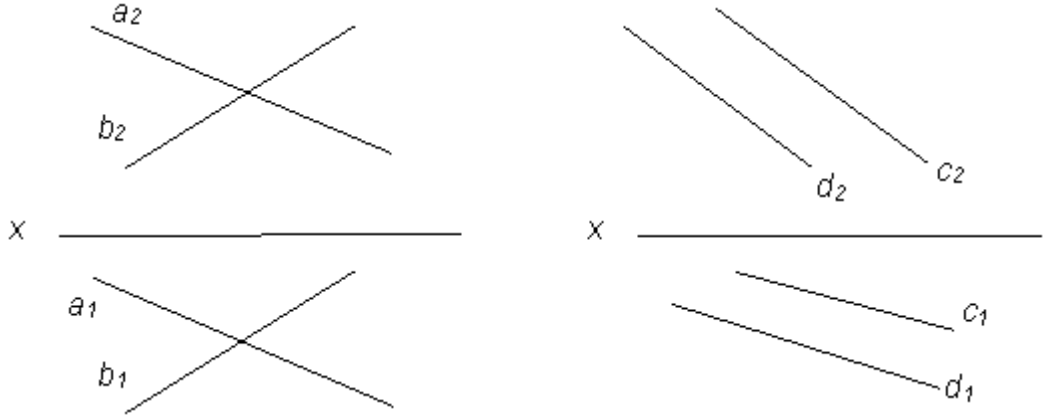


Рис. 8

К главе 5

1. В плоскости, заданной двумя параллельными прямыми, построить фронталь на расстоянии 15 мм от π_1 (рис. 9):

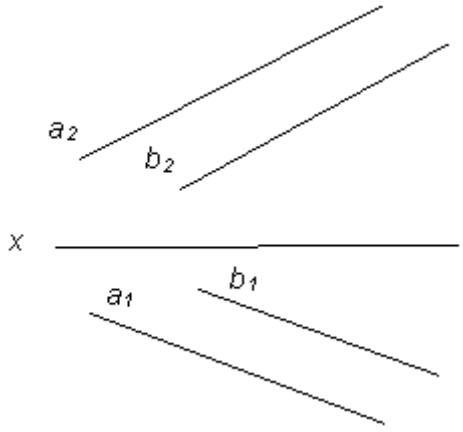


Рис. 9

2. Построить произвольную точку К, принадлежащую плоскости Δ АВС (рис. 10):

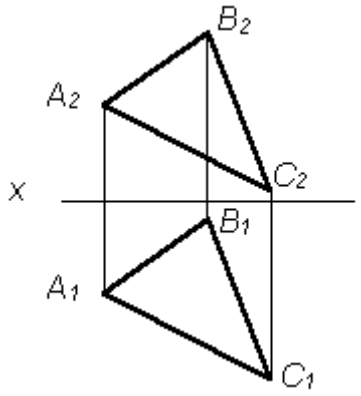


Рис. 10

3. Задать произвольную горизонтально-проецирующую плоскость:

   –двумя пересекающимися прямыми;
   – прямой и точкой.

4. Задать плоскость, параллельную π_2:

   – двумя параллельными прямыми;
   – тремя точками.

5. Найти горизонтальную проекцию точки К, если она принадлежит плоскости, заданной AB|| CD (рис. 11):

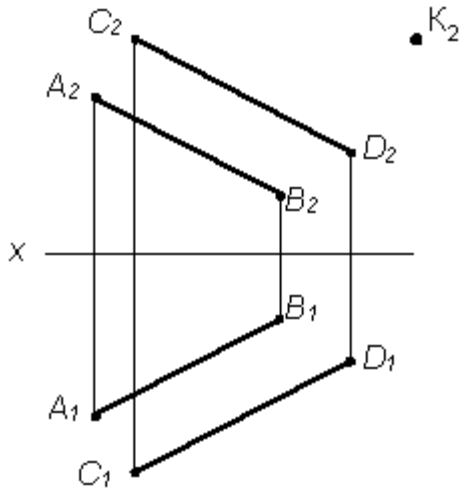


Рис. 11

6. Построить недостающую проекцию $l(l_1)$ и точки D(D_2), принадлежащих плоскости Δ ABC (рис. 12):

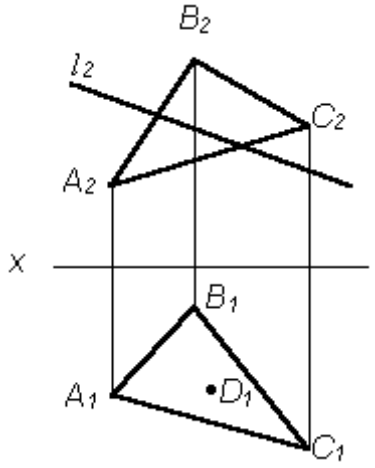


Рис. 12

К главе 6

1. Дана плоскость P(a|| b) и фронтальная проекция m_2 прямой m, проходящей через точку D. Построить горизонтальную проекцию прямой m_1 так, чтобы прямая m была параллельна плоскости P(a|| b) (рис. 13).

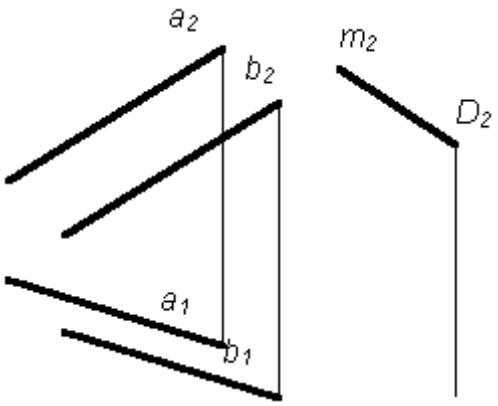


Рис. 13

2. Построить линию пересечения плоскости P(∆ ABC) с плоскостью Q(DE∩EK) (рис. 14).

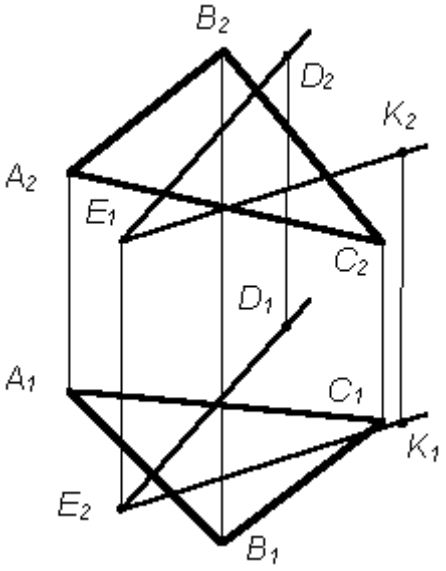


Рис. 14

3. Построить точку пересечения прямой *m* и плоскости P (∆ ABC) (рис. 15).

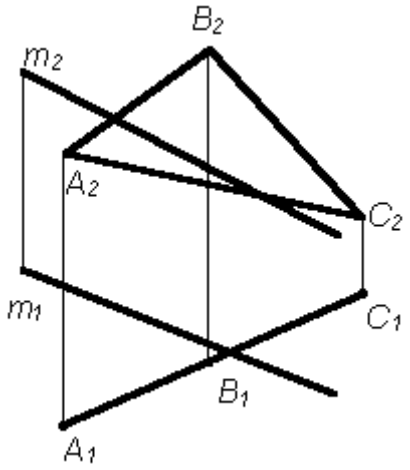


Рис. 15

4. Через точку A (A_1A_2) провести прямую, перпендикулярную прямой *m* (рис. 16).

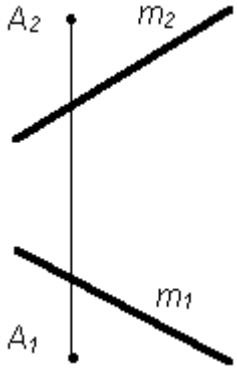


Рис. 16

5. Определить, перпендикулярна ли прямая *l* плоскости Q(a∩b) (рис. 17).

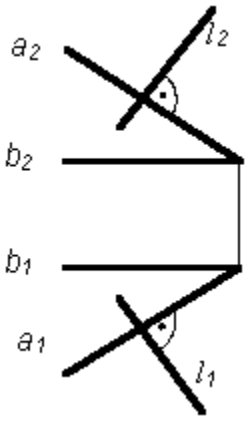


Рис. 17

Тесты

Тесты к главе 1

1. Укажите центральную проекцию точки A (рис. 1).

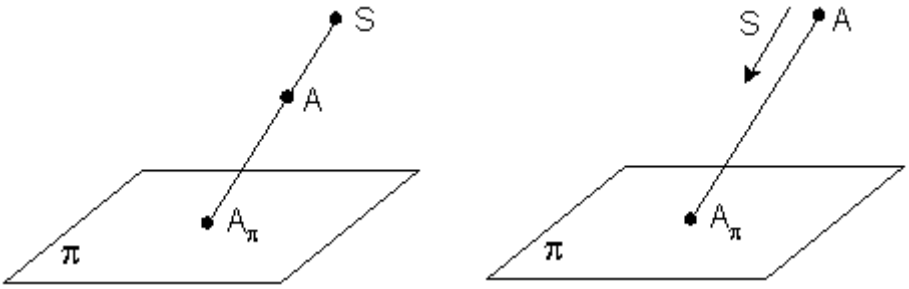


Рис. 1

2. Проецирование называется параллельным, если:

   а) проецирующие лучи исходят из одной точки S;

   б) все проецирующие лучи параллельны заданному направлению S;

   в) все проецирующие лучи располагаются перпендикулярно плоскости проекций.

3. На каком чертеже (рис. 2) построена параллельная проекция отрезка АВ.

