Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный
университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

Л.Н. Шатилова М.А. Городилова Т.Г.Плотникова

ИНТЕГРАЛЫ

Методические указания
и индивидуальные задания
для выполнения типового расчета

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2005

УДК 517.3 (075.8)
ББК В 161.12 я73
Ш 284

Рецензент:

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры «Высшая математика» Дальневосточного
государственного университета путей сообщения
Г.П. Кузнецова

Шатилова, Л.Н.

Ш 284 Интегралы : методические указания / Л.Н. Шатилова, М.А. Городилова, Т.Г. Плотникова. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2005. – 68 с. : ил.

В методических указаниях даны рекомендации по выполнению типового расчета по теме «Интегралы, приложения определенного интеграла».

Даны варианты индивидуальных заданий.

Указания предназначены для студентов всех специальностей железнодорожного вуза.

УДК 517.3 (075.8)
ББК В 161.12 я73

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее издание написано в соответствие с программой по курсу высшей математики для втузов и ставит своей целью помочь студенту овладеть методами интегрирования. Это определило структуру пособия. В начале приведены теоретические вопросы, затем предлагаются теоретические упражнения. Для каждого метода интегрирования даны ссылки на методическое пособие«Интегральное исчисление функции одной переменной» (Л.Н. Гамоля, Г.П. Кузнецова, Л.В. Марченко Издательство ДВГЦУПС 2004г.).

Указания содержат варианты индивидуальных заданий для студентов ДВГУПС дневной формы обучения.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интегральное исчисление – это раздел математического анализа, в котором изучаются интегралы, их свойства, способы вычисления и приложения. Вместе с дифференциальным исчислением оно составляет основу аппарата математического анализа.

Интегральное исчисление возникло из рассмотрения большого числа задач естествознания и математики. Важнейшие из них – физическая задача определения пройденного за данное время пути по известной, но переменной скорости движения и значительно более древняя задача вычисления площадей и объемов геометрических фигур.

Центральным в интегральном исчислении является понятие интеграла, которое имеет две различные трактовки, приводящие к понятиям неопределенного и определенного интегралов.

Рассматриваемая в интегральном исчислении обратная к дифференцированию математическая операция, называется интегрированием, которая состоит в отыскании первообразной данной функции. Заметим, что, наряду с функцией F(x), первообразной для функции f(x), будет также любая функция F(x) + C, отличающаяся от F(x) постоянным слагаемым C, ведь $(F(x) + C)^1 = F(x)^1 = f(x)$. Таким образом, в отличие от дифференцирования, сопоставляющего функции единственную другую функцию – производную первой, неопределенное интегрирование приводит не к одной конкретной функции, а к целому набору функций, и в этом его неопределенность.

Укажем более древний подход к интегралу, который послужил основным первоначальным источником интегрального исчисления, привел к понятию определенного интеграла или интеграла в собственном смысле этого слова. Этот подход четко прослеживается уже у древнегреческого математика и астронома Евдокса Книдского (примерно 408-355 до н.э.) и Архимеда, т. е. он возник задолго до появления дифференциального исчисления и операции дифференцирования.

Вопрос, который рассматривали Евдокс и Архимед, создав при его решении «метод исчерпывания», предвосхитивший понятие интеграла, – это вопрос о вычислении площади криволинейной фигуры.

Позднее эта задача была разрешена и представлена знаменитым соотношением: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$, которое носит название «формула Ньютона-Лейбница». Полученная формула связывает интегрирование и дифференцирование.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Перед выполнением типового расчета необходимо изучить теоретический материал каждого раздела методического пособия «Интегральное исчисление функции одной переменной» (Л.Н. Гамоля, Г.П. Кузнецова, Л.В. Марченко. Издательство ДВГУПС 2004 г.).

Для успешного решения примеров первой части типового расчета надо выучить следующие параграфы выше указанного пособия:

– с 1 по 14 пример – параграфы 1 и 2 «Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла» (стр. 4–11).

– с 15 по 17 примеры – параграф 3.2 «Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе» (стр. 14–15).

– с 18 по 21 пример – параграф 3.3 «Интегрирование рациональных дробей» (стр. 15–20).

– с 22 по 27 пример – параграф 3.1 «Метод интегрирования по частям» (стр. 11–13).

– с 28 по 31 (или 32, в зависимости от варианта) – параграф 3.4 «Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций» (стр. 21–25).

– с 32(или 33) по 36 примеры – параграфы 3.5, 3.6 и 3.7 «Интегрирование некоторых иррациональных функций», «Интегрирование дифференциального бинома», «Подстановки Эйлера» (стр. 25–32).

– 37 и 38 примеры – параграфы 4, 5, 6, 8 «Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла», «Определенный интеграл его свойства и вычисление» (стр. 36–54).

– 39 и 40 примеры – параграф 9 «Несобственные интегралы» (стр. 55– 63).

Для решения примеров второй части типового расчета надо изучить параграф 10 «Приложения определенного интеграла».

II. 1. – пункт 10.3 «Вычисление площади в декартовых координатах» (стр.66-68).

2. – пункт 10.4 «Вычисление площади в полярных координатах». (стр.69 – 71)

3. – пункт 10.5 «Вычисление площади фигуры, кривой, заданной в параметрическом виде» (стр. 72–73).

III. Пункт 10.6 «Вычисление длины дуги кривой» (стр. 74–78).

IV. Пункт 10.7, 10.8 «Вычисление объемов тел» (стр. 78–82).

V. Пункт 10.9 «Вычисление площади поверхности вращения» (стр.83–86).

Авторы желают уважаемым читателям успехов в изучении интегрального исчисления и рекомендуют не ограничиваться только одним пособием, но и использовать другую литературу по данной теме.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Понятие определённого интеграла, его геометрический смысл.
2. Основные свойства определённого интеграла.
3. Теорема о среднем.
4. Производная определённого интеграла по верхнему пределу.
5. Понятие первообразной функции. Теоремы о первообразных. Формула Ньютоны-Лейбница.
6. Неопределённый интеграл, его свойства.
7. Таблица неопределённых интегралов.
8. Замена переменной в неопределённом и определенном интегралах.
9. Интегрирование по частям в неопределённом и определенном интегралах.
10. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие дроби.
11. Интегрирование простейших дробей.
12. Интегрирование рациональных функций.
13. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
14. Интегрирование иррациональных выражений.
15. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
16. Вычисление площадей плоских фигур.
17. Определение и вычисление длины дуги кривой.
17. Вычисление объёмов тел вращения.
18. Вычисление площади поверхности тел вращения.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Какой из интегралов больше?

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

2. Найти: $\frac{d}{dx}\int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2}\,dt$

3. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2}\,dt$$

4. Доказать, что если f(x) – чётная функция, то

$$\int_{-a}^0 f(x)dx = \int_0^a f(x)dx = \frac{1}{2}\int_{-a}^a f(x)dx$$

5. Доказать, что для нечётной функции f(x) справедливы равенства

$$\int_{-a}^0 f(x)dx = -\int_0^a f(x)dx \text{ и } \int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

6. При каких целых значениях <u>к</u> интеграл $\int\sqrt{1+x^n dx}$ выражается элементарными функциями?

7. Вычислить интеграл

$$\int \ln\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)dx$$

8. Применяя метод интегрирования по частям, получить рекуррентную формулу:

$\int x^\alpha (\ln x)^n\,dx = \frac{x^{\alpha+1}(\ln x)^n}{\alpha+1} - \frac{n}{\alpha+1}J_{n-1} \quad (\alpha \neq -1)$ 9.Вычислить, исходя из определения, интеграл $\int_0^1 x dx$

10. Исходя из геометрического значения определённого интеграла, доказать, что

а). $\int_0^\pi \sin 2x dx = 0$ б). $\int_1^2 (2x+1)dx = 4$ в). $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} = \frac{9\pi}{2}$

11. Найти ошибку, допущенную при следующем вычислении интеграла(интеграл от всюду положительной функции оказался равным нулю!)

$$\int_0^\pi \frac{dx}{1+2\sin^{2x}} = \int_0^\pi \frac{dx}{\cos^2 x + 3\sin^2 x} = \int_0^\pi \frac{\frac{dx}{\cos^2 x}}{1+3tg^2 x} = \int_0^\pi \frac{d(tgx)}{1+3tg^2 x} = \frac{1}{\sqrt{3}} arctg\left(\sqrt{3}tgx\right)\Big|_0^\pi = 0.$$

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ:
I. ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ;
II, III, IV, V ПРИЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА.

Вариант 1.

1. $\int (\sqrt{x}-3)^3 dx$

2. $\int (x^3+1)^4 x^2 dx$

3. $\int \sin\frac{1}{x}\cdot\frac{dx}{x^2}$

4. $\int tg(1-4x)dx$

5. $\int \frac{dx}{x\sin^2(\ln x)}$

6. $\int e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{dx}{\sqrt{x}}$

7. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$

8. $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x-1}}$

10. $\int \frac{\sin x+\cos x}{\sqrt[3]{\sin x-\cos x}}dx$

11. $\int \frac{2^x dx}{1+4^x}$

12. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}dx$

13. $\int \frac{1+x}{1+x^2}dx$

14. $\int \frac{xdx}{\cos^2 x^2}$

15. $\int \frac{xdx}{x^2-9x+3}$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2+8x}}$

17. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-2x+8}}dx$

18. $\int \frac{(x+1)^3}{x^3-1}dx$

19. $\int \frac{7x-15}{x^3-5x^2+6x}dx$

20. $\int \frac{2x+3}{(x+5)^2(x-1)}dx$

21. $\int \frac{xdx}{(x-1)(x^2+4)}$

22. $\int x^2 e^{-7x}dx$

23. $\int \arcsin\frac{x}{2}dx$

24. $\int \ln^2(x+2)dx$

25. $\int e^{-x}\cos 3xdx$

26. $\int \sqrt{9+x^2}dx$

27. $\int x\sqrt{x+3}dx$

28. $\int \sin 6xco2xdx$

29. $\int \sin^4\frac{x}{7}dx$

30. $\int \cos^2 x\cdot\sin^3 xdx$

31. $\int ctg^4 xdx$

32. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

33. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^5}-\sqrt[6]{x^7}}dx$

34. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}}$

35. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$

36. $\int x^3\sqrt{x^2+4}dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,sindx$

38. $\int_0^5 \sqrt{25-x^2}dx$

39. $\int_{-1}^{-2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

40. $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\,ln^2 x}$

Вариант 1.

II Вычислить площади:

а) $y=-x; y=2x-x^2$

б) $\rho^2 = a^2 \sin 4\varphi$

в) петли кривой $\begin{cases} x=t^2 \\ y=\dfrac{t}{3}(3-t^2) \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) $y=\ln\dfrac{5}{2x}; \left(\sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}\right)$

б) $\begin{cases} x=2{,}5(t-\sin t) \\ y=2{,}5(1-\cos t) \end{cases}$ от $t=\dfrac{\pi}{2}$ до $t=\pi$

в) $\rho=3e^{\frac{3}{4}\varphi}$ от $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$ до $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями:

а) $y=3\sin x \quad y=\sin x \quad (0\le x\le\pi)$

б) $\begin{matrix} y=\sqrt{x-1}; y=0 \\ y=1; x=0{,}5 \end{matrix}$ вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} y=4(t-\sin t) \\ y=4(1-\cos t) \end{cases}$ (одной арки) вокруг оси Ox

V. Окружность $\rho=4\sin\varphi$ вращается вокруг полярной оси. Определить площадь поверхности вращения.

Вариант 2.

1. $\int x(4x^2-5)^3dx$

2. $\int \cos\frac{2}{x}\frac{dx}{x^2}$

3. $\int \frac{dx}{x\ln^5 x}$

4. $\int \frac{e^x dx}{4+2e^{2x}}$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt[6]{.4-8x}}$

6. $\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}dx$

7. $\int 2^x \sin 2^x dx$

8. $\int \frac{\sqrt[5]{x^2}-\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[3]{x^4}}dx$

9. $\int \frac{4+x}{2+x^2}dx$

10. $\int \frac{x^3dx}{\cos^2 x^4}$

11. $\int \frac{dx}{(1+x^2)arctg^3x}$

12. $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}dx$

13. $\int \frac{2x^2+1}{4x^3+6x}dx$

14. $\int e^{tg2x}\frac{dx}{\cos^2 2x}$

15. $\int \frac{x-3}{3x-x^2+4}dx$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$

17. $\int \frac{10x-3}{\sqrt{x^2-6x+1}}dx$

18. $\int \frac{(x+2)^3}{x^3-1}dx$

19. $\int \frac{2x-13}{x^3-3x^2+2x}dx$

20. $\int \frac{5x-4}{(x-2)^2(x+1)}dx$

21. $\int \frac{dx}{x^2(x^2+3)}$

22. $\int (4-x^2)e^{-2x}dx$

23. $\int x\cos 3x dx$

24. $\int \sqrt[5]{x^3}\ln x dx$

25. $\int x\arcsin\frac{x}{3}dx$

26. $\int \sqrt{x^2+3}dx$

27. $\int e^{-x}\cos 2x dx$

28. $\int \sin^4\frac{x}{2}dx$

29. $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt[5]{\sin^3 x}}dx$

30. $\int \sin\frac{x}{2}\cos 3x dx$

31. $\int \frac{dx}{4-2\sin x+\cos x}$

32. $\int tg^4 2x dx$

33. $\int \frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^5}-\sqrt[6]{x^7}}dx$

34. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{9-x^2}}$

35. $\int \frac{dx}{4+\sqrt{3x-1}}$

36. $\int x^3\sqrt{5+x^2}dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\,sin 2x dx$

38. $\int_0^3 \sqrt{-x^2+9}dx$

39. $\int_{-\sqrt{5}}^{-2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}}$

40. $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\,ln^3 x}$

Вариант 2.