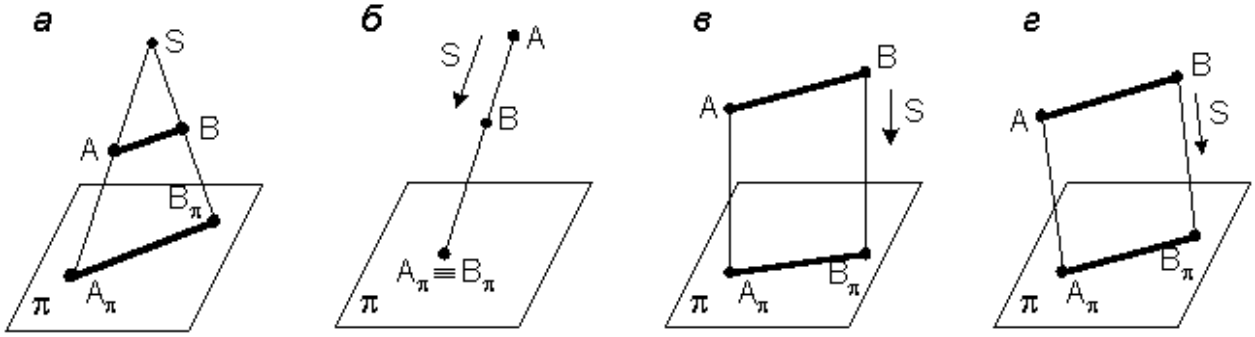


Рис. 2

4. Укажите, на каком чертеже (рис. 2) отрезок АВ проецируется в натуральную величину?
5. Может ли параллельная проекция отрезка прямой представлять собой точку?
6. На каком из чертежей (рис. 2) построена ортогональная проекция отрезка АВ?

Тесты к главе 2

1. Укажите, какая из точек А, В или С находится в третьей четверти: А(10; –15; –30); В(15; –20; 10); С(30; 10; –15).
2. Расстоянию точки А от плоскости π_1 соответствует отрезок (рис. 3):

   а) OA_x;
   б) A_1A_x;
   в) A_xA_2.

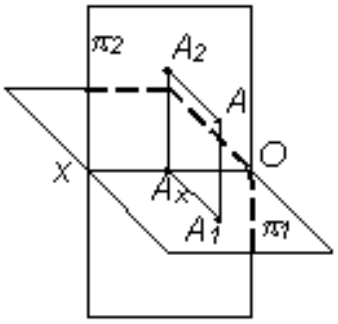


Рис. 3

3. Какая из точек A; B; C; D; E; F находится во второй четверти (рис. 4)?

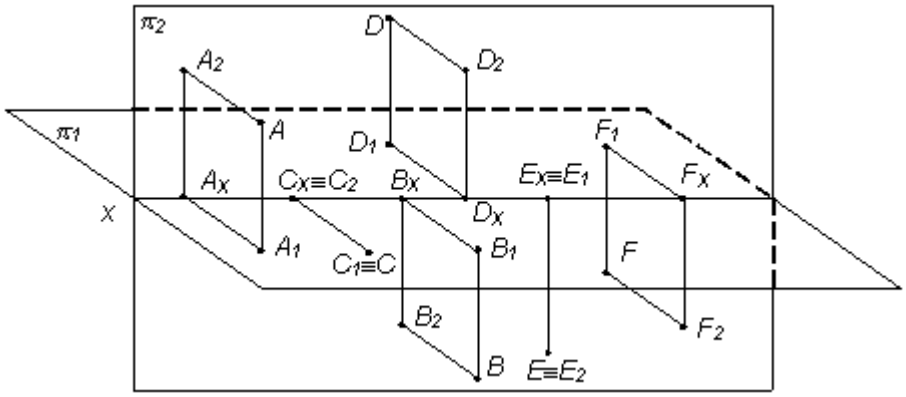


Рис. 4

4. Какая из точек на комплексном чертеже находится в третьей четверти (рис. 5)?
5. Какая из точек на комплексном чертеже принадлежит плоскости π_2 (рис. 5)?

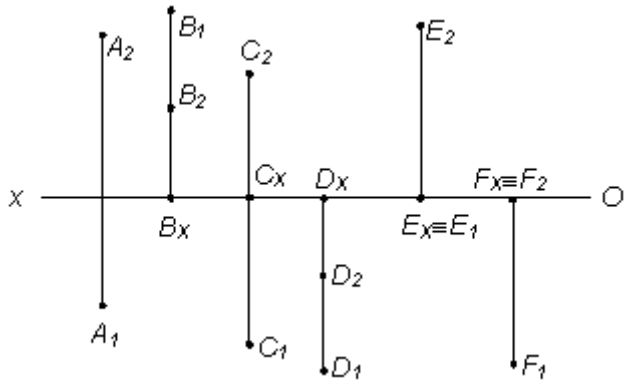


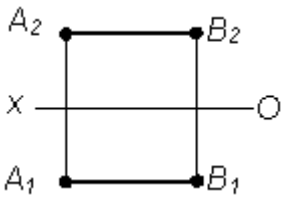
Рис. 5

Тесты к главе 3

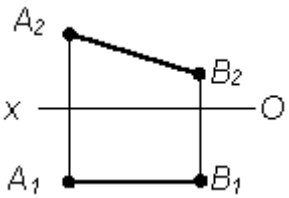
1. Выберите соответствие обозначения отрезка AB его изображению (рис. 6):

1. AB || π_1
2. AB || π_2

а



г



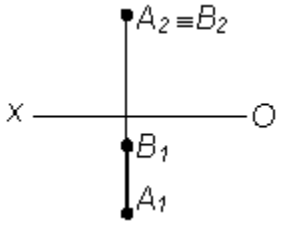
3. AB $\perp \pi_1$

4. AB $\perp \pi_2$

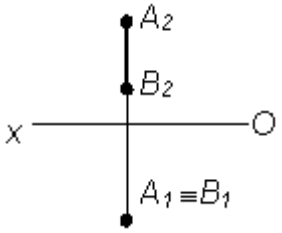
5. AB || OX

6. AB – общего положения

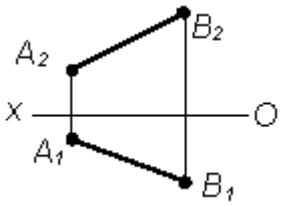
б



д



в



е

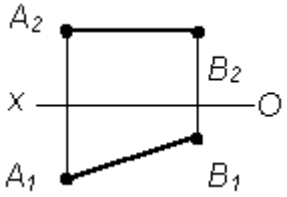


Рис. 6

2. На каком из комплексных чертежей отрезок AB (рис. 6) проецируется в натуральную величину: а); б); в); г); д); е).

3. За прямой *l* расположена точка: A; B; C; D; E; K (рис. 7).

4. Прямой *l* принадлежит точка: A; B; C; D; E; K (рис. 7).

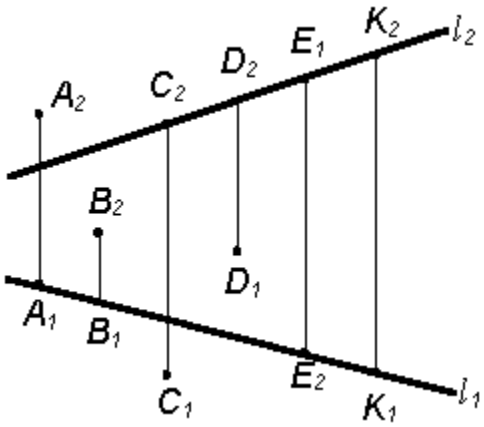


Рис. 7

Тесты к главе 4

Укажите, на каком из чертежей (рис. 8) прямые в пространстве

1) параллельны;
2) пересекаются;
3) скрещиваются.