II. Вычислить площади фигур ограниченных линиями

а) $y = x^2$; $2x + y - 3 = 0$

б) площадь фигуры, лежащей вне круга $\rho = a$ и ограниченной кривой $\rho = 2a\cos 3\varphi$

в) $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) $y^2 = x^3$ между точками $O = (0;0)$ $M(4;8)$

б) $\begin{cases} x = \sqrt{6}t^2 \\ y = 2t - t^3 \end{cases}$ от $t = 0$ до $t = \sqrt{2}$

в) $\rho = a(1 - \cos\varphi)$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями:

а) $y = 5\cos x; y = \cos x; x = 0; (x \geq 0)$ вокруг оси Ох

б) $y = x^3; y = x$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ вокруг оси Ох (одной арки)

V. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Оу петли кривой: $9x^2 = y(3 - y)^2$

Вариант 3.

1. $\int \frac{dx}{1-10x}$

2. $\int \frac{e^{2x}dx}{1-3e^{2x}}$

3. $\int \frac{\sin x dx}{1+3\cos x}$

4. $\int \cos^3 x \sin x dx$

5. $\int \frac{dx}{x(5+\ln x)}$

6. $\int e^{x^4} x^3 dx$

7. $\int x^2 \sqrt[3]{x^3-8}dx$

8. $\int \frac{x^2dx}{1-x^3}$

9. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$

10. $\int \frac{dx}{(1+tg^2 x)\cos^2 x}$

11. $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

12. $\int \frac{\sqrt{arctgx}}{1+x^2}dx$

13. $\int \frac{x+1}{\sqrt{5+x^2}}dx$

14. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}}dx$

15. $\int \frac{2x+1}{2x-x^2-3}dx$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-8x-4}}$

17. $\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2+6x+5}}dx$

18. $\int \frac{dx}{x^3-x}$

19. $\int \frac{x^3+x+1}{(x^2+2)(x-1)}dx$

20. $\int \frac{x^3dx}{(x^3-1)(x+2)}$

21. $\int \frac{2x^2-3x+3}{x^3-2x^2+x}dx$

22. $\int (x^2-1)e^x dx$

23. $\int x\cos^3 x dx$

24. $\int \sqrt[3]{x}\ln x dx$

25. $\int arctg\frac{x}{6}dx$

26. $\int e^{3x}\sin 4x dx$

27. $\int \sqrt{x^2+5}dx$

28. $\int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}$

29. $\int \cos 3x \sin x dx$

30. $\int \sin^2 5x dx$

31. $\int \frac{\sin^5 x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}dx$

32. $\int x\sqrt[3]{x+2}dx$

33. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$

34. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

35. $\int x^3\sqrt{1+x^2}dx$

36. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x^7}-\sqrt[3]{x^4}}dx$

37. $\int_{-3}^{3}\sqrt{9-x^2}dx$

38. $\int_{0}^{\frac{\pi^2}{4}} sin\sqrt{x}dx$

39. $\int_{0}^{\infty}\frac{xdx}{(1+x)^3}$

40. $\int_{0}^{1}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 3.

II. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

а) $y = x^2 + 4x; y = x + 4$

б) $\rho = \sqrt{3}\sin\varphi$ и $\rho = 1 + cos\varphi$

в) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ и осью Ox (одной арки)

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) $y = \ln\cos x$, заключенный между точками с абсциссами $x = 0; x = \frac{\pi}{4}$

б) петли кривой $\begin{cases} x = \sqrt{3}t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$

в) $\rho = a(1 + \cos\varphi)$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями:

а) $x^2 + (y-2)^2 = 1$ вокруг оси Ox

$y = \arcsin x$

б) $y = \arccos x$ вокруг оси Oy

$y = o$

в) $\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$ $x = 0; y = 0$ вокруг оси Ox

V. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = x^3$, заключенной между прямыми $x = \pm\frac{2}{3}$ вокруг оси Ox.

Вариант 4.

1. $\int \frac{e^x dx}{3+4e^x}$

2. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

3. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$

4. $\int x\sqrt[3]{1+x^2}\, dx$

5. $\int \frac{x dx}{1+x^4}$

6. $\int \frac{x dx}{1+x^4}$

7. $\int \frac{e^x dx}{1-e^{2x}}$

8. $\int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$

9. $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{1-e^{4x}}}$

10. $\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt[4]{ctgx}}$

11. $\int \frac{\sin x}{4+\cos^2 x} dx$

12. $\int e^{\arcsin x} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $\int \frac{arctg^3 x dx}{1+x^2}$

14. $\int \frac{\ln x - 5}{x\sqrt[3]{\ln x}} dx$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2+4x}}$

16. $\int \frac{3+x}{\sqrt{x^2-2x+4}} dx$

17. $\int \frac{x-2}{x^2-2x+5} dx$

18. $\int \frac{dx}{x^3+x^2}$

19. $\int \frac{x-4}{(x-2)(x^2+1)} dx$

20. $\int \frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x^2+3x-4)} dx$

21. $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)(x^2+x+1)}$

22. $\int xe^{-2x} dx$

23. $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}} dx$

24. $\int arctg \frac{x}{4} dx$

25. $\int \sqrt{x^2+16}\, dx$

26. $\int e^{3x} \sin x dx$

27. $\int \cos^2 4x dx$

28. $\int \sin 3x \sin 5x dx$

29. $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$

30. $\int tg^5 x dx$

31. $\int \frac{dx}{3+\cos x}$

32. $\int x\sqrt{4-3x}\, dx$

33. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$

34. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$

35. $\int \frac{\sqrt[4]{x}-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} dx$

36. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{6-5\sin x+\sin^2 x}$

38. $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin 2x dx$

39. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4+9x^2}$

40. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

Вариант 4.

II. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

а) $y = e^x; y = e^{-x}; y = 4$

б) $\rho = a(1 - \cos\varphi)$ и $\rho = a$

в) $\begin{cases} x = a\sin t \\ y = b\sin 2t \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$, заключенной между точками с координатами $y = 1; y = 2$

б) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t}{3}(t^2 - 3) \end{cases}$ от $t = 0; t = 2$

в) $\frac{a}{\rho} = \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right)$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \frac{\pi}{2}$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращения фигур, ограниченных линиями:

а) $y = \sin^2 x$; $x = \frac{\pi}{2}$; $y = 0$ вокруг оси Ox

б) $y = \arcsin\frac{x}{5}$; $y = \arcsin x$; $y = \frac{\pi}{2}$ вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t) \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}$ вокруг оси Ox

V. Определить площадь поверхности, образованной вращением кривой $9x^2 + y^2 = 9$ вокруг оси Ox.

Вариант 5.

1. $\int (\ln x + \frac{1}{\ln x}) \frac{dx}{x}$

2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3-x^4}}$

3. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^6+4}}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-1}}$

5. $\int \frac{x^2dx}{(1+x^3)^5}$

6. $\int \frac{1+2x}{4+x^2}dx$

7. $\int \frac{e^x dx}{4-e^{2x}}$

8. $\int \frac{tg\ln x}{x}dx$

9. $\int \frac{\cos\ln x}{x}dx$

10. $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^3 x}}dx$

11. $\int e^{tgx}\frac{dx}{\cos^2 x}$

12. $\int \frac{\arcsin^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}}dx$

13. $\int \frac{3^x}{4+9^x}dx$

14. $\int \frac{\cos xdx}{5-3\sin x}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}}$

16. $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+15}dx$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4x+10}}$

18. $\int \frac{15x^2-4x+81}{(x-3)(x^2+3x-4)}dx$

19. $\int \frac{x^2dx}{(x+2)(x^2+x+1)}$

20 $\int \frac{x^4dx}{(x+2)(x^2+1)}$

21. $\int \frac{x-3}{x(x+2)^3}dx$

22. $\int x^2e^{4x}dx$

23. $\int x\sin 3xdx$

24. $\int x\arccos 3xdx$

25. $\int \sqrt{x}\lg xdx$

26. $\int e^x\cos 5xdx$

27. $\int \sqrt{x^2-4}dx$

28. $\int \sin^4 xdx$

29. $\int sin\frac{x}{2}cos\,2xdx$

30. $\int \frac{cos^3 x}{sin^6 x}dx$

31. $\int \frac{dx}{5+sin\,x+3cos\,x}$

32. $\int tg^3 4xdx$

33. $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{x+3}}$

34. $\int \frac{\sqrt[6]{x}dx}{1+\sqrt[3]{x}}$

35. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}dx$

36. $\int \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx$

37. $\int_0^{2\pi} cos^3 xdx$

38. $\int_1^e ln^2 xdx$

39. $\int_0^{\infty} x^3e^{-x^2}dx$

40. $\int_{-1}^{1} \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}}dx$

Вариант 5.

II. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями

а) $x=-2y^2$; $x=1-3y^2$

б) части $\rho=a(1-\cos\varphi)$ лежащей внутри окружности $\rho=a\cos\varphi$

в) $\begin{cases} x=\dfrac{t}{3}(6-t) \\ y=\dfrac{t^2}{8}(6-t) \end{cases}$ $(t=0; t=6)$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) периметр фигуры, ограниченной линиями: $y^2=2x^3$; $x^2+y^2=20$

б) $\begin{cases} x=(2\cos t-\cos 2t) \\ y=(2\sin t-\sin 2t) \end{cases}$ $\left(0\le t\le\dfrac{\pi}{3}\right)$

в) $\rho=a\sin^3\dfrac{\varphi}{3}$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченные линиями:

а) $y=\sin\dfrac{\pi}{2}x$; $y=x^2$ вокруг оси Ох

б) $y=x^2-2x+1$; $y=x^2$; $y=0$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x=3(t-\sin t) \\ y=3(1-\cos t) \end{cases}$ вокруг оси Ох (одной арки)

V. Определить площадь поверхности, образованной вращением кривой $4x^2+y^2=4$ вокруг оси Оу.

Вариант 6.

1. $\int \frac{\sin xdx}{4+\cos^2 x}$

2. $\int \frac{x^4dx}{1-x^{10}}$

3. $\int 12^{\sin x}\cos xdx$

4. $\int \frac{e^{\sqrt{1-x}}}{\sqrt{1-x}}dx$

5. $\int 4^{4x+1}dx$

6. $\int (tgx+ctgx)^2dx$

7. $\int \frac{\sin\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}dx$

8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt[4]{tgx}}$

9. $\int (4+7x)^9dx$

10. $\int \frac{x^{15}}{1-x^{16}}dx$

11. $\int \frac{e^{3x}dx}{4+e^{6x}}$

12. $\int \frac{2^{ctgx}}{1-\cos^2 x}dx$

13. $\int x\sqrt[4]{1-x^2}dx$

14. $\int \frac{dx}{(1+x^2)arctgx}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+6x-1}}$

16. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{6x-x^2+5}}$

17. $\int \frac{4x-1}{x^2+3x-4}dx$

18. $\int \frac{x^4dx}{(2+x)(x^2-1)}$

19. $\int \frac{4x-1}{x(x+1)^2}dx$

20. $\int \frac{x^3dx}{(x^3-1)(x+2)}$

21. $\int \frac{dx}{x^2(x^2+2)}$

22. $\int x^2e^{\frac{x}{2}}dx$

23. $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$

24. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2}}dx$

25. $\int x\arcsin\frac{x}{2}dx$

26. $\int e^{3x}\cos xdx$

27. $\int \sqrt{x^2-5}dx$

28. $\int \sin 3x\sin 8xdx$

29. $\int cos^4 2xdx$

30. $\int cos^3 x\,sin^2 xdx$

31. $\int \frac{dx}{3cos\,x+4sin\,x}$

32. $\int x^2\sqrt{x-3}dx$

33. $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$

34. $\int x^2\sqrt{9-x^2}dx$

35. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$

36. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}dx$

37. $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}dx}{x^4}$

38. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{sin^2 x}$

39. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-2x+5}$

40. $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 6.

II. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями

а) $y = 5 + 4x - x^2$; $2x - 3 - y = 0$; $y = 0$

б) $\rho = a\cos^3\varphi$ $(a \succ 0)$

в) петли кривой $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - \dfrac{t^3}{3} \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) $y = \dfrac{x^2}{2} - 1$, отсеченной осью Ох

б) $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}$ $\left(\dfrac{\pi}{2} \le t \le \pi\right)$

в) $\rho = a(1 - \sin\varphi)$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченные линиями:

а) $y = e^{1-x}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ вокруг оси Ох

б) $y^2 = x - 2$; $y = 0$; $y = x^3$; $y = 1$; вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x = 8\sin t \\ y = 3\cos t \end{cases}$ вокруг оси Оу

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ох кривой $y^2 = 2x$ отсеченной прямой $2x = 3$

Вариант 7.

1. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{7-x^4}}$

2. $\int (4+6x)^{10} dx$

3. $\int \frac{dx}{x \ln x^2}$

4. $\int \sqrt{2x-1} dx$

5. $\int \frac{x^4 dx}{x^5+8}$

6. $\int \frac{x^2 dx}{6+x^6}$

7. $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{4-4^x}}$

8. $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{1+e^{4x}}}$

9. $\int (e^{2x}-e^{-2x})^3 dx$

10. $\int \frac{\sqrt[3]{arctgx}dx}{1+x^2}$

11. $\int \frac{dx}{x \cos^2 \ln x}$

12. $\int e^{x^3} x^2 dx$

13. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 x}}$

14. $\int \frac{x}{\sqrt[4]{1-2x^2}} dx$

15. $\int \frac{dx}{4-x^2+8x}$

16. $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$

17. $\int \frac{(x+6)dx}{x^2+3x-1}$

18. $\int \frac{(3x-2)dx}{(x^2-5x)(x+2)}$

19. $\int \frac{x-8}{(x-3)(x+5)^3} dx$

20. $\int \frac{2-x^3}{x(x^2+4)} dx$

21. $\int \frac{dx}{x^3+x^2+x}$

22. $\int e^{3x} x^2 dx$

23. $\int \sqrt{x} \ln 2x dx$

24. $\int \frac{xdx}{\sin^2 3x}$

25. $\int \arccos \frac{x}{2} dx$

26. $\int e^{5x} \sin x dx$

27. $\int \sqrt{x^2-7} dx$

28. $\int \sin 4x \sin 8x dx$

29. $\int \frac{sin^3 2x}{\sqrt[4]{cos 2x}} dx$

30. $\int \frac{dx}{3 sin x + 2 cos x}$

31. $\int sin^2 \frac{4x}{5} dx$

32. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^2} dx$

33. $\int x^3 \sqrt{x+2} dx$

34. $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx$

35. $\int x^2 \sqrt{16-x^2} dx$

36. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} dx$

37. $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+ln x}}$

38. $\int_0^1 arctg \sqrt{x} dx$

39. $\int_0^\infty \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$

40. $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^3}$

Вариант 7.

II. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями

а) $y = x^2$; $y = \dfrac{x^3}{3}$

б) части $\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$ лежащей внутри $\rho = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

в) петли кривой $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых:

а) периметр фигур, состоящих из дуг кривых $x^2 = (y+1)^3$ и $y = 4$

б) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$ от $t = \pi$ до $t = 2\pi$

в) $\rho = a\sin^4 \dfrac{\varphi}{4}$

IV. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченные линиями:

а) $y = 2x - x^2$; $y = -x + 2$; $x = 0$ вокруг оси Ох

б) $y = \arccos x$; $y = \arcsin x$; $x = 0$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \dfrac{t}{3}(t^2 - 3) \end{cases}$ от $t = 0$ до $t = 2$, вокруг оси Ох

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $y^2 + 4x = 2\ln y$ вокруг оси Ох от $y = 1$ до $y = 2$

Вариант 8.

1. $\int \frac{2^x + 5^x}{10^x}dx$

2. $\int ctg^2 3x dx$

3. $\int \frac{dx}{\cos^2 7x}$

4. $\int \sqrt[3]{\sin^2 2x}\cos 2x dx$

5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

6. $\int \frac{dx}{(1+x^2)arctg^3 x}$

7. $\int \frac{dx}{x\ln 3x}$

8. $\int (4-9x)^{11}dx$

9. $\int e^{-x^2+5}x dx$

10. $\int \frac{\sin(tgx)}{\cos^2 x}dx$

11. $\int \frac{\cos\ln x}{x}dx$

12. $\int \frac{3\sin x}{5-\cos x}dx$

13. $\int \frac{e^x dx}{1-e^{2x}}$

14. $\int \frac{\sqrt[3]{tg^2 x}}{\cos^2 x}dx$

15. $\int \frac{(x+5)dx}{x^2-10x+12}$

16. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

17. $\int \frac{dx}{7-8x^2-16x}$

18. $\int \frac{5x+2}{(x^2-4)(x-5)}dx$

19. $\int \frac{x^5 dx}{x^3+1}$

20. $\int \frac{x+1}{3x^3(x-2)}dx$

21. $\int \frac{x^5 dx}{x^4-16}$

22. $\int x^3 e^{-x}dx$

23. $\int x\cos\frac{5}{2}x dx$

24. $\int x arctg\frac{x}{3}dx$

25. $\int x^3\ln(x-1)dx$

26. $\int \sqrt{8+x^2}dx$

27. $\int e^{-x}\sin 3x dx$

28. $\int \cos 3x\cos 5x dx$

29. $\int ctg^3 2x dx$

30. $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 6\sin x + 5}$

31. $\int \frac{\cos^3 x dx}{2-\sin^2 x}$

32. $\int \sin^2\frac{x}{5}dx$

33. $\int \frac{x^2-1}{\sqrt{x-3}}dx$

34. $\int x^2\sqrt{9-x^2}dx$

35. $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1-2\sqrt[3]{x}}dx$

36. $\int x^3\sqrt{x^2-3}dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$

38. $\int_0^1 (x-1)e^{-x}dx$

39. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x+x^2}$

40. $\int_0^1 \frac{x^3+\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[5]{x^3}}dx$

Вариант 8.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y = x^2$;y=$\frac{2}{1+x^2}$

б) $\left(x^2 + y^2\right)^3 = 4a^2x^2y^2$ (перейти к полярным координатам)

в) петли кривой $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 2t^2 - t^3 \end{cases}$

III. Вычислить длины дуг кривых.

а) y=ln sin x $\left(\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

б) $\begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 8\sin^3 t \end{cases}$ от t=0 до t =$\frac{\pi}{3}$

в) ρφ=1 от φ=$\frac{2}{3}$ до φ=$\frac{4}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) x = $\sqrt[3]{y-2}$ x = 1 y = 1 вокруг оси Ox

б) y = arccos $\frac{x}{3}$ вокруг оси Oy, y = 0, y = arccos x

в) $\begin{cases} x = 3\sin^3 t \\ y = 5\cos^3 t \end{cases}$ вокруг оси Oy

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой

$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 1 + 2\sin t \end{cases}$ вокруг оси Ox.

Вариант 9.

1. $\int (9-15x)^{12}dx$

2. $\int \frac{3dx}{\sqrt{144-121x^2}}$

3. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

4. $\int \frac{\cos x dx}{4+9\sin^2 x}$

5. $\int \sqrt[3]{5^{2x-3}}dx$

6. $\int x^4 e^{-x^5}dx$

7. $\int (3+\sqrt{3})^{3x+\sqrt{3}}dx$

8. $\int \frac{x^2 dx}{\cos^2(x^3+1)}$

9. $\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$

10. $\int \frac{e^{arctgx}}{1+x^2}dx$

11. $\int \frac{\sin\ln x}{x}dx$

12. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^5 x}$

13. $\int \frac{e^x+e^{-x}}{(e^x-e^{-x})^2}dx$

14. $\int \frac{\ln 3x}{(1+\ln^2 3x)x}dx$

15. $\int \frac{dx}{x^2+5x-3}$

16. $\int \frac{2x+3}{4-2x-x^2}dx$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-8x+1}}$

18. $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}dx$

19. $\int \frac{x^3+2}{x^4+x^2}dx$

20. $\int \frac{dx}{x^3+8}$

21. $\int \frac{x-2}{(x+1)^2(x-3)}dx$

22. $\int xe^{-2x}dx$

23. $\int (x-3)\cos 2x dx$

24. $\int x^5 \ln x dx$

25. $\int arctg\frac{2x}{3}dx$

26. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}dx$

27. $\int e^{2x}\cos x dx$

28. $\int \sin 2x \cos 8x dx$

29. $\int \sin^4 3x dx$

30. $\int \cos^3 x \sqrt[5]{\sin^2 x}dx$

31. $\int \frac{dx}{3+\sin x}$

32. $\int \sqrt{4-x^2}dx$

33. $\int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{4}}+1}dx$

34. $\int \frac{x-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{3x+1}}dx$

35. $\int \frac{3x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$

36. $\int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6}dx$

37. $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{4-x^2}dx$

38. $\int_0^1 xe^x dx$

39. $\int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x\ln^3 x}$

40. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$

Вариант 9.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x=y^2$, $x=\frac{3}{4}y^2+1$

б) $\rho=a\sin 3\varphi$

в) $\begin{cases} x = 2\cos t - \cos 2t \\ y = 2\sin t - \sin 2t \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=\ln(2\cos x)$ между точками пересечения с осями координат

б) $\begin{cases} x = 3(\cos t + t\cos t) \\ y = 3(\sin t - t\cos t) \end{cases}$ от $t=0$ до $t=\frac{\pi}{3}$

в) $\rho = 9\cos\varphi$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=4x-x^2$ $y=x$ вокруг оси Ox

б) $y=\frac{8}{4+x^2}$ вокруг оси оу $x=0$, $y=0$

в) $\begin{cases} x = \sqrt{6}t^2 \\ y = 2t - t^3 \end{cases}$ $t=0$ $t=\sqrt{2}$ вокруг оси Ox

V. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ох кривой

$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} \\ y = 4 - \frac{t^2}{2} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат

Вариант 10.

1. $\int \frac{dx}{\cos^2 6x}$

2. $\int e^x(2^x+3^x)dx$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{4+3x^2}}$

4. $\int \frac{xdx}{\sin^2(9x^2+1)}$

5. $\int \frac{\sin xdx}{\cos^7 x}$

6. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$

7. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{9x^2-4}}dx$

8. $\int (1-tgx)^2 dx$

9. $\int \frac{\sin x}{e^{\cos x}}dx$

10. $\int \frac{x^2dx}{x^6+4}$

11. $\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

12. $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x}dx$

13. $\int (5-3x)^{21}dx$

14. $\int 2^{x^3}x^2dx$

15. $\int \frac{dx}{5-12x-9x^2}$

16. $\int \frac{x-5}{x^2-4x+6}dx$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-2x+5}}$

18. $\int \frac{(2x+1)dx}{(x-1)^2(2x+3)}$

19. $\int \frac{(x-3)dx}{(x-1)(x^2+x+2)}$

20. $\int \frac{x^5+1}{x^4-81}dx$

21. $\int \frac{dx}{x^2(1+x)}$

22. $\int (x+4)e^{-3x}dx$

23. $\int x^2\cos 3xdx$

24. $\int xarctgxdx$

25. $\int x^3\ln xdx$

26. $\int e^{-3x}\cos 2xdx$

27. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}}dx$

28. $\int \cos x\sin\frac{3}{2}xdx$

29. $\int \frac{\sin^3 xdx}{\sqrt[5]{\cos x}}$

30. $\int \cos^4 x\sin^2 xdx$

31. $\int \frac{dx}{2+tg^2x}$

32. $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x}$

33. $\int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{2x-1}}$

34. $\int \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$

35. $\int \sqrt{9-4x^2}dx$

36. $\int x^3\sqrt{x^2-3}dx$

37. $\int_1^e x^{-3}\ln xdx$

38. $\int_0^2 \frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$

39. $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$

40. $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$

Вариант 10.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=x^2+1$; $y=\frac{1}{2}x^2$; y=5.

б) p=a(1-cos φ) вне кривой p=a cos φ

в) $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=3\sin^3 t \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=\arcsin e^{-x}$ от x=0 до x=1

б) $\begin{cases} x=3(\cos t+t\cos t) \\ y=3(\sin t-t\cos t) \end{cases}$ от t=0 до $t=\frac{\pi}{3}$

в) $p=a \sec (\varphi-\frac{\pi}{4})$ от φ=0 до $\varphi=\frac{\pi}{2}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) y=ln x , x=e , y=0 вокруг оси Ox

б) $y=x^2$ $8x=y^2$ вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x=2(1-\cos t) \\ y=2(t-\sin t) \end{cases}$ (одной арки) вокруг оси Oy

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой

$\begin{cases} x=t^2 \\ y=\frac{t}{3}(t^2-3) \end{cases}$ вокруг оси Ox.

Вариант 11.

1. $\int (x-1)\sqrt{x-1}dx$

2. $\int \frac{dx}{x(2+\ln x)}$

3. $\int \frac{arctg^5 x}{1+x^2}dx$

4. $\int \frac{\cos xdx}{5-\sin x}$

5. $\int e^{2x}\sin e^{2x}dx$

6. $\int \frac{\cos xdx}{\sqrt[3]{3-5\sin x}}$

7. $\int \frac{dx}{x\ln^3 x}$

8. $\int \frac{3^x dx}{1-9^x}$

9. $\int \frac{x+1}{\sqrt{5+x^2}}dx$

10. $\int (10-3x^2)^9 xdx$

11. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

12. $\int (e^{2x}+e^{-2x})^2 e^x dx$

13. $\int \frac{3^{tgx}}{\cos^2 x}dx$

14. $\int \frac{\cos xdx}{\sqrt[3]{\sin x}}$

15. $\int \frac{dx}{x^2-18x+3}$

16. $\int \frac{(4-x)dx}{2-8x-x^2}$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+6x+5}}$

18. $\int \frac{x^4-3x^2-3x-2}{x^3-x^2-2x}dx$

19. $\int \frac{xdx}{x^3-8}$

20. $\int \frac{3-4x}{(x+3)^2(x-4)}dx$

21. $\int \frac{5dx}{x^4-1}$

22. $\int (x^2+1)e^x dx$

23. $\int x\sin 5xdx$

24. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

25. $\int \arcsin\frac{x}{5}dx$

26. $\int \cos(\ln x)dx$

27. $\int \sqrt{25+x^2}dx$

28. $\int \cos 4x\sin 5xdx$

29. $\int sin^4 8xdx$

30. $\int sin^3 x\,cos^{\frac{3}{2}} xdx$

31. $\int \frac{dx}{2-cos\,x}$

32. $\int tg^4 2xdx$

33. $\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}}{5\sqrt{x}-\sqrt[6]{x}}dx$

34. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

35. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-6}}dx$

36. $\int x^3\sqrt{x+2}dx$

37. $\int_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$

38. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{sin^2 x}dx$

39. $\int_0^{\infty} xe^{-x^2}dx$

40. $\int_a^{3a} \frac{2xdx}{(x^2-a^2)^{\frac{2}{3}}}$

Вариант 11.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y^2+8x=16$; y^2 -24x=48

б) ρ=2-cos3φ (между смежными наибольшим и наименьшим радиусами кривой)

в) $\begin{cases} y=t \\ x=\frac{1}{2}(t^2-4) \end{cases}$ осью Oy

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) y=$\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{\frac{-x}{a}}\right)$ между прямыми x= ±a

б) $\begin{cases} x=2\cos^3 t \\ y=4\sin^3 t \end{cases}$

в) ρ=2e$^{\frac{4}{3}\varphi}$ $\left(-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) y=sinx y=$\frac{2}{\pi}$x вокруг оси Ox

б) $\left(x^2-y^2\right)=4$ y= ±1 вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x=5\cos t \\ y=5\sin t \end{cases}$ вокруг оси Oy

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси ox кардиоиды.

X= 2(2cos t-cos2t)
Y=2(2sint-sin2t)

Вариант 12.

1. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}}dx$

2. $\int x\sin(4-x^2)dx$

3. $\int e^x\cos(3e^x+1)dx$

4. $\int \frac{2^x+3^x}{5^{2x}}dx$

5. $\int (1+x^2)^5 xdx$

6. $\int \frac{\sqrt[3]{arctgx}}{1+x^2}dx$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$

8. $\int (e^{2x}+5)^2 e^{2x}dx$

9. $\int 2^{\ln x}\frac{dx}{x}$

10. $\int \frac{2e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$

11. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^x}}$

12. $\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt[4]{ctgx}}$

13. $\int \sin^4 2x\cos 2xdx$

14. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$

15. $\int \frac{4dx}{\sqrt{1-8x-x^2}}$

16. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{x^2-4x+6}}$

17. $\int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx$

18. $\int \frac{dx}{x^3+2x}$

19. $\int \frac{x+2}{(x-1)^2(x+5)}dx$

20. $\int \frac{x^4+5}{x^3+8}dx$

21. $\int \frac{dx}{5x-6x^2-x^3}$

22. $\int x\sin(5x-1)dx$

23. $\int x^2 e^{-6x}dx$

24. $\int \ln^2(3x+1)dx$

25. $\int \sin(\ln x)dx$

26. $\int x\arcsin xdx$

27. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-3}}dx$

28. $\int \sin\frac{3}{2}x\cos x\sin xdx$

29. $\int sin^4\frac{3}{2}xdx$

30. $\int ctg^5 xdx$

31. $\int \frac{cos^3 x}{sin^7 x}dx$

32. $\int \frac{cos\, xdx}{1+cos\, x}$

33. $\int \frac{\sqrt[3]{x+9}}{\sqrt{x+9}-2}dx$

34. $\int (x^2-3)\sqrt{1-x}dx$

35. $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}dx$

36. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^3}dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+sin^2 x}$

38. $\int_1^e ln^2 xdx$

39. $\int_1^\infty \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^2}dx$

40. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt[3]{ln\, x}}$

Вариант 12.

II. Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=\frac{x^2}{2}$; $x^2+y^2=8$

б) ρ=a sin 3φ

в) $\begin{cases} x=2\cos t-\cos 2t \\ y=2\sin t-\sin 2t \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) петли $9ay^2 = x(x-3a)^2$

б) $\begin{cases} x=6\cos^3 t \\ y=6\sin^3 t \end{cases}$ от t=0 до $t=\frac{\pi}{3}$

в) $\rho=\sqrt{2}e^{\varphi}$ от $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ до $\varphi=\frac{\pi}{2}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{\frac{-x}{a}}\right)$ x=-a x=a y=0 вокруг оси Ox

б) $y=x^3$, y=0, x=2 вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} y=t \\ x=\frac{1}{2}(t^2-4) \end{cases}$ осью Oy, вокруг оси Oy

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ox кривой

$\left(x^2+y^2\right)^2=4\left(x^2-y^2\right)$ (перейти к полярным координатам)

Вариант 13.

1. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}-3}{1-x^2}dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+tg^2 x}}$

3. $\int x\cos(\frac{x^2}{7}-1)dx$

4. $\int \sqrt[7]{x^7+2x^9}dx$

5. $\int \sin^3 x\cos xdx$

6. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$

7. $\int \frac{\sin xdx}{4+25\cos^2 x}$

8. $\int x4^{2x^2+7}dx$

9. $\int \frac{\cos x}{1+4\sin x}dx$

10. $\int \cos x3^{\sin x}dx$

11. $\int \frac{xdx}{\cos^2 x^2}$

12. $\int \frac{arctg^5 2x}{1+4x^2}dx$

13. $\int x^3\sqrt[3]{1+2x^4}dx$

14. $\int \frac{\sin xdx}{\sqrt{\cos^3 x}}dx$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{2+4x-x^2}}$

16. $\int \frac{2x-7}{x^2-6x+3}dx$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{9+8x-x^2}}$

18. $\int \frac{3x}{x^3+1}dx$

19. $\int \frac{3x+1}{(x^2-1)(x+2)}dx$

20. $\int \frac{x-5}{x^2(x+1)^2}dx$

21. $\int \frac{2x^5-1}{x^4-16}dx$

22. $\int xe^{-\frac{3}{2}x}dx$

23. $\int (x+1)\sin(x-1)dx$

24. $\int xarctgxdx$

25. $\int \frac{\ln x}{x^3}dx$

26. $\int \cos(2\ln x)dx$

27. $\int \sqrt{a^2+x^2}dx$

28. $\int \cos\frac{5}{2}x\cos\frac{2}{3}xdx$

29. $\int sin^4 2xdx$

30. $\int tg^4 xdx$

31. $\int sin^8 x\,cos^3 xdx$

32. $\int \frac{dx}{1+2sinx}$

33. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}dx$

34. $\int \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2}dx$

35. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$

36. $\int \frac{\sqrt{x}-4\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}+3}dx$

37. $\int_1^e x^2 \ln xdx$

38. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$

39. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{cos x}$

40. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$

Вариант 13.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) y=0 ; $y=(x+1)^2$; y=4-x

б) p=2+cos φ

в) $\begin{cases} x = a\sin t \\ y = b\sin 2t \end{cases}$ $0< t<\frac{\pi}{2}$

III. Вычислить длины дуг кривых.

а) $y=\ln(1-x^2)$ от $x=-\frac{1}{2}$ до $x=\frac{1}{2}$

б) $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{4}\cos 2t \\ y = \frac{1}{2}\sin t - \frac{1}{4}\sin 2t \end{cases}$ от $t=\frac{\pi}{2}$ до $t=\frac{2\pi}{3}$

в) $p=12e^{\frac{12}{5}\varphi}$ от φ=0 до $\varphi=\frac{\pi}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=x^2+1$; y=3x-1 вокруг оси Ox

б) $(x-1)^2+y^2=1$ вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x = at^2 \\ y = a(t - \frac{t^3}{3}) \end{cases}$ петли кривой вокруг Ox

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением одной арки циклоиды вокруг оси оу.

$\begin{cases} x = 4(1-\cos t) \\ y = 4(t - \sin t) \end{cases}$

Вариант 14.

1. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+5}}$

2. $\int (2^x+1)^2 dx$

3. $\int \frac{\sqrt[3]{tg\,2x}}{\cos^2 2x} dx$

4. $\int \frac{e^x dx}{3+4e^x}$

5. $\int e^{x^7} x^6 dx$

6. $\int \frac{2xdx}{1+x^2}$

7. $\int ctg^2 3xdx$

8. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

9. $\int \frac{dx}{(1+9x^2)arctg3x}$

10. $\int \frac{dx}{x\sin^2 \ln x}$

11. $\int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

12. $\int \frac{dx}{x\ln^5 x}$

13. $\int x^3(1+2x^4)^5 dx$

14. $\int 2^{\cos 3x} \sin 3xdx$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x-3}}$

16. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{x^2-2x+8}}$

17. $\int \frac{(3x-4)dx}{4-8x-x^2}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$

19. $\int \frac{x^3dx}{x^3+8}$

20. $\int \frac{2x^2-3x+3}{x(x-1)^2} dx$

21. $\int \frac{2x+5}{x^3-x^2-12x} dx$

22. $\int (x-3)e^{2x} dx$

23. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx$

24. $\int xarctg\frac{x}{2} dx$

25. $\int \sin(\ln x)dx$

26. $\int x^2 \sin 3xdx$

27. $\int \sqrt{5+x^2} dx$

28. $\int \cos^4 2xdx$

29. $\int \frac{sin^3 xdx}{\sqrt[3]{cos^2 x}}$

30. $\int \frac{dx}{3+cos\,x}$

31. $\int ctg^3 xdx$

32. $\int cos\frac{x}{2} sin3xdx$

33. $\int x\sqrt[3]{x+5}dx$

34. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}dx}{x}$

35. $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}dx$

36. $\int \frac{2\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}-4} dx$

37. $\int_1^5 \frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$

38. $\int_1^e x\,ln\,xdx$

39. $\int_0^\infty xe^{-x^2} dx$

40. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{sin\,x}$

Вариант 14.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=x^2$; $y=8-x^2$

б) $\rho=2+\sin 3\varphi$ между смежными наибольшим и наименьшим радиусами кривой

в) петли кривой $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=\ln(2\cos x)$ между точками пересечения с осями координат

б) $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ от $t=0$ до $t=\dfrac{\pi}{2}$

в) $\rho=6(1+\sin\varphi)$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ вокруг её асимптоты

б) $y=x(4-x)$ $y=0$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x = 3(1-\cos t) \\ y = 3(t - \sin t) \end{cases}$ (одной арки) вокруг оси Оу

V. Определить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ох дуги

$$\begin{cases} x = \dfrac{t^3}{3} \\ y = 4 - \dfrac{t^2}{2} \end{cases}$$

между точками пересечения с осями координат.

Вариант 15.