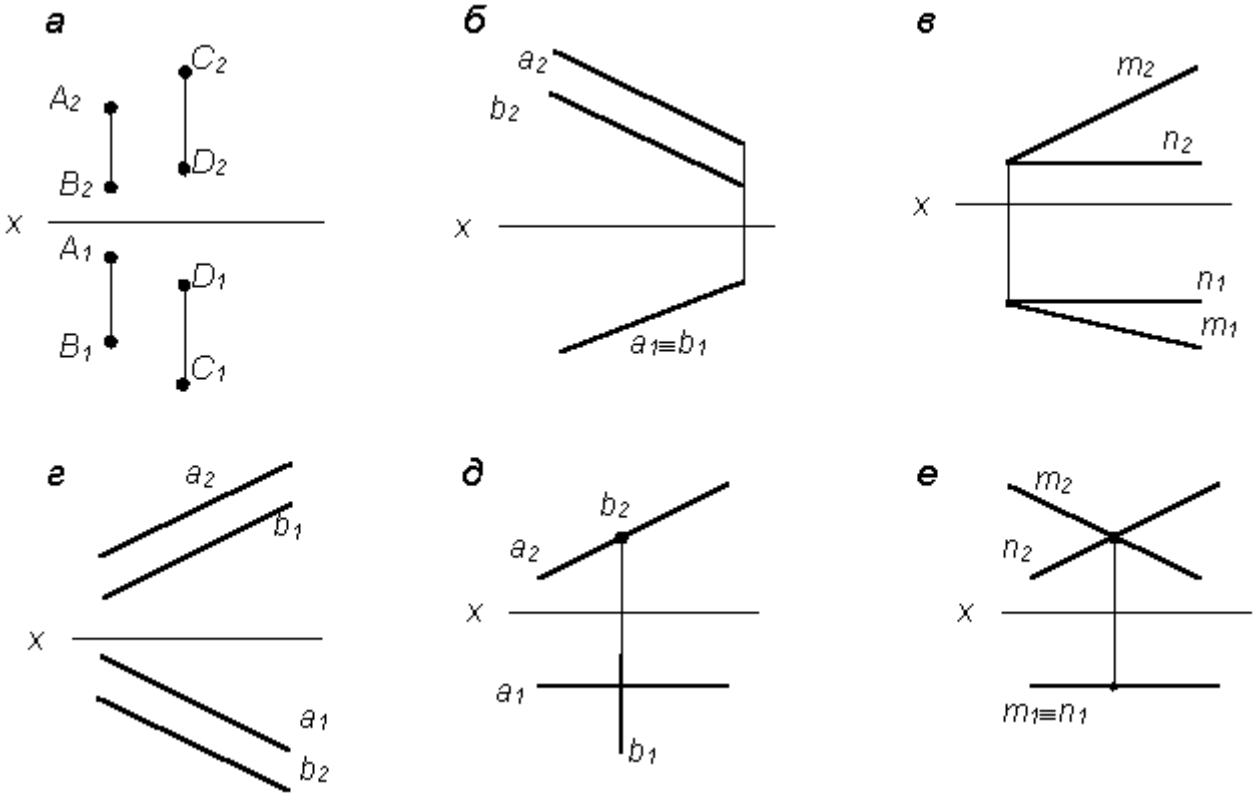


Рис. 8

Тесты к главе 5

1. Укажите на каком из чертежей (рис. 9) задана плоскость уровня?
2. Укажите, на каком из комплексных чертежей (рис. 9) задана проецирующая плоскость?

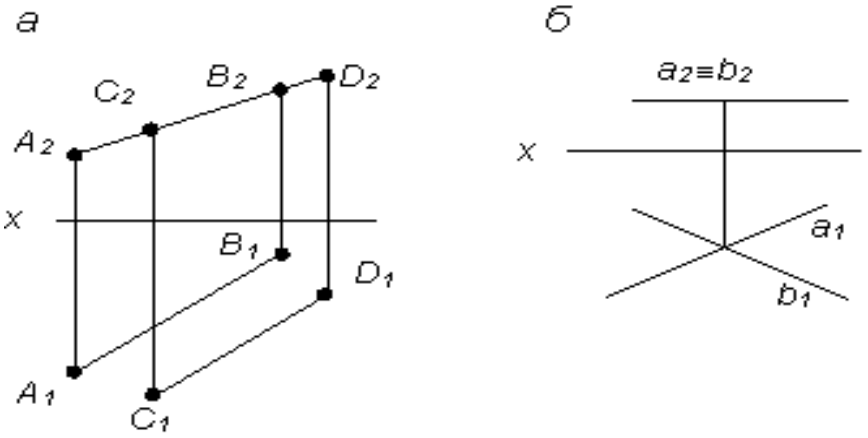


Рис. 9

3. Укажите, на каком из чертежей (рис. 10)

– прямая *l* является горизонталью плоскости Σ (Δ ABC);
– прямая *l* является фронталью плоскости

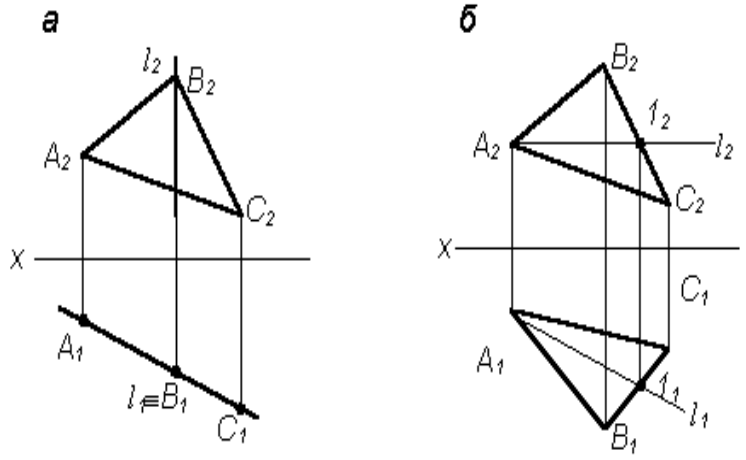


Рис. 10

4. На каком из чертежей (рис. 11) точка К принадлежит плоскости Σ (Δ АВС)?

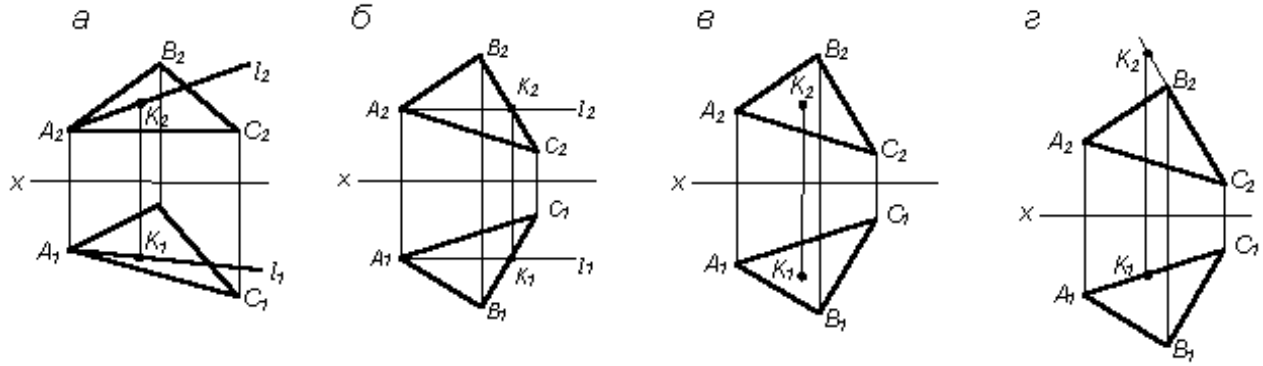


Рис. 11

Тесты к главе 6

1. На каком из чертежей (рис. 12) плоскость Σ (Δ АВС) параллельна плоскости Р(m Х n).

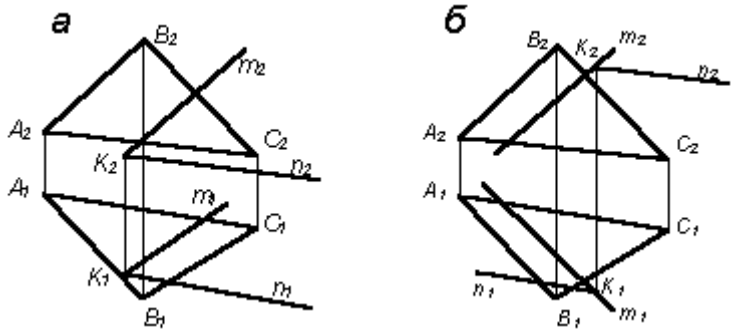


Рис. 12

2. Чтобы построить линию пересечения двух плоскостей общего положения необходимо использовать:

а) две вспомогательные прямые частного положения;
б) две вспомогательные плоскости общего положения;
в) две вспомогательные проецирующие плоскости.

3. Чтобы построить точку пересечения прямой и плоскости необходимо прямую заключить:

а) в плоскость общего положения;
б) в плоскость уровня;
в) в проецирующую плоскость.

4. Укажите, на каком чертеже (рис. 13) прямая *l* расположена параллельно плоскости P(a || b).

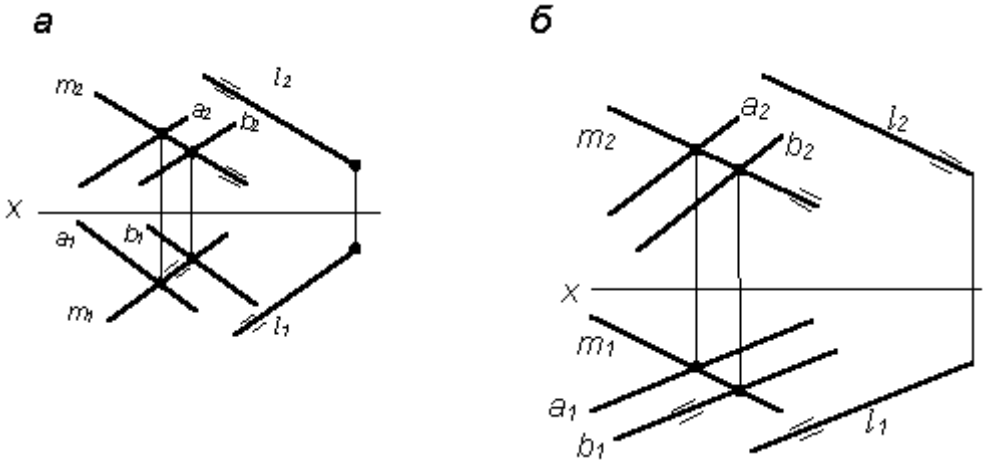


Рис. 13

5. Укажите, на каком из чертежей (рис. 14) прямая *l* перпендикулярна плоскости Q(a∩ b)?

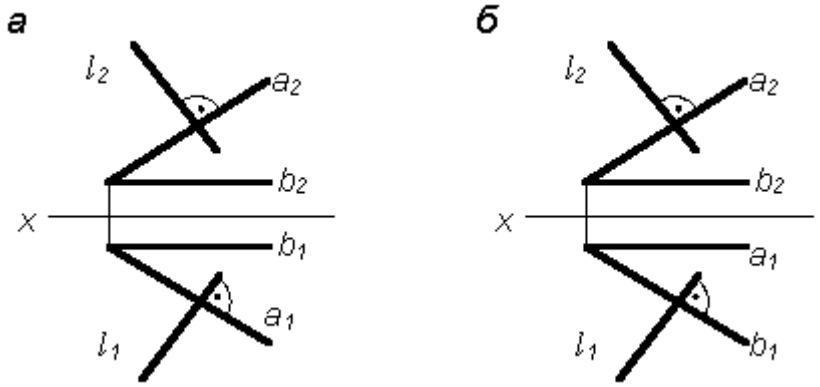


Рис. 14

Заключение

Итак, были подробно рассмотрены методы проецирования, точка в системе двух и трех плоскостей проекций, прямая и плоскость, взаимное положение прямых и плоскостей, а также некоторые позиционные задачи.