1. $\int \sqrt{4x+7}dx$

2. $\int (e^x-4)^2 e^x dx$

3. $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}dx$

4. $\int \sqrt[3]{\sin^2 x}\cos x dx$

5. $\int \frac{e^{2x}dx}{\sqrt{e^{2x}+5}}$

6. $\int \frac{\cos \ln x}{x}dx$

7. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$

8. $\int \frac{\sec^2 x}{3+4tg^2 x}dx$

9. $\int \frac{3x^2+1}{x^3+x+8}dx$

10. $\int \frac{\ln^3(x+1)}{x+1}dx$

11. $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$

12. $\int \frac{\sqrt[3]{\sin^2 x}dx}{\sin 2x \cos 2x}$

13. $\int \frac{xdx}{x^4+16}$

14. $\int e^{\sin\frac{x}{2}}\cos\frac{x}{2}dx$

15. $\int \frac{dx}{3x^2-6x+5}$

16. $\int \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-4x+5}}dx$

17. $\int \frac{7-x}{12-4x-x^2}dx$

18. $\int \frac{(4-x)dx}{(x+3)(x^2+6x-7)}$

19. $\int \frac{x^4dx}{x^3+27}$

20. $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^3}dx$

21. $\int \frac{2x-1}{x^4-16}dx$

22. $\int x^2e^{3x}dx$

23. $\int (x-5)\sin x dx$

24. $\int \sqrt{x}\ln^2 x dx$

25. $\int arctg\frac{x}{4}dx$

26. $\int e^{3x}\cos 2x dx$

27. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-3}}dx$

28. $\int \sin\frac{3x}{2}\cos 3x dx$

29. $\int \frac{dx}{2+\cos x-2\sin x}$

30. $\int \cos^4 4x dx$

31. $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^5 x}$

32. $\int tg^5\frac{x}{2}dx$

33. $\int (2-3x)\sqrt{x+1}dx$

34. $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}dx$

35. $\int x^2\sqrt{1-x^2}dx$

36. $\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(1+\sqrt[3]{x})}dx$

37. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

38. $\int_2^4 arcsin\frac{x}{4}dx$

39. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$

40. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

Вариант 15.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ =1 и x+y=1

б) p=2$\sqrt{3}$a cos φ и p=2a sin φ

в) петли кривой $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t(t^2 - 1) \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) y=2$\sqrt{x}$ от x=1 до x=4

б) $\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$

в) p=5(1-cos φ) от φ=-$\frac{\pi}{3}$ до φ=0

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) y=4x – x^2 y=x вокруг оси Ox

б) y=e^x; x=0 , x=2 вокруг оси Oy, y=0;

в) $\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = 4\sin^2 t \end{cases}$ осями x=0 , y=0 вокруг оси Ox

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ вокруг оси ox от t=0 до t=$\frac{\pi}{2}$

Вариант 16.

1. $\int \sin(3x+\frac{\pi}{3})dx$

2. $\int \frac{1+3x}{1+x^2}dx$

3. $\int \sqrt{3+x\sqrt{3}}dx$

4. $\int \frac{1-2\sin x}{\cos^2 x}dx$

5. $\int \frac{\ln^2 xdx}{x}$

6. $\int \frac{x^3+2x}{x^4+1}dx$

7. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^8}}dx$

8. $\int e^{3\sin^2 x}\sin 2xdx$

9. $\int \cos^3 x\sin xdx$

10. $\int \frac{2^{3arctg2x}}{1+4x^2}dx$

11. $\int \frac{\ln^3 x+3}{x\ln x}dx$

12. $\int (4x^3-3)^7 x^2dx$

13. $\int \frac{\sin(\ln 2x)}{x}dx$

14. $\int \frac{\sqrt[3]{4+\ln x}}{x}dx$

15. $\int \frac{dx}{2x^2-3x+2}$

16. $\int \frac{x+1}{x^2-4x+11}dx$

17. $\int \frac{3-x}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$

18. $\int \frac{x^4+2x-1}{x^3-x}dx$

19. $\int \frac{2x-5}{(x^2+2)(x-1)}dx$

20. $\int \frac{8-7x}{27-x^3}dx$

21. $\int \frac{3x^2-4x+2}{(x-3)(x+5)^2}dx$

22. $\int (x^2+3)e^{-2x}dx$

23. $\int (2x-3)\cos 3xdx$

24. $\int \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}dx$

25. $\int x\ln^2 xdx$

26. $\int e^{-x}\sin 4xdx$

27. $\int \sqrt{5+x^2}dx$

28. $\int \sin 4x\sin x\cos xdx$

29. $\int \frac{sin^3 2x}{cos^2 2x}dx$

30. $\int cos^4 \frac{3}{2}xdx$

31. $\int tg^3 2xdx$

32. $\int \frac{dx}{8-4sinx+7cos x}$

33. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$

34. $\int x^3\sqrt[3]{2-x}dx$

35. $\int \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$

36. $\int \sqrt{9-x^2}x^2dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\,sin\,x}{cos^3 x}dx$

38. $\int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$

39. $\int_0^{\infty} \frac{arctgx}{1+x^2}dx$

40. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x\,ln\,x}$

Вариант 16.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x=y^2$; $x=\frac{3}{4}y^2+1$

б) $(y^2+x^2)^2=4(x^2-y^2)$ перейти к полярным координатам

в) $\begin{cases} x=a\sin 2t \\ y=a\sin t \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y^2=(x+1)^3$; x=4 (периметр фигуры)

б) $\begin{cases} x=t^2 \\ y=t-\frac{t^3}{3} \end{cases}$ от t=0, t=$\sqrt{3}$

в) p=8(1+cos φ)

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $x^2+y^2=1$ $y^2=\frac{3}{2}x$ вокруг оси Ох

б) $y=2x-x^2$; y=0 вокруг оси оу

в) $\begin{cases} x=\sqrt{6}t^2 \\ y=2t-t^3 \end{cases}$ от t=0, t=$\sqrt{2}$, вокруг оси Ох

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой вокруг оси ох.

$y^2=4+x$

$\begin{cases} x=2(cos\varphi) \\ y=2(sin\varphi) \end{cases}$

Вариант 17.

1. $\int (\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^2 dx$

2. $\int 2^x 3^{2x} 5^{3x} dx$

3. $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx$

4. $\int e^{\cos x} \sin x dx$

5. $\int \frac{\sin \ln x}{x} dx$

6. $\int x\sqrt[4]{1+x^2}\, dx$

7. $\int tg \cos x \sin x dx$

8. $\int tg^2 3x dx$

9. $\int \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}$

11. $\int \frac{dx}{\sin^2(9x+1)}$

12. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-5}}$

13. $\int x 4^{2x^2+7} dx$

14. $\int (7+6x)^{10} dx$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x+7}}$

16. $\int \frac{x+2}{x^2-3x+12} dx$

17. $\int \frac{4-3x}{\sqrt{7-8x-x^2}} dx$

18. $\int \frac{3x^2+5x+12}{(x^2+3)(x-1)} dx$

19. $\int \frac{x^4-3x^2-3x-2}{x^3-x^2-2x} dx$

20. $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)(x^2+x+1)}$

21. $\int \frac{2x+3}{(x+5)^2(x-1)} dx$

22. $\int (x^2+1)e^{-3x} dx$

23. $\int x \sin 7x dx$

24. $\int (x^2+4) \ln x dx$

25. $\int x arctg 2x dx$

26. $\int e^{-5x} \cos 3x dx$

27. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-7}} dx$

28. $\int \sin \frac{7}{2} x \cos \frac{11}{2} x dx$

29. $\int sin^2 x \, cos^4 x dx$

30. $\int \frac{sin^3 x}{\sqrt[4]{cos^3 x}} dx$

31. $\int tg^4 5x dx$

32. $\int \frac{dx}{3+cos\, x}$

33. $\int (4-7x)\sqrt[3]{1-x}\, dx$

34. $\int \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4\sqrt[3]{x}} dx$

35. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}}$

36. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

37. $\int_1^e ln^2 x dx$

38. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3 dx}{x^2-3x+2}$

39. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+x)^3}$

40. $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 17.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=(x-4)^2$; $y=16-x^2$ вокруг оси Ох

б) $x=a(\cos t+t\sin t)$ от $t=0$ до $t=\frac{\pi}{2}$
$y=a(\sin t-t\cos t)$

в) $p=8\sin\varphi$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y^2=2px$, отсеченной прямой $x=\frac{p}{2}$

б) $x=a(\cos t-t\sin t)$
$y=a(\sin t-t\cos t)$ от $t=0$ до $t=\frac{\pi}{2}$

в) $p=8\sin\varphi$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=(x-4)^2$, $y=16-x^2$ вокруг оси Ох

б) $y=\sin x$, $x=0$, $y=1$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x=\sqrt{2t^2} \\ y=\frac{2}{3}t(t^2-3) \end{cases}$ между точками пересечения с осью ох вокруг оси ох

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой
$x=\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{2}\ln y$ вокруг оси Оу от $y=1$ до $y=e$.

Вариант 18.

1. $\int \frac{3^x + 5^{2x}}{7^x} dx$

2. $\int \frac{dx}{7-9x}$

3. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$

4. $\int \frac{dx}{\sin^2(8x-1)}$

5. $\int (e^{2x}+3)^7 e^{2x} dx$

6. $\int e^x \cos(3e^x+1) dx$

7. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

8. $\int \frac{\cos x}{1+7\sin x} dx$

9. $\int \frac{x^2 dx}{x^6+4}$

10. $\int \frac{\ln x - 3}{x\sqrt{\ln x}} dx$

11. $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$

12. $\int \frac{e^{arctgx}}{1+x^2} dx$

13. $\int 2^{7-4x^3} x^2 dx$

14. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{3+5\sin x}}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-10x+26}}$

16. $\int \frac{(x-3)dx}{x^2+4x+12}$

17. $\int \frac{5-2x}{\sqrt{1-2x-x^2}} dx$

18. $\int \frac{(3x+1)dx}{(x^2-1)(x+2)}$

19. $\int \frac{2x^3-3x+1}{x^3-2x^2+x} dx$

20. $\int \frac{9x-1}{x^3+27} dx$

21. $\int \frac{x^2 dx}{16-x^4}$

22. $\int (2-3x)\sin\frac{3}{2}x dx$

23. $\int x^2 e^{-5x} dx$

24. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[4]{x^3}} dx$

25. $\int e^{3x}\cos 5x dx$

26. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}} dx$

27. $\int arctg\sqrt{x} dx$

28. $\int \sin 4x \sin 7x dx$

29. $\int sin^3 x\sqrt{cos x} dx$

30. $\int sin^4 x dx$

31. $\int \frac{tg^2 x}{4-tgx} dx$

32. $\int \frac{dx}{3+5cos x}$

33. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx$

34. $\int (x+3)\sqrt{4-3x} dx$

35. $\int x^2\sqrt{25-x^2} dx$

36. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

37. $\int_{e^2}^{e^4} ln(x+1) dx$

38. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

39. $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2} dx$

40. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos 2x}$

Вариант 18.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=4x^2$ $y=\frac{x^2}{9}$ $y=2$

б) $\rho=a(1-\sin\varphi)$ $\rho=a\cos\varphi$ вне кардиоиды

в) Второй аркой циклоиды $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ и осью Ox

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) периметр фигуры $x^2=(y+1)^3$,y=1

б) $\begin{cases} x=\frac{t^6}{6} \\ y=2-\frac{t^4}{4} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат

в) $\rho=2\sqrt{2}a\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $(y-3)^2+3x=0$ x=-3 вокруг оси Ox

б) y=cosx y=0 x=0 вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x=3\cos^3 t \\ y=2\sin^3 t \end{cases}$ осями координат, вокруг оси Ox

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой
$Y=x^3$ вокруг оси ox от точки 0(0;0) до точки M(1,1)

Вариант 19.

1. $\int \frac{3xdx}{4+x^4}$

2. $\int \sqrt[3]{5^{2x-3}}dx$

3. $\int \frac{\sin xdx}{4+36\cos^2 x}$

4. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt[5]{1+x^4}}$

5. $\int x4^{-5x^2+1}dx$

6. $\int tg^2 4xdx$

7. $\int (e^x+1)^3dx$

8. $\int \frac{dx}{(1+tgx)\cos^2 x}$

9. $\int \frac{e^{arctgx}}{1+x^2}dx$

10. $\int (7-8x)^3dx$

11. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}dx}{x}$

12. $\int e^{2x}\sin e^{2x}dx$

13. $\int \sin\frac{1}{x}\frac{dx}{x^2}$

14. $\int e^x(2^{2x}-5^{-x})dx$

15. $\int \frac{2-3x}{6+4x-x^2}dx$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+1}}$

17. $\int \frac{1-x}{\sqrt{x^2-3x+1}}dx$

18. $\int \frac{x-2}{x(x^2-9)}dx$

19. $\int \frac{x^3+4x-1}{x^3-27}dx$

20. $\int \frac{dx}{x^3(x-4)}$

21. $\int \frac{dx}{(x+5)(x^2+3)}$

22. $\int x^2e^{6x}dx$

23. $\int (3-4x)\cos\frac{4}{3}xdx$

24. $\int \sqrt[3]{x}\ln xdx$

25. $\int xarctg\frac{x}{5}dx$

26. $\int \sin(\ln x)dx$

27. $\int \sqrt{x^2-7}dx$

28. $\int \cos 3x\sin 5xdx$

29. $\int \frac{cos^5 x}{\sqrt{sin x}}dx$

30. $\int cos^4\frac{7x}{2}dx$

31. $\int \frac{dx}{cos x+3sin x}$

32. $\int \frac{tg^2x+1}{7-2tgx}dx$

33. $\int \frac{\sqrt{1+x}}{4-\sqrt[3]{1+x}}dx$

34. $\int x^3\sqrt{1+x^2}dx$

35. $\int \sqrt{16-x^2}dx$

36. $\int (2+x)^3\sqrt{4-3x}dx$

37. $\int_0^{2\pi} sin^3 xdx$

38. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x}{sin^2 x}dx$

39. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

40. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-4x+7}$

Вариант 19.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=x^2-2x+2$, касательной к ней в т.(3;5) и осью ординат

б) $\rho=a(1+\sin\varphi)$ $\rho=a$

в) $\begin{cases} x=a(1-\cos t) \\ y=a(t-\sin t) \end{cases}$ и осью Оу

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y^2=\frac{4}{9}(2-x)^3$ отсечённой прямой $x=-1$

б) $\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t) \\ y=e^t(\cos t-\sin t) \end{cases}$ $0\le t\le\pi$

в) $\rho=3e^{\frac{3}{4}\varphi}$ от $\varphi=0$ до $\varphi=\frac{3}{4}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=4-x^2$ и $2x+y-4=0$ вокруг оси Оу

б) $y=x^2$ и $8x=y^2$ вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x=\sqrt{3}t^2 \\ y=t-t^3 \end{cases}$ петли кривой вокруг оси Ох

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ вокруг оси Оу.

Вариант 20.

1. $\int ctg^2 x dx$

2. $\int \frac{2x^2-8}{16-x^4}dx$

3. $\int (a^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{2}{3}})^3 dx$

4. $\int \frac{dx}{5x^2+6}$

5. $\int \frac{1+\cos 2x}{\cos x}dx$

6. $\int e^x(2^x+3^x)dx$

7. $\int e^{arctg 3x}\frac{dx}{1+9x^2}$

8. $\int e^{2x}\sin e^{2x}dx$

9. $\int \frac{xdx}{\cos^2(x^2+1)}$

10. $\int xtg(x^2+1)dx$

11. $\int \frac{\sin xdx}{\sqrt{1+2\cos x}}$

12. $\int \frac{xdx}{x^2+a^2}$

13. $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$

14. $\int 4^{\sqrt{x}+3}\frac{dx}{\sqrt{x}}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{6x-1-x^2}}$

16. $\int \frac{7-4x}{\sqrt{x^2+4x+12}}dx$

17. $\int \frac{4x-5}{x^2-3x-6}dx$

18. $\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$

19. $\int \frac{x^2-x+2}{x^4-5x^2+4}dx$

20. $\int \frac{8-x}{(x-2)(x+3)^3}dx$

21. $\int \frac{2x^3+4x-1}{x^3-2x^2+5x}dx$

22. $\int (x^2+3)\sin 3xdx$

23. $\int xe^{-3x+1}dx$

24. $\int \sqrt[3]{x}\ln 2xdx$

25. $\int \arcsin 3xdx$

26. $\int e^{5x}\sin\frac{2}{3}xdx$

27. $\int \sqrt{2x^2+3}dx$

28. $\int \cos 5x\cos 2xdx$

29. $\int (tgx+ctgx)^3 dx$

30. $\int \frac{sin^5 xdx}{cos^2 x}$

31. $\int sin^4\frac{3}{2}xdx$

32. $\int \frac{dx}{2+3cos x}$

33. $\int x\sqrt[4]{x-2}dx$

34. $\int x^2\sqrt{25-x^2}dx$

35. $\int \frac{3x^3}{\sqrt{2x^2+3}}dx$

36. $\int \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt[4]{x^3}}dx$

37. $\int_0^2 (3-2x)e^{-3x}dx$

38. $\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}dx$

39. $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^2-4x+8}$

40. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$

Вариант 20.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) Найти площадь между параболой $y=-x^2-2x+3$, касательной к ней в точке М (2;5) и осью ординат

б) $\rho=a\sin 2\varphi$, $\rho=a$ (вне первой кривой)

в) $\begin{cases} x=a(2\cos t-\cos 2t) \\ e=a(2\sin t-\sin 2t) \end{cases}$ от 0 до2π

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=e^x$ между точками (0;1); (1;e)

б) $\begin{cases} x=4\sqrt{2}\sin t \\ y=\sin 2t \end{cases}$ $0\le t\le\frac{\pi}{2}$

в) $\rho=9\cos\varphi$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}$ x=0 y=0 вокруг оси Ox

б) $y=\dfrac{8}{4+x^2}$ вокруг оси оу x=0, y=0

в) $\begin{cases} x=cos^3 t \\ y=sin^3 t \end{cases}$ осью оу, вокруг оси Oy

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x=2(t-sint) \\ y=2(1-cos\,t) \end{cases}$$

вокруг оси Ox.

Вариант 21.

1. $\int \frac{dx}{2-3x^2}$

2. $\int a^{x^2} x dx$

3. $\int \frac{\cos x dx}{1+\sin^2 x}$

4. $\int \frac{2x-1}{x^2+9} dx$

5. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$

6. $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{4+x^5}}$

7. $\int tg^2 4x dx$

8. $\int \frac{dx}{\arcsin^3 x\sqrt{1-x^2}}$

9. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x}+8}$

10. $\int x^3 7^{4-2x^4} dx$

11. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

12. $\int (\sqrt{2}-\sqrt[3]{x^2})^3 dx$

13. $\int 2^x \sin 2^x dx$

14. $\int (4-9x)^{12} dx$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{8+6x-9x^2}}$

16. $\int \frac{x dx}{4x^2+4x+5}$

17. $\int \frac{4-3x}{\sqrt{x^2-6x+7}} dx$

18. $\int \frac{x-1}{x(x^2+x+3)} dx$

19. $\int \frac{(x-4)dx}{x^2(x-1)}$

20. $\int \frac{x^3+2x-1}{x^3-4x} dx$

21. $\int \frac{(1-2x)dx}{(x-3)(x^2+9)}$

22. $\int x^2 e^{-3x} dx$

23. $\int (5-2x)\cos\frac{3}{2} x dx$

24. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x^2}} dx$

25. $\int \arccos 2x dx$

26. $\int e^{-4x} \sin 3x dx$

27. $\int \sqrt{4+3x^2} dx$

28. $\int \sin 3x \cos 4x \sin 4x dx$

29. $\int ctg^7 x dx$

30. $\int cos^6 \frac{x}{2} dx$

31. $\int \frac{sin^3 x}{\sqrt[5]{cos^2 x}} dx$

32. $\int \frac{dx}{7 cos^2 x + 2 sin^2 x}$

33. $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

34. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{2x+1}}$

35. $\int x^3\sqrt{x^2+4} dx$

36. $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$

37. $\int_0^3 (2-x)e^{-2x} dx$

38. $\int_1^2 \frac{e^{2x} dx}{e^x-1}$

39. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)}$

40. $\int_0^2 \frac{dx}{x\, ln^2 x}$

Вариант 21.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=(x+1)^2$ $y=\cos x$ $y=0$

б) $\rho=2a(1-\cos\varphi)$

в) $\begin{cases} x = a\cos^2 t \\ y = b\sin^2 t \end{cases}$ и осями координат

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $3y^2 = x(x-1)^2$ между точками пересечения с осью Ox

б) $\begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t) \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}$ от $t=0$ до $t=\pi$

в) $\rho=5e^{\frac{5}{12}\varphi}$ от $\varphi=0$ $\varphi = \frac{\pi}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $2x-x^2-y=0$ $2x^2-4x+y=0$ вокруг оси Ox

б) $xy=9$ $y=3$ $y=9$ $x=0$ вокруг Oy

в) $\begin{cases} x = \frac{t}{3}(6-t) \\ y = \frac{t^2}{8}(6-t) \end{cases}$ от $t=0$ $t=6$ вокруг оси Ox

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox кривой $8y^2 = x^2 - x^4$.

Вариант 22.

1. $\int \frac{dx}{4-5x}$

2. $\int (3^x-1)^2 dx$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}\arcsin^3 2x}$

4. $\int e^{arctg3x}\frac{dx}{1+9x^2}$

5. $\int e^x \sin e^x dx$

6. $\int x^3\sqrt[4]{1+x^4}dx$

7. $\int \frac{dx}{x\cos^2 \ln x}$

8. $\int \frac{1+\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{x}}dx$

9. $\int \cos^2 8x dx$

10. $\int \frac{\sqrt[x]{e}}{x^2}dx$

11. $\int \frac{\sin x dx}{9+25\cos^2 x}$

12. $\int 3^{\cos^2 x}\sin 2x dx$

13. $\int \frac{x^4 dx}{\cos^2 x^5}$

14. $\int \frac{dx}{\arccos x\sqrt{1-x^2}}$

15. $\int \frac{dx}{x^2-3x-10}$

16. $\int \frac{4-6x}{3+2x-x^2}dx$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+4x-2}}$

18. $\int \frac{2x^2-3x+3}{x^3-2x+x}dx$

19. $\int \frac{5x-7}{(x^2-4)(x+3)}dx$

20. $\int \frac{4-x}{3x^3(x-3)}dx$

21. $\int \frac{x^3-2}{x^3+6x^2+13x}dx$

22. $\int (9-x^2)e^{-4x}dx$

23. $\int x\cos(4x-1)dx$

24. $\int \frac{\ln x}{x^5}dx$

25. $\int xarcctgxdx$

26. $\int e^{-x}\cos(4x-1)dx$

27. $\int \sqrt{2x^2+5}dx$

28. $\int \cos 7x\cos 2x dx$

29. $\int \frac{cos^5 x}{\sqrt[4]{sin^3 x}}dx$

30. $\int tg^3 4xdx$

31. $\int \frac{dx}{4sinx+3cos x}$

32. $\int sin^2 2x cos^4 2xdx$

33. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$

34. $\int \sqrt{5-2x-x^2}dx$

35. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+4}}$

36. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{9-x^2}}$

37. $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$

38. $\int_0^1 arcsinxdx$

39. $\int_0^\infty \frac{xdx}{1+x^2}$

40. $\int_0^\pi \frac{dx}{sin\frac{x}{2}}$

Вариант 22.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y^2=4x$, $x^2=4y$, $x^2+y^2=5$

б) ρ=а вне кривой $\rho = a\sqrt{\sin 2\varphi}$

в) $\begin{cases} x = 4(1 - cos t) \\ y = 4(t - sin t) \end{cases}$ и осью оу

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) y=ln (cos x) + 2 $(0 \le x \le \frac{\pi}{6})$

б) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t}{3}(t^2 - 3) \end{cases}$ между точками пересечения с осью Ох

в) ρ=2a(sinφ+cosφ)

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=0,25x^2+2$ и 5x-8y+14=0 вокруг оси Ох

б) y=lnx, x=2 y=0 вокруг оси Оу

в) $\begin{cases} x = 2 sin^2 t \\ y = 3 cos^2 t \end{cases}$ прямыми y=0, y=2 вокруг оси Оу

V.Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Оу кривой.

$\begin{cases} x = 3 cos^3 t \\ y = 3 sin^3 t \end{cases}.$

Вариант 23.