Даны методические рекомендации по изучению курса в целом и по выполнению практических работ в частности.

Подробно рассмотрены примеры и алгоритмы решения различного рода задач. По каждой теме дан тренинг умений (решений задач) и заключительное тестирование. Для лучшего усвоения материала в конце учебного пособия представлен краткий словарь специальных терминов и определений.

Определены требования к знаниям и умениям, приобретаемым при изучении курса, виды контроля знаний студентов и их отчетности.

Во второй части планируемого пособия будут рассмотрены способы преобразования комплексного чертеже (метрические задачи), поверхности, точка на поверхности, пересечение прямой и поверхности, пересечение двух поверхностей и т.д.

[Обратно в Оглавление](#)

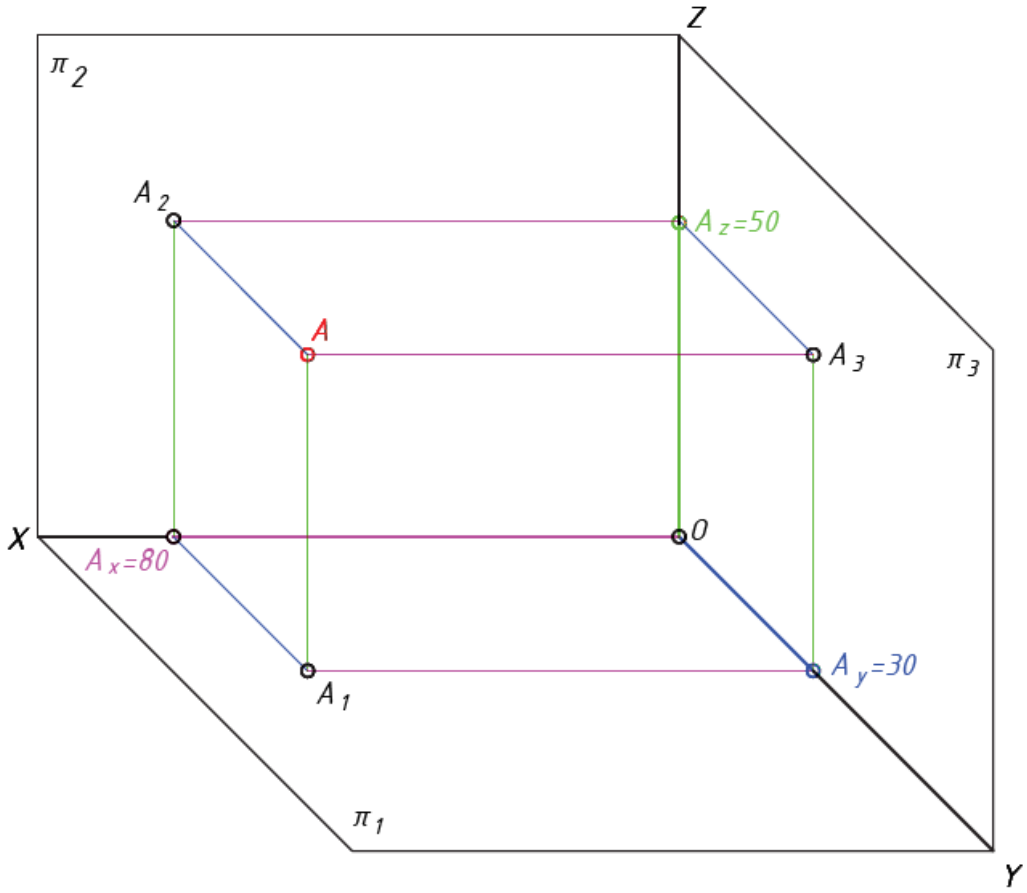
Приложение 1

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В I ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить наглядное изображение точки A.

	x	y	z	Октант
A	80	30	50	I



Подп. и дата | Инв. и N дубл | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 1 Листов 2

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

формат А4

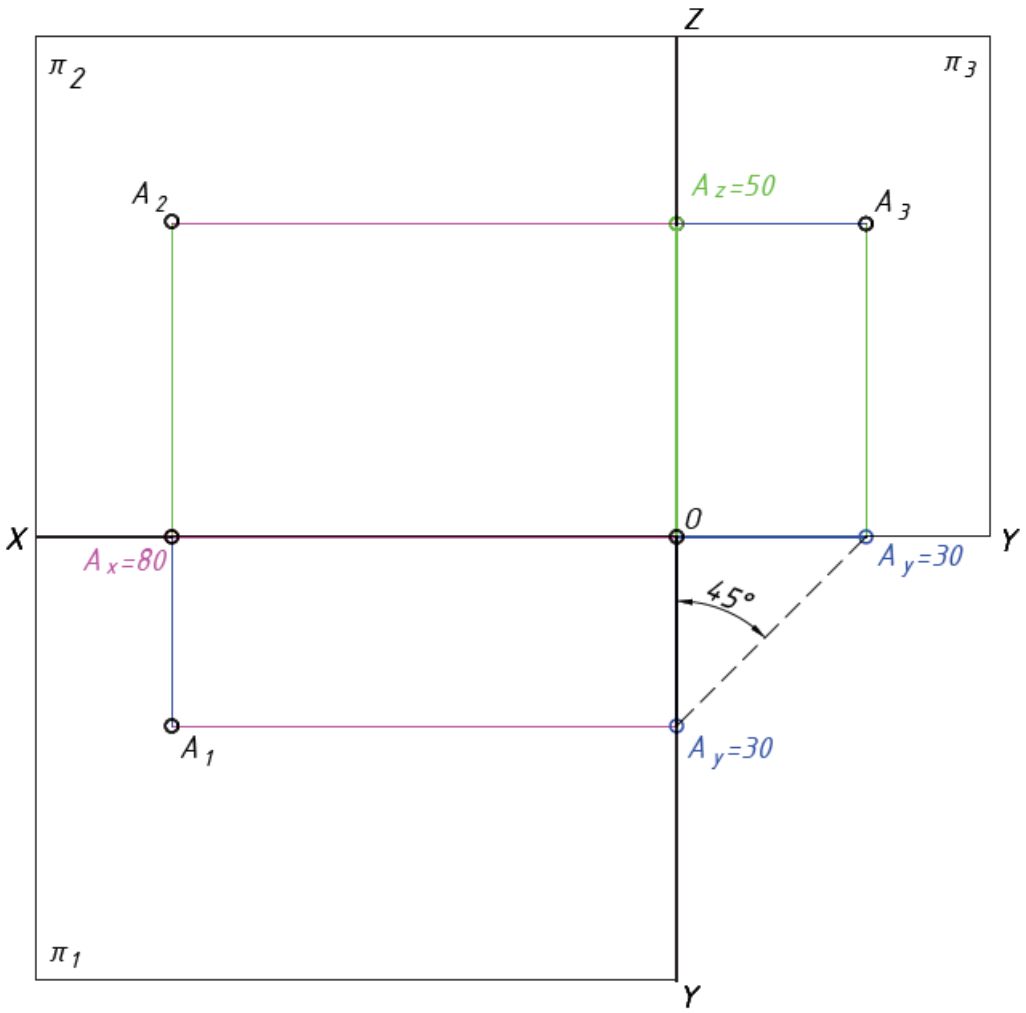
Приложение 2

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В I ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить комплексный чертёж точки А.

	x	y	z	Октант
A	80	30	50	I



Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 2 Листов

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

формат А4

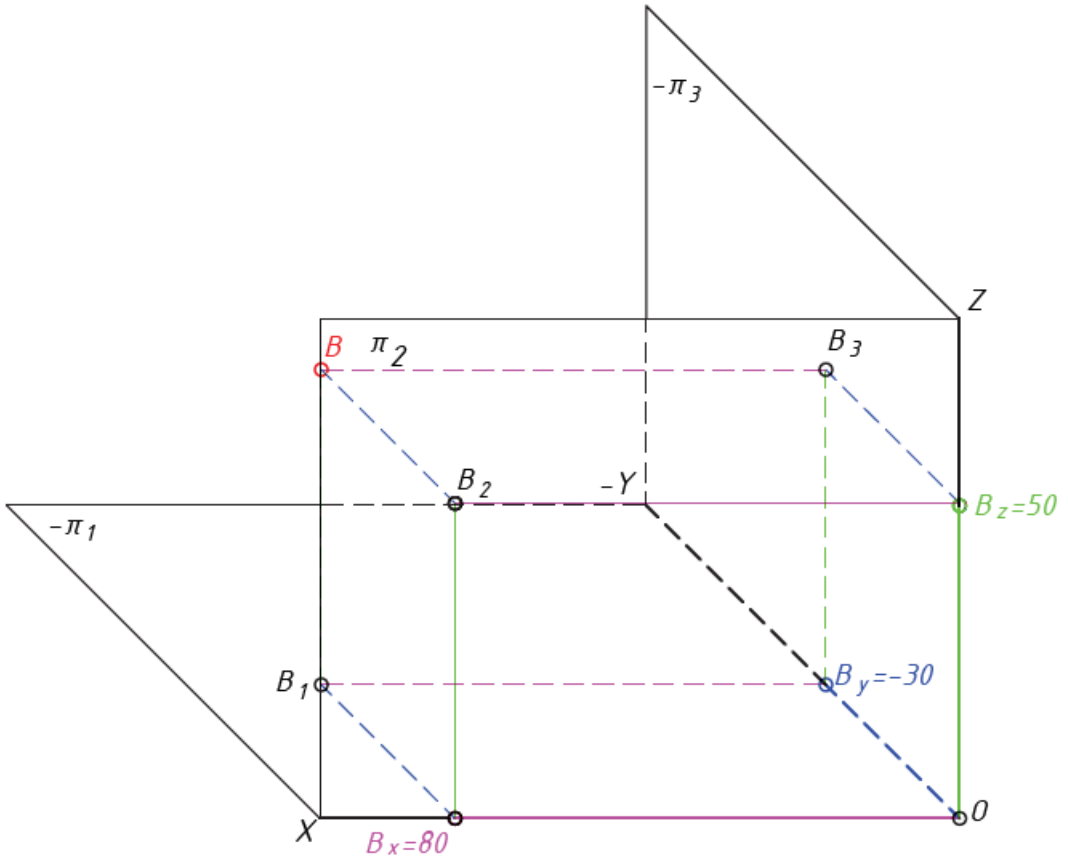
Приложение 3

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВО II ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить наглядное изображение точки B.

	x	y	z	Октант
B	80	-30	50	II



Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 1 Листов 2

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

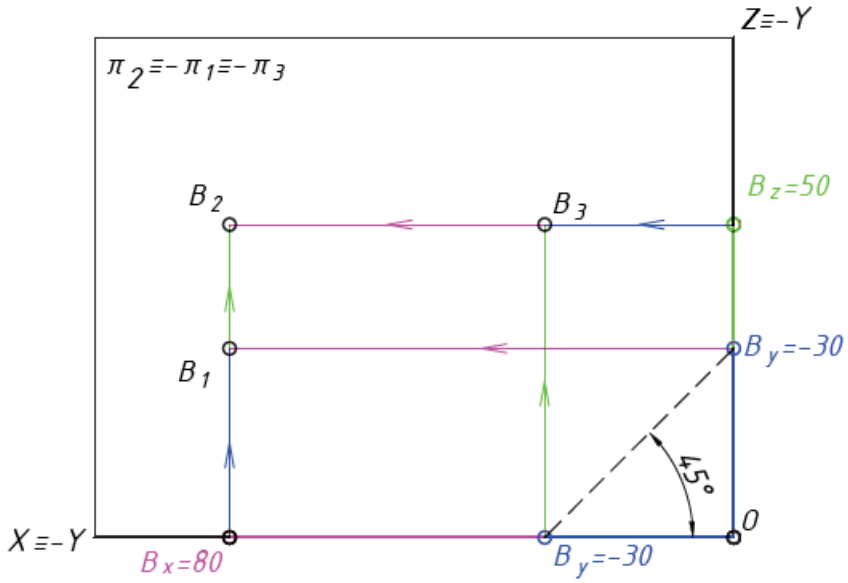
формат А4

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВО II ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить комплексный чертёж точки B.

	x	y	z	Октант
B	80	-30	50	II



Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 2 Листов

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

формат А4

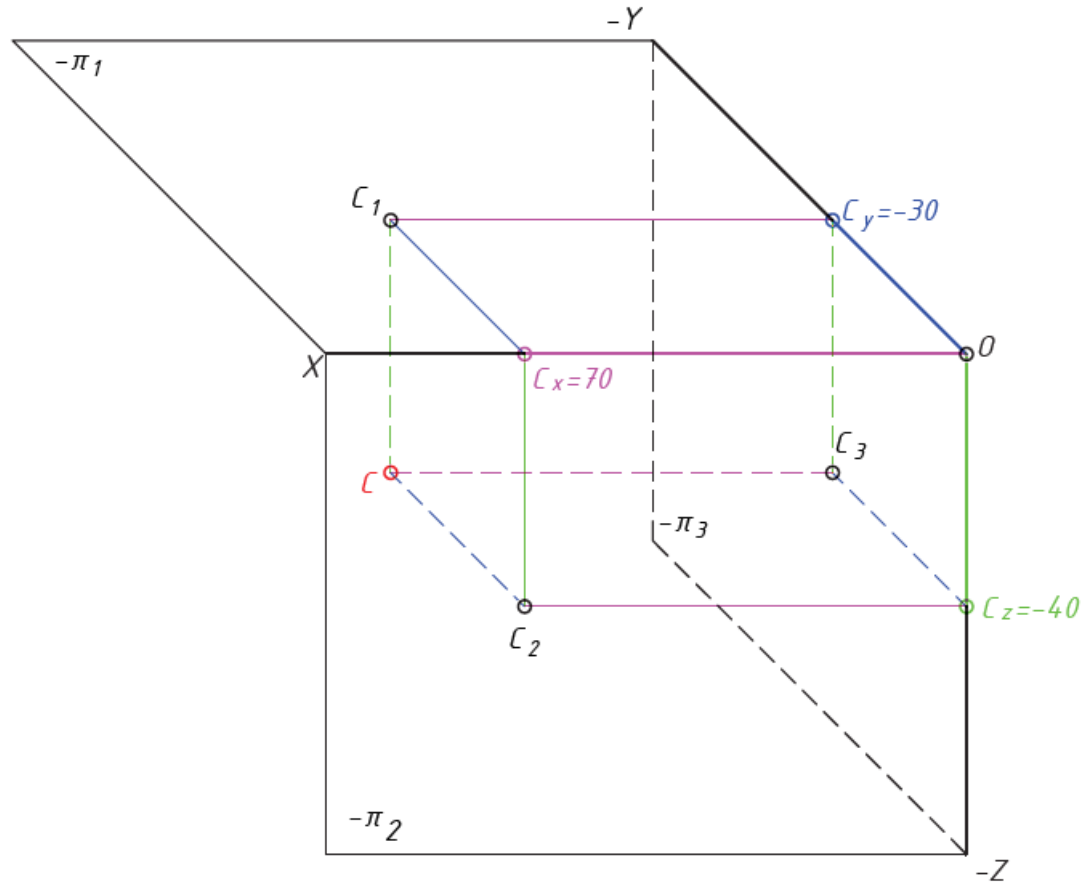
Приложение 5

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В III ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить наглядное изображение точки С.

	x	y	z	Октант
C	70	-30	-40	III



Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 1 Листов 2

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

формат А4

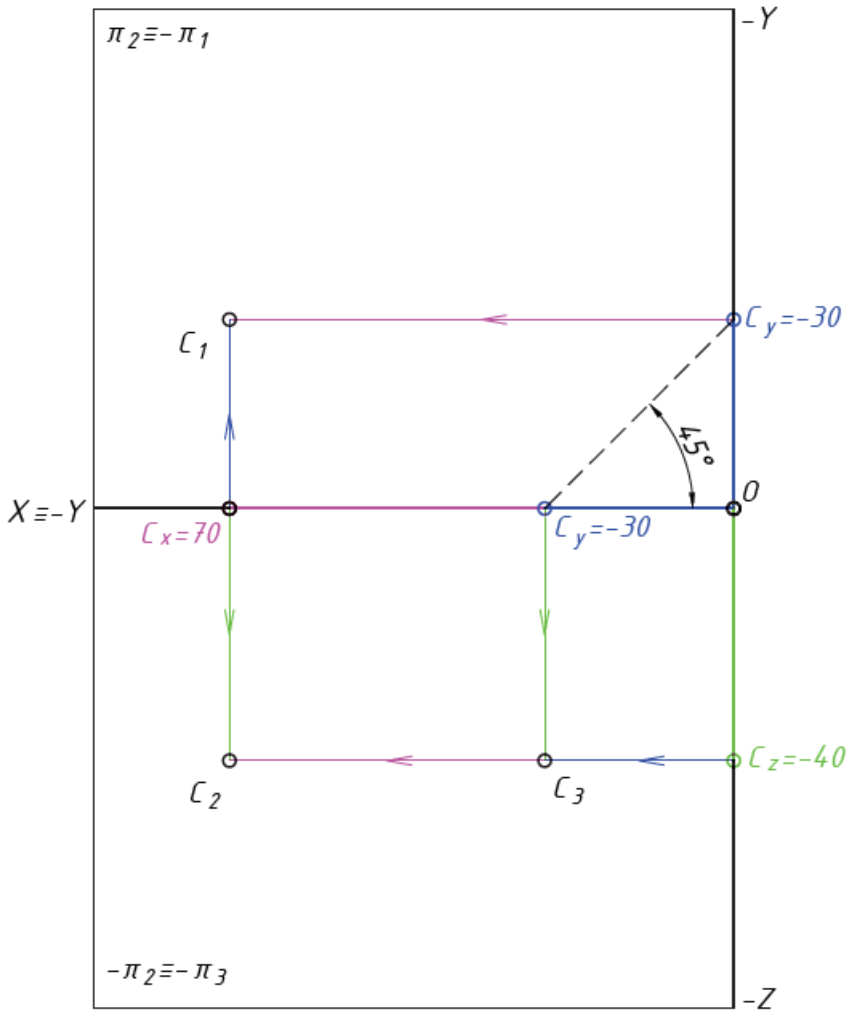
Приложение 6

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В III ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО411МТТ

Построить комплексный чертёж точки С.