1. $\int \frac{5xdx}{(x+3)^7}$

2. $\int x\sqrt{2x^2+5}dx$

3. $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$

4. $\int \frac{\sin xdx}{\sqrt[3]{1+2\cos x}}$

5. $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

6. $\int \frac{dx}{x(2+\ln x)}$

7. $\int \frac{dx}{tg5x}$

8. $\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$

9. $\int \sin^2 4xdx$

10. $\int 2^{-x^5+4}x^4dx$

11. $\int \frac{xdx}{\cos^2(1-x^2)}$

12. $\int \frac{arctg^4 xdx}{1+x^2}$

13. $\int \frac{x^2dx}{1-3x^2}$

14. $\int 2^{tg2x}\frac{dx}{\cos^2 2x}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+4x-3}}$

16. $\int \frac{2-x}{\sqrt{x^2+6x+8}}dx$

17. $\int \frac{xdx}{2x-x^2+1}$

18. $\int \frac{x^4-3x^2-2}{x^3-x^2-2x}dx$

19. $\int \frac{3x^2+5x+12}{(x^2+3)(x-1)}dx$

20. $\int \frac{2x^2-3x+3}{x(x-1)^2}dx$

21. $\int \frac{3xdx}{x^3+8}$

22. $\int e^{-\frac{x}{3}}\cos 2cdx$

23. $\int x^2\cos\frac{x}{5}dx$

24. $\int \arccos\frac{x}{5}dx$

25. $\int \sqrt[5]{x^2}\ln xdx$

26. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+12}}$

27. $\int xe^{-3x}dx$

28. $\int \cos^2 x\sin^4 xdx$

29. $\int \frac{2tgx+3}{sin^2 x+2cos^2 x}dx$

30. $\int \frac{dx}{2\sin x-\cos x}$

31. $\int cos^3 2x\sqrt{sin^3 2x}dx$

32. $\int sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{12}dx$

33. $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$

34. $\int x\sqrt[4]{2x-3}dx$

35. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

36. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+7}}dx$

37. $\int_1^e \frac{\sqrt[3]{1+ln\,x}}{x}dx$

38. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{sin^2 x}$

39. $\int_{-1}^{1} \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}}dx\int$

40. $\int_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

Вариант 23.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x^2=4y$ $y=\dfrac{8}{x^2+4}$

б) $\begin{cases} x=3\cos t \\ y=8\sin t \end{cases}$ $y=4$ $(y\le 4)$

в) $\rho=a(1+\sin\varphi)$ вне кривой $\rho=a\sin\varphi$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}+3$ $\quad 0\le x\le 2$

б) $\rho=4(1+\cos\varphi)$

в) петли кривой $\begin{cases} x=\sqrt{3}t^2 \\ y=t-t^3 \end{cases}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=x^2+3$, $x=4$, $x=0$ $y=0$ вокруг оси Оу

б) $y^2=(4+x)^3$ $x=0$ вокруг оси Ох

в) $\begin{cases} x=4(1-\cos t) \\ y=4(t-\sin t) \end{cases}$ и осью Оу (одной арки циклоиды)

V. Вычислить площадь поверхности вращения фигуры, ограниченной линией

$\begin{cases} x=2\cos^3 t \\ y=2\sin^3 t \end{cases}$, вокруг оси Ох.

Вариант 24.

1. $\int \sqrt[6]{5x-1}dx$

2. $\int \cos(3e^x+2)e^x dx$

3. $\int \frac{arctg^4 x dx}{1+x^2}$

4. $\int tg\frac{1}{x}\frac{dx}{x^2}$

5. $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}\arccos 2x}$

7. $\int \frac{xdx}{\cos^2(x^2+1)}$

8. $\int \sin^5 x\cos xdx$

9. $\int \frac{x^3dx}{1+x^8}$

10. $\int \frac{e^{tgx}dx}{\cos^2 x}$

11. $\int (e^{2x}+5)^4 e^{2x}dx$

12. $\int x\sin(4-x^2)dx$

13. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

14. $\int \frac{dx}{x\sin^2\ln x}$

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-9}}$

16. $\int \frac{xdx}{x^2-5x+4}$

17. $\int \frac{10-3x}{\sqrt{x^2-8x+17}}dx$

18. $\int \frac{(x+5)dx}{(x^2+3)(x-1)}$

19. $\int \frac{(4x-3)dx}{(x-1)^3(x-2)}$

20. $\int \frac{x^4+7x}{(x^2-9)(x^2-4)}dx$

21. $\int \frac{xdx}{(x+4)(x^2+x+1)}$

22. $\int \frac{x\sin x}{\cos^2 x}dx$

23. $\int (2-5x)\ln xdx$

24. $\int xe^{-3x+4}dx$

25. $\int \arcsin\frac{x}{12}dx$

26. $\int e^{-2x}\sin 3xdx$

27. $\int \sqrt{x^2+7}dx$

28. $\int \sqrt[3]{\cos^2 x}\sin^3 xdx$

29. $\int cos^4 7xdx$

30. $\int \frac{3tgx-2}{sin^2 x+3cos^2 x}dx$

31. $\int sin\frac{x}{12}cos\frac{x}{3}dx$

32. $\int \frac{sin xdx}{7cos x+2sin x}$

33. $\int \frac{\sqrt{2-x^2}}{x}dx$

34. $\int \frac{4\sqrt{x}}{3x-\sqrt[4]{x^3}}dx$

35. $\int x\sqrt[3]{x+1}dx$

36. $\int x^2\sqrt{4-x^2}dx$

37. $\int_{-3}^{1}\frac{xdx}{3-2x}$

38. $\int_0^1 \sqrt{1+x^2}dx$

39. $\int_0^\infty \frac{xdx}{4-3x^2}$

40. $\int_{-1}^{1}\frac{3x^2-4}{2\sqrt[3]{x^2}}dx$

Вариант 24.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x=-2y^2$ $x=1-3y^2$

б) ρ=2asin3φ вне круга ρ=a

в) $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t \\ y=4\sqrt{2}\sin t \end{cases}$ и прямой y=4 ($y\geq 4$)

III. Вычислить длину дуг кривых.
а) $y=2-e^x$ ($\ln\sqrt{3}\leq x\leq \ln\sqrt{8}$)

б) $\begin{cases} x=a\cos^3 t \\ y=a\sin^3 t \end{cases}$

в) ρφ=4 от φ=3, до φ=4

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=10-x^2$, $y=x^2+2$, x=0 вокруг оси Oy

б) $y=xe^x$, x=1, y=0 вокруг оси Ox

в) $\begin{cases} x=t^2 \\ y=\dfrac{t}{3}(3-t^2) \end{cases}$

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой $9x^2=y(3-y)^2$ вокруг оси Oy.

Вариант 25.

1. $\int (\sqrt{x}-2x)^2\,dx$

2. $\int (x^5-1)^6 x^4\,dx$

3. $\int \cos\frac{1}{x}\frac{dx}{x^2}$

4. $\int 10^{tgx}\frac{dx}{\cos^2 x}$

5. $\int (\sin x+\cos x)^2\,dx$

6. $\int \frac{x^2dx}{5+x^6}$

7. $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}}\,dx$

8. $\int \frac{x^5}{4-2x^6}dx$

9. $\int \frac{\sqrt[4]{arctgx}}{1+x^2}\,dx$

10. $\int \frac{dx}{x\sin^2 \ln x}$

11. $\int \frac{x}{\sqrt[3]{1-2x^2}}\,dx$

12. $\int \frac{\sin xdx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$

13. $\int (5-2x)^7\,dx$

14. $\int \frac{xdx}{\sin^2 x^2}$

15. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2+8x}}$

16. $\int \frac{dx}{x^2-8x+20}$

17. $\int \frac{5x-3}{\sqrt{5-8x-x^2}}\,dx$

18. $\int \frac{3x-4}{(x^2+2x)(x-5)}\,dx$

19. $\int \frac{x-3}{(x+2)(x-1)^2}\,dx$

20. $\int \frac{2x^4+1}{x^4-1}\,dx$

21. $\int \frac{3dx}{x^3+27}$

22. $\int (3x-1)e^{-2x}\,dx$

23. $\int x\arcsin\frac{x}{3}\,dx$

24. $\int (x^2+1)\sin 2xdx$

25. $\int \frac{\ln 2x}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

26. $\int e^{-x}\cos 5xdx$

27. $\int \sqrt{16+x^2}\,dx$

28. $\int \sin 2x\cos\frac{x}{2}\,dx$

29. $\int \frac{sin^3 x}{\sqrt[4]{cos^3 x}}\,dx$

30. $\int cos^4 x\,sin^2 xdx$

31. $\int \frac{cos\,xdx}{2\,sin\,x+3\,cos\,x}$

32. $\int tg^3 4xdx$

33. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{3x-\sqrt[4]{x^3}}$

34. $\int x\sqrt[3]{x+3}\,dx$

35. $\int \frac{x^2-2}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$

36. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$

37. $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+ln\,x}}$

38. $\int_0^2 x3^{2x}\,dx$

39. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{3-2x^2}}$

40. $\int_{-1}^{1} \frac{x^2-4}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$

Вариант 25.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=(x-1)^2$ $y=\cos x$ $y=0$

б) $\rho=2a(1-\cos\varphi)$ $\rho=2a$

в) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = b\sin^3 t \end{cases}$ и осями координат (I четверть)

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $3y^2=x(x-1)^2$ между точками пересечения с осью Ox

б) $\begin{cases} x = 9(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 9(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}$ от $t=0$ до $t=2\pi$

в) $\rho=2e^{\frac{5}{12}\varphi}$ от $\varphi=0$ до $\varphi=\frac{\pi}{2}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $2x+x^2-y=0$ вокруг оси Ox
$-2x^2-4x+y=0$
б) $xy=18$, $y=3$, $y=9$, $x=0$
вокруг оси Oy
в) $\begin{cases} x = \frac{t}{2}(8-t) \\ y = \frac{t^2}{8}(8-t) \end{cases}$ ($t=0$ до $t=8$) вокруг оси Ox

V.Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox кривой

$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} \\ y = 4 - \frac{t^2}{2} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат.

Вариант 26.

1. $\int \sin x \cdot \cos x dx$

2. $\int \cos^4 x \sin x dx$

3. $\int \frac{tgx dx}{\cos^2 x}$

4. $\int \frac{1}{x} \ln^3 x dx$

5. $\int \frac{dx}{x \ln x}$

6. $\int x \sqrt[3]{x^2+3} dx$

7. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^3}} dx$

8. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

9. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

10. $\int x\, 3^{x^2} dx$

11. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{3-2x^2}}$

12. $\int \frac{3x^2-4}{x^3-4x} dx$

13. $\int \frac{x^2 dx}{1+x^6}$

14. $\int x^5 \left(3x^6+5\right) dx$

15. $\int \frac{dx}{4-x^2+6x}$

16. $\int \frac{3x-7}{\sqrt{2-3x-x^2}} dx$

17. $\int \frac{x-2}{2x^2-6x+1} dx$

18. $\int \frac{3x-1}{(x-2)^2(x+3)} dx$

19. $\int \frac{x dx}{(x-1)(x^2+x-6)}$

20. $\int \frac{x^5+3}{x^4-16} dx$

21. $\int \frac{dx}{x^2+x^4}$

22. $\int (x^2+1) e^{-3x} dx$

23. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x^2}} dx$

24. $\int \frac{x dx}{\cos^2 4x}$

25. $\int x \operatorname{arctg} 2x dx$

26. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}} dx$

27. $\int e^{2x} \cos \frac{3}{2} x dx$

28. $\int \sin 7x \sin 3x dx$

29. $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[4]{\sin^3 x}}$

30. $\int \cos^4 2x dx$

31. $\int \frac{dx}{2+tgx}$

32. $\int \frac{dx}{\sin x - 3\cos x}$

33. $\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{3-2x}}$

34. $\int \frac{\sqrt[3]{x-2}-3}{\sqrt{x-2}} dx$

35. $\int x^3 \sqrt{a^2-x^2} dx$

36. $\int x^2 \sqrt{x^2-1} dx$

37. $\int_1^e x^3 \ln x dx$

38. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{2+\sin^2 x}$

39. $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^2} dx$

40. $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$

Вариант 26.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x=-2y^2$ $x=1-3y^2$

б) $\rho = 3a \sin \varphi$ $\rho = 3\sqrt{3}a\cos\varphi$

в) $\begin{cases} x = a\sin t \\ y = b\sin 2t \end{cases}$ $0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y=\ln(\cos x)$, заключённой между точками с абсциссами $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$

б) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \dfrac{t}{3}(t^2-3) \end{cases}$ от $t=0$ до $t=2$

в) $\rho=a\sin^3\dfrac{\varphi}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=x^2-2x+1$ $x=2$ $y=0$ вокруг оси Oy

б) $y=e^{1-x}$ $y=0$, $x=0$, $x=1$ вокруг оси Ox

в) $\begin{cases} x = 8\sin t \\ y = 3\cos t \end{cases}$ вокруг Oy.

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $y^2+4yx=2\ln y$ вокруг оси Oy от $y=1$ до $y=2$.

Вариант 27.

1. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{4-3x}}$

2. $\int x\sin(5-x^2)dx$

3. $\int e^x\cos(5e^x-1)dx$

4. $\int \frac{3^x-2^x}{4^{2x}}dx$

5. $\int (1-8x^3)^{10}x^2dx$

6. $\int \frac{arctg^{\frac{5}{2}}x}{1+x^2}dx$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arccos x}$

8. $\int (e^x+3)^2e^{2x}dx$

9. $\int 3^{\ln x}\frac{dx}{x}$

10. $\int \frac{e^xdx}{\sqrt{9-e^{2x}}}$

11. $\int \frac{e^xdx}{\sqrt[3]{9-e^x}}$

12. $\int \frac{dx}{x\ln^4 x}$

13. $\int e^{\cos 3x}\sin 3xdx$

14. $\int \frac{xdx}{x^4-4}$

15. $\int \frac{2dx}{\sqrt{2-8x-x^2}}$

16. $\int \frac{(x-4)dx}{\sqrt{4x+6-x^2}}$

17. $\int \frac{2x-1}{2x^2-3x+7}dx$

18. $\int \frac{dx}{x^3+3x}$

19. $\int \frac{2x^4-1}{x^3+8}dx$

20. $\int \frac{2x-4}{(x+2)^2(x-3)}dx$

21. $\int \frac{xdx}{5x-6x^2-x^3}$

22. $\int (x+1)\sin(4x-1)dx$

23. $\int (x^2+1)e^{-3x}dx$

24. $\int \sin(\ln x)dx$

25. $\int \frac{\ln(3x+1)}{\sqrt[3]{x}}dx$

26. $\int x\arcsin 2xdx$

27. $\int \sqrt{x^2+9}dx$

28. $\int \sin\frac{x}{2}\cos x\sin\frac{3x}{2}dx$

29. $\int sin^4\frac{3}{5}xdx$

30. $\int tg^4 2xdx$

31. $\int \frac{sin^3 x}{cos^7 x}dx$

32. $\int \frac{sin 2xdx}{1+sin 2x}$

33. $\int \frac{\sqrt[3]{x+3}}{\sqrt{x+3}-2}dx$

34. $\int (x+5)\sqrt{4-x}dx$

35. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

36. $\int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}}dx$

37. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\cos x}{sin^3 x}dx$

38. $\int_1^4 \frac{dx}{(2+\sqrt{x})^2}$

39. $\int_0^{\infty} \frac{arctg^2 x}{1+x^2}dx$

40. $\int_1^e \frac{dx}{x\ln x}$

Вариант 27.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=2x-x^2$, $y+x=0$

б) $\rho=2(1+\cos\varphi)$ и $\rho=4$

в) $\begin{cases} x = 2cos^2 t \\ y = 4sin^2 t \end{cases}$ и осями координат

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y^2=x^3$ отсечённой прямой $x = \frac{4}{3}$

б) $\begin{cases} x = \dfrac{t^6}{6} \\ y = 2 - \dfrac{t^4}{4} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат

в)$\rho=a\sin^3\frac{\varphi}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=\cos(x-\frac{\pi}{3})$,.x=0, y=0 (при x>0) вокруг оси Ox

б) $y=x^3$ x=0, y=8 вокруг оси Oy

в) одной арки циклоиды вокруг оси Ox $\begin{cases} x = a(t - sint) \\ y = a(1 - cost) \end{cases}$

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $y^2=4+x$, отсечённой прямой x=2 вокруг оси Ox.

Вариант 28.

1. $\int \frac{\sqrt[5]{x}-2}{\sqrt{x}}dx$

2. $\int\left(1+x^2\right)^5 xdx$

3. $\int\sqrt{5x+8}dx$

4. $\int\sin\frac{1}{x}\frac{dx}{x^2}$

5. $\int\frac{2xdx}{1+x^2}$

6. $\int\frac{e^x dx}{5+3e^x}$

7. $\int\frac{\sin x}{\cos^5 x}dx$

8. $\int\frac{dx}{x\ln x}$

9. $\int 8^{tgx}\frac{dx}{\cos^2 x}$

10. $\int\frac{xdx}{\sqrt[3]{1-3x^2}}$

11. $\int\frac{dx}{\sin^2 x\sqrt[4]{ctgx}}$

12. $\int\frac{\arcsin xdx}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $\int\frac{xdx}{\cos^2 x^2}$

14. $\int\frac{\log x-5}{x^3\sqrt[3]{\log x}}dx$

15. $\int\frac{xdx}{x^2-9x+3}$

16. $\int\frac{2xdx}{\sqrt{x^2-4x+6}}$

17. $\int\frac{x-5}{x^2-4x+6}$

18. $\int\frac{(3x+1)dx}{(x-1)^2(3x+2)}$

19. $\int\frac{x^5 dx}{x^3+1}$

20. $\int\frac{x^2 dx}{9-x^4}$

21. $\int\frac{2x^3+4x-1}{x3-2x^2+5}dx$

22. $\int(3-4x)\log\frac{4}{3}xdx$

23. $\int\sqrt{x^2+7}dx$

24. $\int x\sin 3xdx$

25. $\int x^2 e^{x^4}dx$

26. $\int xarctgxdx$

27. $\int\sin(\ln x)dx$

28. $\int\sin 5x\cos 3xdx$

29. $\int\cos^4 7xdx$

30. $\int ctg^4 xdx$

31. $\int\sqrt[3]{\log^2 x}\sin^3 xdx$

32. $\int\frac{dx}{1+\sin x}dx$

33. $\int\frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$

34. $\int x^2\sqrt{4-x^2}dx$

35. $\int\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$

36. $\int\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^5}-\sqrt[6]{x^7}}dx$

37. $\int_{e^2}^{e^4}\ln(1+x)dx$

38. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{x}{\sin^2 x}dx$

39. $\int_0^2\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

40. $\int_0^\infty\frac{xdx}{4-3x^2}$

Вариант 28.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y^2=4ax$, $x+y=3a$

б)$\rho=2\sin2\varphi$, $\rho=2$ (вне первой кривой)

в)$\begin{cases} x=2\sqrt{2}\,sint \\ y=\sqrt{2}\,cost \end{cases}$ и прямой $x=4$ (при $x\geq 4$)

III. Вычислить длину дуг кривых.

а)$9y^2=x(x-3)^2$ между точками пересечения с осью Ox

б) $\begin{cases} x=t^2 \\ y=\dfrac{t}{3}(t^2-3) \end{cases}$ между точками пересечения с осью Ox

в) Первого завитка спирали $\rho=a\varphi$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $(y-a)^2=ax$, $x=0$, $y=2a$ вокруг оси Oy

б) $y=a-\dfrac{x^2}{a}$ и $x+y=a$ вокруг оси Ox

в) $\begin{cases} x=\dfrac{t^6}{6} \\ y=2-\dfrac{t^4}{4} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат вокруг оси Ox

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $y=\dfrac{x^3}{3}$ от $x=-2$, до $x=2$ вокруг оси Ox.

Вариант 29.

1. $\int (7-3x)^{12}dx$

2. $\int a^{x^2}xdx$

3. $\int \frac{arctg^4 xdx}{1+x^2}$

4. $\int \frac{xdx}{1+x^4}$

5. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x}dx$

6. $\int \frac{e^x dx}{1-e^{2x}}$

7. $\int \sqrt[3]{7^{2x-3}}dx$

8. $\int \frac{\cos xdx}{e^{\sin x}}$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$

10. $\int \frac{dx}{(x+2)\ln(x+2)}$

11. $\int x^5 e^{x^6}dx$

12. $\int \frac{\sin(\ln 2x)}{x}dx$

13. $\int \frac{dx}{(1+tgx)\cos^2 x}$

14. $\int x\sin(9-x^2)dx$

15. $\int \frac{xdx}{x^2-5x+4}$

16. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{x^2-4x+6}}$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-8x-4}}$

18. $\int \frac{dx}{x^3+3x}$

19. $\int \frac{3x-4}{(x^2+2x)(x-5)}dx$

20. $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}dx$

21. $\int \frac{x^3dx}{(x^3-1)(x+2)}$

22. $\int x\arcsin\frac{x}{3}dx$

23. $\int e^x\cos 2xdx$

24. $\int x\cos^2 3xdx$

25. $\int x^2e^{5x}dx$

26. $\int arctg\frac{x}{5}dx$

27. $\int \sqrt{x^2+16}dx$

28. $\int \cos x\sin\frac{5}{2}xdx$

29. $\int \sin^4 5xdx$

30. $\int \frac{\sin 3xdx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$

31. $\int tg\ xdx$

32. $\int \frac{\sin xdx}{7\cos x+2\sin x}$

33. $\int \frac{\sqrt{1+x}}{4-\sqrt[3]{1+x}}dx$

34. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}dx$

35. $\int (x+2)\sqrt[3]{4-3x}dx$

36. $\int \sqrt{16-x^2}dx$

37. $\int_{-3}^{3}\sqrt{9-x^2}dx$

38. $\int_0^{\frac{1}{2}}\arcsin 2xdx$

39. $\int_1^{\infty}\frac{dx}{x+x^2}$

40. $\int_0^1 \frac{x^3+\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[5]{x^3}}dx$

Вариант 29.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $y=x^2$ $y=\frac{x^3}{3}$

б) $\rho^2=a^2\sin 4x$

в) петли кривой $\begin{cases} x=t^2 \\ y=t-\dfrac{t^3}{3} \end{cases}$

III. Вычислить длину дуг кривых.
а) периметр фигуры, состоящий из дуг кривых $x^2=(y+1)^3$ и $y=4$

б) $\begin{cases} x=8\cos^3 t \\ y=8\sin^3 t \end{cases}$ от t=0 до $t=\frac{\pi}{3}$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) y=lnx, x=e, y=0, вокруг оси Ox

б) $y=x^3$, y=0, x=2 вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} y=t \\ x=\dfrac{1}{2}(t^2+4) \end{cases}$ осью Oy, вращение вокруг Oy

V. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси Ox дуги

$\begin{cases} x=\dfrac{t^{63}}{3} \\ y=4-\dfrac{t^2}{2} \end{cases}$ между точками пересечения с осями координат.

Вариант 30.

1. $\int (3+7x)^9 dx$

2. $\int \frac{xdx}{x^2+1}$

3. $\int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$

4. $\int 8^{\sin x} \cos x dx$

5. $\int \frac{x^4 dx}{1-x^{10}}$

6. $\int \frac{\ln^2 x dx}{x}$

7. $\int \frac{dx}{x \cos^2 \ln x}$

8. $\int \frac{x^4 dx}{\cos^2 x^5}$

9. $\int \sin^2 4x dx$

10. $\int \frac{8dx}{(x+3)^7}$

11. $\int \left(x+\sqrt[3]{x}+3\right)^2 dx$

12. $\int \frac{tg \ln x}{x} dx$

13. $\int e^{-3x} x^2 dx$

14. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3-7x}}$

15. $\int \frac{2x-1}{2x^2-3x+7} dx$

16. $\int \frac{3x-7}{\sqrt{2-3x-x^2}} dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-9}}$

18. $\int x^2 \sqrt{4-x^2 dx}$

19. $\int \frac{x+5}{(x^2+3)(x-1)} dx$

20. $\int \frac{7x-15}{x^3-5x^2+6x} dx$

21. $\int \frac{x-5}{x^2(x+1)^2} dx$

22. $\int (3-4x) \log \frac{4}{3} x dx$

23. $\int \sqrt{x^2+8} dx$

24. $\int x e^{-3x+4} dx$

25. $\int \frac{xdx}{\cos^2 4x}$

26. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$

27. $\int \sqrt[3]{x^2 \ln x dx}$

28. $\int \cos 5x \cos 3x dx$

29. $\int tg^4 x dx$

30. $\int \cos^4 7x dx$

31. $\int \frac{\sin^5 x}{\sqrt[3]{\cos^2 x} dx}$

32. $\int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}$

33. $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$

34. $\int \sqrt{25-16x^2} dx$

35. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$

36. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^5}-\sqrt[6]{x^7}} dx$

37. $\int_{e^2}^{e^4} \ln(1+x) dx$

38. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$

39. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+{}^2}}$

40. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ }\ln x}$

Вариант 30.

II.Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

а) $x=y^2$, $x=\frac{3}{4}y^2+1$

б) ρ=a(1+sinφ), ρ=a

в) $\begin{cases} x=a(1-\cos t) \\ y=a(t-\sin t) \end{cases}$ осью Oy

III. Вычислить длину дуг кривых.

а) $y^2=\frac{4}{9}(2-x)^3$ отсечённой прямой x=-1

б) $\begin{cases} x=4\sqrt{2}\sin t \\ y=\sin 2t \end{cases}$

в) $\rho=9\cos\varphi$

IV.Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных линиями

а) $y=4-x^2$ и 2x+y-4=0 вокруг оси Ox

б) $y=2x-x^2$, y=0 , вокруг оси Oy

в) $\begin{cases} x=\sqrt{6}t^2 \\ y=2t-t^3 \end{cases}$ t=0 t=$\sqrt{2}$ вокруг оси Ox

V. Определить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги $y^2=4+x$, отсечённой прямой x=3.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Шатилова Л.Н.
Городилова М.А.
Плотникова Т.Г.

ИНТЕГРАЛЫ

Методические указания
и индивидуальные задания

Отпечатано методом прямого репродуцирования
Технический редактор *И.А. Нильмаер*

План 2005 г. Поз. 3.5.
ИД № 05247 от 2.07.2001 г.
Сдано в набор 23.03.2005. Подписано в печать 30.05.2005.
Формат 60х84 $^{1}/_{16}$. Бумага тип. № 2. Гарнитура Arial. Печать плоская.
Усл. печ. л. 4,0. Зак. 110. Тираж 325 экз. Цена 27 р.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47