	x	y	z	Октант
C	70	-30	-40	III



Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411 МТТ

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
У		1:1

Лист 2 Листов

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

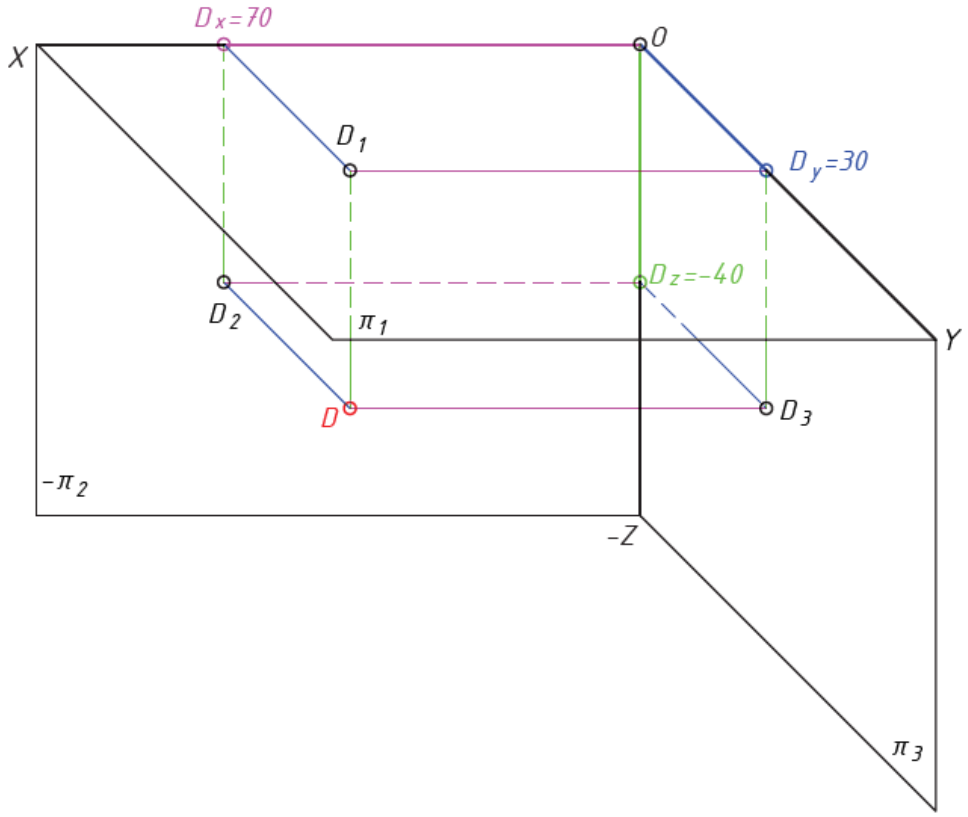
формат А4

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В IV ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить наглядное изображение точки D.

	x	y	z	Октант
D	70	30	-40	IV



Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 1 Листов 2

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

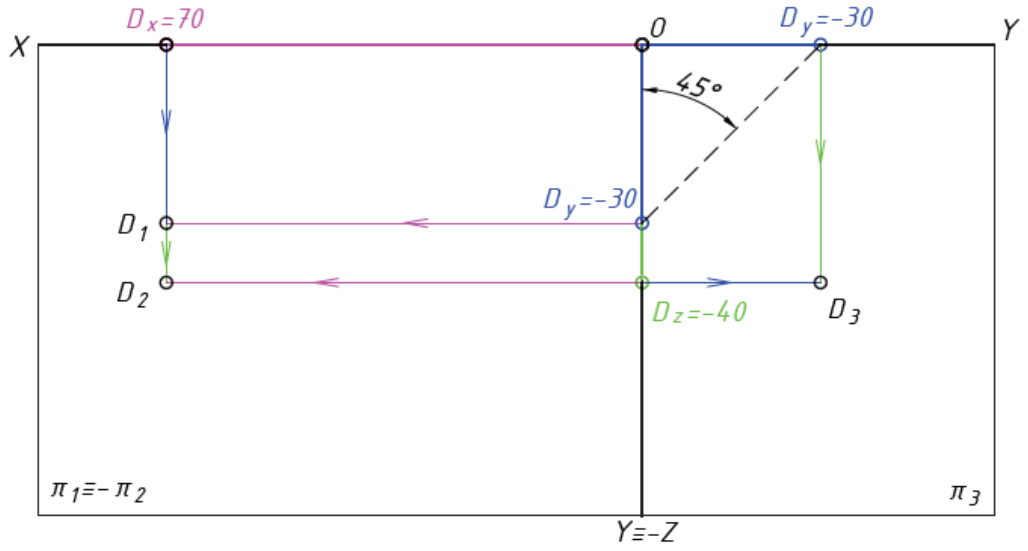
формат А4

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОЙ ЧАСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 ПОСТРОЕНИЕ НАГЛЯДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ В СИСТЕМЕ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ТОЧКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В IV ОКТАНТЕ

ПР 23.05.06 1.1 31.000- СО 411МТТ

Построить комплексный чертёж точки D.

	x	y	z	Октант
D	70	30	-40	IV



Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		15.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

Построение наглядного изображения и комплексного чертежа точки в системе трёх плоскостей проекций

Лит.	Масса	Масштаб
У		1:1
Лист 2	Листов	

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

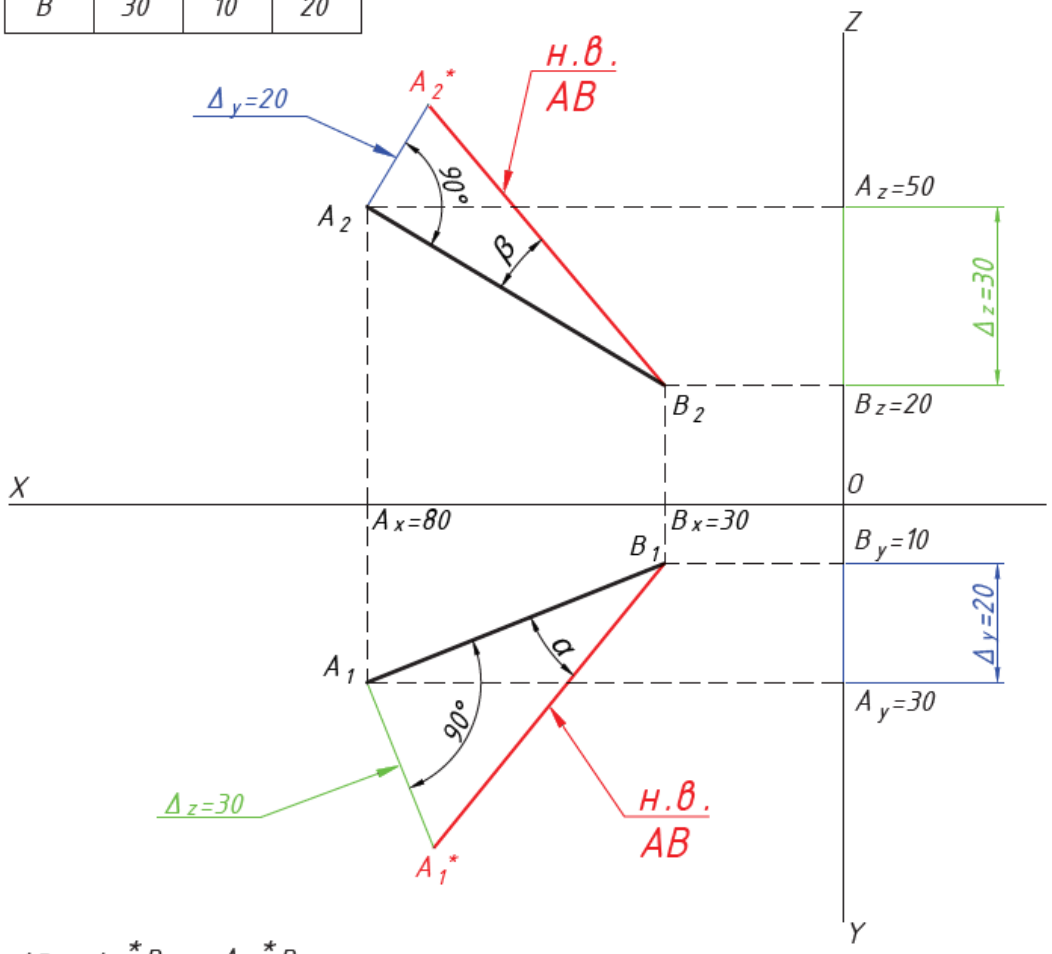
формат А4

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 2
ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ

ПР 23.05.06 1.2 31.000- СО 411МТТ

Определить натуральную величину отрезка AB и углы наклона к плоскостям проекций π_1 и π_2.

	x	y	z
A	80	30	50
B	30	10	20



$AB = A_1^* B_1 = A_2^* B_2$

$\alpha = (AB \hat{} \pi_1)$

$\beta = (AB \hat{} \pi_2)$

Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		20.09.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

Определение натуральной величины отрезка прямой

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

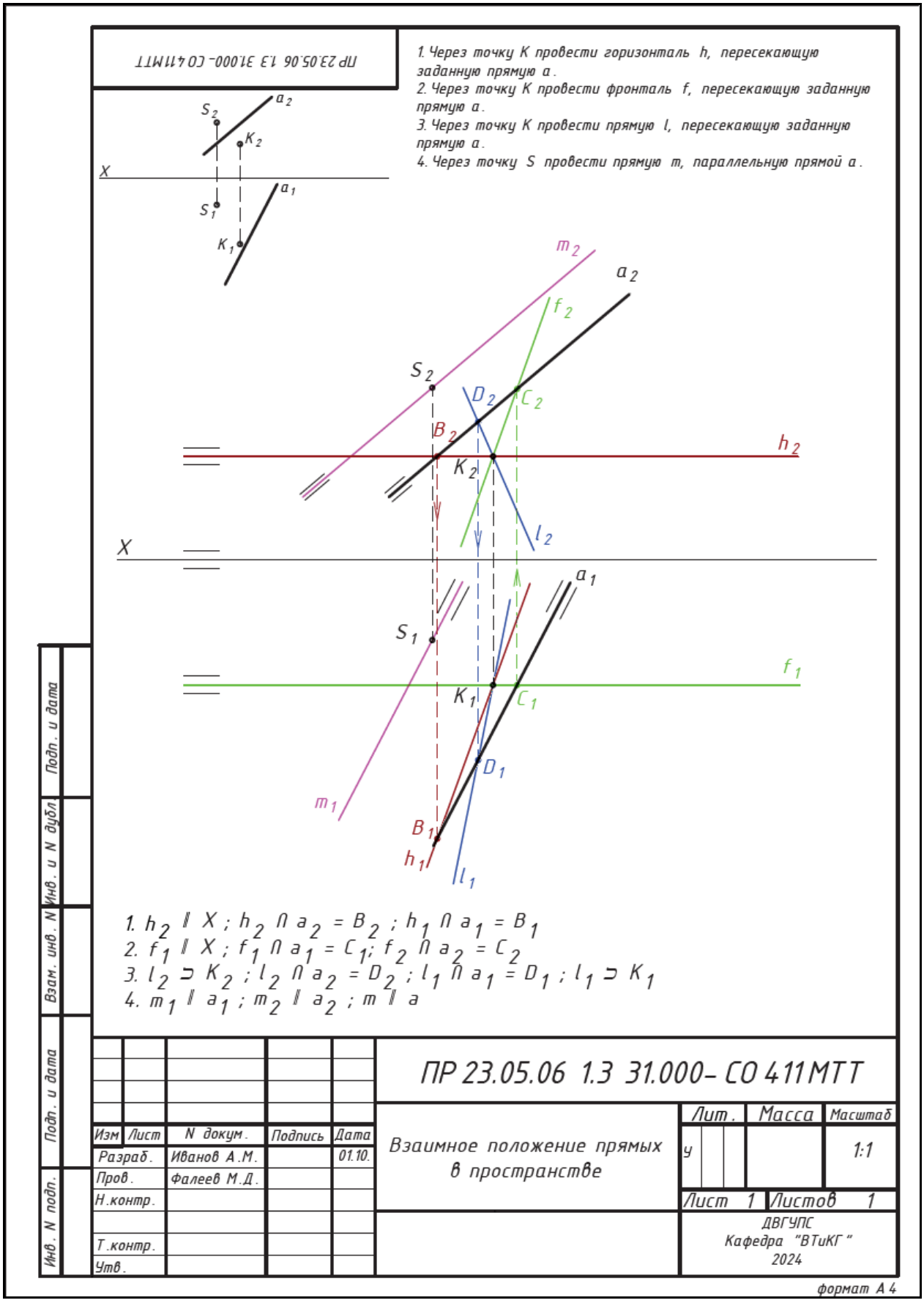
Лист 1 Листов 1

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

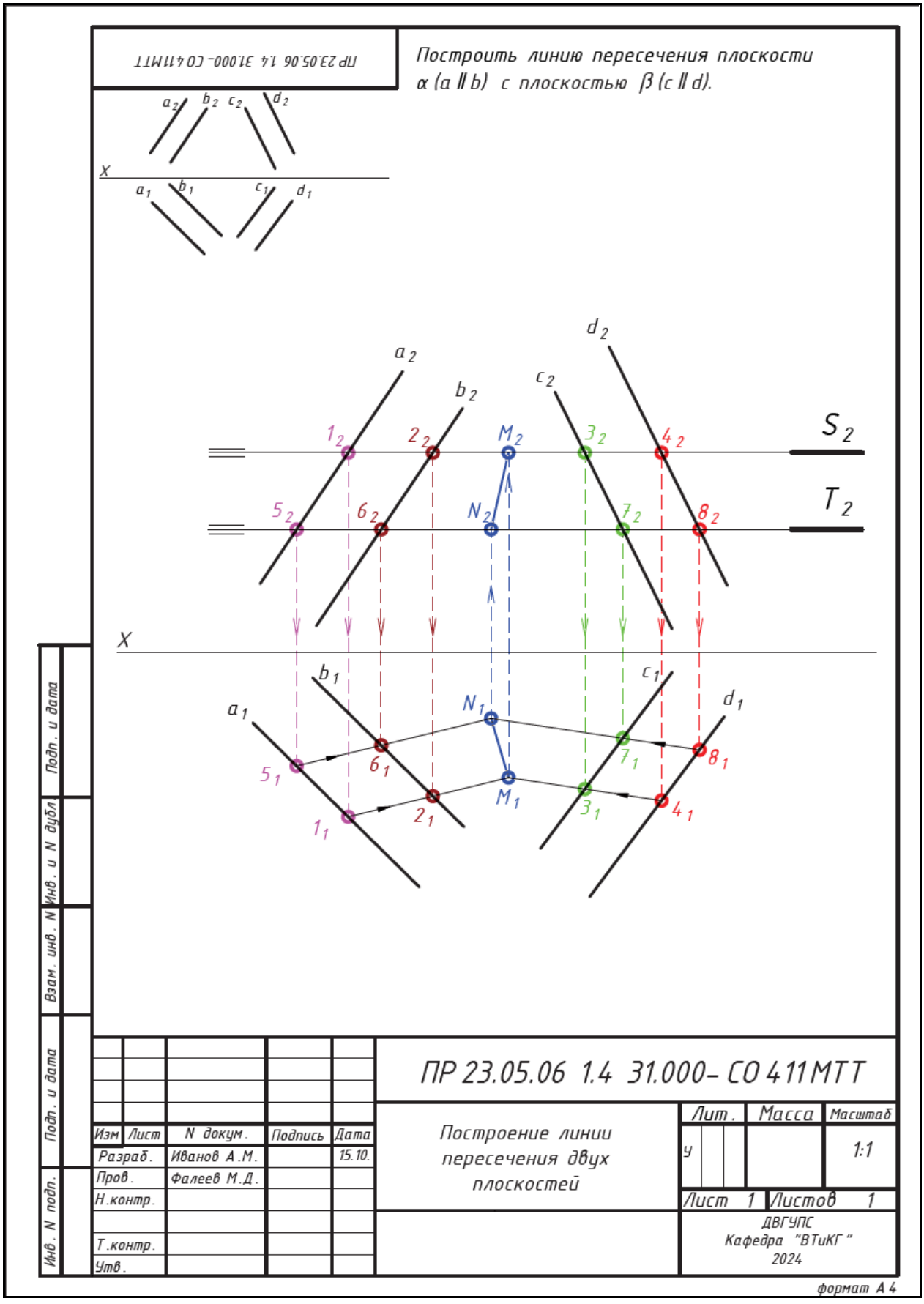
Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

формат А4

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 3
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



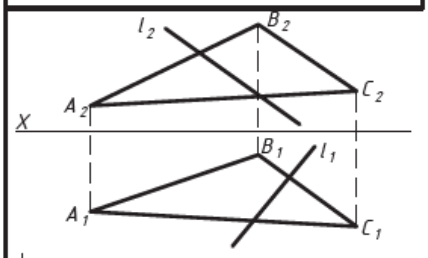
ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 4
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

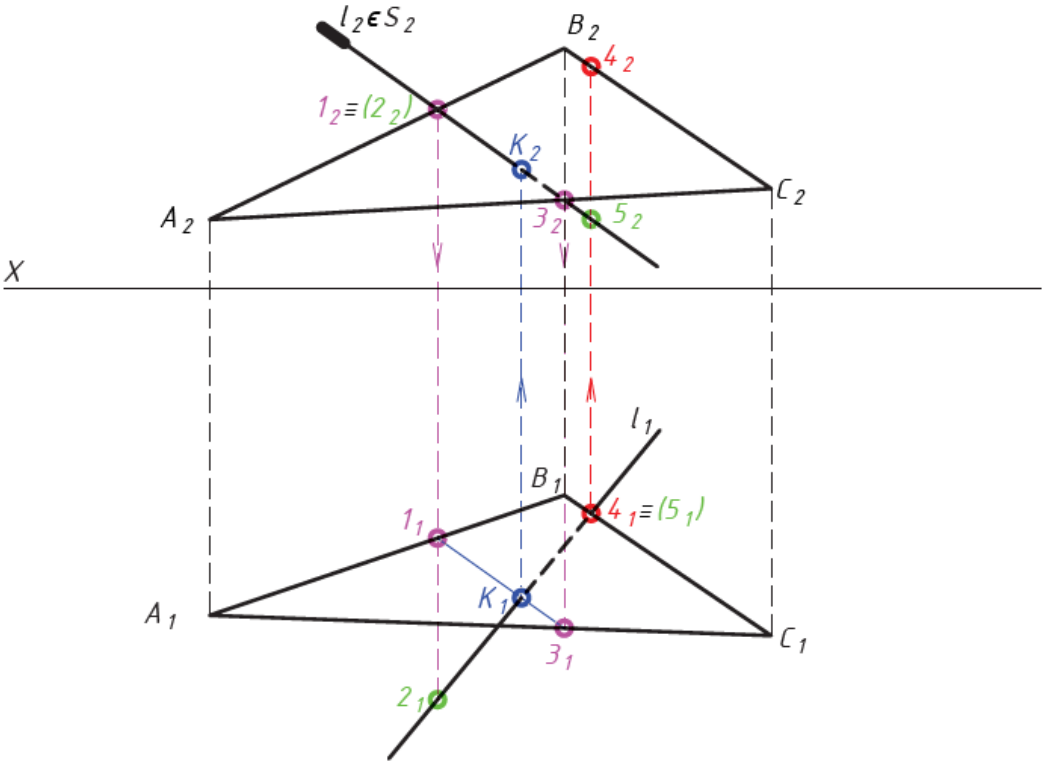


ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 5
ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

ПР 23.05.06 1.5 31.000- СО 411МТТ

Построить точку пересечения прямой l с плоскостью α (Δ ABC) и определить видимость прямой l относительно плоскости α.





Изм	Лист	N докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Иванов А.М.		31.10.
Пров.		Фалеев М.Д.		
Н.контр.				
Т.контр.				
Утв.				

Построение точки пересечения прямой и плоскости

Лит.	Масса	Масштаб
у		1:1

Лист 1 Листов 1

ДВГУПС
Кафедра "ВТиКГ"
2024

Подп. и дата | Инв. N дубл. | Взам. инв. N | Подп. и дата | Инв. N подл.

формат А4

Краткий словарь
специальных терминов и определений

ГЕОМЕТРИЯ НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ. Раздел геометрии, в котором изучаются методы изображения пространственных форм на плоскости или другой поверхности. Проекционный метод построения изображений на плоскости распадается на следующие части: а) перспективу, б) аксонометрию (прямоугольную и косоугольную), в) эпюр Монжа, г) проекции с числовыми отметками. Главное место в начертательной геометрии занимает метод Монжа – ортогональное проецирование элементов трехмерного пространства на две взаимно-перпендикулярные плоскости, в результате которого получается двухкартинный плоский чертеж, обладающий метрической определенностью и обратимостью. Технические чертежи, выполненные этим способом, в зависимости от сложности изображаемой формы, могут иметь и большее число изображений (проекций).

ГОРИЗОНТАЛИ. 1. Линии на плоскости или поверхности, параллельные горизонтальной плоскости проекций. 2. Линии на карте, соединяющие точки одинаковой высоты; проведение горизонталей показывает рельеф местности.

ГОРИЗОНТАЛЬ ПЛОСКОСТИ. Прямая, принадлежащая данной плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекции.

ДЛИНА. Расстояние между конечными точками прямой. Определяется измерением с помощью масштабной единицы (эталона длины) и выражается некоторым положительным числом. В зависимости от выбора эталона длины изменяется и длина измеряемого отрезка. Следовательно, всякая длина – величина относительная. Длина должна обладать следующими свойствами: а) равные отрезки имеют равную длину; б) длина суммы двух отрезков равна сумме длин составляющих; в) существует отрезок, длина которого равна единице. Раздел геометрии, изучающий длину отрезка, называется лонгиметрией. Для практической деятельности во всех странах созданы эталоны длины (метр, ярд и др.)

ЗАДАЧА ПОЗИЦИОННАЯ. Геометрическая задача на построение точек или линий пересечения геометрических элементов, то есть задача на построение новой принадлежности. Например, построение точки пересечения прямой и плоскости, построение теней и т.п. При решении позиционных задач не учитываются метрические свойства фигур, то есть те свойства, которые могут быть выявлены лишь в результате измерения.

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ. Изображение предмета двумя или несколькими ортогональными проекциями с сохранением проекционной связи. Такой чертеж может быть выполнен: а) в основной системе с фиксированными осями проекции; б) в безосной системе; в) в системе с нефиксированными осями (с постоянной прямой чертежа).

КОМПОНОВКА ЧЕРТЕЖА (от лат. componare компоновать). Целесообразное размещение изображений, размеров и надписей на поле чертежа. Эстетическое восприятие также играет немалую роль при чтении чертежа: рабочему приятнее читать чистый и красивый чертеж, чем смотреть на грязный и плохо оформленный. Поэтому законы художественной композиции имеют прямое отношение к компоновке чертежей.

ЛИНИЯ (лат. linea). 1. Всякую линию можно представить себе как траекторию движущейся точки. Нельзя рассматривать линию как ряд точек; вместе с тем линия – это точечное множество. Все геометрические линии сплошные. На чертеже линии изображают условно (ГОСТ 2.303-68. Линии чертежа). 2. Линия – это множество всех последовательных положений движущейся точки. 3. Общая часть двух смежных областей поверхности. По определению Эвклида: “Линия же – длина без ширины”.

ОТРЕЗОК. Часть прямой, ограниченная с обеих сторон. Концы отрезка (точки) входят в отрезок. Отрезок следует обозначать либо двумя буквами, поставленными у концов его, либо одной строчной буквой у его середины.

ПРЯМЫЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ. 1. Две прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек. Через данную точку, взятую вне прямой, можно провести только одну прямую, параллельную этой прямой. Одноименные проекции двух параллельных линий параллельны между собой. 2. Прямые, пересекающиеся в бесконечно удаленной точке.

ПРЯМЫЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ. Две прямые, имеющие единственную общую точку. Точки пересечения их одноименных проекций лежат на линии проекционной связи (на одном перпендикуляре к оси проекций).

ПРЯМЫЕ СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ. Две прямые, которые не параллельны друг другу и не пересекаются. Такие прямые лежат в различных плоскостях. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на одной прямой на другую прямую; существует только один такой перпендикуляр, общий этим прямым. Углом двух скрещивающихся прямых условно считают острый угол, построенный в произвольно выбранной точке со сторонами, соответственно параллельными этим прямым.

ПЛОСКОСТЬ следует рассматривать как частный случай поверхности. Это двумерный геометрический образ. Плоскость считается бесконечной, не имеющей толщины и непрозрачной.

ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ. Плоскость, расположенная наклонно ко всем плоскостям проекций.

ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ. В начертательной геометрии – плоскость, параллельная какой-либо плоскости проекций. В стереометрии – плоскость, параллельная основной плоскости.

ПЛОСКОСТЬ ПРОЕЦИРУЮЩАЯ. Плоскость, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций.

ПРЯМАЯ ЛИНИЯ – одномерный геометрический образ, имеющий только длину. Прямая – бесконечная линия.

ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ. Прямая, расположенная наклонно ко всем плоскостям проекций. Отрезок такой прямой проецируется на плоскости проекций с искажением; все проекции плоскости меньше натуральной величины.

ПРЯМАЯ УРОВНЯ. Прямая, параллельная какой-либо плоскости проекций.

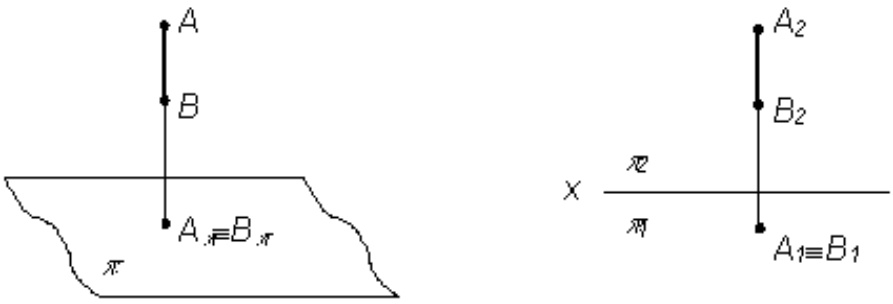
ПРЯМАЯ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ. Прямая, расположенная в пространстве, параллельная или перпендикулярная какой-либо плоскости проекций. Если такая прямая перпендикулярна к одной плоскости проекций, то она одновременно параллельна двум другим. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется горизонтальной (горизонталь). Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется фронтальной (фронталь). Прямая, параллельная профильной плоскости проекций, называется профильной (профиль).

ПРЯМЫЕ ПРОЕЦИРУЮЩИЕ. Прямые, перпендикулярные к плоскостям проекций. Прямая, перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций, называется горизонтально-проецирующей. Прямая, перпендикулярная к фронтальной плоскости проекций, называется фронтально-проецирующей. Прямая, перпендикулярная к профильной плоскости проекций называется профильно-проецирующей.

ТОЧКА. Одно из основных понятий геометрии. Простейший неделимый элемент геометрического пространства. Несколько древне-классических определений: 1. Точка есть то, то не имеет частей (Эвклид); 2. Концы линий суть точки (Эвклид); 3. То, что не имеет частей, но имеет положение (Аристотель). На чертеже мы имеем не геометрическую точку, а ее изображение (образ), которое обладает некоторыми малыми размерами. Это изображение мы условно называем точкой и локально определяем как место пересечения двух линий.

ТОЧКИ КОНКУРИРУЮЩИЕ. Две точки А и В, расположенные на одном проецирующем луче, имеют общую проекцию, обозначаемую на чертеже двумя буквами

$A\pi \equiv B\pi$. Такая надпись (сначала видимая точка, затем невидимая) означает, что точка А в пространстве дальше отстоит от плоскости проекций, чем точка В. Точки, имеющие общую проекцию, названы конкурирующими профессором Д.Г. Анановым.



ФРОНТАЛЬ ПЛОСКОСТИ. Прямая, принадлежащая данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.

Библиографический список

1. ГОСТ 2.001-70. Общие положения // В сб. Единая система конструкторской документации. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – С. 3–5.
2. ГОСТ 2.104-68. Основные надписи // В сб.: Единая система конструкторской документации. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1984 (С изм. 1991г.). – С. 53–61.
3. ГОСТ 2.303-68. Линии // В сб.: Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – С. 6–8.
4. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; Под ред. В.О. Гордона: Изд. 22-е. – М.: Наука, 1977.
5. Лагерь, А.И. Инженерная графика: Учебник / А.И. Лагерь. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2002. – 270 с.
6. Локтев, О.В. Краткий курс начертательной геометрии / О.В. Локтев. – Изд. 3-е., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1989.
7. Чекмарев, А.А. Инженерная графика: Учеб. для немаш. спец. вузов / А.А. Чекмарев. – М.: Высш. шк., 2000. – 365 с.